COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 4 (24 Janvier 1921).

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS,

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Les communications verbales ne sont mentionnées dans les *Comptes rendus*, qu'autant qu'une rédaction écrite par leur auteur a été remise, séance tenante, aux Secrétaires.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Dans les *Comptes rendus*, on ne reproduit pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien aux droits qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet Extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'imprimerie le mercredi au soir, ou, au plus tard, le jeudi à 10 heures du matin; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant, et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* n'ont pas de planches.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent Règlement.

Les Savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance, avant 5h. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JANVIER 1921.

PRESIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

J'ai la douleur d'annoncer à l'Académie des Sciences la mort de notre confrère M. **Georges Humbert.**

Depuis longtemps, nous ne le voyions que rarement à nos séances. Son état de santé l'avait obligé à vivre la plus grande partie de l'année à la campagne. Depuis deux mois environ, sa maladie s'étant aggravée, il s'était réinstallé à Paris. Il y est mort avant-hier, 22 janvier 1921, soutenu dans de très pénibles souffrances par sa foi chrétienne dans une vie meilleure.

M. Humbert était né à Paris le 7 janvier 1859. Il était entré le premier à l'École Polytechnique en 1877 et en était sorti dans le corps des Mines. Il avait passé une thèse de docteur ès sciences en 1885. Professeur à l'École des Mines, il était devenu ingénieur en chef, puis inspecteur général. En même temps, il était entré dans le corps enseignant de l'École Polytechnique, sur la présentation des Conseils : répétiteur en 1884, il était devenu professeur d'Analyse en 1885. Très aimé de ses élèves, il leur faisait comprendre les questions les plus difficiles; ses leçons étaient des modèles de clarté : il les a réunies dans un livre très apprécié.

M. Humbert était également professeur au Collège de France depuis 1912, époque de la retraite de M. Camille Jordan qu'il avait suppléé pendant plusieurs années.

Porté de très bonne heure sur les listes de présentation de la Section

de Géométrie, il avait été élu membre de l'Académie des Sciences le 18 mars 1901.

L'œuvre mathématique de M. Humbert est très considérable et très originale. J'éprouve, je l'avoue, beaucoup d'embarras à essayer d'en rendre compte : on sait qu'aujourd'hui les mathématiques ont atteint une élévation extraordinaire au-dessus des enseignements classiques de nos grandes écoles ou de la licence ès sciences, élévation presque impossible à atteindre, même pour ceux qui n'ont pas perdu contact avec ces disciplines de spéculation pure d'un si vif intérêt pour leur jeunesse. Le témoignage de nos confrères les plus compétents peut cependant en donner une idée générale.

Les Mémoires de M. Humbert se rattachent à la fois à l'analyse et à la géométrie et traitent principalement de la théorie des courbes et des surfaces algébriques. L'un de ses premiers travaux a consisté à exprimer sous une forme précise et explicite les conditions pour qu'une intégrale abélienne ait une valeur algébrique. Vinrent ensuite des compléments importants et féconds à la théorie des surfaces cyclides.

Mais c'est surtout sur le théorème d'Abel que se sont dirigées les recherches de notre confrère. Certains systèmes de différentielles algébriques ont une somme rationnelle. Il fallait déterminer la valeur effective de cette somme. M. Humbert a trouvé une transformation qui y conduit facilement. De nombreuses conséquences en sont résultées.

On remarque encore une longue série de recherches sur l'application des transcendantes à la géométrie. Les monographies qui se rattachent à ces questions sont, dit-on, des modèles d'élégance et de clarté.

En 1892, le prix Bordin avait été décerné à M. Humbert pour les applications de la théorie générale des fonctions abéliennes à la géométrie. L'auteur compléta par deux Mémoires d'une très grande valeur celui qui avait été couronné.

Le travail le plus remarquable peut-être de M. Humbert est relatif aux transformations singulières des intégrales hyperelliptiques et aux multiplications complexes qui en résultent. M. Hermite, dans un Mémoire célèbre, avait indiqué toutes les transformations possibles des intégrales hyperelliptiques lorsque les périodes restent arbitraires; mais si elles sont reliées par certaines relations spéciales, de nouvelles transformations peuvent être réalisées ; c'est ce qu'a montré M. Humbert.

L'importance de toutes ces publications est établie par l'impulsion qu'en a reçue l'arithmétique supérieure.

Depuis son élection à l'Académie, M. Humbert, toujours dominé par l'attrait de la recherche mathématique, n'a pas cessé sa production scientifique: il s'est occupé surtout des formes quadratiques et des développements en fractions continues.

Cette poursuite constante de la vérité abstraite était jointe chez M. Humbert à une grande élévation d'idées sur les problèmes de la vie. Elles l'ont soutenu au milieu des vicissitudes de l'existence aussi bien que les affections dont il était entouré. D'un caractère charmant, il n'avait que des amis dans tous les milieux auxquels il se trouvait mêlé. Pour ma part, j'éprouve un grand chagrin à voir disparaître l'un des plus aimables représentants de la génération qui me suit, l'un de nos plus éminents élèves de l'École Polytechnique, sous tous les rapports un modèle pour les jeunes qui viennent après nous.

Une des grandes satisfactions de M. Humbert avait été de voir son fils, sorti également de l'École Polytechnique, s'adonner comme lui à la recherche mathématique, fixer sa vie par un excellent mariage et devenir professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier; malheureusement atteint en même temps que son père d'une maladie très sérieuse, il n'a pu assister à ses derniers moments.

A la digne veuve de notre confrère si aimé et à ses enfants, j'offre au nom de l'Académie des Sciences l'expression attristée de nos plus vifs regrets et le témoignage de notre profonde sympathie.

La séance sera levée en signe de deuil aussitôt après l'élection d'un membre de la Section de Médecine et Chirurgie.

M. **André Blondel** informe l'Académie qu'une cérémonie commémorative du centenaire des découvertes fondamentales d'**Ampère** en électrodynamique vient d'avoir lieu au village d'Ampère (États-Unis). L'Académie était représentée par M. *Mailloux*.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des phénomènes de charriage dans les montagnes de Gigondas (Vaucluse)*. Note de MM. **Pierre Termier** et **Léonce Joleaud**.

Les montagnes de Gigondas dessinent au sud-ouest du Ventoux plusieurs lignes de crêtes, où l'érosion a sculpté, dans des barres de calcaires juras-

siques parfois dressés verticalement, toute une série de *dentelles* et d'*aiguilles*, telles que le rocher du Turc (630^m) et la pyramide de Saint-Amand (734^m). Leur modelé, au profil hardi et profondément déchiqueté, contraste avec l'aspect tabulaire des plateaux du Languedoc et avec la physionomie massive des chaînons du Dauphiné et de la Provence.

La géologie de ces montagnes a fait l'objet de nombreux Mémoires de stratigraphie. M. Léenhardt (1) en a donné une excellente description, plus spécialement des terrains jurassiques et crétacés : marnes du Callovien et de l'Oxfordien, marno-calcaires de l'Argovien et du Rauracien, calcaires lités du Séquanien et du Kimméridgien inférieur, calcaires massifs du Kimméridgien supérieur et du Portlandien, calcaires marneux du Berriasien, marnes du Valanginien moyen, calcaires du Valanginien supérieur et de l'Hauterivien. F. Fontannes (2) a esquissé la succession des terrains oligocènes et miocènes, dont l'étude a été reprise plus tard par l'un de nous (3) : calcaires à empreintes de Poissons, marnes multicolores et gypses du Sannoisien, sables et calcaires à *Melanoides Lauræ* du Stampien, mollasse marneuse de l'Aquitanien, mollasse calcaire du Burdigalien, argiles et grès de l'Helvétien.

Indépendamment de ces diverses formations, les montagnes de Gigondas présentent, surtout au Sud-Est, de larges affleurements d'autres terrains, que M. Léenhardt a réunis sous le nom d'*horizon de Suzette*. F. Fontannes a figuré ce complexe sur la feuille *Orange*, de la Carte géologique détaillée, avec la notation e^{1-3}. Depuis, l'un de nous a montré qu'il y a, là dedans, non seulement de l'Éocène, mais aussi du Trias (4). Le Trias est beaucoup plus développé que l'Éocène. Quand ces deux terrains se touchent, leur contact est anormal.

L'Éocène est surtout développé dans le pays raviné et boisé qui s'étend au nord du Petit-Montmirail, des Petites-Eaux et de Beaumes-de-Venise. Il est en parfaite continuité avec l'Oligocène, comme le montre, par exemple, la coupe du ravin des Crottes, où nous avons observé, sous le Sannoisien, une épaisseur de plusieurs centaines de mètres de sables, de

(1) *Étude géologique de la région du Mont-Ventoux*, 1883.

(2) *Le groupe d'Aix dans le Dauphiné, la Provence et le Bas-Languedoc*, 1885, p. 35-53.

(3) L. Joleaud, *Comptes rendus*, t. 144, 1907, p. 345, et t. 145, p. 1233; *Bull. Soc. géol. France*, t. 8, 1908, p. 41; *Géologie du Comtat*, Terrains néogènes, t. 2, 1912, pl. III, fig. 21.

(4) L. Joleaud, *loc. cit.*

grès, d'argiles et de conglomérats. Des bancs calcaires, qui s'intercalent vers la partie inférieure de cet ensemble, sont sans doute l'équivalent des calcaires à *Planorbis pseudo-ammonius* de la région. Ce Gastropode a, d'ailleurs, été signalé par F. Fontannes [1] à la grange Peyrier, dans un vallon à l'est de Suzette. La série éocène de Gigondas se continue sur le revers sud-occidental du Ventoux, où elle présente également, entre Crillon et Jocas, des calcaires dont la position stratigraphique ne laisse pas de doute sur leur âge lutétien. Il semble donc très probable que *la série détritique, avec intercalations calcaires vers la base, du ravin des Crottes, correspond à l'Éocène moyen et supérieur.*

Le Trias est surtout développé au sud-est des barres jurassiques, depuis Souiras et Urban jusqu'au pied de l'arête calcaire burdigalienne qui entoure la cuvette de Malaucène. Ce terrain est constitué par des cargneules et des argiles, auxquelles sont associés localement des gypses et des calcaires dolomitiques jaunâtres en plaquettes. Sa couleur générale, jaune ou rougeâtre, contraste avec le gris noir de l'Oxfordien et avec le blanc du Jurassique supérieur.

A droite et à gauche du chemin de Lafare à Suzette, ce Trias repose, par une surface de contact presque horizontale, sur les marnes du Callovo-oxfordien : vers sa base, on observe fréquemment des mylonites, qui se lient intimement aux cargneules. La superposition constante de ces formations au Jurassique avait induit en erreur MM. Léenhardt et Fontannes, qui faisaient des cargneules le terme le plus inférieur du Tertiaire continental des montagnes de Gigondas. En réalité, cette situation stratigraphique apparente est simplement la conséquence du *charriage sur le Jurassique d'une nappe de Trias* [2] depuis longtemps signalée par l'un de nous [3]. L'épaisseur du Trias charrié est souvent supérieure à 100^{m}; elle peut atteindre 300^{m}. Il repose indifféremment, avec une allure transgressive, sur les divers termes, plissés énergiquement, du Secondaire et du Nummulitique. Des débris, parfois très gros, de calcaire portlandien, se mélangent,

---

(1) *Loc. cit.*, p. 42-43.

(2) Des roches variées y sont emballées. Ainsi M. Léenhardt (*loc. cit.*, p. 132) y a indiqué des calcaires à articles d'Encrines de faciès infraliasique; dans d'autres calcaires il a trouvé des aptychus peut-être néocomiens. Raspail (*in* Léenhardt, *loc. cit.*, p. 131, n° 2) y aurait observé, dans des grès, des fossiles analogues à ceux d'Uchaux (Turonien) et Renaux (*Ibid.*, p. 210, n° 1), dans des calcaires, un *Lychnus* du Danien.

(3) L. Joleaud. *Comptes rendus*, t. 145, 1907, p. 1238.

çà et là, dans la mylonite, aux cargneules écrasées et aux calcaires triasiques brisés.

Le charriage est certainement postérieur à l'Oligocène. La coupe donnée par M. Léenhardt [1] du coteau qui porte le village de Crillon est particulièrement instructive à cet égard : des cargneules subordonnées au conglomérat miocène viennent, là, en recouvrement sur les marnes vertes avec gypses et calcaires du Tongrien-Ludien. Ailleurs, ces terrains se retrouvent localement dans les replis de la nappe triasique, entre Lafare, Suzette et Malaucène : ainsi M. Léenhardt y signale dans le ravin de la Combe, au sud-est de Suzette, l'intercalation dans les cargneules d'un lambeau d'Oligocène, auquel est accolé un petit paquet de marnes oxfordiennes; plus en amont, au-dessus de Gardon, et plus à l'Est, vers Bonfils et Cleyrier, des marno-calcaires tongriens s'insinuent également dans la masse des cargneules [2]. Le Trias a certainement recouvert l'Oligocène dans la plus grande partie du massif : nous en avons, en effet, retrouvé un minuscule affleurement sur le Tongrien, au contact du Néocomien, à l'ouest de la grange Fabre, le long du chemin de Suzette à Malaucène.

La nappe de Gigondas a été mise en sa place avant le Miocène, comme le montre la disposition générale des terrains au voisinage de la pyramide de Saint-Amand. Le point culminant du massif est, en effet, occupé par un lambeau de mollasse burdigalienne, beaucoup plus étendu vers le Sud que ne l'indique la carte de Fontannes. Il s'avance, d'une part, jusque près de Suzette, d'autre part, jusqu'à la font au Buis. Non loin de cette source, où il avait déjà été figuré par M. Léenhardt, il repose nettement sur la nappe triasique, et son conglomérat de base, plus ou moins bréchoïde, en remanie les éléments calcaires ou dolomitiques.

En somme, la nappe de Gigondas est exactement du même âge que les écailles de la Montagnette, du plateau de Villeneuve-lez-Avignon, et que les klippes d'Alais. Les mouvements tectoniques qui leur ont donné naissance se sont effectués après l'Oligocène et avant le Miocène, très vraisemblablement entre le Chattien et l'Aquitanien [3].

La nappe de Gigondas a naturellement été affectée par les mouvements miocènes, qui se sont produits après l'Helvétien. Au nord de Beaumes, MM. Léenhardt et Fontannes ont attribué à l'Oligocène des gypses incon-

---

(1) *Loc. cit.*, p. 172, fig. 32.

(2) Léenhardt, *loc. cit.*, p. 133-136.

(3) P. Termier et L. Joleaud, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 24.

testablement triasiques. Ceux-ci, au sud du moulin de Mitre, sur la rive droite du ruisseau de Salette, viennent directement en contact avec la mollasse à *Pecten Davidi*, dont les couches sont fortement redressées. Lorsqu'on suit la crête burdigalienne vers l'Ouest, on voit s'intercaler graduellement, entre le Miocène et le Trias, une série d'assises subverticales correspondant aux différents termes de l'Oligocène et de l'Éocène qui ont été coupés en biseau par la nappe : au contact de l'Éogène et du Trias se développe une plus ou moins grande épaisseur de brèches. Des mouvements posthumes ont donc fait ici déborder la nappe triasique qui a redressé l'Éogène et renversé sous elle le Miocène, par suite de la poussée au vide, depuis le voisinage de Beaumes jusque près des Crottes. Le Néogène demeure au contraire faiblement incliné en dehors du massif, dans la plaine de Carpentras notamment. Des faits analogues s'observent aussi bien au Nord-Ouest, près de Gigondas, qu'au Nord-Est, en bordure de la cuvette de Malaucène.

Nous avons dit que le manteau de la nappe triasique qui s'étale de Suzette au moulin de Mitre a recouvert indifféremment les divers étages du Jurassique, du Crétacé inférieur, de l'Éocène et de l'Oligocène. Les mouvements tectoniques qui ont donné naissance à cette nappe ont repris dans les replis de la nappe des lambeaux du substratum. Ils n'ont cependant pas modifié profondément les dislocations de l'Autochtone, dont l'orientation se retrouve non seulement dans les arêtes tithoniques des Dentelles et de La Roque Alric, mais encore dans les barres urgoniennes du Barroux. Les relations de ces accidents tectoniques et des assises détritiques éocènes témoignent de *l'âge pyrénéo-provençal de ces plis*, comme pouvait, d'ailleurs, le faire prévoir *leur direction WSW-ENE :* les conglomérats si développés aux abords de Crillon, au pied de la terminaison occidentale du Ventoux, correspondent stratigraphiquement et tectoniquement aux poudingues de Palassou du revers nord des Pyrénées.

Le pli Ventoux-Lure, magistralement décrit par MM. Léenhardt et Kilian, serait donc un pli provençal de direction générale Ouest-Est, ayant rejoué après le Miocène. De même les écailles de la Montagnette et du plateau de Villeneuve-lez-Avignon sont formées par le groupement de plis provençaux Ouest-Est que recoupent obliquement les surfaces de charriage d'Aramon-Saint-Pierre-du-Terme, des Bouisses, etc.

L'ensemble de la nappe triasique de Gigondas et de son substratum affecté par les dislocations provençales *a été* aussi *replissé lors de la phase alpine*. Celle-ci s'est traduite, non seulement par une remise en mouvement de la

nappe, mais aussi par une accentuation des dislocations WSW-ENE et par une surélévation du vaste bombement elliptique à grand axe Nord-Sud Vaison-Gigondas : le Burdigalien a été ainsi porté au centre du massif jusqu'à la côte 734, tandis qu'à la périphérie les différents étages miocènes, y compris le Pontien, dessinent des auréoles concentriques que recoupent transversalement les affleurements de Pliocène marin.

En somme, trois séries de mouvements tectoniques se sont succédés dans les montagnes de Gigondas : 1° *la phase des plissements pyrénéens WSW-ENE contemporains de l'Éocène moyen et supérieur* (1); 2° *la phase de charriage des nappes postérieure à l'Oligocène (Chattien) et antérieure au Miocène (Aquitanien)*; 3° *la phase des mouvements alpins, datant du Miocène supérieur (Pontien) et consistant ici dans la surrection d'un dôme allongé du Sud au Nord avec renversement local, en quelques points de sa périphérie, des terrains antémiocènes sur le Miocène lui-même.* Dans ce dernier mouvement, il y a eu glissement de la couverture miocène sur les terrains plissés sous-jacents : et c'est ainsi qu'au sud de Suzette, on peut voir, traînant sur le Trias, et sur les mylonites triasiques, des lambeaux d'une autre mylonite, bien plus récente, à débris, pêle-mêle, de Burdigalien et de Portlandien.

OPTIQUE. — *Sur un théorème d'optique géométrique, et son application aux systèmes de prismes.* Note (2) de M. **G. Gouy.**

1. Dans divers systèmes optiques, on peut trouver aisément la marche des rayons et des ondes pour un certain faisceau, que nous appellerons *privilégié*, tandis que les autres faisceaux présentent plus de difficultés. Nous allons montrer que, de la connaissance du faisceau privilégié, on peut déduire les propriétés d'un faisceau peu différent, par une construction très simple.

Nous considérons un système formé de corps homogènes (3), qui

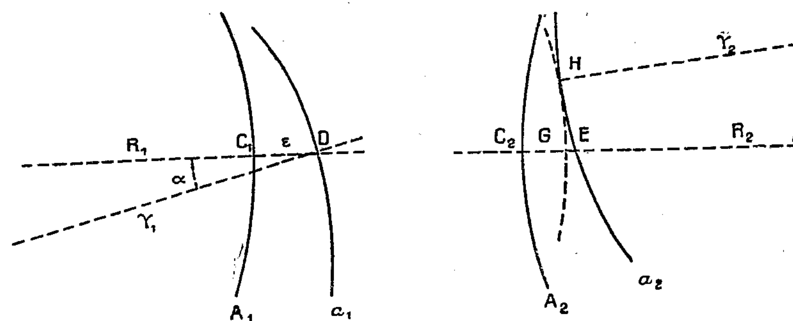
(1) Ce plissement WSW-ENE a été extrêmement énergique : il consiste en des plis très aigus dans une série antérieurement affectée par des glissements élémentaires et où beaucoup d'étages avaient été supprimés, du fait de ces glissements. Les contacts des divers étages du Jurassique et du Crétacé sont presque tous anormaux.

(2) Séance du 17 janvier 1921.

(3) Cette condition de l'homogénéité n'est pas nécessaire, comme on le verra en suivant la démonstration; il suffit que les propriétés optiques ne varient pas rapidement d'un point à un autre. Nous l'introduisons pour ne pas compliquer l'exposé inutilement.

peuvent être anisotropes, dont les surfaces utilisées n'ont ni discontinuités ni rayons de courbure très petits. La lumière est homogène; le faisceau incident et le faisceau émergent sont dans des milieux isotropes dont les indices sont n_1 et n_2.

Considérons, à l'origine du temps, une onde incidente A_1 et l'un de ses rayons R_1; soient A_2 l'onde émergente correspondant au temps t, et R_2 la



continuation du rayon R_1 (¹). Soient C_1 le point de l'onde A_1 qui est sur R_1, et C_2 le point de l'onde A_2 qui est sur R_2.

Considérons, à l'origine du temps, une autre onde a_1; soit D son intersection avec R_1; posons

$$\varepsilon = \overline{DC_1}.$$

Au temps t, l'onde correspondante est a_2; elle coupe R_2 au point E. Soient r_1 celui des rayons de l'onde a_1 qui passe par le point D, et r_2 la continuation de ce rayon. L'angle α de R_1 et de r_1 est supposé très petit.

Le point D est un centre d'ébranlement qui produit une onde élémentaire qui coupe normalement R_2 en un point G, tel que $\overline{C_2G} = \varepsilon\frac{n_1}{n_2}$, et qui est tangente en H à a_2.

L'angle des directions de R_2 et de r_2 n'est pas grand par rapport à α. En effet, si nous suivons les rayons R_1 et r_1 dans leur marche, nous voyons qu'à chaque réflexion ou réfraction, l'angle de leurs directions se trouve multiplié par un nombre de grandeur modérée (²). Nous voyons de même

(¹) Nous donnons au mot *rayon* le sens exact qu'il possède dans la théorie de la double réfraction.

(²) Cela n'est plus vrai pour la réfraction avec émergence rasante, ni pour la réfraction conique; nous excluons ces deux cas.

que $\overline{HE}$ et $\overline{HG}$ sont de l'ordre de $l\alpha$, en désignant par l une longueur médiocre, le parcours dans le système n'étant pas grand.

Considérons maintenant le plan qui passe par r_2 et par le point G, et les intersections par ce plan de l'onde a_2 et de l'onde élémentaire GH; soient ρ et ρ' leurs rayons de courbure. Appelons E' la projection de E sur ce plan. L'angle de GE et de GE' est de l'ordre de α; nous pouvons donc écrire

$$\overline{GE} = \overline{GE'} = \frac{1}{2}\left(\frac{\overline{HE}^2}{\rho} + \frac{\overline{HG}^2}{\rho'}\right).$$

$\overline{GE}$ est donc de l'ordre de grandeur de α^2 multiplié par une longueur médiocre (¹), et nous pourrons regarder le point G comme appartenant à l'onde a_2.

2. Il n'y aurait rien à en conclure si les normales à A_2 et à a_2 variaient très rapidement avec les coordonnées du point E. Mais ce n'est pas ainsi que se pose le problème physique. Les ondes A_1 et a_1 sont toujours planes ou sphériques; les surfaces des divers milieux n'ont jamais de petits rayons de courbure, en sorte que $\overline{GH}$, $\overline{EH}$, ρ et ρ' varient lentement, en grandeur et direction, avec les coordonnées x, y, z du point E. Par suite, x', y', z' étant les coordonnées du point G, on peut dire que $\frac{\partial(x'-x)}{\partial x}$, $\frac{\partial(x'-x)}{\partial y}$, $\frac{\partial(x'-x)}{\partial z}$, et les dérivées analogues, sont de l'ordre de $\frac{\overline{GE}}{l'}$ ou de $n\alpha^2$, l étant une longueur qui n'est pas petite, et n un nombre de grandeur modérée.

Supposons que la construction soit faite pour tous les points E de l'onde a_2; appelons a'_2 la surface passant par tous les points G. Soient E_1 et E_2 deux points infiniment voisins pris sur a_2, et G_1 et G_2 les points correspondants de a'_2. Les coordonnées de E_1 et de E_2 sont x, y, z et $x+dx$, $y+dy$, $z+dz$; celles de G_1 et de G_2 sont x', y', z' et

$$x' + \frac{\partial x'}{\partial x}dx + \frac{\partial x'}{\partial y}dy + \frac{\partial x'}{\partial z}dz,$$

et de même pour les deux autres. Ces dérivées, d'après ce que nous venons

(¹) Cela est vrai même si ρ' est très petit, puisque l'angle $\frac{\overline{HG}}{\rho'}$ est de l'ordre de α. Pour éviter des complications inutiles, nous excluons le cas où ρ est très petit; il suffit alors de considérer les ondes A_2 et a_2 dans une position plus avancée, loin des foyers ou des caustiques.

de dire, diffèrent de l'unité par un terme de l'ordre de α^2. Par suite, l'angle des directions des tangentes E_1E_2 et G_1G_2 est de l'ordre de α^2; et, comme E_2 est quelconque, il en est de même de l'angle des normales de a_2 et de a'_2.

Nous pouvons donc dire que *la distance de deux ondes simultanées de deux faisceaux peu différents, mesurée sur le même rayon de l'un d'eux, vaut un même nombre de longueurs d'onde à l'entrée et à la sortie du système*, avec une erreur du second ordre pour les normales.

3. Nous allons envisager maintenant, comme première application, le problème général de la vision d'un objet un peu éloigné, à travers un système quelconque de prismes et de miroirs plans, qui serait sans doute difficile par un calcul direct. Les constructions sont assez simples pour que nous donnions seulement les énoncés.

Les prismes que nous considérons sont en général anisotropes; leurs arêtes sont orientées d'une manière quelconque; le système est placé dans l'air ([1]).

Le faisceau privilégié est un faisceau parallèle, qui reste tel dans tout son parcours. Appelons *nappe* l'ensemble des rayons qui sont dans un même plan. Une nappe du faisceau incident reste une nappe dans tout le parcours. Deux nappes qui, à l'entrée étaient parallèles et à la distance l_1 sont encore parallèles à la sortie et leur distance l_2 est proportionnelle à l_1.

La section droite du faisceau privilégié incident est arbitraire; supposons, pour faciliter l'exposé, que ce soit un carré de côté a, dont deux côtés sont horizontaux. La section droite du faisceau privilégié émergent est alors un parallélogramme. Appelons b les longueurs des côtés qui *correspondent* aux côtés horizontaux du carré, c'est-à-dire qui rencontrent les mêmes rayons, c les longueurs des autres côtés, et ω l'angle aigu du parallélogramme.

Le point P, infiniment éloigné, produit le faisceau privilégié. Considérons une ligne PP' perpendiculaire à ce faisceau, et dans un plan vertical; soit γ la grandeur apparente de cette ligne. L'onde issue de P' forme, avec l'onde privilégiée issue de P, un angle dièdre γ, dont l'arête est un des côtés horizontaux de notre carré. A la sortie, d'après notre construction, l'onde

([1]) Il est facile d'étendre les résultats donnés plus loin au cas où le faisceau incident et le faisceau émergent sont dans des milieux d'indices n_1 et n_2, comme, par exemple, pour la vision d'un objet au fond de l'eau. Il suffit de multiplier les grandeurs apparentes des images par $\frac{n_1}{n_2}$, et les distances des droites focales par $\frac{n_2}{n_1}$.

issue de P′ forme, avec l'onde issue de P, un angle dièdre $\gamma \frac{a}{c \sin \omega}$, dont l'arête est un des côtés b du parallélogramme.

Ainsi la ligne PP′ est vue dans une direction perpendiculaire aux côtés b du parallélogramme ([1]), et sa grandeur apparente est multipliée par $\frac{a}{c \sin \omega}$.

Si la ligne PP′ était horizontale, elle serait vue dans une direction perpendiculaire aux côtés c du parallélogramme, et sa grandeur apparente serait multipliée par $\frac{a}{b \sin \omega}$.

Il est facile, d'après cela, de construire l'image d'un objet quelconque à l'infini, qui est à la fois tournée, déformée, agrandie ou rapetissée.

4. Ce qui précède s'applique encore quand l'objet est moins éloigné, mais il se produit alors de l'astigmatisme. Soit un point P_1 sur l'axe du faisceau privilégié, à la distance L de l'entrée du système. Considérons, sur la section droite du faisceau privilégié, un cercle inscrit dans notre carré. L'onde sphérique issue de P_1 passe par ce cercle et, à son pôle, elle le dépasse de $\frac{a^2}{8L}$. Sur la section droite du faisceau privilégié émergent, traçons une ellipse tangente aux côtés du parallélogramme en leurs milieux; par cette ellipse passent les rayons du faisceau privilégié qui ont passé par le cercle. Soient h et k les longueurs des axes de cette ellipse. Cette courbe est l'*indicatrice* de la surface de l'onde émanée de P_1, qui, au centre, est en saillie de $\frac{a^2}{8L}$. Il en résulte que les deux focales virtuelles sont parallèles aux axes de cette ellipse, et se trouvent aux distances $L\frac{h^2}{a^2}$ et $L\frac{k^2}{a^2}$.

La connaissance du parallélogramme nous donne donc tous les renseignements utiles sur la vision d'un objet un peu éloigné. Le faisceau privilégié et son parallélogramme sont déterminés si l'on connaît seulement, dans chaque milieu, la vitesse normale d'une certaine onde plane et la direction de son rayon ([2]).

L'astigmatisme et la déformation de l'image disparaissent ensemble

([1]) Le sens de l'image sur cette direction est donné par ce fait que les arêtes des deux dièdres sont sur les côtés du carré et du parallélogramme qui se correspondent.

([2]) On peut s'étonner qu'il soit possible de trouver les directions d'un petit groupe de rayons, sans connaître la *forme* d'un élément de la surface d'onde de chaque milieu. L'examen de la construction de Huygens nous montre que le terme qui en dépend est du second ordre.

quand le parallélogramme se réduit à un carré [1]. Le rapport des grandeurs apparentes de l'image et de l'objet est alors $\frac{a}{b}$; il peut y avoir une rotation de l'image par rapport à l'objet.

Nous examinerons, dans une autre Note, ce que deviennent ces relations dans les cas usuels.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Guyon*.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 58,

M. Pierre Bazy	obtient.	29 suffrages
M. Jean-Louis Faure	»	12 »
M. Pierre Delbet	»	10 »
M. Henri Hartmann	»	5 »
M. Félix Legueu	»	1 »
M. Théodore Tuffier	»	1 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 58,

M. Pierre Bazy	obtient.	36 suffrages
M. Jean-Louis Faure	»	12 »
M. Pierre Delbet	»	8 »
M. Henri Hartmann	»	2 »

M. **Pierre Bazy**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

---

[1] C'est le cas de la curieuse lunette astronomique que construisit Amici sans lentilles, avec 4 prismes pareils (Herschel, *Traité de la Lumière*, t. 1, n° 453).

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° F. Courty, *Observations des orages de* 1919 *dans les départements de la Gironde et partie de la Dordogne. Expérience des paragrêles électriques.* (Présenté par M. J. Violle.)

2° *Quelques notes sur la famille La Caille.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

3° *Annuario degli Istituti scientifici italiani*, diretto dal Prof. Silvio Pivano della R. Università de Parma. (Présenté par M. Vito Volterra.)

4° Sir Norman Lockyer K. C. B., F. R. S. May 17, 1836-August 16, 1920.

M. **L. Lapicque** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Anatomie et Zoologie par le décès de M. *Yves Delage*.

M. **Léon Guillet** adresse un Rapport relatif à l'emploi de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1917.

CHRONOMÉTRIE. — *Les déplacements élastiques transverses du centre de gravité du spiral cylindrique et des doublets.* Note [1] de M. **Jules Andrade.**

I. Le déplacement transverse du centre de gravité du spiral cylindrique d'étendue angulaire d'équilibre P, dans chacune des phases de sa déformation élastique, peut être déterminé à l'approximation de $\frac{1}{P^3}$ par la méthode de Résal et Caspari.

Et effectivement Caspari, dans sa théorie du spiral Le Roy, a indiqué pour le déplacement considéré une méthode ayant pour objet de fournir les coordonnées du centre de gravité en se bornant aux termes principaux de l'ordre de $\frac{1}{P}$.

Les formules proposées sont cependant inexactes, et l'erreur eût pu compromettre les belles conclusions du Mémoire de 1876; *par bonheur*, en ce

[1] Séance du 10 janvier 1921.

qui concerne l'objet essentiel de ce Mémoire, c'est-à-dire l'estimation du moment transmis au balancier d'un chronomètre à l'approximation de $\frac{1}{P^3}$, les erreurs faites sur les deux coordonnées transverses *se compensent finalement*, et la justification de la méthode de Le Roy n'est pas ébranlée par l'oubli de deux termes individuellement non négligeables.

II. Toutefois, comme la position précise du centre de gravité du ressort réglant des chronomètres importe à plusieurs applications nouvelles, je me propose d'indiquer, par la présente Note, la rectification qu'exige le calcul de Caspari.

L'origine des coordonnées transverses étant le pied de l'axe du balancier, l'axe des X étant dirigé vers la projection du piton sur le plan transverse, et enfin l'axe des Y se déduisant du premier axe par une rotation d'un quadrant exécutée dans le sens où le spiral se ferme, nous désignerons par u la rotation qui sépare la position actuelle du balancier de sa position d'équilibre; l'étendue angulaire ω du spiral déformé est alors $P+u$; posons, avec les notations mêmes de Caspari,

$$(1)\qquad \begin{cases} a = -\dfrac{4u\sin\omega}{\Delta} \\ b = -\dfrac{4u(1-\cos\omega)}{\Delta} \end{cases} \qquad \Delta = P(\omega+\sin\omega) - 4(1-\cos\omega);$$

mais nous conserverons les termes en a et b, *trop tôt négligés par Caspari*.

En posant

$$(2)\qquad \begin{cases} J_1 = \displaystyle\int_0^{\omega}\left(1-\frac{a}{2}\cos z - \frac{b}{2}\sin z\right)\left(1-\cos z - \frac{a}{8} - \frac{b}{4}z\right)dz, \\ J_2 = \displaystyle\int_0^{\omega}\left(1-\frac{a}{2}\cos z - \frac{b}{2}\sin z\right)\left(\sin z - \frac{a}{4}z - \frac{b}{8}\right)dz, \end{cases}$$

nous observons cependant *que le champ angulaire d'intégration est très grand* et que le facteur ω^2 devant l'un des termes a ou b nous oblige à retenir ces termes.

Dès lors, envisageons les coordonnées x_1 et y_1 de la projection du centre de gravité sur le plan transverse; celles-ci sont déterminées par les formules

$$(3)\qquad \begin{cases} x_1 = R - \dfrac{RP}{\omega^2}J_1, \\ y_1 = \dfrac{RP}{\omega^2}J_2. \end{cases}$$

Dès lors, *conformément à la précaution* à prendre pour le terme ω^2 appa-

raissant dans J_1 ou J_2, nous obtenons d'abord

$$(3\ bis)\qquad \begin{cases} x_1 = R - \dfrac{RP}{\omega^2}\left(\omega - \sin\omega - \dfrac{b}{8}\omega^2\right), \\ y_1 = \dfrac{RP}{\omega^2}\left(1 - \cos\omega - \dfrac{a}{8}\omega^2\right), \end{cases}$$

formules dont les termes $\frac{b}{8}\omega^2$ et $\frac{a}{8}\omega^2$ avaient été omis par Caspari, puis finalement les formules

$$(4)\qquad \begin{cases} x_1 = \dfrac{R}{P}\sin\omega \qquad + \dfrac{Ru}{2P}(1 + \cos\omega), \\ y_1 = \dfrac{R}{P}(1 - \cos\omega) + \dfrac{Ru}{2P}\sin\omega. \end{cases}$$

III. Ces formules deviennent plus simples pour des doublets, mais supposons d'abord que le spiral étudié soit un spiral Le Roy, c'est-à-dire que $P = \left(2n \pm \frac{1}{2}\right)\pi$, n désignant un nombre entier; si nous posons, en outre, $\varepsilon = \pm 1$, les formules (4) deviennent

$$(5)\qquad \begin{cases} x_1 = \dfrac{R}{P}\varepsilon\cos u \qquad + \dfrac{Ru}{2P}(1 - \varepsilon\sin u), \\ y_1 = \dfrac{R}{P}(1 + \varepsilon\sin u) + \dfrac{Ru}{2P}\varepsilon\cos u. \end{cases}$$

IV. Considérons un doublet sinusoïdal de deux spiraux Le Roy, le spiral associé ayant les axes OX_2 et OY_2, mais comptons u positif dans le sens de l'enroulement de fermeture du premier spiral, nous aurons pour le second spiral à écrire les formules (5) après changement du signe de u, ce qui nous donne pour ce second spiral

$$(5\ bis)\qquad \begin{cases} x_2 = \dfrac{R}{P}\varepsilon\cos u - \dfrac{Ru}{2P}(1 + \varepsilon\sin u), \\ y_2 = \dfrac{R}{P}(1 - \varepsilon\sin u) - \dfrac{Ru}{2P}\varepsilon\cos u. \end{cases}$$

V. Si le doublet a ses viroles confondues, les axes OX_1 et OX_2 sont opposés et les axes OY_1 et OY_2 coïncident, en sorte que les coordonnées ξ_1 et η_1 *du centre de gravité du doublet*, rapportées aux axes du premier spiral, seront

$$(6)\qquad \begin{cases} \xi_1 = \dfrac{x_1 - x_2}{2} = \dfrac{Ru}{2P}, \\ \eta_1 = \dfrac{y_1 + y_2}{2} = \dfrac{R}{P}. \end{cases}$$

VI. Si le doublet a ses viroles opposées, les axes OX_1 et OX_2 sont confondus, mais les axes OY_1 et OY_2 sont opposés; et les coordonnées du centre de gravité du doublet toujours rapportées aux axes du premier spiral seront

$$(7)\quad \left\{ \begin{aligned} u_1 &= \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{R}{P}\varepsilon \cos u - \frac{Ru}{2P}\varepsilon \sin u, \\ v_1 &= \frac{y_1 - y_2}{2} = \frac{R}{P}\varepsilon \sin u + \frac{Ru}{2P}\varepsilon \cos u. \end{aligned} \right.$$

VII. La trajectoire rectiligne des formules (6) est parallèle au diamètre fixe des pitons; mais, des formules (7), on déduit une trajectoire *relative* parallèle au diamètre des viroles.

MÉCANIQUE. — *Horloge mécanique à échappement libre.* Note (¹) de M. **Ch. Féry**, présentée par M. Bigourdan.

I. Il existe comme on sait, en horlogerie, deux grandes classes d'échappements :

1° Les échappements à repos frottants;

2° Les échappements libres.

Dans la première classe, la roue d'échappement est arrêtée entre le passage de chaque dent par l'échappement lui-même qui est muni de parties concentriques à son point d'oscillation, et nommées pour cette raison *repos frottants*. A cette classe appartiennent l'échappement à cylindre des montres, et l'échappement à ancre de Graham des pendules ordinaires ou astronomiques.

Dans la seconde classe, où la roue d'échappement est arrêtée par une pièce auxiliaire, indépendante du balancier, ce dernier ne se trouve en relation avec les rouages qu'au moment où il passe au point mort, là où il reçoit son impulsion, puis il termine librement son oscillation sans éprouver de frottements solides. On nomme pour cette raison ces systèmes : échappements libres. A cette classe appartient l'échappement à ancre des montres, et celui dit à détente qui est utilisé dans les chronomètres de marine.

Il est bien connu que les échappements libres donnent des résultats très supérieurs à ceux fournis par les échappements à repos frottants, et l'on peut

(¹) Séance du 17 janvier 1921.

s'étonner de voir les horloges astronomiques figurer dans la classe des échappements les moins précis.

La raison en est qu'il est assez facile d'appliquer le principe des échappements libres aux balanciers circulaires comme ceux des montres ou des chronomètres, tandis que le pendule rectiligne des horloges s'y prête très mal et que les solutions indiquées jusqu'ici sont relativement compliquées.

Disons toutefois que de nombreuses solutions mécaniques de ce problème ont été données, et que les horloges directrices de l'Observatoire de Paris sont munies d'un échappement libre dû à Thomas Reed; elles n'échappent pas au reproche de la complication et de la délicatesse de l'échappement.

II. La présente Note a pour but de décrire une solution très simple de ce problème (¹).

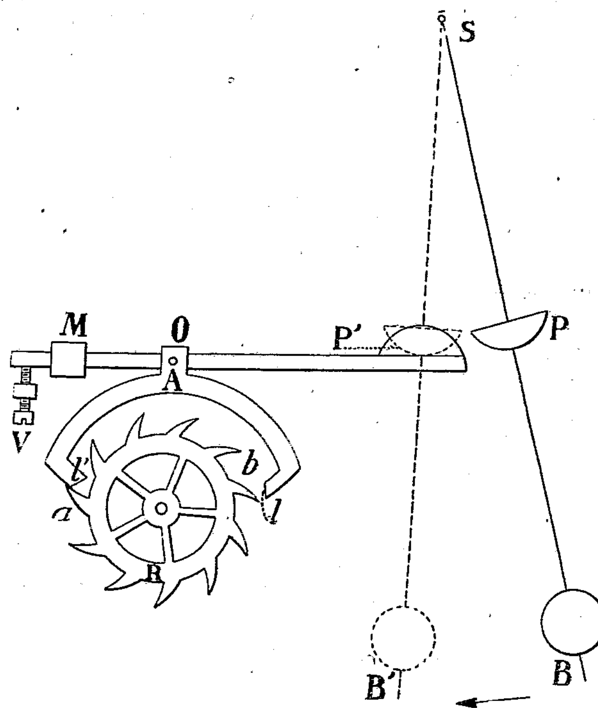


Fig. 1.

Considérons (*fig.* 1) la roue d'échappement B d'une horloge qui tend à tourner sous l'action du rouage et du poids moteur.

(¹) Une pendulette à demi-secondes munie de ce nouvel échappement a été soumise au concours Pierret; elle y a obtenu le premier prix.

L'ancre A, pivotée en O, porte un levier muni d'un contrepoids M qui fait appuyer ce levier sur la vis V pendant les moments d'arrêt de la roue d'échappement.

L'autre extrémité de ce levier porte une pierre arrondie P′ ou un galet.

Le pendule porte aussi une pierre arrondie P qui, lors du passage par la verticale, viendra abaisser le levier.

Analysons de plus près ce qui se passe lorsque le pendule passe par la verticale :

Pendant que le pendule abaisse l'extrémité du levier, il se produit un certain travail qui consiste à soulever la masse M placée de l'autre côté du levier; de ce travail il faut retrancher néanmoins celui utile, produit par la réaction de l'incliné *l′* qui reçoit la pression de la pointe de la dent *a* de la roue d'échappement.

Lorsque, après le passage exact par la verticale, l'extrémité P′ du levier remonte sous l'action combinée de la masse M et de la dent *b*, qui réagit sur l'autre plan incliné *l* de l'ancre, le pendule reçoit son impulsion.

Remarquons que le travail total ainsi communiqué au pendule est indépendant de la valeur de la masse M; il est égal à la somme des impulsions dues aux deux levées de l'ancre.

Comme dans tous les échappements libres, nous trouvons ici que le système oscillant est soumis à une action retardatrice tout d'abord, c'est ce que les horlogers appellent le dégagement, puis à une action accélératrice beaucoup plus grande appelée l'*impulsion*.

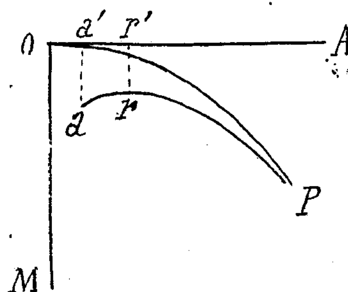


Fig. 2.

M. Lippmann a démontré autrefois que seule la restitution dans la verticale n'a aucune influence sur la marche du pendule (¹). L'analyse

(¹) *Sur l'entretien du mouvement pendulaire sans perturbation* (*Comptes rendus*, t. 127, 1898, p. 15).

détaillée de la restitution dans l'échappement précédent montre que pour les petits arcs les effets font retarder le pendule.

Si OP représente les marches diurnes d'un pendule libre en fonction de l'amplitude OA, la courbe arP représentera les marches du même pendule commandé par l'échappement précédent.

On voit facilement que la courbe arP passant par un maximum au point r donnera, pour l'amplitude correspondant à ce point, un isochronisme bien meilleur que celui correspondant au pendule théorique.

J'avais proposé, dans une Note déjà ancienne, de donner à cette amplitude le nom d'*amplitude de réglage* (1).

ÉLECTRODYNAMIQUE. — *Énergie électromagnétique et potentiel thermodynamique d'un système de courants.* Note (2) de M. **A. Liénard**, présentée par M. L. Lecornu.

Soit un système de courants i placés en présence de substances magnétiques. Un déplacement élémentaire des conducteurs des courants ou des corps magnétiques donne lieu à la production d'un travail $d\varpi$. En même temps les variations d'aimantation, qui accompagnent les modifications du champ, entraînent un certain dégagement de chaleur dQ. Le principe de la conservation de l'énergie, joint à la loi fondamentale de l'induction, permet d'établir facilement entre $d\varpi$, dQ, l'énergie interne U et les flux Φ, Φ' à travers les divers circuits conducteurs, la relation

$$d\varpi + dQ + dU = \Sigma i\, d\Phi. \quad (1)$$

La relation (1) est employée notamment en Électrotechnique pour évaluer le travail des machines dynamos en négligeant ou calculant approximativement le terme dQ.

Je me propose de tenir compte exactement de ce terme, mais en me bornant au cas de corps magnétiques dénués d'hystérésis. Dans ces conditions, les phénomènes sont réversibles, dQ est de la forme $-\Sigma T\, dS$, T étant la température absolue et S l'entropie d'une région (finie ou infiniment petite) où la température est uniforme. L'équation (1) devient

$$d\varpi - \Sigma T\, dS + dU = \Sigma i\, d\Phi. \quad (2)$$

(1) *Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 106.
(2) Séance du 17 janvier 1921.

On peut l'écrire identiquement

$$d(U - \Sigma TS - \Sigma i\Phi) + d\mathfrak{T} + \Sigma S\, dT + \Sigma\Phi\, di = 0,$$

ou encore

$$(3) \qquad d\mathfrak{T} + \Sigma S\, dT + \Sigma\Phi\, di = -dH,$$

en posant

$$(4) \qquad H = U - \Sigma TS - \Sigma i\Phi.$$

Les relations (3) et (4) montrent que la différentielle totale

$$d\mathfrak{T} + \Sigma S\, dT + \Sigma\Phi\, di$$

est une différentielle exacte. Supposons les variables normales, au sens donné au mot normal en thermodynamique. Alors $d\mathfrak{T}$ ne peut dépendre des dT et di, car de simples variations de températures ou d'intensités de courants n'entraînent aucun déplacement. $d\mathfrak{T}$ ne peut contenir que des différentielles des variables x, y, ..., autres que les dT et di qui fixent la forme et la position du système.

Par suite, l'équation (3) donne, par identification des deux membres,

$$(5) \qquad d\mathfrak{T} = -d_{T,i}H,$$

$$(6) \qquad S = -\frac{\partial H}{\partial T},$$

$$(7) \qquad \Phi = -\frac{\partial H}{\partial i}, \qquad \Phi' = -\frac{\partial H}{\partial i'}, \qquad \ldots.$$

Suivant l'usage, le symbole $d_{T,i}$ représente une différentiation effectuée à T et i constants.

Les équations (5) et (6) montrent que la fonction H joue le rôle d'un potentiel thermodynamique. Mais, tandis que, dans les cas habituels, le potentiel thermodynamique se réduit à $U - TS$, on a ici d'après (4) l'expression plus compliquée $H = U - \Sigma TS - \Sigma i\Phi$.

Les équations (7) permettent de calculer la valeur de H. Ces équations montrent d'abord que les fonctions Φ, Φ', Φ'', ... satisfont nécessairement à des équations de condition telles que

$$(8) \qquad \frac{\partial\Phi}{\partial i'} = \frac{\partial\Phi'}{\partial i}.$$

Ces équations se réduisent à celles qui expriment la loi de réciprocité des coefficients d'induction mutuelle dans le cas où les corps magnétiques sont à perméabilité constante.

L'intégration des équations (7) donne

$$(9) \qquad H = -\int_{0,0,\ldots}^{i,i',\ldots} (\Phi\, di + \Phi' di' + \ldots) + F(T, x, y, \ldots).$$

L'intégration indiquée par rapport aux i, i', ... est prise en laissant les T, x, y, ... constants.

$F(T, x, y, \ldots)$ représente évidemment la valeur du potentiel thermodynamique pour le même système supposé sans courant, car les équations (4) et (9) se réduisent, pour $i = i' = \ldots = 0$, à

$$H = U - \Sigma TS = F(T, x, y, \ldots).$$

Comme nous ne nous préoccupons que des phénomènes d'origine électromagnétique, nous pouvons laisser le terme $F(T, x, \ldots)$ de côté et prendre simplement

$$(10) \qquad H = -\int_{0,0,\ldots}^{i,i',\ldots} (\Phi\, di + \Phi' di' + \ldots).$$

H étant ainsi déterminé, les équations (5) et (6) donnent le travail et l'entropie, tandis que l'équation (4) permet d'évaluer U; on trouve

$$U = H + TS + \Sigma i\Phi$$

ou, en tenant compte de (6) et (7),

$$(11) \qquad U = H - T\frac{\partial H}{\partial T} - \Sigma i \frac{\partial H}{\partial i}.$$

Pour $i = 0$, on retombe sur la relation connue

$$U = H - T\frac{\partial H}{\partial T}.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une nouvelle propriété de corps faiblement conducteurs de l'électricité.* Note de M. **G. Reboul**, présentée par M. Lippmann.

J'ai indiqué précédemment ([1]) les conditions dans lesquelles des corps faiblement conducteurs, traversés par un courant, impressionnaient une plaque photographique; je ne me suis point occupé alors de la cause produisant l'impression.

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1052.

Pour expliquer l'action produite sur la plaque, deux hypothèses se présentent naturellement à l'esprit :

a. Le passage du courant produit une électrolyse de l'eau ou des sels que contiennent les feuilles de papier ou les conducteurs employés ; les gaz dégagés impressionnent la plaque photographique par simple contact avec les sels d'argent de la couche sensible.

b. Il se produit des aigrettes ou des étincelles (analogues à celles du carreau étincelant) et la plaque photographique est impressionnée.

I. La première hypothèse paraît tout d'abord justifiée par l'augmentation de l'effet que l'on constate quand on emploie des feuilles de papier humidifiées. Mais elle se heurte aux objections suivantes :

1. Il faut admettre que le dégagement des produits de l'électrolyse ne se fait pas seulement aux électrodes, mais aussi dans toute la masse de l'électrolyte ; ceci admis, on s'explique cependant mal que ce dégagement soit plus intense aux coupures ou aux incisions superficielles présentées par la feuille ou le conducteur.

2. Le phénomène se produit à distance (il est vrai très faible, 1^{mm} ou 2^{mm}) et permet d'obtenir l'ombre portée d'obstacles placés entre la feuille impressionnante et la plaque photographique.

3. L'impression se produit encore, mais beaucoup moins forte, lorsque, au lieu de feuilles de papier, on prend, après les avoir rayées, des lames de celluloïd, de fibre de bois, de verre, de mica ou de quartz, substances pour lesquelles on voit moins bien quelle électrolyse et quel dégagement gazeux pourraient se produire.

4. Enfin il y a, dans le voisinage des électrodes, une impression d'apparence particulière lorsque l'*on place entre la plaque et la feuille impressionnante une lame de quartz ou de fluorine suffisamment mince;* l'épaisseur des lames interposées et l'aspect de l'impression ne permettent pas de supposer que les gaz émis ont pu atteindre la plaque et produire cette impression.

L'action des gaz produits est donc insuffisante pour expliquer l'effet : ceci ne veut pas dire que les gaz émis sont sans action sur la plaque, on constate souvent que les parties de la plaque, non recouvertes par la feuille et dans son voisinage, sont impressionnées, cette dernière impression peut être due à une simple action de contact des gaz produits.

II. L'impression photographique présente une dissymétrie; comme dans le cas de l'aigrette lumineuse, l'action est plus vive du côté du pôle positif. Cependant si l'on donne au mot *aigrette* son sens habituel, notre deuxième hypothèse est également à rejeter :

1. Parce que l'effet commence à se manifester pour une différence de potentiel de 160 volts, il est net pour 240 volts et très net pour 320 volts (dans le cas de feuilles de papier et pour une distance des électrodes de 4^{cm}). Ces voltages ne sont point ceux pour lesquels l'aigrette se manifeste ordinairement; il est d'ailleurs probable que l'effet se produirait encore pour des voltages plus faibles, si l'on prenait des plaques plus sensibles ou des poses plus longues.

2. L'œil, même reposé par une longue présence à l'obscurité n'*aperçoit rien* sur la feuille de papier ou sur le conducteur que le courant traverse.

Il ne semble pas non plus y avoir production ou augmentation de luminosité quand on place sur la feuille une substance fluorescente ou phosphorescente.

Toutefois, si la conductibilité des corps employés est trop grande ou si l'on prend des voltages trop forts, de petites étincelles se produisent aux points de contact du conducteur et des électrodes.

3. Dans les conditions ordinaires, il ne se produit pas d'impression si l'on interpose entre la plaque photographique et la feuille active une lame de mica ou de quartz suffisamment épaisse, une lame de quartz de 3^{mm} ou une lame de mica de $\frac{1}{10}$ de millimètre ne laissent passer aucune impression. Il est facile de s'assurer que l'aigrette visible impressionnerait dans tous ces cas.

4. Quand on examine à l'électromètre la conductibilité du milieu gazeux environnant, on trouve qu'il y a une ionisation dont les caractères sont *nettement distincts* de ceux de la conductibilité produite par l'aigrette. Les caractères de cette ionisation permettent d'ailleurs de déduire des renseignements intéressants sur la nature de l'effet que nous étudions.

III. Parmi les représentations mécaniques possibles du phénomène, il en est une qui se rapproche de la deuxième hypothèse et, en la complétant, rend sans valeur les objections qui précèdent : Tout se passe comme s'il y avait, aux points où sont les discontinuités de résistance, des chutes de potentiel suffisantes pour produire des décharges disruptives soit dans le conducteur lui-même, soit dans le milieu environnant. Les décharges ainsi produites seraient accompagnées de l'émission d'un rayonnement *très absorbable*, dont il est possible de préciser les caractères, et qui, comme les radiations ultraviolettes et les rayons X, agirait sur la plaque photographique, mais n'impressionnerait pas l'œil.

ACOUSTIQUE. — *Sur la propagation du son du canon à grande distance : Périodicité annuelle.* Note de M. **Maurice Collignon**, présentée par M. Bigourdan.

J'ai montré dans une Note antérieure ([1]) que le son du canon du front s'était entendu à Louviers (Eure), presque uniquement du commencement de mai au commencement de septembre, pendant la période du 23 juin 1915 au 16 mai 1917. La fin des observations, du 17 mai 1917 au 10 novembre 1918, montrera que la loi de la périodicité annuelle s'est vérifiée jusqu'à la fin de la guerre.

Une difficulté s'est présentée dans l'évaluation de N et I, les 18 juin, 15 et 18 juillet 1918, les détonations se confondant en un roulement continu. Pour calculer N, nombre des détonations par minute, et I, total des intensités par minute, j'ai utilisé une modalité très générale de l'audition, modalité qui consiste dans le rapport existant entre les auditions en différents points d'observation.

Une résonance ayant sa *périodicité particulière* a influé aussi sur l'évaluation de N. Des groupes de détonations, de l'ordre 4 par seconde, paraissaient provenir de détonations uniques, chaque groupe étant formé de plusieurs *sons composants* à intensité souvent décroissante; dans ce cas, j'ai compté une détonation pour 2, 3, ..., 5, ..., 10, ..., 20 sons composants. J'ai distingué chaque détonation composée, en 1916 et 1917, d'après l'oreille, en 1918, d'après l'oreille et le calcul des probabilités.

Abréviations du Tableau suivant (voir t. 167, p. 333).

J, nombre des jours d'observation, groupés suivant certaines similitudes.
M, nombre de minutes d'observation.
N, nombre de coups par minute } 1° minimum-minute,
I, total des intensités par minute } 2° maximum-minute, 3° moyenne-minute.

Vents. Direction : le quadrant NE ou q. NE comprend les vents de N inclus à E exclu; q. ES : vents de E inclus à S exclu, etc. — Force : nombres entre parenthèses ( ).

([1]) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 333.

	J.	M.	Min. N.	Min. I.	Max. N.	Max. I.	Moy. N.	Moy. I.	Vents et remarques.
1917.									
17-31 mai	15	502	0	0	133	230	17,8	26,8	q. NE(2-5)-q. ES(1-5)-q. SW(1-2)-q. WN(1-7)
1- 3 juin..........	3	48	4	5	115	373	54	145	S(1)-SW(1)-SSW(2)-S(3)-WSW(2)-SSW(2)
4- 6 »	3	110	0	0	84	198	21	49	S(1-3)-SSE(1-2)-S¼SE(1)
7- 8 »	2	63	0	0	250	1.000	82	197	S(1)-SW(2-1)-N-S(1)
9-19 »	11	461	0	0	250	1.200	36	96	q. NE(2)-q. ES(1-3)-q. SW(1-4)-q. WN(2)
20-29 »	10	299	4	6	140	600	59	176	q. SW(1-7)-q. WN(1-6)
30 juin-6 juillet.....	7	344	0	0	128	320	29	61	q. NE(1-7)-q. SW(1-2)-q. WN(3)
7 juillet........	1	77	2	3	200	1.200	46	123	S(1)-SE(1)
8 »	1	56	0	0	250	1.600	89	414	WSW(6-5-3)
9-14 »	6	190	0	0	200	1.000	58	158	W(3)-WNW(2)-WSW(2)-SW(1-3)
15-28 »	13	439	3	1	270	1.490	74	193	q. NE(2)-q. ES(2)-q. SW(2-6)-q. WN(1-5)
29-31 »	3	224	0	0	201	448	92	201	SSW(1-4)-N(1-5)-WSW(3)-N¼NE(5)
1-10 août..........	10	394	0	0	197	600	58	136	q. NE(1)-q. ES(1)-q. SW(2-5)-q. WN(1-6)
11-16 »	6	205	6	13	197	521	64	161	SW(3-7)-S(1-3)-W(2-3)
17-26 »	10	517	0	0	183	478	27	48	q. SW(1-5)-q. WN(1-4)
27 »	1	67	0	0	52	63	3,8	3,7	violente tempête SW(7-9)
28 août-4 septembre.	8	363	0	0	131	446	17	29	q. SW(1-7)-q. WN(1-4)
5-6 septembre	2	62	0	0	0	0	0	0	SW(1)-S(2)-N(2)
7-8 »	2	47	0	0	0,7	0,3	0,12	0,07	ENE(3)-WNW(2)-WSW(1)
9 sept.-31 déc......	95	802	0	0	0	0	0	0	
1918.									
4-11 janvier........	3	17	0	0	0	0	0	0	q. NE(4)-q. ES-q. SW-q. WN(1-5)
12 »	1	6	8	7	29	22	23	18	S(3) neige
13-31 »	14	91	0	0	0	0	0	0	q. SW(1-8)-q. WN(3)
1-7 février..........	5	46	0	0	108	121	32	30	WSW(1-6)-SW
8 février-21 mars...	23	190	0	0	0	0	0	0	q. NE(1-4)-q. ES(6)-q. SW(1-6)-q. WN(1-6)
22-26 mars	5	90	0	0	13	2,4	2	0,4	NNW(1-3)-q. NE
27 mars-9 avril	12	187	0	0	2	0,6	0,01	0,05	q. NE(1-3)-q. ES(2-5)-q. SW(3-7)-q. WN(2-6)
10-11 avril..........	2	40	0	0	65	61	12	6	NNW(1)-N(1)-SE(2)
12-24 »	12	159	0	0	0	0	0	0	q. NE(1-6)-q. ES(1)-q. SW(2)-q. WN(2-6)
25-30 »	5	102	0	0	62	57	2,4	2,6	W(2)-NE(2)-NNW(2-4)
1- 7 mai	7	168	0	0	68	139	13,2	9,8	NE-SE(1-2)-SW(1)-S(1)-NW(2)
8- 9 »	2	67	0	0	115	323	40	81	SE(1-2)-N(1-2)-W(1)
10-11 »	2	72	0	0	8	5	0,52	0,17	N(1)-NE(1-2)-SW(1-2)
12-17 »	6	297	0	0	173	140	14,3	14,6	q. ES(1-3)-q. SW(1-5)-q. WN(1-2)
18-21 »	4	210	0	0	54	66	2,9	2,8	SSW(1)-SE(1)-E(1)-ENE(1)-NE(1)
22 mai-7 juin	17	654	0	0	170	190	24	29	q. NE(1-3)-q. ES(1-2)-q. SW(1)-q. WN(1-6)
8-18 juin..........	11	547	0	0	500	2.500	48	106	q. NE(1-6)-q. SW(1-5)-q. WN(1-6)
19-24 »	6	304	0	0	99	190	14	25	q. NE(4)-q. SW(4)-q. WN(1-6)
25-28 »	4	220	0	0	168	474	42	63	q. NE(3)-q. SW(2-5)-q. WN(1-3)
29 juin-7 juillet.....	9	511	0	0	146	412	21	27	q. NE(1-3)-q. EN(3)-q. SW(2)-q. WN(1-2)
8-11 juillet	4	239	2	1	192	338	64	106	W(1-6)-SW(1-7)-WSW(2)
12-13 »	2	138	0	0	132	400	53	106	WSW(1-4)-SW(6)-W(1-3)-W¼SW(3)
14 »	1	162	0	0	1.200	8.000	151	625	SSW(1-6)-W¼SW(1-6)
15 »	1	63	35	83	1.200	8.000	408	1.959	SW(1-4)

	J.	M.	Min. N.	Min. I.	Max. N.	Max. I.	Moy. N.	Moy. I.	Vents et remarques.
1918.									
16-17 juillet	2	230	0	0	168	424	82	154	SW(3-4)-SSW(3-7)-S$\frac{1}{4}$SW(3)
18-19 »	2	88	31	60	400	800	138	287	S(2)-WSW(2-5)-SW(3-4)
20 »	1	107	0	0	200	512	90	155	WSW(1)-S(5)-SSW(3-4)
21-26 »	6	360	2	0,4	216	291	91	108	q. SW(2-7)-q. WN(2-7)
27-31 »	5	368	0	0	227	307	32	42	NW(1-6)-NNW(1-5)-E(1)
1-5 août	5	387	0	0	154	261	52	95	N(1)-W(1-4)-WNW(1)-q. SW(1-5)
6-9 »	4	334	0	0	200	400	52	77	NW(1-5)-SSW(3)-W(1-3)-WNW(3)
10-15 »	6	365	0	0	168	145	8,7	12	q. NE(2)-q. ES(2-3)-q. SW(1-2)-q. WN(1-4)
16-21 »	6	291	0	0	126	189	15,7	16	W(1-6)-WNW(4)-NNW(2-3)-WSW(1)
22 »	1	56	0	0	101	251	31	46	SW(1-2)-grande chaleur 35°
23-29 »	7	354	0	0	136	165	4,2	3,8	q. NE(2)-q. ES(2)-q. SW(2-3)-q. WN(2-6)
30 »	1	25	0	0	0	0	0	0	N$\frac{1}{4}$NW(4)-NW(3)-N(1)
31 août-13 sept......	14	738	0	0	158	250	9,6	7,8	q. SW(2-6)-q. WN(1-6)
14-16 septembre....	3	142	0	0	0	0	0	0	S(2-4)-SW(1)-W(2-3)-WNW
17-21 »	5	189	0	0	16	5	0,3	0,08	SW(2-3)-WSW(3)-S(2)-SSW
22 sept.-8 octobre...	17	489	0	0	45	20	0,54	0,16	q. SW(2-6)-q. WN(1-6)
9 octobre-10 nov...	32	1.160	0	0	0	0	0	0	q. NE(1-4)-q. ES(1-5)-q. SW(1-6)-q. WN(1-4)

CHIMIE MINÉRALE. — *Systématique et constitution des dérivés de l'acide molybdique.* Note (¹) de M. L. **Forsén**, présentée par M. Haller.

On peut faire dériver tous les molybdates connus de deux acides formulables comme suit :

Acide molybdique.................. $Mo^3O^{12}H^6$
Acide métamolybdique.............. $Mo^{12}O^{42}H^{12}$

Ce n'est qu'en attribuant à l'acide molybdique la formule triple : $Mo^3O^{12}H^6 (= 3MoO^4H^2)$, que l'on peut rendre compte de l'existence des divers molybdates :

$Mo^3O^{12}MH^5$	représente	les hexamolybdates
$Mo^3O^{12}M^2H^4$	»	les trimolybdates
$Mo^3O^{12}M^3H^3$	»	les dimolybdates
$Mo^3O^{12}M^4H^2$	»	les sesquimolybdates
$Mo^3O^{12}M^5H^1$	»	des sels non désignés particulièrement
$Mo^3O^{12}M^6$	»	les orthomolybdates

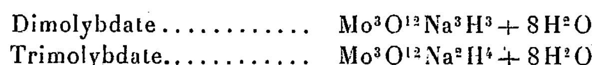
(¹) Séance du 17 janvier 1921.

Les atomes d'hydrogène mis en évidence dans ces formules ont des fonctions acides. En effet, les orthomolybdates sont neutres à la phtaléine du phénol. Les autres molybdates précédemment mentionnés sont acides. Le terme de leur titrage avec cet indicateur marque la formation d'orthomolybdate. Un certain nombre de molybdates acides perdent facilement plus d'eau que les constitutions précédentes le feraient prévoir, et ils se transforment en anhydrides. C'est ainsi que le résidu de la dessiccation à l'air sec et à la température ordinaire de la plupart des trimolybdates répond à la formule $Mo^3O^{11}M^2H^2$. Le trimolybdate de potassium ordinaire desséché devient complètement anhydre $Mo^3O^{10}K^2$. Le sesquimolybdate de lithium $Mo^3O^{11}Li^4$ cristallise anhydre de sa solution acide. Mais en solution ces divers sels correspondent aux types formulés au début de cet article.

Il paraît exister des molybdates de rubidium et de potassium du type $Mo^3O^{12}M^5H$ qui n'ont pas reçu de noms particuliers.

Les sels que l'on désigne du nom de paramolybdates n'ont pas de composition définie. Les différents auteurs donnent des formules avec des proportions telles que $M^4:Mo^5$, $M^5:Mo^6$, $M^6:Mo^7$, $M^8:Mo^9$. Les paramolybdates paraissent être des cristaux mixtes de dimolybdates $Mo^3O^{12}M^3H^3$ et de trimolybdates $Mo^3O^{12}M^2H^4$.

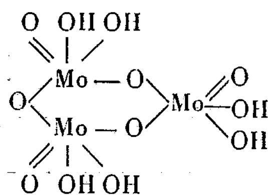
C'est ainsi que les corps désignés du nom de paramolybdates de sodium sont des cristaux mixtes de deux espèces au même degré d'hydratation :



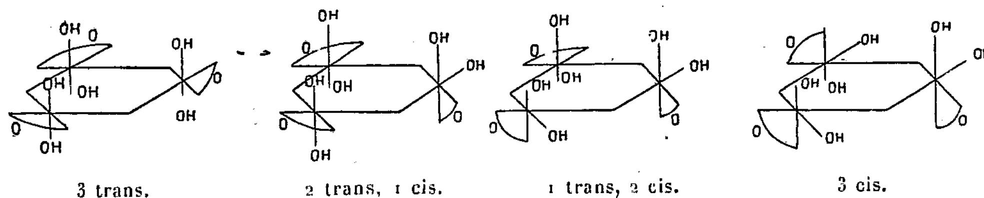
Dimolybdate	$Mo^3O^{12}Na^3H^3 + 8H^2O$
Trimolybdate	$Mo^3O^{12}Na^2H^4 + 8H^2O$

C'est seulement pour des proportions bien déterminées entre MoO^3 et NaOH que l'on peut obtenir (d'après Rosenheim) le paramolybdate de sodium correspondant à la formule $Mo^6O^{24}Na^5H^7 + 16H^2O$ avec les rapports atomiques $Mo^6:Na^5$ préconisés dans ces dernières années.

L'ensemble des faits conduit à donner à l'acide molybdique : 1° une formule triple, 2° une représentation cyclique



Pour expliquer la formation des anhydrides, j'ai été conduit à admettre les quatre représentations spatiales suivantes :

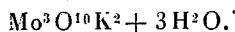


3 trans. 2 trans, 1 cis. 1 trans, 2 cis. 3 cis.

La formation facile des anhydrides internes correspond seulement aux portions cis. Je citerai, à titre d'illustration, la formation des composés $Mo^3O^{11}Li^4$, $Mo^3O^{11}(NH^4)^2H^2$ et la préparation d'un nouvel anhydride molybdique $Mo^3O^{11}H^4$ que j'ai obtenu bien cristallisé. Ces formules m'ont ensuite suggéré la possibilité d'isomères. On en connaît effectivement quelques-uns.

Ainsi l'acide molybdique blanc $Mo^3O^{12}H^6$ (auquel on attribue généralement la formule MoO^4H^2) est connu sous deux formes qui se distinguent par leur inégale aptitude à perdre de l'eau (Rosenheim).

J'ai reconnu qu'il existait deux trimolybdates de potassium de composition



$$Mo^3O^{10}K^2 + 3H^2O.$$

Ces sels se distinguent par la façon dont ils se déshydratent à la température ordinaire dans une atmosphère sèche. Alors que l'un perd rapidement la totalité de son eau, l'autre en perd lentement les deux tiers seulement.

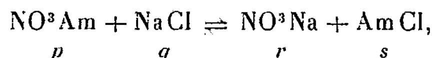
Les trimolybdates de sodium $Mo^3O^{10}Na^2$, aq. plus ou moins hydratés, qui ont été successivement décrits, sont si différents entre eux qu'on ne saurait attribuer les différences aux degrés d'hydratation, mais à des différences plus profondes de constitution.

D'une façon générale, la formule proposée plus haut permet de prévoir des isomères de position, cis et trans, et des isomères optiques.

Il est probable que l'augmentation énorme du pouvoir rotatoire de certains acides organiques, lorsque ceux-ci se combinent avec des composés de l'acide molybdique (Gernez), est liée à l'existence des isomères optiques que suppose la théorie précédente.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la concentration isothermique d'une solution préparée à partir de deux sels à ions différents.* Note [1] de M. **Étienne Rengade**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Supposons qu'on évapore à température constante ($t > 25°$) une solution de α molécules de NO^3Am et β de NaCl. Il se produit l'équilibre



$$NO^3Am + NaCl \rightleftharpoons NO^3Na + AmCl,$$
$$\quad p \qquad\quad q \qquad\quad r \qquad\quad s$$

les concentrations p, q, r, s étant reliées par la loi d'action de masse

$$pq = rs.$$

Durant la concentration, il arrivera qu'un ou plusieurs des sels cristallisent ; appelons ϖ, χ, ρ, σ les masses déposées, et x l'inverse du volume de la solution. En exprimant que la somme de chaque espèce d'ions en présence est égale, soit à α, soit à β, on obtient quatre équations (dont trois seulement sont distinctes) reliant entre elles x, p, q, r, s et éventuellement ϖ, χ, ρ, σ. D'ailleurs, dès qu'une de ces quatre dernières variables apparaît, la valeur correspondante de p, q, r ou s devient déterminée et égale au coefficient de solubilité du sel, P, Q, R ou S. Il y a donc cinq variables liées par quatre équations, de sorte que la seule variable indépendante est x et que les autres peuvent s'exprimer en fonction de x et des constantes α, β, P, Q, R, S.

Ne pouvant développer ici les calculs, nous donnerons simplement la représentation géométrique des résultats, en portant x en abscisses, et en ordonnées dans le sens positif Oy, les concentrations p, q, r, s, et dans le sens négatif Oy' les valeurs de ϖ, χ, ρ, σ. Nous ferons varier x de zéro (dilution infinie) à l'infini (évaporation à sec).

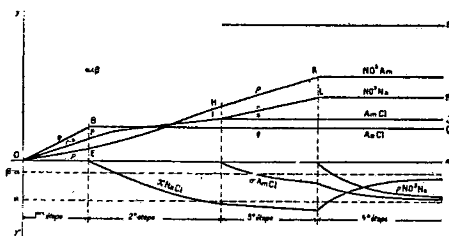
Supposons d'abord $\alpha < \beta$. Au début de la concentration, les quatre sels sont intégralement dissous, les valeurs de p, q et $r = s$ sont représentées par trois droites issues de l'origine (*fig.* 1).

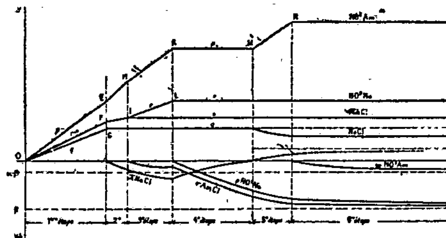
L'apparition du premier précipité correspond à la première rencontre de l'une de ces trois droites avec la parallèle à Ox représentant la saturation correspondante. NaCl étant ici le moins soluble des quatre sels, et q la plus inclinée des trois droites, le point G sera le premier point de rencontre

---

[1] Séance du 3 janvier 1921.

et les premiers cristaux seront formés de NaCl, ce que l'expérience vérifie. A partir de ce moment, les points p et $r=s$ décrivent deux arcs de paraboles EH, FI, le point q la droite GQ et le point χ un arc de cubique. L'apparition du dépôt salin a donc produit une discontinuité; nous dirons qu'une deuxième étape de concentration a succédé à la première.


Fig. 1.


Fig. 2.

La cristallisation de AmCl amène une troisième étape, durant laquelle les poids σ et χ augmentent dans le précipité; q et s sont constants, p et r décrivent de nouveau deux droites issues de l'origine. Enfin NO^3Na cristallise à son tour (quatrième étape); la masse de ce sel dans le précipité tend asymptotiquement vers α suivant un arc d'hyberbole; il en est de même de σ, tandis que χ tend vers $\beta-\alpha$. *Il y a donc redissolution graduelle du* NaCl. Quant à la solution, elle prend une composition constante, $q=Q$, $r=R, s=S, p=\sqrt{\frac{RS}{Q}}$. Au point sec, on trouve α molécules de NO^3Na, α de AmCl, et $\beta-\alpha$ de NaCl.

Si l'on suppose $\alpha>\beta$, mais très voisin de β (nous ne pouvons, faute de place, discuter les valeurs plus grandes de α), le premier sel à cristalliser sera encore NaCl (*fig.* 2), et il n'y aura rien de changé jusqu'à la quatrième étape; mais celle-ci ne pourra plus se prolonger jusqu'à sec, puisque $\beta-\alpha$ est <0. Une cinquième étape commencera au moment où NaCl sera complètement redissous, et la composition du liquide redeviendra variable, q diminuant et p croissant jusqu'à ce qu'on atteigne la saturation P en NO^3Am. Ce sel cristallise alors à son tour, et son poids ϖ dans le précipité augmente durant la sixième étape ainsi engendrée, en tendant vers $\alpha-\beta$, tandis que ρ et σ tendent chacun vers β. La concentration de la solution est redevenue constante, avec la composition P, $\frac{RS}{P}$, R et S.

Inversement, les diagrammes lus de droite à gauche expliquent immédiatement la dissolution progressive, dans une quantité d'eau croissante, d'un mélange de NaCl et NO^3Am.

On étudierait de façon semblable l'évaporation d'une solution faite à partir des α et β molécules de deux sels quelconques à ions différents. On trouve onze cas possibles, formant deux groupes suivant le résultat de l'évaporation à sec : ou bien celui-ci reproduit les α et β molécules des sels générateurs, ou bien il donne β molécules de chacun des sels conjugués avec $\alpha - \beta$ molécules du sel générateur en excès ($\alpha > \beta$). Dans le premier groupe, l'évaporation se termine en trois étapes si les deux premiers sels à cristalliser sont les deux sels générateurs; le couple générateur est alors « stable » au sens absolu, les sels conjugués n'apparaissant pas; si c'est un des sels conjugués qui apparaît durant la deuxième ou la troisième étape, l'évaporation complète exige une quatrième étape, le sel conjugué disparaissant au point sec pour reparaître sous l'action d'une trace d'eau (couple à stabilité limite). Dans le deuxième groupe, à couple générateur instable, on observe soit quatre étapes, soit six quand le premier des sels générateurs qui cristallise est celui qui a été introduit en plus faible proportion.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la 6-méthylisatine.* Note de Mlle **J. Bonnefoy** et de M. **Jh. Martinet**, présentée par M. A. Haller.

La 6-méthylisatine a été préparée par W. Findeklee ([1]) qui en a fixé la constitution. Mais ce corps n'a été obtenu que péniblement et en très petite quantité. A partir de la métatoluidine on peut *a priori* obtenir, soit la 4-méthylisatine, soit la 6-méthylisatine.

En fait, nous avons effectué la transformation de la métatoluidine en méthylisatine par deux méthodes différentes et nous sommes arrivés dans les deux cas à la 6-méthylisatine de Findeklee.

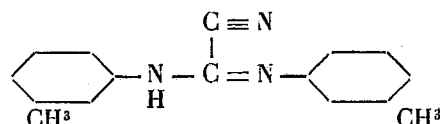
La métatoluidine se condense avec les éthers mésoxaliques au sein de l'acide acétique, à l'ébullition. Nous avons ainsi isolé à partir du mésoxalate de méthyle : le 6-méthyldioxindol-3-carbonate de méthyle (F. 248°-250°). et, à partir du mésoxalate d'éthyle, le 6-méthyldioxindol-3-carbonate d'éthyle (F. 186°).

Par saponification à l'air, ces éthers se décarboxylent, le dioxindol formé s'oxyde, la solution se colore en brun, puis, par agitation à l'air, prend la teinte jaune caractéristique d'un isatate alcalin. De cette solution les acides minéraux précipitent l'isatine libre.

([1]) W. Findeklee, *Ber.*, t. 38, p. 3542.

Ce procédé utilise donc comme intermédiaire la formation des éthers dioxindolcarboniques, dans celui qui suit on emploie la formation de la dimétatolylthiourée.

Celle-ci se prépare commodément par l'action du sulfure de carbone sur la métatoluidine en présence d'eau oxygénée. Cette diméthyl-3.3'-thiourée déjà connue (1) est traitée au bain-marie par le cyanure de potassium et le carbonate de plomb en milieu hydro-alcoolique. On obtient ainsi avec facilité l'hydrocyanodimétatolylcarbondiimide de formule



Ce sont de petits cristaux jaune pâle qui, après plusieurs cristallisations dans l'alcool, fondent à 128°.

Ce corps bien sec est dissous dans le benzène et traité pendant 4 heures à 40° par trois fois son poids de chlorure d'aluminium. La solution se colore en rouge violacé, on ajoute de la glace, on décante et l'on sèche la couche surnageante qui contient la métatoluide de la 6-méthylisatine. La cristallisation est fort pénible, nous avons pu cependant isoler des cristaux qui fondent à 65°-67°. Le produit est soluble dans l'alcool, le benzène, le sulfure de carbone, l'acide acétique. Cette anilide d'isatine traitée par l'acide chlorhydrique dilué à l'ébullition se scinde en métatoluidine et en 6-méthylisatine. La 6-méthylisatine cristallise soit en cristaux rouges, soit en superbes aiguilles soyeuses dorées, variété d'aspect souvent observée sur les isatines. Elle donne une phénylhydrazone déjà décrite. Traitée en solution acétique par la fondue technique de phénylglycine, elle donne le métyl-6-indol-3-indol-2-indigo (F. 307°). Sa cuve teint la laine et la soie, elle a même un peu d'affinité pour le coton qui se colore seulement en mauve très pâle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés des dicétones* 1.4 *et de la semicarbazide.* Note de M. E.-E. **Blaise**, présentée par M. Haller.

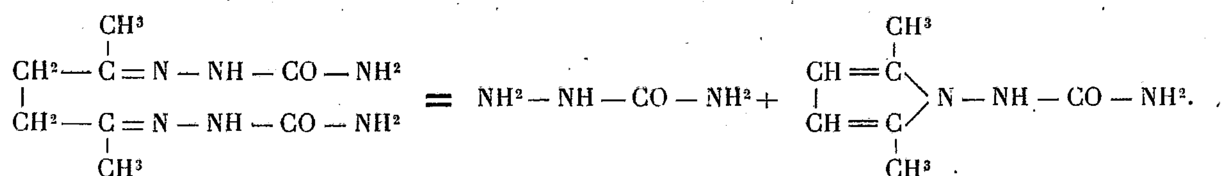
Poursuivant l'étude des propriétés des dicétones 1.4, j'ai été amené à examiner l'action de la semicarbazide sur les dicétones.

J'ai constaté d'abord qu'en opérant dans les conditions ordinaires on

(1) Weith, Landolt, *Ber.*, t. 8, p. 719.

obtient simplement des disemicarbazones. Celles-ci constituent des poudres cristallines blanches, à peu près insolubles dans presque tous les solvants. L'intérêt que présentent ces corps est d'être facilement transformables en N-uréopyrrols.

Si l'on dissout la disemicarbazone de l'acétonylacétone dans l'acide formique cristallisable, en tiédissant au bain-marie, puis qu'on ajoute un excès d'eau, on obtient un précipité constitué par un corps complètement différent du produit initial. Ce corps cristallise dans l'alcool en belles aiguilles, fondant à 245° (point de fusion instantanée sur bain de mercure). Il dérive de la disemicarbazone par élimination d'une molécule de semicarbazide et constitue, comme le démontrent ses propriétés et sa synthèse, le N-uréo-$\alpha\alpha'$-diméthylpyrrol



Cet uréopyrrol, réduit par le zinc et l'acide chlorhydrique, se dédouble en urée et $\alpha\alpha'$-diméthylpyrroline identique à celle que j'ai obtenue antérieurement par hydrogénation du N-oxy-$\alpha\alpha'$-diméthylpyrrol ou de l'$\alpha\alpha'$-diméthylpyrrol. Il s'agit donc bien d'un dérivé pyrrolique et non pas d'un dérivé pyridazinique. J'ai néanmoins tenu à vérifier synthétiquement le fait.

On voit aisément que la synthèse du N-uréodiméthylpyrrol peut être réalisée par action de l'acide isocyanique sur le N-aminodiméthylpyrrol et j'ai été amené à rechercher pour ce dernier corps, qui ne paraît avoir été qu'entrevu par Bulow (*Berichte*, t. 35, p. 4311) une méthode de préparation. L'action de l'acétylhydrazine sur l'acétonylacétone, en milieu acétique, donne aisément le N-acétylaminodiméthylpyrrol, qui forme de belles aiguilles fondant à 138°-139°. Malheureusement, ce corps n'est pas hydratable par les alcalis, et les acides minéraux, par contre, déterminent un dédoublement profond, avec élimination d'hydrazine. Au contraire, le N-formylaminodiméthylpyrrol (aiguilles fusibles à 178°) se laisse aisément hydrater par la potasse aqueuse et fournit le N-aminodiméthylpyrrol. Ce dernier fond à 52° et bout à 109° sous 21^{mm}; il possède une odeur légèrement indolique et constitue une base faible, très peu soluble dans l'eau, mais soluble dans les acides étendus. Il possède les propriétés habituelles du

groupement NH^2 hydrazinique et se combine avec les aldéhydes et les cétones; enfin, il donne avec l'acide isocyanique un N-uréodiméthylpyrrol identique à celui qui résulte de l'action de l'acide formique sur la disemicarbazone de l'acétonylacétone.

De ces faits et de ceux que j'ai signalés antérieurement, se dégage nettement la conclusion suivante : les dicétones 1.4 ne donnent de dérivés pyridaziniques qu'avec l'hydrazine elle-même. Dans ce cas, au moins avec les dicétones acycliques, on n'obtient pas les dihydropyridazines prévues, mais un mélange de pyridazines et de tétrahydroridazines. Avec les dérivés monosubstitués de l'hydrazine : phénylhydrazine, acétyl- et formylhydrazine, semicarbazide, il ne se forme que des dérivés pyrroliques.

Il faut, en outre, remarquer que certains dérivés de l'acétonylacétone ont été obtenus en partant de l'éther diacétylsuccinique, par élimination ultérieure des deux carboxyles. Or, il n'est nullement indifférent de partir de l'éther ou de la dicétone. C'est ainsi que l'acétonylacétone donne exclusivement, avec l'hydroxylamine, une mono- et une dioxime, tandis qu'avec l'éther diacétylsuccinique on obtient immédiatement un dérivé N-oxypyrrolique. De même, tandis que le dipropionyléthane fournit avec l'hydrazine des dérivés pyridaziniques, l'éther diacétylsuccinique, dans les mêmes conditions, donne un mélange de dérivés pyridaziniques, et pyrroliques (Bulow, *loc. cit.*). Il semble donc que l'existence des deux carboxéthyles β cétoniques contenus dans la molécule de l'éther diacétylsuccinique favorise la production de composés pyrroliques, ce qui s'explique par le fait que ces deux carboxéthyles concourent à donner à la molécule la forme diénolique, favorable à la production de dérivés pyrroliques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode générale de préparation des amines à partir des aldéhydes ou des cétones.* Note de M. **Georges Mignonac**, présentée par M. Charles Moureu.

1. Dans une Note récente, j'ai montré que, par hydrogénation catalytique de l'hydrobenzamide, on pouvait obtenir très facilement soit la benzylamine, soit la dibenzylamine (¹). Au point de vue de la préparation des amines, il y avait lieu d'examiner s'il était bien nécessaire d'isoler l'hydramide et si l'action simultanée, en présence de nickel, de l'ammo-

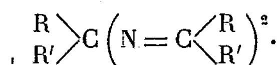
(¹) G. Mignonac, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1148.

niaque et de l'hydrogène sur l'aldéhyde, ne conduirait pas au même résultat.

L'ammoniaque en solution alcoolique se combine très facilement aux aldéhydes, et, presque immédiatement, l'aldimine ($RCH = NH$) formée se polymérise, ou se condense avec élimination de gaz ammoniac. La nature des produits condensés diffère, pour les premiers termes, avec chaque aldéhyde; mais, à mesure que le poids moléculaire s'élève, on tend vers le type hydrobenzamide $\left(\begin{smallmatrix} R\,CH = N \\ R\,CH = N \end{smallmatrix}\right\rangle CH\,R\Big)$.

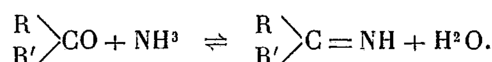
L'action simultanée de l'ammoniac et de l'hydrogène sur les aldéhydes se ramènera donc à l'hydrogénation des substances complexes résultant de la condensation de l'aldimine ou à l'hydrogénation de ces substances en voie de formation.

Si l'on envisage les combinaisons de l'ammoniac avec les cétones, on remarque que l'acétone conduit à la diacétone amine $C^6H^{13}ON$ et à la triacétone amine $C^9H^{17}ON$ (substances renfermant de l'oxygène). Thomæ [1] a montré que les cétones homologues de l'acétone et l'acétophénone dissoutes dans de l'alcool saturé d'ammoniac conduisent, après un temps très long (plusieurs semaines et même plusieurs mois) ou sous l'influence d'une température élevée (150°-180°), à des produits complexes de la forme



$$\begin{matrix} R \\ R' \end{matrix}\!\!>\!C\left(N = C\!<\!\begin{matrix} R \\ R' \end{matrix}\right)^2.$$

D'autre part, j'ai observé, dans certaines conditions, la formation des cétimines $\begin{matrix} R \\ R' \end{matrix}\!\!>\!C = NH$ par l'action directe de l'ammoniac sur les cétones [2]. On pouvait donc penser que les substances décrites par Thomæ devaient résulter de la condensation de la cétimine, et que celle-ci prend naissance, même à la température ordinaire, par action de l'ammoniac sur les cétones en solution dans l'alcool absolu



$$\begin{matrix} R \\ R' \end{matrix}\!\!>\!CO + NH^3 \rightleftharpoons \begin{matrix} R \\ R' \end{matrix}\!\!>\!C = NH + H^2O.$$

Dans un tel milieu, il paraît difficile d'isoler la cétimine qui se trouve en équilibre; mais elle pourra être mise en évidence par sa transformation en

---

(1) Thomæ, *Arch. der Pharm.*, t. 243, p. 291-296 et 393-399; t. 244, p. 641-643 et 663-664.

(2) G. Mignonac, *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 237.

amine primaire. Au cours de recherches sur l'hydrogénation des nitriles, des oximes, de l'hydrobenzamide ([1]), j'ai remarqué, en effet, que le groupement $\left(>C=NH\right)$ fixe plus facilement l'hydrogène que le groupement $\left(>C=O\right)$, et, en outre, que l'on peut préparer un catalyseur fixant à peu près uniquement, dans des conditions expérimentales déterminées, l'hydrogène sur la fonction $\left(>C=NH\right)$.

Un tel catalyseur, mis en œuvre en présence d'hydrogène et d'ammoniac dans une solution alcoolique de cétone, provoquera la transformation de la cétimine en amine primaire, ce qui aura pour conséquence de supprimer la formation des substances complexes qui ont la cétimine pour origine.

L'expérience a entièrement confirmé ces prévisions.

2. A la suite de ces différentes remarques, j'ai pu établir une méthode très simple de préparation des amines primaires à partir des aldéhydes et des cétones et vérifier sa généralité en l'appliquant à l'obtention d'un certain nombre d'amines, qui ont pu être préparées avec des rendements satisfaisants.

Pour la mise en œuvre de cette méthode on prépare une solution de gaz ammoniac sec dans l'alcool absolu (7 à 8 pour 100 de NH^3); on dissout l'aldéhyde ou la cétone dans un volume d'alcool ammoniacal tel qu'il renferme la quantité théorique d'ammoniac pour la formation de l'imine (1^{mol} de NH^3 pour 1^{mol} d'aldéhyde ou de cétone) ([2]), et dans la solution on introduit, à l'abri de l'air, le catalyseur (nickel divisé). On soumet le mélange à une agitation énergique dans une atmosphère d'hydrogène maintenue à une pression voisine de la pression atmosphérique. Dans ces conditions et à la température ambiante (15°-20°), l'hydrogénation a lieu régulièrement, on l'interrompt quand l'absorption de l'hydrogène devient trop faible.

Après séparation du catalyseur, l'amine est isolée par les méthodes habituelles. La quantité d'amine obtenue correspond sensiblement à l'hydrogène fixé.

L'*aldéhyde éthylique* ($8^g,6$) conduit à un mélange (6^g) d'*éthylamine* et de *diéthylamine*.

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 936; t. 171, 1920, p. 114 et p. 1148.

([2]) Dans le cas des cétones, un excès d'ammoniac ($1^{mol},5$ à 2^{mol}) est préférable.

L'*aldéhyde butylique* (10g) à un mélange (7g) de *butylamine* et de *dibutylamine* contenant surtout la base primaire (5g).

L'*œnanthol* (23g) a fourni l'*heptylamine* (14g).

L'*aldéhyde benzoïque* a conduit à un mélange à parties égales de *benzylamine* et de *benzalbenzylamine*.

L'*aldéhyde p-éthylbenzoïque* (1) (25g) donne surtout la *p-éthylbenzylamine* (18g). Cette base bout à 100°-101° sous 10mm,5; elle donne, à l'air, un carbonate facilement dissociable sous l'action de la chaleur.

L'*acétone* (12g) conduit à l'*isopropylamine* (7g,5) et à une petite quantité de *diisopropylamine* (1g). Avec la *méthylhexylcétone* (12g,8) il se forme uniquement de l'*octylamine*-2 (12g); de même la *cyclohexanone* (15g) donne aisément la *cyclohexylamine* (12g). Dans le cas de l'*acétophénone* et de la *propiophénone*, l'hydrogénation est lente, les amines correspondantes *α-phényléthylamine* et *α-phénylpropylamine* sont obtenues avec des rendements de 25 à 35 pour 100. Par traitement d'une cétone éthylénique, la *méthylhepténone*, j'ai pu préparer, avec de bons rendements (60 pour 100), l'amine correspondante, sans hydrogéner la liaison éthylénique; l'*amino*-6-*méthylheptène* bout à 166°-168° : $n_D^{20°} = 1,4460$; le picrate fond à 111°-112° et l'oxalate à 202°-203°; ces caractères identifient la base avec celle qu'a obtenue Wallach en réduisant l'oxime de la méthylhepténone (2).

GÉOLOGIE. — *Les monts de la Margeride; leurs éruptions porphyriques; leurs cycles d'érosion et leurs glaciers.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Les monts de la Margeride (1300m-1554m) constituent ce bourrelet anticlinal surtout archéo-granitique de direction NNO, qui sur 60km de long et sur 10km à 15km de large culmine, au Nord, une ancienne pénéplaine oligocène couverte de volcans démantelés (de 1000m à 1100m). Au Sud et au Sud-Est, par le plateau granitique du Palais du Roi (1440m) et les Trucs de Fortunio (1540m) et de Randan (1554m), ils s'élèvent au-dessus des causses de Mende (1150m), de la plaine jurassique de Montbel (1257m) et de la vallée du Lot.

A l'Ouest, ils se dressent au-dessus d'une longue dépression oligocène disloquée et volcanique en partie déblayée (de 800m à 900m), jalonnée par la Truyère, cependant qu'à l'Est, des pentes plus douces, un versant plus étalé, conduisent à la gorge pittoresque et volcanique de l'Allier (600m).

---

(1) Cet aldéhyde a été préparé par la méthode de M. Sommelet (action du *p*-éthylchlorure de benzyle sur l'hexaméthylène-tétramine).

(2) Wallach, *Annalen der Chemie*, t. 309, p. 25.

Le territoire montagneux de la Margeride, assez bossué au Nord, est parsemé de nombreuses tourbières sur ses hauteurs (1300^{m}).

I. Il y a une *dissymétrie* et un contraste marqué *des deux versants* Est et Ouest. Celui qui regarde, à l'Ouest, la dépression oligocène tombe brusquement sur cette dépression, par une suite de gradins rapprochés, résultant d'effondrements du flanc anticlinal de la Margeride en une série de compartiments. Aussi la montagne apparaît-elle plus massive de ce côté que sur le versant Est.

En dehors de ces particularités, l'ensemble offre sous les hauts sommets une succession de *paliers* correspondant à *cinq cycles d'érosion*, que l'on peut suivre sur les flancs et les vallées pénétrant fortement dans la montagne où ils s'emboîtent : notamment le long des vallées de la Seuges et de la Desges.

Entre Saugues et les points élevés, on relève la série suivante, qui les synthétise :

1° Restes de *très vieilles surfaces topographiques* apparaissant en saillie, de 1400^{m} à 1500^{m}, au-dessus d'une *deuxième surface topographique* développée entre 1310^{m} et 1220^{m}, dans laquelle s'enfoncent en général les cirques d'érosion et glaciaires, les vallées glaciaires à faible pente et souvent tourbeuses (vallées mûres ou séniles). A l'ouest de Châteauneuf-de-Randan, les restes des première et deuxième surfaces sont également manifestes.

Le *troisième cycle* comprend des plateaux très étendus (1090^{m}-1050^{m}) au Nord et à l'Est vers Monchamp, Védrines-Saint-Loup, Grèzes, etc., culminant des paliers (1000^{m}-990^{m}) qui correspondent au *quatrième cycle*, longeant les vallées qu'ils dominent de 60^{m} jusqu'à Saugues, tandis que des restes de *terrasses* ou de méplats s'observent à 15^{m} seulement au-dessus des vallées dans le même territoire (930^{m}).

Mais à partir de la dépression alluviale de Saugues qui a servi de niveau de base momentanée aux cours d'eau du quatrième cycle, les rivières s'enfoncent rapidement sur 300^{m} de haut dans le socle cristallin, pour atteindre l'Allier actuel par des gorges sauvages (*cinquième cycle*) que l'on utilise pour la houille blanche. Les ruptures de pentes principales séparent le deuxième et le troisième cycle, et le quatrième et le cinquième. Les cycles d'érosion observés dans la Margeride sont les homologues de ceux des monts du Forez, chaîne également dissymétrique, d'altitude à peu près semblable, où M. Briquet et moi les avons étudiés.

On les retrouve dans les grandes régions volcaniques (où ils sont remplacés parfois par des cycles d'érosion glaciaire), dans la Chaîne des Puys, dans le Plateau de Millevaches et le Mont Lozère. Trois cycles ont été

reconnus par M. Demangeon dans le Limousin et par David dans la montagne Noire. Les inférieurs sont en relation avec des terrasses alluviales pliocènes et quaternaires. Il sera donc probablement possible d'établir une synthèse de ces cycles et de les dater.

II. Le *granite*, très *porphyroïde*, avec cristaux d'orthose de 6^{cm} à 10^{cm} de long, riche en biotite, est la roche dominante de la chaîne, dans la partie sud et centrale. Il est fortement altéré, parfois sur plus de 10^{m} d'épaisseur, et présente en certains points (Malzieu) de curieux ravinements résultant de cette altération, simulant ceux que l'on observe dans les argiles. Au Nord, s'étend surtout l'*archéen* avec failles NE et NW (gneiss, micaschistes, schistes à séricite, amphibolites, etc.). L'ensemble est traversé au Nord de bosses de *granite à muscovite* plus ou moins ramifié (mont Chouvet, Le Clou), avec fréquence de tourmaline en nids, comme la muscovite. Sur presque toute l'étendue de la chaîne affleurent de multiples et long filons NE et NW (atteignant jusqu'à 8^{km}) de *microgranite à biotite*, de *porphyre pétro-siliceux*, en relation, dans certains cas, avec des restes de coulées. Plusieurs de ces filons ont été figurés par Fabre sur la feuille de Largentière (environs de la Panouse, Saint-Paul-le-Froid), par M. Boule sur la feuille de Mende (La Villedieu) et par Fouqué en quelques points de la feuille de Saint-Flour; mais si l'on tient compte des observations faites sur cette dernière feuille, où affleurent également des filons de *rhyolite*, de *porphyrite* et de *kersantite* (Lajo, Paulhac, Miolane), on peut dire que la Margeride ressemble beaucoup, au point de vue de ces éruptions, au nord des monts du Forez et de la Madeleine. Elle a dû être le siège au Carbonifère, comme ces dernières, de multiples éruptions volcaniques représentées aujourd'hui seulement par les cheminées d'ascension des laves et quelques restes de coulées. Les filons de *quartz* permotriasiques qui accidentent cette région achèvent d'établir la similitude des deux territoires réduits par l'érosion à leurs racines carbonifères.

III. Les *névés* et les *glaciers* ont recouvert la Margeride au moins à deux reprises, mais le modelé glaciaire et les restes de moraines ne sont pas toujours discernables, en raison de l'altération profonde et rapide des roches de ce territoire, ainsi qu'il a été dit plus haut. Je les ai cependant observés sur les deux versants.

La haute vallée de la Desges et ses affluents sont entourés d'un cercle de collines (dont l'altitude s'élève de 1400^{m} à 1497^{m}) présentant à leur base des cirques glaciaires occupés par des tourbières, se continuant par des vallées en U (au pied des monts Chauvet, Mongrand 1497^{m}) et offrant

quelques verrous et des restes de moraines. Les environs de Paulhac sont particulièrement caractéristiques à cet égard.

La première glaciation y est figurée par des replats avec blocs erratiques échelonnés entre 1250^m et 1200^m, et la deuxième vers 1125^m. On les retrouve entre Pompeyrin et La Beyssère-Saint-Mary, à Liconesse (buttes moutonnées), à Freyssenet-Chazelat (verrou avec alluvions fluvio-glaciaires), ainsi que dans le grand cirque de Dux-Miolanes, à l'ouest de Malzieu, à des altitudes analogues.

GÉOLOGIE. — *Sur la répartition et l'allure des bassins phosphatés dans le Maroc occidental.* Note (¹) de M. **J. Savornin**, présentée par M. Ch. Depéret.

Le Maroc présente de riches gisements de phosphates sédimentaires éocènes (sables blancs ou grisâtres) dans la région dite : *Plateau de Beni-Meskine*, ou *d'El Borouj-Oued Zem*, qui se continue vers Kasba Tadla. Leur étendue méridienne varie de 1^{km} à 50^{km}, pour une longueur Est-Ouest de plus de 120^{km}. On sait que le tonnage à espérer dépasse 3 à 4 milliards de tonnes.

J'ai observé d'autres gisements dans les bassins hydrographiques de l'Oum er Rebia, du Bou Chane, du Tensift et de l'Oued Kçob.

1° *Bassin des Ahmar-Rehamna.* — La moyenne vallée de l'Oum er Rebia sépare le grand plateau des Beni-Meskine de celui des Selam-R'eraba-Oulad Delim, où l'Éocène est transgressif sur le Primaire et l'Archéen (²). Les surfaces des deux plateaux sont formées des mêmes calcaires lutétiens à *Thersitées*, concordants sur un faisceau de bancs calcaires, marneux, siliceux et *phosphatés* qui constituent l'étage Suessonien.

Si l'on connaît bien le nombre, la puissance et la teneur des couches phosphatées dans le plateau nord de l'Oum er Rebia, aucune prospection n'a été faite au Sud; mais je puis y mentionner la présence de ces couches, toujours sableuses, dont on voit les déblais autour de certains puits arabes. Des blocs silico-phosphatés caractéristiques (fréquemment intercalés vers

(¹) Séance du 27 décembre 1920.

(²) Il repose sur le Crétacé supérieur à l'Est vers la Gada des Selam R'eraba (chez les Rehamma) et sur le Crétacé moyen à l'Ouest, près la Zaouïa Sidi b. Madhi er Rhouati (chez les Ahmar).

le toit de certaines couches à El Borouj-Oued Zem) jonchent aussi le sol sur les pentes méridionales du Bou Chane.

Ce bassin s'étend en latitude sur une longueur de plus de 80^{km} à l'est du lac Zima, pour une largeur maxima de 30^{km}. La moitié environ de son étendue (Sud-Est) est probablement noyée sous le niveau hydrostatique.

Les cartes de MM. Brives et Gentil indiquent l'Éocène inférieur à l'ouest du lac Zima, en bordure de la plaine-hinterland de Safi. Il ne peut s'agir que de la retombée d'une flexure, au bord de la falaise crétacée, car celle-ci fait partie d'un grand affleurement où domine le Cénomanien gypseux, jusque dans le douar Biassa. Cette indication témoignerait néanmoins de l'existence du Suessonien sous une partie du Néogène littoral.

2° *Résidus superficiels de Chichaoua.* — Je désigne ainsi les affleurements éocènes mentionnés par MM. Brives et Lemoine le long de la route Mogador-Marrakech (Ank el Djemel, Raïat, Tilda), à l'exclusion de ceux que les cartes figurent le long de l'oued Chichaoua et que je n'ai point observés.

Les calcaires à *Thersitées* forment ici des tables étroites, rappelant les « gour » désertiques. Le Suessonien occupe autour d'elles une étendue irrégulière, dont j'ai relevé les contours déchiquetés. La plus grande dimension Est-Ouest est d'environ 18^{km}, pour 10^{km} Nord-Sud.

Les travaux de prospection ont fait connaître au Tilda l'existence de bancs utiles moins riches qu'à El Borouj. La tranchée de la route, aux Raïat, montre un banc exploitable interrompu par une faille.

On n'y connaissait pas l'existence de bancs phosphatés.

3° *Synclinal des Meskala.* — Cet affleurement, dont l'étude est facile au Khemis des Meskala, est serré dans le crétacé qui forme, au nord du Mtouga, une série d'ondulations. Grossièrement elliptique, il mesure 25^{km} de long, sur une largeur méridienne de 5^{km}.

Un curieux témoin de Suessonien (où la couverture lutétienne manque) s'en détache et forme le plateau du Zned, dont la superficie n'excède pas 300^{ha}.

La prospection de ces deux gisements, séparé par un seuil crétacé large de 1^{km} (route du Tleta el Hanchen au Khemis Meskala) est encore à faire. L'existence de bancs phosphatés que j'y ai vus est seule acquise.

4° *Témoin du Jbil.* — Une minuscule trace de calcaires à silex est au flanc sud du Jbil (Djebel Jhil, sur la carte au $\frac{1}{200000}$ « Dar Kaïd Mtougui »). C'est la pointe d'un synclinal relayant le précédent vers l'Est et presque tout enfoui sous la plaine alluvionnaire des Oulad Jemmouna. La partie

visible occupe quelques hectares. On y reconnaît des traces de bancs silicophosphatés.

5° *Bassin d'Imi n'Tanout.* — J'ai précisé [1] la position stratigraphique d'un affleurement, bord sud de synclinal, à Imi n'Tanout. Ce pli se ferme à l'Ouest à 5^{km} de la Zaouia Sidi Abd el Moumen. Il se prolonge vers l'Est, à la lisière de l'Atlas, jusqu'au delà d'Amismiz. Sa terminaison orientale est figurée par MM. Brives et Gentil au pied du plateau de Kik. La presque totalité du bassin, dont la largeur peut atteindre 15^{km} à 20^{km}, est cachée sous les alluvions oligocènes et quaternaires.

Cette situation est fâcheuse, au point de vue industriel, à cause du bassin hydrologique, probablement artésien, noyant les phosphates. La prospection faite à Imi n'Tanout et à Kahira a donné des résultats jugés encourageants, mais la remarque ci-dessus leur enlève toute valeur pratique.

6° *Bassin de Tanaout ou du Haouz.* — J'indique ce bassin sur la foi des cartes géologiques. Il est séparé de celui d'Imi n' Tanout par le grand seuil éocrétacique et paléozoïque reliant le plateau de Kik à Tameslouht, que je n'ai point franchi.

La disposition tectonique y doit être la même que dans le précédent bassin et le phosphate peut s'y trouver.

Il resterait à rechercher des jalons le reliant, vers le Nord-Est, au synclinal de Kasba Tadla, par Demnat et l'oued Abid.

En résumé, les grandes étendues tabulaires des Beni Meskine et des Oulad Delim sont, de beaucoup, les plus importantes pour l'avenir industriel. Auprès de ces immenses richesses, les résidus de Chichaoua n'ont qu'un intérêt théorique : ils montrent la continuité du régime tabulaire jusqu'au delà des Djebilet et le retour à la situation peu ou point transgressive du Suessonien. Les autres bassins nous renseignent sur l'orogénie de l'Atlas : la netteté de leur plissement et leur remplissage par la puissante formation continentale aquitanienne mettent en valeur l'importance du mouvement orogénique pyrénéen, à la bordure du grand et du moyen Atlas.

Quant à la transgression suessonienne, que j'ai notée au sud de Ben Guerir et jusqu'au lac Zima, elle témoigne d'oscillations eustatiques, non accompagnées de plissement. On sait d'ailleurs que ce régime caractérise toute l'évolution paléogéographique du Maroc occidental durant les temps secondaires.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 807.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action nocive des feuilles mortes sur la germination.* Note de M. **Auguste Lumière**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En cherchant à découvrir les causes du rythme saisonnier et du réveil de la terre, qui sont indépendantes des variations de température, nous avons antérieurement ([1]) émis l'hypothèse que les produits solubles renfermés dans les feuilles mortes et les débris des plantes annuelles, ainsi que ceux qui résultent de leur fermentation, pourraient peut-être jouer un rôle dans ce phénomène périodique.

Pour vérifier cette supposition, nous avons fait tout d'abord macérer pendant 12 heures, dans 2^l d'eau de pluie, des lots de 500^g de débris de végétaux morts, puis de feuilles de marronniers, de platanes et d'arbres fruitiers divers, ramassées immédiatement après leur chute.

Les liquides de macération recueillis sont sensiblement neutres, colorés en brun plus ou moins foncé et réduisent très nettement la liqueur de Fehling à l'ébullition; ils donnent un précipité noir verdâtre par le perchlorure de fer et des matières colorantes par condensation avec les diazoïques. Ces solutions sont donc douées de propriétés réductrices très nettes et paraissent renfermer des corps phénoliques.

Elles s'opposent complètement à la germination des graines.

Après une première macération, si nous remplaçons le liquide retiré par un égal volume d'eau de pluie, nous obtiendrons un nouvel extrait plus dilué, mais qui empêche de la même façon la levée des graines.

En continuant ainsi des épuisements méthodiques, nous avons constaté qu'il fallait en poursuivre la série de nombreuses opérations pour avoir une liqueur qui n'agit plus sensiblement sur la germination.

Dans la nature, les feuilles mortes et les débris végétaux subissent une désorganisation progressive pour aboutir finalement à l'humus et il nous a paru également important d'étudier l'action des produits qui prennent naissance aux premiers stades de leur désagrégation.

A cet effet, nous avons abandonné ces débris à la fermentation spontanée à l'air libre, dans les conditions habituelles de leur transformation et nous avons constaté que leurs premières modifications s'effectuent sous l'influence de micro-organismes dont le plus important est un bacille de l'espèce

---

([1]) Auguste Lumière, *Le réveil de la terre arable* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 868).

coli. Au fur et à mesure qu'elle se poursuit, le milieu devient acide, il se colore davantage, prend une odeur aromatique prononcée; au bout de 3 mois de fermentation, le liquide d'extraction est rouge brun, très difficile à filtrer; dès qu'une portion est passée au travers du filtre, elle se trouble en absorbant l'oxygène de l'air; sa surface se recouvre d'une pellicule irisée et, si l'on procède à des filtrations successives, les mêmes phénomènes se reproduisent par suite de la formation de produits d'oxydation insolubles.

Cette solution possède aussi des propriétés réductrices analogues à celles des macérations préparées immédiatement après la chute des feuilles et exerce les mêmes effets d'inhibition sur la germination des graines.

De nombreux essais sont actuellement en cours afin de préciser les différences que peut présenter la flore microbienne des débris pendant le cours de leur désintégration; ces essais auront ainsi pour but de déterminer, avant l'attaque de la cellulose et des hydrates de carbone, déjà étudiée par d'autres auteurs, la composition des produits intermédiaires élaborés dans ces fermentations et leurs propriétés ainsi que les variations qui peuvent être observées dans ces différents éléments quand on passe d'une espèce végétale à une autre ou lorsqu'on change de climat.

Quoi qu'il en soit, l'explication que nous avons donnée du réveil de la terre semble bien confirmée par ces premiers résultats.

On sait, en effet, que la germination est caractérisée par des oxydations d'une grande intensité; en l'absence d'oxygène, elle n'est pas possible; or, au moment de la chute des feuilles et de la mort des plantes annuelles, les pluies dissolvent les corps solubles réducteurs renfermés dans ces matériaux et imprègnent le sol de substances qui tendent à absorber l'oxygène pour leur propre compte en privant la graine de cet élément absolument indispensable à sa levée.

Au début de la désorganisation des débris végétaux, les mêmes phénomènes peuvent se poursuivre pendant un certain temps encore.

Après la chute des feuilles, la terre demeurera donc stérile jusqu'au jour où l'oxygène atmosphérique ayant pénétré dans le sol, soit directement, soit par sa dissolution dans les eaux de pluies, aura complètement oxydé les produits réducteurs qu'elle renfermait.

Ce mécanisme permet de comprendre toute l'importance du labourage qui ramène à la surface les couches profondes imprégnées d'agents stérilisants dont l'action paralysante est ainsi plus complètement annihilée.

Il explique, en outre, le réveil de la terre qui se manifeste aux premiers jours du printemps, alors que le relèvement de la température a permis de

hâter la fin de ces réactions dont le cycle se trouve terminé à cette époque de l'année.

Nous nous proposons de poursuivre ces expériences, non seulement pour apporter plus de précision dans l'étude du phénomène de biologie végétale qui nous occupe, mais aussi dans l'intention de rechercher des moyens de pouvoir rendre à la terre d'une façon précoce la fécondité qu'elle perd momentanément en hiver du fait des substances réductrices dont nous avons montré l'origine. Il est inutile d'insister sur l'intérêt que pourrait présenter la solution d'un tel problème.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence d'acide quinique dans les feuilles de quelques Conifères*. Note de M. **Georges Tanret**, présentée par M. L. Maquenne.

L'acide quinique, découvert primitivement dans le quinquina (Hofmann, 1790), a, jusqu'à ce jour, été surtout rencontré dans la famille des Rubiacées : dans les Quinquinas, les Remijias, le Café, le Caille-Lait de nos prairies. Il existe aussi dans les feuilles de certaines Ericacées : Busserole, Airelle myrtille et différents autres genres de *Vaccinium;* on l'a enfin signalé dans les feuilles de Tabac, de Betterave et de Groseillier noir.

Je viens à mon tour de constater sa présence dans les feuilles de quelques Abiétinées.

I. Des feuilles de Cèdre (*Cedrus Libani*) sont traitées, à deux reprises, par cinq fois leur poids d'alcool à 70° bouillant. L'extrait alcoolique est déféqué par le sous-acétate de plomb, puis privé de plomb par SO^4H^2 et d'acide acétique par agitation avec de grandes quantités d'éther. La liqueur, franchement acide, est neutralisée à la baryte, puis amenée en sirop : celui-ci est privé de ses sucres par des épuisements à l'alcool bouillant. Le résidu, surtout constitué par un sel organique de baryte, est dissous dans l'eau et additionné de sous-acétate de plomb : le sel basique de plomb ainsi précipité est décomposé par H^2S : on évapore sa solution, on reprend par l'alcool à 95° bouillant qui sépare des sels, on chasse l'alcool et l'on concentre la solution aqueuse qui abandonne lentement de beaux cristaux d'acide quinique. Des eaux mères on retire encore un peu d'acide en l'insolubilisant à l'état de quinate de chaux.

L'acide quinique cristallise anhydre. Très soluble dans l'eau, il l'est peu dans l'alcool fort : il se dissout à 14° dans 50 parties d'alcool à 95°,

31 parties d'alcool à 90°, 14 parties d'alcool à 80°, 6,6 parties d'alcool à 60°. Sa solution aqueuse a pour pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -43°,2$. Chauffé avec un mélange de SO^4H^2 et de MnO^2 il donne lieu à la production de quinone qu'on isole par sublimation. Ses sels de calcium et de baryum contiennent les quantités théoriques de Ca et de Ba.

Quant à son point de fusion, il a été trouvé notablement supérieur à celui indiqué par Hesse (161°,6) et reproduit dans la plupart des livres classiques : au bloc Maquenne ou en tube effilé fermé, les cristaux ne fondent qu'à 183°-184°.

Des feuilles de Cèdre, récoltées dans la région parisienne, ont ainsi donné, au mois de juillet, un rendement de 5^g d'acide cristallisé par kilogramme (rapporté aux feuilles à 100°). En décembre, l'acidité libre des feuilles avait diminué d'un tiers : on n'a alors pu isoler que 2^g d'acide au kilogramme.

II. Au cours de ce travail, on a été amené à rechercher les modifications que, comme dans le cas de l'acide tartrique et de l'acide malique (Gernez), le molybdate d'ammoniaque apporte à la valeur du pouvoir rotatoire de l'acide quinique. On a ainsi constaté que des additions progressives de ce sel changent notablement ce pouvoir rotatoire. Rapporté à 1^{mol} d'acide quinique, on le voit d'abord passer de sa valeur initiale à un premier maximum $[\alpha]_D = -63°$ pour $\frac{1}{16}$ de molécule de molybdate, puis décroître jusqu'à $-54°,8$ pour $\frac{1}{8}$ de molécule, pour remonter enfin à la valeur limite $-71°,7$ avec $\frac{1}{2}$ molécule (1^g d'acide quinique pour 14^{cm^3} de solution).

De telles solutions, longtemps abandonnées à elles-mêmes, déposent lentement un polymolybdate peu soluble, analogue à celui que M. Darmois a récemment signalé comme se formant dans l'action du molybdate d'ammoniaque sur l'acide malique : en même temps le pouvoir rotatoire subit de nouvelles modifications. Au bout de deux mois et demi, le minimum était tombé à $[\alpha]_D = -21°$: le premier maximum ne varie pas, le second remontant légèrement à $[\alpha]_D = -74°,7$.

Cette action sensibilisatrice du molybdate d'ammoniaque peut, dans certains cas, aider à la recherche de l'acide quinique et servir de base à une méthode approchée de dosage, étant donné que le pouvoir rotatoire de l'acide augmente des deux tiers par l'addition d'un excès de molybdate ([1]).

III. La recherche précédente a été étendue à un certain nombre de Coni-

([1]) L'augmentation globale du pouvoir rotatoire de l'acide quinique sous l'influence du molybdate d'ammoniaque avait déjà été signalée par Rimbach et Schneider (*Z. f. physik. Ch.*, t. 44, 1903, p. 467). L'existence des trois points critiques que je signale ici n'a cependant pas été vue nettement par ces auteurs.

fères, dont l'acidité libre des feuilles était du reste très variable, dans le rapport de 1 à 8.

Les tentatives d'isolement sont restées négatives dans le cas de l'If (*Taxinées*) et du Genévrier (*Cupressinées*). Dans le groupe des Abiétinées, on n'a pas trouvé d'acide quinique dans l'Epicea ni dans le Sapin; par contre, le Mélèze (*Larix europœa*) m'a fourni des résultats à rapprocher de ceux du Cèdre, mais avec des différences sensibles suivant la provenance des échantillons analysés. Des Mélèzes de la forêt de Fontainebleau (juillet) ont donné $3^g,5$ d'acide par kilogramme de feuilles (à 100°) : le rendement a atteint 5^g pour des feuilles récoltées au même moment dans une vallée des Hautes-Alpes, à 1800^m d'altitude. On retrouve donc, dans ce cas particulier, l'influence du climat sur la biologie d'un même végétal, aussi nette au point de vue chimique qu'elle l'est souvent au point de vue morphologique. Cet exemple est à rapprocher de l'augmentation de la teneur en quinine et en cinchonine des Quinquinas cultivés aux altitudes élevées, de la richesse en essence des Lavandes croissant en montagne, de la composition variable de l'essence de Criste-Marine selon les points de sa récolte (Delépine et de Belsunce), et de bien d'autres encore.

MORPHOLOGIE. — *De l'action tourbillonnaire de l'eau sur le corps et la queue des Oiseaux plongeurs.* Note de M. **A. Magnan**, présentée par M. Edmond Perrier.

J'ai montré, en collaboration avec M. F. Houssay [1], que les Oiseaux aquatiques se distinguent des autres groupes d'Oiseaux par une aile peu large, et cela quelle que soit leur sorte de vol, plané ou ramé. En outre, chez ces Oiseaux d'eau, l'acuité de l'aile étant très grande, la queue se trouve raccourcie, alors que les autres Oiseaux s'opposent aux précédents par une aile moins aiguë et une queue plus longue.

J'ai essayé de détailler davantage ces conclusions par une analyse plus serrée et, à la suite de nouvelles observations, j'ai été amené à adopter le groupement suivant pour les Oiseaux que j'ai étudiés, tellement les résultats que j'obtenais étaient caractéristiques, lorsque je comparais la longueur de la queue mesurée en centimètres à la racine cubique du poids exprimé en grammes.

---

(1) F. Houssay et A. Magnan, *L'envergure et la queue chez les Oiseaux* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 39).

		Poids du corps.	Longueur relative de la queue.	Rapport de l'envergure à la largeur de l'aile.
A.	Rapaces diurnes	1443g,90	2,6	5,6
	Corvidés	255	2,6	4,2
	Passereaux	43,20	2,3	4,6
	Rapaces nocturnes	587	2,2	5,5
	Gallinacés, Colombins	560,50	1,7	5,3
B.	Palmipèdes à grandes ailes	2026,70	1,7	8,7
	Grands Echassiers	2662	1,5	6
	Petits Echassiers	280,40	1,3	6,7
	Oiseaux plongeurs	892	0,8	7

Il ressort de l'examen de ce Tableau qu'il existe bien deux séries d'Oiseaux très distinctes :

1° La série A, formée d'Oiseaux terrestres, chez lesquels l'acuité de l'aile est assez petite et la longueur de la queue assez grande.

2° La série B, constituée par des Oiseaux habitués à vivre dans les régions aquatiques, qui, de ce fait, ont souvent à supporter les effets de grands courants d'air et chez lesquels l'acuité de l'aile est plus grande, tandis que la queue est courte.

Mais on peut se rendre compte que les Oiseaux plongeurs possèdent une queue extraordinairement réduite, plus réduite que celle des autres Oiseaux fréquentant les rivages ou les marais, mais ne menant pas la vie aquatique. J'ajouterai que les chiffres que je donne ne représentent pas des moyennes factices, puisque la longueur relative de la queue varié, pour les espèces étudiées, de 2 à 3,3, chez les Rapaces diurnes par exemple, et seulement de 0,3 à 1,1 chez les Oiseaux plongeurs.

On sait, comme plusieurs auteurs l'ont établi, que les Poissons ont leur extrémité postérieure effilée. Cet effilement de la partie postérieure de leur carène est la conséquence de l'action tourbillonnaire de l'eau qui a eu aussi pour effet de provoquer une inversion du corps, avec compression dans le plan horizontal à l'avant et dans le plan vertical à l'arrière, ainsi que l'a montré C. Weyher (¹).

Or il n'est pas sans intérêt de faire remarquer que ce modelage par l'eau s'est exercé sur les Oiseaux plongeurs de façon identique, effilant la partie

(¹) C. Weyher, *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, 15 janvier 1905.

postérieure de leur corps et réduisant les rectrices en longueur et en poids, souvent au point de les faire disparaître presque complètement, et cela est vrai aussi bien chez les Palmipèdes et les Échassiers, que chez les Passereaux plongeurs tels que les martins-pêcheurs dont la longueur relative de la queue est de 1,1, alors que pour les autres Passereaux, cette longueur est en moyenne de 2,3.

J'ai constaté d'ailleurs que d'autres déformations avaient été apportées au corps des Oiseaux plongeurs en raison de leur déplacement à une certaine vitesse, quelquefois assez grande, dans le milieu aquatique. Tout d'abord leurs membres postérieurs, pressés par les courants d'eau, se sont placés dans le prolongement du corps en même temps que les jambes se soudaient plus ou moins à celui-ci. En outre, ces Oiseaux ont subi, comme les Poissons, une inversion à deux nappes plus ou moins masquée, la compression postérieure dans le plan vertical étant la plus nette et se traduisant particulièrement chez les grands plongeurs comme les grèbes et les plongeons, par un applatissement des tarses dans ce même plan.

Cette forme générale de fuselage que l'on observe chez les Oiseaux plongeurs aussi bien que chez les Poissons méritait d'être signalée, car, étant donnée sa généralité, elle nous paraît susceptible d'applications pratiques.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur la semi-perméabilité biologique des parois extérieures des Sipunculides.* Note [1] de M. C. **Dekhuysen**, transmise par M. Y. Delage.

Les liquides cavitaires des invertébrés marins sont isotoniques avec l'eau de mer ambiante. On pourrait admettre que les parois sont, du moins en partie, perméables pour l'eau, les gaz et les sels. Les expériences suivantes vont montrer que la paroi extérieure du *Phascolosoma vulgare* et du *Sipunculus nudus* est *biologiquement semi-perméable*, c'est-à-dire que l'eau pure, CO^2 et O^2 passent avec une rapidité incomparablement plus grande que les sels.

Ces animaux sont des sacs vermiformes, à parois musculaires fortes, tapissées à l'extérieur par un épiderme, constitué d'une seule couche de cellules, couvertes par une cuticule épaisse, tandis que, à l'intérieur, on

[1] Séance du 20 septembre 1920.

trouve un épithélium à cils vibratils. La cavité générale très vaste est remplie du liquide périviscéral. Elle communique avec le milieu ambiant par deux pores excréteurs, toujours bouchés. Ce n'est qu'une seule fois, au cours d'expériences avec une centaine d'individus, que nous avons vu en sortir le liquide périviscéral, très facilement reconnaissable à sa couleur rougeâtre, due aux nombreuses hématies chargées de hémérythrine. L'animal était en excitation considérable sous l'action du chloroforme. En captivité, les animaux vident leur tube digestif et ne prennent pas le sable. Aussi n'avalent-ils de l'eau de mer qu'en quantités négligeables. Nous avons, dans la pesée, un moyen très simple pour étudier l'action de la pression osmotique du milieu ambiant. La quantité du liquide périviscéral est d'environ 58,6 pour 100 du poids des Phascolosomes, de 57,7 à 62,8 pour 100 du poids des Siponcles. Le point de congélation de 20^{cm^3}, empruntés à 10 Phascolosomes, était : — 2°, et contenait en chlorures, calculées comme NaCl : 2,925 pour 100. Chez un Siponcle nous en avons trouvé 3,25 pour 100, exactement la même quantité que dans l'eau de mer. Le point de congélation en est : — 2°,03 en moyenne.

1. Un Phascolosome en très bon état, pesant $3^g,125$, est lavé dans 5,45 pour 100 de $NaNO^3$ (à peu près isotonique avec l'eau de mer), puis porté en 100^{cm^3} d'eau distillée. 5 minutes après il pèse $3^g,470$; remis dans l'eau de mer il pèse après 3 heures $3^g,145$; le lendemain $3^g,127$. *L'eau distillée ne contenait qu'une trace de* Cl, *correspondant à moins de* $0^{mg},2$ *de* NaCl. Le liquide périviscéral a absorbé 18,8 pour 100 d'eau sans dommage.

2. Poids originel du Phascolosome : $2^g,429$; après 10 minutes dans H^2O : $2^g,932$, donc 35,35 pour 100 de dilution du liquide périviscéral. Remis dans l'eau de mer, après 3 heures, il pèse $2^g,610$.

3. Poids originel : $4^g,308$; après 20 minutes dans 70^{cm^3} de H^2O : $4^g,973$. L'animal, très vigoureux, avait contracté ses muscles et réduit sa surface autant qu'il pouvait, ne diluant son liquide périviscéral que de 26,6 pour 100. L'eau d'où il sortait contenait $4^{mg},39$ de NaCl. ; 2 heures dans l'eau de mer réduisent le poids à $4^g,675$.

4. Un Phascolosome, peu vigoureux, pèse $3^g,860$; 10 minutes dans l'eau distillée portent son poids à $4^g,735$, donc 38,7 pour 100 de dilution du liquide périviscéral ; après 20 heures dans l'eau de mer, il pèse encore $4^g,150$.

5. Trois Phascolosomes bien portants : I. $7^g,8$, pèse : après 30 minutes (¹), $9^g,5$, donc 37 pour 100 de dilution du liquide périviscéral ;

(¹) En eau douce contenant 10^{mg} de NaCl par 100^{cm^3}.

45 minutes après remise dans l'eau de mer, 8g,9; 16 heures après, 8g,5. — II. 3g,6, pèse : après 30 minutes ([1]), 4g,2, donc 28,5 pour 100 de dilution du liquide périviscéral; 45 minutes après remise dans l'eau de mer, 3g,9; 16 heures après, 3g,7. — III. 3g,7, pèse : après 30 minutes ([1]), 4g,6, donc 41 pour 100 de dilution du liquide périviscéral; 45 minutes après remise dans l'eau de mer, 4g,2; 16 heures après, 3g,9.

6. Trois autres, moins bien portants : I. 4g,4, après 80 minutes dans 300cm³ d'eau distillée, 5g,9; 18 heures après, l'animal, plutôt moribond, avait 4g,2. — II. 4g,2, après 80 minutes dans 300cm³ d'eau distillée, 5g,4; 18 heures après, l'animal, moribond, avait 3g,8. — III. 1g,5, après 80 minutes dans 300cm³ d'eau distillée, 2g,3; 18 heures après, l'animal, moribond, avait 2g,3.

7. Un Phascolosome en bonne condition, pesant 2g,993, est mis dans une solution de 12g de NaCl en 100g d'eau; après 25 minutes, 2g,772; remis dans l'eau de mer après 2 heures, il pèse 2g,955.

Il résulte de ces chiffres que l'état de l'animal joue un grand rôle dans le passage de l'eau et des sels à travers la paroi.

8. Deux Siponcles très bien portants pesaient 60g,0 et 64g,5; 10 minutes dans de l'eau de mer diluée d'un volume égal d'eau douce portent leur poids à 64g,5 et 69g,3. Après 19 heures dans l'eau de mer, nous trouvons 59g,1 et 64g,3; mais 2 jours après, le second pesait 67g,3 (sans avoir eu du sable à sa disposition). Ils avaient dilué leur liquide périviscéral de 13 pour 100.

9. Le Siponcle de 67g,3 transporté dans de l'eau de mer, où l'on avait dissous 11g,05 de NaCl pur, perd en 10 minutes 1g,3. Après 6 heures dans l'eau de mer il en regagne 1g,8. Son liquide périviscéral contenait 3g,087 pour 100 de NaCl : diminution tout à fait explicable par l'absorption de 3g,5 d'eau pure dans les expériences décrites.

Nous préparons un liquide hypotonique A en mélangeant 900cm³ d'eau de mer avec 100cm³ d'eau douce, et un liquide hypertonique B en dissolvant 3g,5 de NaCl pur dans 1l d'eau de mer. Donc 10 pour 100 de dilution et 10 pour 100 de concentration.

([1]) En eau douce contenant 10mg de NaCl par 100cm³.

Poids de 12 Phasc.	Après 20 minutes en A.	Le liq. pér. a donc absorbé p. 100 (¹).	Après 20 minutes en B.	Le liq. pér. a donc perdu p. 100 (²).	Dans l'eau de mer après 1 heure.	Dans l'eau de mer après 3 heures.
g 2,901...	g 2,970	4,1	»	»	g 2,953	»
3,264...	3,355	4,75	»	»	3,294	»
4,655...	4,765	4	»	»	»	g 4,635
3,562...	3,598	1,725	»	»	»	3,560
3,730...	3,835	4,8	»	»	»	3,790
2,735...	2,793	3,625	»	»	»	2,725
3,773...	3,860	3,94	»	»	»	3,785
2,810...	»	»	g 2,773	2,25	2,802	»
2,331...	»	»	2,275	4,1	2,325	»
3,445...	»	»	3,255	9,4	»	3,408
4,062...	»	»	3,900	6,8	»	3,993
3,545...	»	»	3,428	5,6	»	3,520
3,380...	»	»	3,308	3,6	»	3,352
3,067...	»	»	2,915	7,39	»	2,988

Quand le milieu ambiant subit des variations de concentration supportables, les animaux se défendent. Ils absorbent moins d'eau dans le milieu hypotonique qu'ils n'en perdent dans le milieu hypertonique au même degré. Est-ce que c'est leur défense musculaire qui combat la pression osmotique? Ce serait un moyen efficace contre le gonflement, impuissant contre le dégonflement; d'ailleurs les animaux s'étendent dans le milieu dilué. Nous croyons plutôt au rôle des cellules de l'épiderme dans la défense. Les gaz respiratoires traversent la paroi : Phascolosomes et Siponcles n'enfoncent dans le sable qu'une partie très peu étendue de leur corps : la trompe ou le pôle apical sortent. Les tentacules ne s'étendent que rarement. Nous n'avons pu trouver d'indications d'un passage de sels par la paroi tant qu'elle était en état normal. C'est donc bien la *semi-perméabilité biologique*.

(¹) En moyenne 4,49 pour 100 d'eau.
(²) En moyenne 6,52 pour 100 d'eau.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Les végétaux inférieurs et les facteurs accessoires de la croissance.* Note de M. **Pierre Goy**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Depuis que le problème des vitamines a été posé au sujet des animaux supérieurs, bien des chercheurs se sont demandés si les végétaux, et notamment les monocellulaires, avaient besoin de tels composés organiques pour mener à bien leur évolution. De l'avis de quelques auteurs, la question ne fit aucun doute et ceux-ci répondirent par l'affirmative; pour d'autres, il ne saurait y avoir la moindre comparaison à ce sujet entre les végétaux et les animaux; enfin, certains ont admis de la part des infiniment petits une sensibilité marquée à de tels composés sans que la présence de ces corps revête un caractère obligatoire pour leur développement.

Nous nous sommes donc proposé de chercher si vraiment la présence de certains composés organiques était une cause *sine qua non* au développement des végétaux inférieurs, si ceux-ci bénéficiaient d'un apport de corps organique à action spécifique, et enfin dans l'affirmative si ces composés étaient des vitamines, pouvaient y être assimilés ou non.

Nous nous sommes servi à cet effet du *Saccharomyces cerevisiæ* comme sujet d'expérience et du *Mucor Mucedo* en fait de générateur; toutefois nous n'avons pas circonscrit nos recherches à ces deux espèces, ayant expérimenté sur bon nombre d'autres sujets, entre autres *Aspergillus niger*, *Penicillium glaucum*, *Bacillus megatorium* et plusieurs autres Bacilles, Diplobacilles et Streptocoques.

Il ressort de nos recherches :

1° Que les végétaux inférieurs, notamment ceux précités, n'exigent pour leur développement aucun corps organique pouvant de près ou de loin être assimilé aux vitamines, ce terme étant pris au sens habituel du mot, car ils poussent admirablement en milieux minéraux appropriés sans la moindre trace de facteurs accessoires; ces solutions composées de corps strictement purs ayant été de plus stérilisées, pendant 1 heure 30 minntes, à 130°;

2° Que ces mêmes végétaux voient, outre leur métabolisme modifié, la vitesse de leur prolifération accrue dans des proportions surprenantes (sans augmentation toutefois de poids final récolté) par le simple apport de

quelques fractions d'un milieu minéral analogue, mais où avait proliféré auparavant soit une espèce identique, soit un végétal très différent;

3° Que le corps organique communiquant une telle propriété à ces milieux, et que nous avons réussi à isoler d'une culture de *Mucor*, par l'éther, à l'état pur et cristallisable ne révèle sa propriété accélératrice qu'une fois porté en solution au bain-marie à 85°-90°, la perdant seulement vers 168°-170° (chaleur sèche n'entraînant pas sa carbonisation) et n'ayant pas l'air de souffrir beaucoup d'un passage à l'autoclave pendant 1 heure 30 minutes, à 130°.

Nous pouvons d'ores et déjà affirmer que ce corps est un composé carboné à fonction acide, fusible aux environs de 175° sans laisser de cendres, non précipitable par l'acide phosphotungstique, ne présentant aucun des caractères d'un amino-acide quelconque, et ne décelant pas trace de phosphore on d'azote.

Dissoute dans l'eau et évaporée sur lame, la cristallisation de cette substance vue à fort grossissement, rappelle certaines feuilles de fougère; mais si, par exemple, on la porte lentement à son point de fusion elle ne tarde pas à se séparer en deux parties : l'une pulvérulente reste au fond du récipient qui la contient, tandis que l'autre se condense sur les parois affectant une nouvelle forme cristalline de système prismatique, d'ailleurs retransformable en la première, à peu de chose près, à la suite d'une nouvelle dissolution et évaporation. Ni la partie cristallisée, ni celle pulvérulente ne possède plus d'action sur le développement des levures; cette qualité du reste ayant été annihilée par chauffage avant qu'aucune modification physique ne nous ait frappé.

Il nous a été possible d'obtenir des résultats analogues à ceux fournis par ce corps au moyen d'extraits de tissus végétaux, parmi ceux-ci seuls les jus de citron et d'orange se révélèrent comme activant sans même avoir besoin d'être chauffés préalablement; mais par contre ces dernières résistèrent comme les précédents à des températures qui auraient détruit sans nul doute possible les facteurs accessoires dénommés A et B.

Nous nous baserons sur les faits suivants pour conclure à la non-identité des corps appelés *vitamines* d'avec celui trouvé au cours de nos recherches :

1° Besoin d'un chauffage antérieur pour rendre actif ce composé organique;

2° Non-destruction de celui-ci par la chaleur humide, même à haute température;

3° Présence de ce corps dans les grains de riz décortiqués.

Par contre, le peu de matière $0^{mg},8$ pour 50^{cm^3} de liquide de Mayer nécessaire au plein effet de son action vis-à-vis des levures et des végétaux inférieurs en général, sa destruction par le radium et par ébullition en solution alcaline, sa plus grande résistance aux rayons ultraviolets, et enfin son caractère véritablement accessoire nécessitant un couvert des éléments minéraux indispensables pour agir efficacement, font que par certains côtés ce composé prend figure de véritable vitamine de croissance, non indispensable à la vie des infiniment petits, mais singulièrement efficace quant à leur prolifération.

Il résulte des recherches précédentes que les vitamines ne sont pas indispensables aux végétaux inférieurs; toutefois l'évolution de ceux-ci est considérablement influencée par un corps organique que nous avons isolé, à l'état pur et cristallisable, de cultures de *Mucor Mucede* en milieux synthétiques.

Ce composé n'agit qu'après avoir été chauffé à 85°-90° et perd sa propriété vers 170°. Il ne présente aucun caractère propre aux acides aminés.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Diabète et glycémie*. Note de MM. **H. Bierry** et **F. Rathery**; présentée par M. Henneguy.

Dans des conditions physiologiques, bien déterminées, un individu normal présente une *glycémie* qui lui est propre et qui peut être regardée comme sensiblement fixe. Cette glycémie fonctionnelle doit servir de base à des comparaisons ultérieures.

On observe, dans divers états physiologiques ou pathologiques, une augmentation sensible de la teneur en sucre du sang, augmentation qui peut coïncider avec la présence ou non du sucre dans l'urine. Si l'on admet que l'hyperglycémie conditionne la glycosurie, et qu'on prenne le passage du glucose dans l'urine comme réactif de l'hyperglycémie, on constate qu'il existe toute une marge où l'hyperglycémie peut s'exercer sans effet glycosurique, et cela jusqu'à un certain taux qui d'emblée déclenche l'élimination du glucose par le rein. Nous appellerons *hyperglycémie liminaire* la teneur en sucre du sang nécessaire pour produire le *seuil* de la glycosurie. Cette hyperglycémie liminaire est nettement individuelle.

Faute de pouvoir comparer la glycémie des sujets, atteints de diabète, à la glycémie fonctionnelle de ces mêmes sujets lorsqu'ils étaient en bonne santé, nous avons été obligés de tourner la difficulté. Voici le mode opératoire que nous avons adopté pour l'étude de la glycémie des diabétiques, chez lesquels il est possible, par un régime strict ou par le jeûne, de faire disparaître le sucre urinaire.

1° *Régime strict.* — A un diabétique, présentant de la glycosurie, nous faisons une première prise de sang et nous déterminons la teneur du plasma veineux en sucre libre et sucre protéidique. Le diabétique est ensuite soumis à un régime strict, pauvre en hydrates de carbone, comprenant : œufs, viande, légumes verts, beurre, vin et eau. En général, vers le troisième jour de ce régime, le diabétique, du type envisagé, est devenu aglycosurique. Ce régime est prolongé pendant 8 jours, temps au bout duquel est fait un nouvel inventaire en sucre du plasma veineux. Ensuite, on améliore ce régime sous le rapport des sucres en y introduisant un aliment riche en un hydrate de carbone déterminé (pomme de terre par exemple), et l'on cherche, dans les conditions précisées, la capacité de fixation du sujet considéré vis-à-vis de cet hydrate de carbone, dont les prises sont progressivement augmentées, jusqu'à ce que l'urine de 24 heures ne renferme plus que des traces de sucre. A ce moment, nous diminuons très légèrement la dose de l'aliment hydrocarboné de façon à faire disparaître complètement le glucose urinaire (urine de 24 heures), et, par une troisième prise de sang (1), nous déterminons ce que nous appellerons l'*indice glycémique de tolérance*, c'est-à-dire la teneur en sucre libre et sucre protéidique du plasma veineux à ce moment.

Les modifications que nous avons constatées à la suite de ces différentes épreuves peuvent être résumées ainsi : chez la plupart des diabétiques du type envisagé on constate, après 8 jours de régime strict, un abaissement très net de la teneur du plasma veineux, à la fois en sucre libre et en sucre protéidique. Cette teneur se relève, à la suite du régime de tolérance, tout en restant inférieure à la teneur initiale. L'indice glycémique de tolérance prend ainsi une teneur intermédiaire en sucre libre et sucre protéidique. A chaque individu correspond un indice particulier.

---

(1) Les trois prises de sang sont faites à une veine du bras, le matin à jeun, 10 heures environ après le repas du soir, à 8 jours d'intervalle. Il suffit pour la détermination de l'indice glycémique de 8^{cm^3} à 10^{cm^3} de plasma fluoré.

D'autres modalités ont été observées : à la suite du régime de tolérance, le taux du sucre libre peut remonter et même dépasser le taux initial (correspondant à la première saignée et à l'état de glycosurie), mais le sucre protéidique se maintient à un taux inférieur, ou *vice versa*. Avec certains cas on assiste aux différentes phases d'un jeu de compensation entre le sucre protéidique et le sucre libre.

Quand, initialement, la teneur en sucre protéidique est peu élevée, les variations du sucre protéidique sont peu accusées.

2° *Jeûne*. — Pendant le jeûne, la teneur du plasma veineux en sucre libre et en sucre protéidique subit une baisse notable. Exemple :

	Sucre libre pour 100.	Sucre protéidique pour 100.
Avant le jeûne	1g,33	1g,88
Pendant le jeûne	0g,99	1g,21

Diabète consomptif. — Dans le diabète consomptif, avec acidose, on peut, au cours du jeûne, observer deux sortes de phénomènes : 1° la teneur du plasma en sucre libre et en sucre protéidique augmente et les symptômes de coma apparaissent; 2° les signes d'acidose disparaissent, la glycosurie s'atténue considérablement ou cesse; le taux du sucre libre et protéidique baisse dans le plasma. Exemple :

	Sucre libre pour 100.	Sucre protéidique pour 100.
Avant le jeûne	4g,31	0g,81
Pendant le jeûne	2g,65	0g,40

Conclusions. — Des recherches faites sur 45 diabétiques nous déduisons les conclusions suivantes : 1° chaque diabétique a un indice glycémique de tolérance qui lui est propre; 2° un chiffre élevé de cet indice est en rapport avec un pronostic réservé; 3° la valeur de l'indice glycémique protéidique, qui n'avait pas été envisagé jusqu'ici, paraît revêtir un intérêt tout particulier; 4° l'étude de l'indice glycémique donne le moyen de suivre des modalités de diabète que le simple examen des urines ne permet pas d'envisager. Dans la pratique courante, une seule prise de sang, faite dans les conditions précitées, permet de caractériser l'indice glycémique de tolérance.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie, par l'organe de son Doyen M. Lemoine, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Armand Gautier* :

En première ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Auguste Béhal** **Georges Urbain**
En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Émile Blaise** **Albert Colson** **Marcel Delépine** **Paul Lebeau**

A l'unanimité, l'Académie adjoint à cette liste le nom de M. **Camille Matignon**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 3 janvier 1921.)

État de l'Académie des Sciences au 1er janvier 1921 :

Page 16, à la liste des Membres élus depuis le 1er janvier 1920, *ajouter* : *Académiciens libres*. — M. J.-L. Breton, le 29 novembre.

Page 17, ligne 11, *au lieu de* M. Vito Volterra, décédé, *lire* M. Vito Volterra, élu Associé étranger.

Note de M. *R. de Forcrand*, Sur le point de fusion de l'heptane et la loi d'alternance des points de fusion :

Page 31, ligne 8, *au lieu de* exécuté en 1896, *lire* exécuté en 1916.

Note de M. *A. Liénard*, Potentiels scalaire et vecteur dus au mouvement de charges électriques :

Dans toutes les formules des pages 52 et 53, lire partout r au lieu de v.

(Séance du 17 janvier 1921.)

Note de M. *Charles Frémont*, Essai, à l'emboutissage, des tôles minces :

Page 148, lignes 6 et 14, *au lieu de* kg, *lire* kgm (kilogrammètres).



N° 4.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 24 Janvier 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTIONS.

CORRESPONDANCE.

N° 4.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

COMITÉ SECRET.

54466 — 1-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie,
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. Thouzellier.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 9 (28 Février 1921).



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

—

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires ; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé ; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les poser au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 FÉVRIER 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 22 février 1921, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Louis Joubin** pour occuper, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, la place vacante par le décès de M. *Yves Delage*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Louis Joubin** prend place parmi ses confrères.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes d'Hermite ternaires dans un corps quadratique imaginaire* (champs $\sqrt{-1}$ et $\sqrt{-2}$). Note de M. **G. Humbert.**

I. Généralités. — Soit la forme d'Hermite

$$(1)\qquad f(x, y, z) = axx_0 + b''_0 xy_0 + b'' x_0 y + a' yy_0 + b_0 y z_0 + b y_0 z + a'' zz_0 + b'_0 zz_0 + b' z_0 x,$$

a, a', a'' étant des entiers réels, b, b_0, ... des entiers conjugués du corps quadratique $\sqrt{-1}$ ou $\sqrt{-2}$, ainsi que x, x_0, ...

La forme f est dite *primitive* lorsque les coefficients a, b''_0, ... n'ont aucun diviseur, entier réel, commun. Lorsque, de plus, a, a', a'' ne sont pas pairs à la fois, la forme est dite *proprement primitive*.

Le déterminant

$$D = \begin{vmatrix} a & b''_0 & b' \\ b'' & a' & b_0 \\ b'_0 & b & a'' \end{vmatrix}$$

est appelé *déterminant de la forme*. Son développement est

$$D = aa'a'' + bb'b'' + b_0 b'_0 b''_0 - a b b_0 - a' b' b'_0 - a'' b'' b''_0.$$

Si l'on pose

$$\begin{aligned} a\,x_0 + b''_0 y_0 + b' z_0 &= X, & a\,x + b'' y + b'_0 z &= X_0,\\ b'' x_0 + a' y_0 + b_0 z_0 &= Y, & b''_0 x + a' y + b z &= Y_0,\\ b'_0 x_0 + b\,y_0 + a'' z_0 &= Z, & b' x + b_0 y + a'' z &= Z_0, \end{aligned}$$

on a

$$f(x, y, z) = xX + yY + zZ = x_0 X_0 + y_0 Y_0 + z_0 Z_0.$$

La forme obtenue en remplaçant dans la forme donnée x, y, z (et aussi x_0, y_0, z_0) par leur valeur en fonction de X, Y, Z, X_0, Y_0, Z_0, s'appelle la *forme adjointe* de la forme $f(x, y, z)$.

Son expression est

$$-\begin{vmatrix} a & b''_0 & b' & X \\ b'' & a' & b_0 & Y \\ b'_0 & b & a'' & Z \\ X_0 & Y_0 & Z_0 & 0 \end{vmatrix} = XX_0(a'a'' - bb_0) + \ldots.$$

On désigne par Ω le plus grand commun diviseur (entier ordinaire) des coefficients de l'adjointe; on prend $\Omega > 0$ si la forme f est définie et $\Omega < 0$ si elle est indéfinie. La forme adjointe peut s'écrire ΩF; F est appelée la *forme réciproque* de f.

Les coefficients de l'adjointe sont

$$\begin{aligned} A &= a'a'' - b\,b_0, & B''_0 &= b_0 b'_0 - a'' b'',\\ A' &= a\,a'' - b' b'_0, & B'_0 &= b''_0 b'_0 - a' b',\\ A'' &= a\,a' - b'' b''_0, & B_0 &= b'_0 b''_0 - a\,b. \end{aligned}$$

Comme on a $A'A'' - BB_0 = Da$, ..., Ω^2 divise Da, $D'a'$, ..., c'est-à-dire divise D, car les coefficients de la forme f n'admettent aucun diviseur, entier réel, commun.

On pose alors

$$D = \Omega^2 \Delta.$$

Les formes $f(x, y, z)$, pour lesquelles Ω et Δ sont les mêmes, forment un *ordre*.

Les formes f et F sont définies ou indéfinies en même temps (cela résulte des conditions pour qu'une forme soit définie).

On démontre, comme dans le cas des formes ternaires ordinaires, les deux *relations fondamentales*.

La première est

$$f(x, y, z; x_0, y_0, z_0) f(x', y', z', \ldots) = HH_0 + \Omega F(x'y'' - y'x'', \ldots)$$

(la seule différence avec les formes ordinaires est que H^2 est remplacé par HH_0).

Dans les formes d'Hermite, il n'y a pas de *genres*, ce qui simplifie beaucoup la théorie.

II. Mesure du nombre des représentations d'un entier, premier a $2\Omega\Delta$ par les formes de l'ordre (Ω, Δ). — 1. *Représentations propres*. — On passe, comme dans la théorie des formes ordinaires, par la *représentation d'une forme binaire*.

Si, dans la forme $f(x, y, z)$, on pose

$$\begin{aligned} x &= \alpha\xi + \alpha'\eta, & x_0 &= \alpha_0\xi_0 + \alpha'_0\eta'_0, \\ y &= \beta\xi + \beta'\eta, & y_0 &= \beta_0\xi_0 + \beta'_0\eta_0, \\ z &= \gamma\xi + \gamma'\eta, & z_0 &= \gamma_0\xi_0 + \gamma'_0\eta_0, \end{aligned}$$

les $\alpha, \alpha', \ldots$ étant des entiers complexes, tels que les mineurs $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha' \\ \beta & \beta' \\ \gamma & \gamma' \end{vmatrix}$ soient premiers entre eux (dans le sens de Gauss), et si

$$f(x, y, z) = \varphi(\xi, \eta) = m\xi\xi_0 + n''\xi_0\eta + n''_0\xi\eta_0 + m'\eta\eta_0,$$

on dit que $f(x, y, z)$ représente *proprement* $\varphi(\xi, \eta)$.

Soit $D = n''n''_0 - mm'$ le déterminant de $\varphi(\xi, \eta)$; on a

$$D = -\Omega F(\beta\gamma' - \gamma\beta', \ldots).$$

D est donc de la forme $D = -\Omega M''$.

La représentation de φ par f dépend de congruences, dont il suffit d'écrire celle-ci (inconnues N, N_0, conjuguées) :

$$NN_0 + \Delta m \equiv 0 \pmod{M''}.$$

Étudions d'abord le cas du *champ* $\sqrt{-1}$.

On sait, par Hermite, que si M'' est impair et premier à $\Omega\Delta$, cas dans lequel nous nous placerons, et si

$$M'' = p^{\alpha} p'^{\alpha'} \ldots,$$

le nombre de solutions de la congruence est

$$M'' \left[1 - \left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right] \left[1 - \left(\frac{-1}{p'}\right)\frac{1}{p'}\right] \cdots$$

Supposons Ω et Δ impairs ; toutes les formes $\mathcal{F}$ sont, dans ce cas, *proprement primitives*.

On conclut, comme dans la théorie ordinaire, que « la mesure du nombre des représentations propres de M'', premiers à $2\Omega\Delta$, par les $\mathcal{F}$, proprement primitives, d'un même ordre (Ω, Δ) ($\Omega\Delta$ impair), est

$$[H(-\Omega M'') + H_1(-\Omega M'')]M''\left[1-\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right]\cdots,$$

$H(-\Omega M'')$ étant la mesure des classes de formes (positives, proprement primitives) binaires d'Hermite, de déterminant $-\Omega M''$, H_1 la même mesure pour les classes de formes improprement primitives ».

2. *Conséquence*. — On déduit du théorème précédent l'équation

$$\sum \frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(x, y, z)} = \sum \frac{1}{m^s}[H(-\Omega m) + H_1(-\Omega m)]\,m\,\Pi_p\left[1-\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right].$$

Au premier membre, Σ porte :

1° Sur les $\mathcal{F}$ proprement primitives de l'ordre (Ω, Δ);

2° Sur les x, y, z, entiers complexes du champ $\sqrt{-1}$, premiers entre eux, rendant $\mathcal{F}$ premier à $2\Omega\Delta$.

k est le nombre de transformations, à déterminant $+1$ de $\mathcal{F}$ en elle-même.

Au second membre, Σ porte sur les m, entiers ordinaires premiers à $2\Omega\Delta$; $p, p', \ldots$ sont les facteurs premiers de m.

Or, d'après une formule de M. Fatou,

$$H(-\Omega m) = \frac{\Omega m}{8}\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p\left[1+\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right],$$

ω désignant les facteurs premiers > 1 de Ω, et, d'autre part,

$$H_1(-\Omega m) = 0 \qquad \text{si} \quad \Omega m \equiv 1 \pmod 4,$$

$$H_1(-\Omega m) = \frac{2}{3}H(-\Omega m) \qquad \text{si} \quad \Omega m \equiv 3 \pmod 4.$$

Le second membre s'écrit donc

$$\sum \lambda_m \frac{1}{m^{s-2}}\,\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p\left(1-\frac{1}{p^2}\right),$$

$\lambda_m = 1$ ou $\frac{5}{3}$, selon que $\Omega m \equiv 1$ ou $3 \pmod 4$, c'est-à-dire

$$\lambda_m = \frac{1}{3}\left[4-\left(\frac{-1}{\Omega m}\right)\right].$$

Prenons d'abord dans λ_m le terme $\frac{4}{3}$; la partie correspondante du second membre est, en faisant $m = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$,

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \sum_{\alpha, \alpha', \ldots} \frac{1}{p^{\alpha(s-2)} p'^{\alpha'(s-2)}} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\left(1 - \frac{1}{p'^2}\right)\ldots,$$

$p, p', \ldots$ parcourent les nombres premiers impairs, 1 compris; pour $p = 1$, on pose $\left(1 - \frac{1}{p^2}\right) = 1$.

On voit de suite que Σ est un produit par rapport à $p, p', \ldots$. La somme des termes qui répondent, pour p, à $\alpha = 0, 1, 2, \ldots, \infty$ est

$$1 + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=\infty}\left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}} \quad \text{ou} \quad \frac{1 - \frac{1}{p^s}}{1 - \frac{1}{p^{s-2}}}.$$

Donc, la première partie du second membre est

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\left[1 + \left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p \frac{1 - \frac{1}{p^s}}{1 - \frac{1}{p^{s-2}}},$$

p parcourant tous les nombres premiers réels impairs premiers à $\Omega\Delta$.

Prenons maintenant dans λ_m le terme

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega m}\right).$$

On peut l'écrire

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\left(\frac{-1}{p}\right)^\alpha\left(\frac{-1}{p^s}\right)^{\alpha'}\ldots.$$

La seconde partie du second membre est donc

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\Pi_p\left\{1 + \sum_{\alpha=1}^{\infty}\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}}\left(\frac{-1}{p}\right)^\alpha\left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\right\},$$

c'est-à-dire, en sommant la progression géométrique,

$$-^{1}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\Pi_p\frac{1 - \left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p^s}}{1 - \left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}}.$$

Le second membre total devient

$$\frac{4}{3}\,\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega\,\Pi_p\,\frac{1-\dfrac{1}{p^s}}{1-\dfrac{1}{p^{s-2}}}-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega\,\Pi_p\,\frac{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^s}}{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^{s-2}}}.$$

3. *Formule fondamentale.* — Appliquons à la forme $\psi(\xi, \eta) = \xi^2 + \eta^2$, de déterminant -1, la formule de Dirichlet du champ réel, on a

$$\text{(R)}\qquad \sum{}'' \frac{1}{(\xi^2+\eta^2)^s} = \Pi_p\,\frac{1+\dfrac{1}{p^s}}{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^s}}.$$

Dans le premier membre, Σ porte sur les nombres ξ et η premiers entre eux, tels que $\xi^2+\eta^2$ soit premier à $2\Omega\Delta$; dans le deuxième, p est premier, > 1, premier à $2\Omega\Delta$. On ne prend dans Σ'' qu'une représentation par série (c'est-à-dire que si l'on a pris ξ, η on ne prend pas ξ', η' déduits de ξ, η par une des transformations de $\xi^2+\eta^2$ en elle-même). Autrement, il faudrait multiplier le second membre de la relation (R) par 4.

Multiplions membre à membre la relation obtenue précédemment et R; on obtient au premier membre

$$\sum \frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(x, y, z)} \sum \frac{1}{(\xi^2+\eta^2)^s},$$

c'est-à-dire, en posant $\xi^2+\eta^2 = u\overline{u_0}$,

$$\sum \frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(xu, yu, zu)},$$

$u = \xi + \eta i$ est un entier complexe premier à $2\Omega\Delta$; ξ et η sont premiers entre eux dans le champ réel (cela exclut ξ entier réel > 1 et $\eta = 0$). Grâce à la convention faite sur ξ, η, tout système ξ, η convenable figure une fois et une seule au premier membre, k désigne toujours le nombre des transformations à déterminant $+1$ de $\mathcal{F}$ en elle-même.

Le second membre est

$$\frac{4}{3}\,\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega\,\Pi_p\,\frac{1-\dfrac{1}{p^{2s}}}{\left[1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^s}\right]\left[1-\dfrac{1}{p^{s-2}}\right]}-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega\,\Pi_p\,\frac{1+\dfrac{1}{p^s}}{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)}.$$

Transformons les termes du produit Π_p :

$$\frac{1+\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-1}{p}\right)} = \frac{1-\frac{1}{p^{2s}}}{\left(1-\frac{1}{p^s}\right)\left[1-\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}\right]}.$$

Le second membre devient, par une transformation connue,

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \frac{\sum \frac{1}{n^{s-2}} \sum \left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s}}{\sum \frac{1}{n^{2s}}} - \frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \frac{\sum \frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}}{\sum \frac{1}{n^{2s}}},$$

où n, dans les Σ, parcourt les nombres entiers impairs positifs, premiers à $2\Omega\Delta$.

Faisons passer $\sum \frac{1}{n^{2s}}$ au premier membre; celui-ci devient

$$\sum \frac{1}{k\,\mathfrak{F}^s(nux, nuy, nuz)},$$

c'est-à-dire

$$\sum \frac{1}{k\,\mathfrak{F}^s(X, Y, Z)},$$

où X, Y, Z ne sont plus premiers entre eux, mais sont tels que $\mathfrak{F}(X, Y, Z)$ est premier à $2\Omega\Delta$.

Par les conventions faites sur ξ, η, chaque système X, Y, Z convenable ne figure qu'une fois.

On obtient ainsi l'équation fondamentale :

$$\sum \frac{1}{k i \mathfrak{F}_i^s(X, Y, Z)} = \frac{\Omega\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]}{24} \times \left[4\sum \frac{1}{n^{s-2}} \sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s} - \left(\frac{-1}{\Omega}\right)\sum \frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}\right].$$

Au premier membre, Σ porte :

1° Sur les $\mathfrak{F}_i$ proprement primitives de l'ordre (Δ, Ω) ;

2° Sur les X, Y, Z entiers complexes tels que $\mathfrak{F}_i(X, Y, Z)$ soit premier à $2\Omega\Delta$.

Au second membre, ω désigne tout facteur premier, impair, >1, de Ω; n, dans les Σ, parcourt les entiers ordinaires positifs premiers à $2\Omega\Delta$.

4. *Représentation d'un entier.* — En égalant dans les deux membres de l'équation précédente les coefficients de $\frac{1}{m^s}$, on obtient le théorème suivant:

La mesure du nombre des représentations, propres ou non, de m, positif, premier à $2\Omega\Delta$, par les formes $\mathcal{F}$ proprement primitives de l'ordre (Ω, Δ) $(\Omega, \Delta$ *impair), est*

$$\frac{1}{24}\Omega\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left[4-\left(\frac{-1}{m\Omega}\right)\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n^2}\right),$$

la somme Σ étant étendue aux décompositions $m = nn'$.

Application. — Soit $f = xx_0 + yy_0 + zz_0$. On a

$$\Omega = \Delta = 1, \quad \mathcal{F} = f.$$

Il n'y a qu'une classe proprement primitive de l'ordre (1, 1). Pour cette classe, $k = 96$. On a, par suite, le théorème :

Le nombre de décompositions d'un nombre impair en une somme de six carrés est

$$4\left[4-\left(\frac{-1}{m}\right)\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right),$$

Σ étant étendu aux décompositions $m = nn'$.

5. *Cas de $\Delta\Omega$ pair.* — On démontre que, si f est proprement primitive, elle ne peut représenter proprement des formes binaires improprement primitives. Supposons donc f et $\mathcal{F}$ proprement primitives, c'est-à-dire prenons toutes les f_i proprement primitives de l'ordre $(\Omega\Delta)$ dont les réciproques $\mathcal{F}_i$ sont proprement primitives. Il n'y a pas à introduire dans la formule les formes improprement primitives, binaires, de déterminant $-\Omega M''$; on fera donc $\lambda_m = 1$. Il vient

$$\sum\frac{1}{k\mathcal{F}^s(X, Y, Z)} = \frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\sum\frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s},$$

les ω étant les diviseurs impairs, premiers, > 1 de Ω. On en conclut :

La mesure du nombre des représentations (propres et impropres) par les $\mathcal{F}$ de m impair, premier à $2\Omega\Delta$ est

$$\frac{1}{8}\Omega\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right),$$

Σ étant étendu aux décompositions $m = nn'$.

Applications. — 1° Soient

$$f = xx_0 + yy_0 + 2zz_0, \qquad \mathcal{F} = 2xx_0 + 2yy_0 + zz_0, \qquad \Omega = 1, \qquad \Delta = 2.$$

Les classes correspondantes sont uniques dans leurs ordres respectifs; $k = 32$ pour f et $\mathcal{F}$. On obtient le théorème suivant :

Le nombre des représentations primitives ou non, de m impair, par l'expression

$$2(x_1^2+x_2^2)+2(x_3^2+x_4^2)+x_5^2+x_6^2$$

est

$$4\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right).$$

2° $f = 2xx_0 + 2yy_0 + zz_0$, $\quad \mathfrak{F} = xx_0 + yy_0 + 2zz_0$, $\quad \Omega = 2$, $\quad \Delta = 1$.

On obtient, de la même façon :

Le nombre des représentations de m impair par

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+2(x_5^2+x_6^2)$$

est

$$8\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right).$$

Ces deux théorèmes ont été donnés, sans démonstration, par Liouville (*Journal de Mathématiques*, 2e série, t. 9).

3° $f = xx_0 + yy_0 + 3zz_0$, $\quad \mathfrak{F} = 3xx_0 + 3yy_0 + zz_0$, $\quad \Omega = 1$, $\quad \Delta = 3$.

Il y a une autre forme proprement primitive, du même ordre, non équivalente :

$$f' = xx_0 + 2yy_0 + yz_0 + y_0z + 2zz_0.$$

La forme $\varphi' = 2yy_0 + yz_0 + y_0z + 2zz_0$ admet 6 automorphies; f' en admet donc $4\times 6 = 24$; f admet 32 automorphies. D'où le théorème :

Soient N_m *et* N'_m *les nombres des représentations de m, impair, premier à* 3 *par les expressions*

$$x^2+y^2+z^2+t^2+3u^2+3v^2$$

et

$$x^2+y^2+2z^2+2zu+2u^2+2t^2+2tv+2v^2.$$

On a, entre N_m *et* N'_m *la relation*

$$3N_m + 4N'_m = 8\left[4+\left(\frac{-1}{m}\right)\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right).$$

III. Représentations d'un entier (champ $\sqrt{-2}$). — 1. *Cas de* $\Delta\Omega$ *impair*. — Les formes f et $\mathfrak{F}$ ont leur discriminant impair, et sont par suite proprement primitives. Le nombre des représentations propres par les $\mathfrak{F}$ de m positif, premier à $2\Omega\Delta$, est ($m = p^\alpha p'^{\alpha'}\ldots$)

$$[M(\Omega m) + M'(\Omega m)]\,m\left[1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right]\cdots.$$

Or, par la théorie des formes binaires, on a :

$$M(\Omega m) = \frac{2\Omega m}{8} \Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right] \Pi_p \left[1 + \left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right],$$

$$M'(\Omega m) = \mu M(\Omega m) \quad \text{et} \quad \mu = \frac{1}{6}\left[2 - \left(\frac{-2}{\Omega m}\right)\right].$$

De même que pour le corps $\sqrt{-1}$,

$$(1) \qquad \sum \frac{1}{k\mathfrak{F}^s(x, y, z)} = \sum \frac{1}{m^s}[M(\Omega m) + M'(\Omega m)] m \Pi_p \left[1 - \left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right].$$

Au premier membre, x, y, z sont des entiers, premiers entre eux, de corps $\sqrt{2}$, tels que $\mathfrak{F}$ soit premier à $2\Omega\Delta$; les $\mathfrak{F}$ sont les formes (proprement primitives) d'invariants Δ, Ω. La somme du second membre porte sur les m premiers à $2\Omega\Delta$.

Le second membre s'écrit

$$\sum \frac{1}{m^{s-2}}\left[1 - \left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right] \cdots \frac{1}{p}\Omega \Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left[1 + \left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{r}\right] \cdots \frac{1}{6}\left[8 - \left(\frac{-2}{\Omega m}\right)\right].$$

La quantité sous le signe Σ est

$$(\varepsilon) \qquad \frac{\Omega}{24}\Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right] \frac{1}{p^{\alpha(s-2)} \cdots}\left(1 - \frac{1}{p^2}\right) \cdots \left[8 - \left(\frac{-2}{\Omega}\right)\left(\frac{-2}{p}\right)^\alpha \cdots\right].$$

Pour $m = 1$, on a dans cette expression le terme

$$M(\Omega) + M'(\Omega) \quad \text{ou} \quad \frac{\Omega}{24}\Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left[8 - \left(\frac{-2}{\Omega}\right)\right]$$

que nous mettrons en évidence en écrivant (ε) de la façon suivante :

$$\frac{\Omega \Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]}{24} \times \left\{8\left[1 + \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}} \cdots\right] - \left(\frac{-2}{\Omega}\right)\left[1 + \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}}\left(\frac{-2}{p}\right)^\alpha \cdots\right]\right\}.$$

Sommons les progressions géométriques $\alpha = 1$ à ∞; on a

$$\frac{\Omega}{3}\Pi_\omega \Pi_p \left\{1 + \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\frac{\frac{1}{p^{s-2}}}{1 - \frac{1}{p^{s-2}}}\right\} - \frac{\Omega \Pi_\omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_p \left\{1 + \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\frac{\frac{1}{p^{s-2}}\left(\frac{-2}{p}\right)}{1 - \left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}}\right\}$$

ou encore

$$(2)\qquad \frac{\Omega\Pi_\omega}{3}\Pi_p\frac{1-\frac{1}{p^s}}{1-\frac{1}{p^{s-2}}}-\frac{\Omega\Pi_\omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_p\frac{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}},$$

p parcourt, dans Π_p, tous les nombres premiers impairs, premiers à $\Omega\Delta$.

On a, d'autre part :

$$(3)\qquad \sum''\frac{1}{(\xi^2+2\eta^2)^s}=\Pi_p\frac{1+\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^s}},$$

$\xi^2+2\eta^2$ premier à $2\Omega\Delta$, ξ et η premiers entre eux.

Multiplions (1) et (3) membre à membre, en remplaçant le second membre de (1) par (2); on trouve

$$\sum\frac{1}{k\mathfrak{F}^s(xu,yu,zu)}=\frac{\Omega}{3}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p\frac{1-\frac{1}{p^{2s}}}{\left(1-\frac{1}{p^{s-2}}\right)\left[1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^s}\right]}$$
$$-\frac{\Omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_\omega\Pi_p\frac{1+\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}},$$

u est un entier du corps à $\sqrt{2}$ premier à $2\Omega\Delta$, ($u=\xi+i\eta\sqrt{2}$, ξ et η premiers dans le champ réel).

Le second membre s'écrit

$$\frac{\Omega}{3}\Pi_\omega\frac{\sum\frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^s}}{\sum\frac{1}{n^{2s}}}-\frac{\Omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_\omega\frac{\sum\frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}}{\sum\frac{1}{n^{2s}}}$$

n entier quelconque positif, premier à $2\Omega\Delta$.

Chassant $\sum\frac{1}{n^{2s}}$, on a :

$$\sum\frac{1}{k\mathfrak{F}^s(X,Y,Z)}=\frac{\Omega}{24}H_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]$$
$$\times\left\{8\sum\frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^s}-\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\sum\frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}\right\},$$

X, Y, Z sont des entiers quelconques du corps $i\sqrt{2}$, tels seulement que

$\mathfrak{F}(X, Y, Z)$ soit premier à $2\Omega\Delta$; ω est un diviseur premier impair > 1 de Ω, n un entier quelconque, positif, premier à $2\Omega\Delta$.

2. *Cas de* $\Omega\Delta$ *pair*. — On démontre, comme pour le corps $\sqrt{-1}$ que $M'(\Omega\Delta)$ n'a pas à intervenir; il reste (les formes f et $\mathfrak{F}$ étant proprement primitives) pour la formule fondamentale :

$$\sum \frac{1}{k\mathfrak{F}^s(X, Y, Z)} = \frac{\Omega}{4} \Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right] \sum \frac{1}{n^{s-2}} \sum \left(\frac{-2}{n}\right) \frac{1}{n^s}.$$

3. *Représentations d'un entier*. — Dans le cas de $\Omega\Delta$ impair, on a le corollaire suivant :

Le nombre total des representations de m, entier positif, premier à $2\Omega\Delta$ *par les* $\mathfrak{F}_i$, *une représentation par* $\mathfrak{F}_i$ *comptant pour* $\frac{1}{k_i}$ *est*

$$\frac{\Omega}{24} \Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right] \left\{ 8 \sum d^2 \left(\frac{-2}{d'}\right) - \left(\frac{-2}{\Omega}\right) \sum d^2 \left(\frac{-2}{d}\right) \right\},$$

les sommes étant étendues aux décompositions $m = d d'$, *ou encore*

$$\frac{\Omega}{24} \Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right] \sum d^2 \left(\frac{-2}{d}\right) \left[8 \left(\frac{-2}{m}\right) - \left(\frac{-2}{\Omega}\right)\right].$$

4. *Application*. — Soit $\Omega = \Delta = 1$.

Les formes $\mathfrak{F}_i$ sont alors :

$$\mathfrak{F}_1 = x x_0 + y y_0 + z z_0 \qquad (k_1 = 24),$$

$$\mathfrak{F}_2 = x x_0 + 2 y y_0 + (1 + i\sqrt{2}) z_0 y + (1 - i\sqrt{2}) z y_0 + 2 z z_0 \qquad (k_2 = 48),$$

[car la forme $2 y y_0 + (1 + i\sqrt{2}) z_0 y + (1 - i\sqrt{2}) z y_0 + 2 z z_0$ a 24 automorphies, on en conclut que $\mathfrak{F}_2$ en a 48].

$\mathfrak{F}_1$ donne des représentations par l'expression

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(t^2 + u^2 + v^2),$$

x, y, z, t, u, v étant réels. Soit N_1 le nombre de ces représentations.

Les représentations pour $\mathfrak{F}_2$ sont de la forme

$$m = x_1^2 + 2x_2^2 + 2y_1^2 + 4y_2^2 + 2y_1 z_1 + 4y_2 z_2 + 4(y_1 z_2 - y_2 z_1) + 2z_1^2 + 4z_2^2;$$

ce que l'on peut écrire

$$m = x_1^2 + 2x_2^2 + (2y_2 + z_2 - z_1)^2 + (z_1 + y_1 + z_2)^2 + (y_1 + z_2)^2 + z_2^2$$

ou encore

$$m = x_1^2 + 2x_2^2 + u^2 + v^2 + w^2 + t^2$$

avec la seule condition

$$u + v + w + t \equiv 0 \pmod 2$$

ou x_1 impair.

Soit N_2 le nombre de ces représentations.

La formule du n° 3 donne

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 = \left[8\left(\frac{-2}{m}\right) - 1\right] \sum d^2 \left(\frac{-2}{d}\right).$$

On en déduit une formule de Liouville, en distinguant différents cas.

1° $m \equiv 5 \pmod 8$. — N_1 est le nombre des décompositions

(1) $$m = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + u^2 + 2v^2,$$

où t et u ont même parité, c'est-à-dire où $x + y + z$ est impair. Or, les décompositions (1) sont de trois espèces :

1. Celles où v est pair, x, y, z, t, u impairs. Soit X leur nombre;
2. Celles où v est pair, un seul des $x \ldots u$ impair. Soit Y leur nombre;
3. Celles où v est impair, trois des $x \ldots u$ impairs. Soit Z leur nombre.

Quelles sont celles de ces décompositions où $x + y + z$ est impair? D'abord, toutes les décompositions 1, en nombre X; parmi les décompositions 2, celles où le carré impair figure parmi les trois premiers; leur nombre est $\frac{3}{5}$Y.

Parmi les décompositions 3, il faut prendre celles où un ou trois carrés impairs figurent parmi les trois premiers; leur nombre est $\frac{4}{10}$Z.

On a donc

$$N_1 = X + \frac{3}{5} Y + \frac{2}{5} Z.$$

Quant à N_2, c'est le nombre des décompositions (1) où x est impair.

La relation entre N_1 et N_2 est

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 = 9 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

D'autre part, $Y = \frac{5}{2} X$. Soit, en effet, Y' le nombre des décompositions 2 où le carré impair est le premier; $Y' = \frac{Y}{5}$. On a $X = 2Y'$, car dans une décomposition 1 on peut remplacer la somme des quatre carrés impairs qui suivent le premier par une somme de quatre carrés pairs, et l'on sait que le nombre des décompositions de $8M + 4$ en quatre carrés impairs est

double de celui des décompositions en quatre carrés pairs. On en conclut $X = 2Y'$, et, par suite, $X = \frac{2}{5}Y$.

On a ainsi $Z' = 5X$. Prenons, en effet, les décompositions 3 en nombre Z', où les trois carrés impairs sont les premiers; $Z' = \frac{1}{10}Z$. Soit une de ces décompositions :

$$m = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + 2j_4^2 \qquad (j_i \text{ impair}, \varpi_i \text{ pair}).$$

Puisque $m \equiv 5 \pmod 8$ il faut que

$$\varpi_1 = 2n_1, \qquad \varpi_2 = 2n_2, \qquad \text{avec } n_1 + n_2 \text{ pair.}$$

Alors,

$$m = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + 2(n_1 + n_2)^2 + 2(n_1 - n_2)^2 + 2j_4^2$$

ou

$$m = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + (n_1 - n_2 + j_4)^2 + (n_1 - n_2 - j_4)^2 + 2(n_1 + n_2)^2.$$

Ce qui est une décomposition 1. Une Z' donne ainsi deux décompositions 1. D'où

$$X = 2Z' \qquad \text{et} \qquad X = \frac{1}{5}Z.$$

Il y a ainsi entre X, Y, Z, N_1, N_2, cinq relations qui permettent de déterminer ces quantités.

On trouve

$$N_1 = N_2 = 6\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right),$$

$$X = \frac{4}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right); \qquad Y = \frac{10}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right); \qquad Z = \frac{20}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right);$$

d'où

$$X + Y + Z = \frac{34}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

On a donc le théorème :

Le nombre des décompositions de m ($\equiv 5 \bmod 8$) *en*

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + t^2 + u^2 + 2v^2$$

est égal à

$$\frac{34}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right) \qquad \text{(Liouville).}$$

2° $m \equiv 7 \pmod 8$. — Même démonstration et mêmes formules. Soient:
X le nombre des décompositions (1) où v est impair, $x \ldots u$ impairs ;
Y le nombre des décompositions (1) où v est impair, un seul des $x \ldots u$ impair;

Z le nombre des décompositions (1) où v est pair, deux des $x \ldots u$ pairs, trois impairs.

On a les mêmes relations entre les N et les X, Y, Z.

D'où le théorème :

Le nombre des décompositions de $m \equiv 5$ ou 7 (mod 8) *en*

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + 2(t^2 + u^2 + v^2)$$

est

$$6 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

3° $m \equiv 1$ (mod 8). — On considère les décompositions

$$m = n_1^2 + \ldots + x_5^2 + 2v^2$$

et les divise en :

1° v pair ; un des x_i impairs, quatre pairs (en nombre X) ;

2° v impair, trois des x_i impairs, deux pairs (en nombre Y).

Il vient

$$N_2 = \frac{X}{5} + \frac{3}{5} Y,$$

$$N_1 = \frac{3}{5} X + \frac{4}{10} Y = \frac{3}{5} X + \frac{2}{5} Y,$$

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 = 7 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

En éliminant N_1 et N_2, on obtient :

Le nombre des décompositions de $m \equiv 1$ (mod 8) *en*

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + t^2 + u^2 + 2v^2$$

est

$$10 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right) \qquad \text{(Liouville).}$$

4° $m \equiv 3$ (mod 8). — Même démonstration et même résultat.

On établit ainsi la formule de Liouville :

Le nombre des représentations de m, impair, par

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + t^2 + u^2 + 2v^2$$

est égal à

$$\frac{2}{3}\left[16 - \left(\frac{-2}{m}\right)\right] \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right),$$

la somme portant sur les décompositions $m = d\delta$.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Les phénomènes d'anaphylaxie chez les microbes.* Note de M. **Charles Richet**, M[lle] **Eudoxie Bachrach** et M. **Henry Cardot.**

En poursuivant l'étude de l'accoutumance du ferment lactique aux toxiques, nous avons été amenés à constater un phénomène imprévu et nouveau, qui doit être assimilé à l'anaphylaxie.

Voici le fait :

Soit un même ferment lactique, cultivé pendant plusieurs mois sur des solutions nutritives, contenant en nitrate de thallium (par litre) $0^g,000$; $0^g,01$; $0^g,1$ et 1^g. Quand on ensemence ces diverses variétés sur un milieu contenant 2^g par litre de nitrate de thallium, on observe, au bout de 24 à 48 heures de fermentation, les chiffres suivants, moyennes de 101 dosages :

Teneur (¹).	Acidité.
g	
0,00	100
0,01	26
0,1	80
1	154

Le graphique ci-joint donne l'indication très nette du phénomène. Il s'agit de l'interpréter.

1° Le ferment qui a poussé sur 1^g de nitrate de thallium est accoutumé, et alors, comme nous l'avons indiqué dans une Note précédente (²), il pousse bien mieux que le témoin sur des milieux contenant 2^g de nitrate de thallium (154 au lieu de 100).

2° Le ferment qui a poussé sur $0^g,1$ de thallium est devenu beaucoup plus sensible à l'action toxique que le ferment témoin : il ne produit que 26 d'acide lactique, quand le témoin donne 100. Cette sensibilité peut s'appeler *anaphylaxie*.

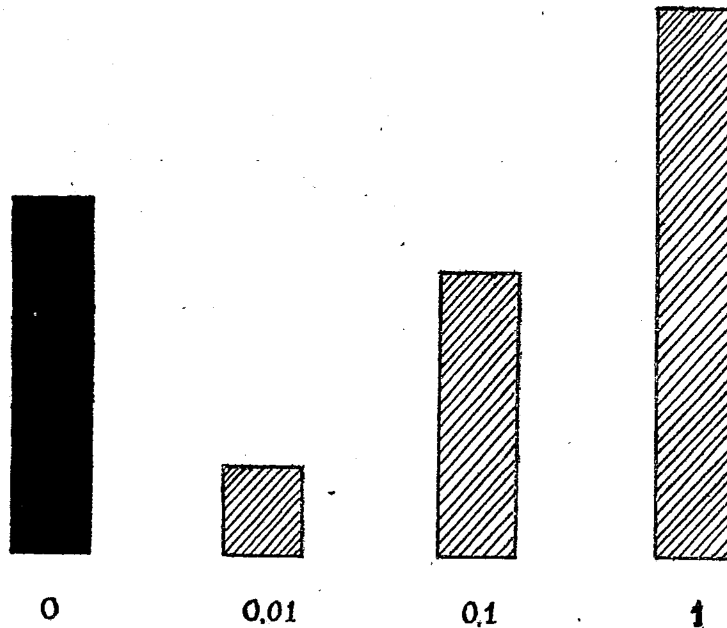
On ne peut attribuer ce phénomène à une maladie du ferment, car il donne, quand il est réensemencé sur son même milieu, c'est-à-dire 0,01 de AzO^3Tl, des chiffres identiques à ceux du témoin (106 au lieu de 100). De même quand on l'ensemence sur des solutions contenant des doses toxiques d'arsenic. D'ailleurs, cette dose de 0,01 est tellement faible qu'elle

(¹) Teneur en nitrate de thallium par litre de la liqueur où avait été cultivé le ferment.

(²) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1353.

est sans influence sur le croît d'un ferment neuf, même au premier passage.

3° Le ferment qui a poussé sur $0^g,1$ donne des quantités d'acide lactique intermédiaires entre celles que donnent le microbe accoutumé, et le microbe anaphylactisé. Tout se passe comme si les processus d'accoutumance et



Comparaison entre le croît (sur une solution à 2^g pour 1000 de nitrate de thallium) de quatre variétés de ferment lactique ayant pendant plusieurs mois, avec réensemencements successifs, poussé : le premier, sur milieu normal, sans thallium; le second, sur des solutions à 0,01 pour 1000; le troisième, sur des solutions à 0,1; le quatrième, sur des solutions à 1^g.

Le croît est mesuré par la quantité d'acide lactique produit (hauteur des colonnes). Moyenne de 101 expériences.

d'anaphylaxie, qui ont des résultats inverses, se produisaient parallèlement, et avec une intensité presque égale, quand la solution de nitrate de thallium est à $0^g,1$. Quand la solution est à 1^g, c'est l'accoutumance qui domine; quand la solution est à 0,01, c'est l'anaphylaxie.

4° Le facteur *temps* intervient efficacement. Si, au lieu de prendre un ferment qui a, dans une série de cultures successives, poussé pendant plusieurs mois sur une solution de nitrate de thallium à 1^g pour 100, on prend un ferment qui a poussé seulement 24 heures sur ce milieu, il n'est pas accoutumé, mais il est anaphylactisé. En effet, dans une expérience de douze dosages, le ferment normal ayant donné 100, le ferment qui a poussé pendant 24 heures sur du nitrate de thallium à 1^g n'a donné que 40.

Il y a donc au début une anaphylaxie, et ce n'est que plus tard, après des cultures successives sur même milieu, que l'accoutumance va s'établir pour dominer, et annihiler l'anaphylaxie.

5° Dans cette Note préliminaire, nous n'indiquerons pas jusqu'à quel point cette anaphylaxie est spécifique. Nous avons vu seulement qu'elle est interchangeable pour le nitrate et le sulfate de thallium. Nous nous proposons de rechercher jusqu'à quel point le ferment anaphylactisé aux sels de thallium est anaphylactisé aussi pour les autres sels métalliques, et si des doses plus faibles que 0,01 par litre ne seront pas anaphylactisantes.

Ces faits ont probablement une grande importance théorique. Il semble que l'anaphylaxie, c'est-à-dire la sensibilisation à un poison par une dose très faible de ce poison, soit un phénomène général, puisqu'il apparaît en toute netteté sur des êtres unicellulaires comme les bactéries.

Jusqu'à présent on ne définissait guère l'anaphylaxie que d'après les symptômes toxiques par lesquels est affecté le système nerveux; mais dorénavant il faudra l'envisager comme un phénomène beaucoup plus général, commun à toutes les cellules vivantes; *sensibilité accrue pour un poison, grâce à une petite dose antérieure de ce même poison.*

Il est permis de supposer que cette anaphylaxie des microbes donnera quelque jour un éclaircissement sur le processus, si inconnu encore, de l'atténuation des microbes.

BOTANIQUE. — *La zygomorphose exogène dans les fleurs normalement actinomorphes.* Note de M. **Paul Vuillemin.**

Le zygomorphose exogène se produit par trois procédés, séparés ou combinés : A, synanthie ou confluence de deux ou plusieurs fleurs dont les moins favorisées sont représentées par leur bractée; B, parasynanthie ou conflit entre des fleurs qui, tout en restant séparées, font sentir l'une sur l'autre une influence perturbatrice; C, introduction dans la fleur de l'appareil végétatif.

A. Zygomorphose synanthique. — La synanthie se réalise soit entre des fleurs appartenant à des inflorescences normalement séparées, soit entre des fleurs d'une même inflorescence.

Le nom d'*inflorescence* convient exclusivement à l'appareil reproducteur des Anthogones, de même que le nom de *fleur* doit être réservé, en botanique, à l'anthogonelle, forme supérieure de la gonelle.

On distingue des inflorescences simples et des inflorescences composées. La plus simple des inflorescences est l'*inflorescence élémentaire*, réduite à une fleur terminale ou axillaire par rapport à l'appareil végétatif. Considérée en elle-même, cette inflorescence est nécessairement définie.

L'inflorescence est encore *simple*, mais différenciée, indéfinie, quand elle possède en outre un pédoncule simple et que les fleurs en nombre indéterminé parfois réduit à l'unité, pourvues ou non d'un pédicelle, appartiennent à des rameaux de même ordre issus du pédoncule (ombelle, grappe et ses dérivés : épi, corymbe, capitule, etc.).

L'inflorescence est composée quand les fleurs appartiennent à des rameaux de plusieurs ordres. L'inflorescence composée est *définie* dans la cyme, dont chaque rameau est une inflorescence élémentaire, *indéfinie* dans les composés de l'ombelle, de la grappe et de ses dérivés, *mixte* quand l'inflorescence élémentaire ou la cyme se combine avec les inflorescences indéfinies.

Je précise le terme vague de *thyrse* en le réservant à l'inflorescence mixte où la grappe est surmontée d'une inflorescence élémentaire. Le thyrse est uniflore, quand la grappe stérile n'est indiquée que par le pédoncule garni de bractées ou bractéoles (Pensée). La panicule est un thyrse dont la grappe est composée.

La synanthie est fréquente : 1, entre les fleurs des inflorescences élémentaires ; 2, entre les fleurs d'une cyme ; 3, d'une inflorescence indéfinie simple ou composée ; 4, d'un thyrse.

1. La confluence des fleurs séparées en inflorescences élémentaires se confond avec la synanthodie. Elle est commune au niveau des changements phyllotaxiques, par suite du raccourcissement des entre-nœuds ou du resserrement des verticilles ; les rudiments voisins empiètent l'un sur l'autre dès que leur distance longitudinale ou angulaire est insuffisante. La synanthie est aussi amenée, sans déplacement des feuilles, par concrescence d'un rameau axillaire avec l'axe dont il dépend.

La plupart des synanthies classiques appartiennent à cette catégorie. La zygomorphose y est habituelle, mais non constante.

2. J'ai observé (1908) une zygomorphose synanthique dans une cyme scorpioïde de *Pulmonaria officinalis*.

L'unique plan de symétrie de la synanthie répond à l'intersection de deux fleurs. Il coupe un pétale commun aux deux composantes ; le pétale opposé est avorté ; les étamines qu'il devrait écarter confluent par la base des filets devant un sépale commun aux deux fleurs. Les autres pièces, propres à chaque fleur, sont disposées symétriquement de part et d'autre de l'intersection, et en nombre normal. Seulement les deux sépales, les deux pétales et les deux étamines qui escortent le pétale commun se sont rapprochés de la médiane sur laquelle les deux pistils se compriment réciproquement, tout en restant complets avec atrophie symétrique des logettes contiguës.

3. Renfermées dans les limites d'une inflorescence indéfinie, les synan-

thies se comportent comme les précédentes. Les irrégularités liées à l'atrophie empêchent souvent la zygomorphose, comme on l'a vu chez le *Fuchsia coccinea*.

4. Dans les inflorescences mixtes, la zygomorphose synanthique rentre dans les cas précédents si elle est circonscrite à l'intérieur des inflorescences indéfinies ou des cymes qui entrent dans la composition ou si elle combine des thyrses uniflores (Campanules).

Le thyrse réalise des conditions spéciales par la présence de l'inflorescence élémentaire susceptible de combiner sa fleur avec des fleurs axillaires de la grappe sous-jacente. Par suite de la différence originelle des fleurs confluentes, il ne se forme pas de plan de symétrie au niveau de leur intersection. En cas de zygomorphose, le plan de symétrie de la synanthie est la médiane d'une ou plusieurs des composantes.

J'ai relevé une exception apparente dans la panicule de Lilas. Un thyrse partiel est souvent couronné par une synanthie zygomorphe munie de 5 ou 7 pétales, 3 étamines, 2 carpelles, dont le plan de symétrie répond à l'intersection des composantes. L'exception n'est qu'apparente, car la fleur terminale est éliminée. Les fleurs concrescentes sont transversales par rapport à la position qui conviendrait à la terminale, ainsi que le prouve l'orientation des carpelles; elles appartiennent à la dernière paire axillaire. J'ai retrouvé (1896) un vestige de l'inflorescence élémentaire sous forme d'un moignon refoulé en arrière de la synanthie heptamère dont la zygomorphose était encore plus accentuée par la concrescence en deux paires symétriques des pétales tournés du côté du moignon.

La fréquence d'une fleur pentamère zygomorphe au sommet de l'inflorescence du *Ligustrum vulgare* et du *Cormus sanguinea* est peut-être en partie imputable au même procédé.

La fleur terminale contribue à la constitution des synanthies suivantes.

Le thyrse se développe aussi rarement à l'aisselle des feuilles de *Lunaria* que la grappe à l'aisselle des feuilles de *Fuchsia*. Dans un cas comme dans l'autre, la condensation persistante de l'inflorescence entraîne la synanthie.

J'ai étudié (1905) une synanthie triflore de *Lunaria annua* L. La fleur opposée était normale. La médiane de la fleur terminale forme le plan de symétrie de la synanthie. Il ne manque à la fleur terminale que les sépales médians; son pistil est trimère et indépendant des pistils dimères des composantes latérales; celles-ci seraient complètes si elles n'avaient une étamine et un pétale communs coupés par le plan de symétrie. Il leur manque à chacune un sépale transversal dont la place est prise par la composante terminale, et à la composante gauche une étamine. Cette lacune unilatérale est le seul accroc à la zygomorphose accentuée par l'obliquité des fleurs latérales.

Dans les synanthies biflores de *Philadelphus coronarius*, la part de la composante

axillaire peut être très restreinte. J'en ai observé deux cas en 1917. Dans l'un, le dernier nœud porte la cicatrice d'une seule bractée; le pédicelle axillaire, au lieu de se dégager, forme un contrefort au pédicelle terminal; la fleur entraînée n'est représentée que par un sépale doublant un sépale transversal de la fleur terminale et inséré avec lui au sommet de l'ovaire infère. Dans l'autre, le dernier nœud porte une fleur normale; la fleur opposée, entraînée comme dans le cas précédent, jette un trouble plus profond. Sa bractée adhère au sépale transversal de la fleur terminale; elle y introduit en outre son sépale médian un peu dévié à droite et deux pétales, dont l'un adhérent à la droite du sépale, l'autre imbriqué avec les pétales propres à la dernière fleur. La zygomorphose est imparfaite.

B. Zygomorphose parasynanthique. — Quand les dernières fleurs axillaires de *Philadelphus coronarius* sont très proches de la terminale, elles se gênent et souvent l'une d'elles devient trimère, soit la terminale, soit une latérale. Ce dernier cas réalise une parasynanthie zygomorphe.

La fleur axillaire devient individuellement zygomorphe dans deux exemples observés chez l'*Iris siberica* (1887).

L'inflorescence normale des *Iris* est composée d'un thyrse uniflore ou d'un épi distique de thyrses uniflores. Quand une fleur apparaît à l'aisselle d'une bractée, elle entre en conflit avec la fleur terminale. De Candolle chez l'*Iris sinensis*, Buchenau chez l'*Iris Pseudacorus*, ont constaté sa pénétration dans la fleur terminale dont elle écarte un sépale. C'est de la synanthie. Dans mes observations, les fleurs restent distinctes. La fleur axillaire, atteinte de zygomorphose médiane, a trois sépales, un antérieur épigyne, les deux autres insérés obliquement du sommet à la base de l'ovaire; l'étamine antérieure est réduite au filet surmonté d'une anthère filiforme; les deux autres sont normales; la corolle, nulle dans le premier spécimen, est représentée dans le second par un rudiment postérieur épigyne; l'ovaire n'a que la loge médiane; les trois stigmates sont bien développés dans le second exemplaire; les latéraux n'ont laissé que des vestiges dans le premier.

La première fleur embrasse le pédicelle d'un bouton pourvu de deux plans de symétrie avec quatre sépales diagonaux, deux pétales transversaux, quatre étamines diagonales, deux carpelles médians. Dans le second cas la fleur terminale est avortée. C'est de la parasynanthie.

C. Zygomorphose par adjonction végétative. — L'empiètement végétatif rend la fleur zygomorphe quand une ou deux feuilles adhèrent à l'ovaire comme Heckel le signale (1879) chez le *Citrus Limonum*. Les ecblastèses amènent un résultat semblable.

De l'analyse des divers cas de zygomorphose exogène se dégage une règle de position du plan de symétrie. Si les composantes sont équivalentes, deux fleurs terminales ou deux fleurs axillaires, le plan de symétrie est l'intersection des composantes. Si elles diffèrent, fleur terminale et fleur axillaire, fleur et annexes végétatives, le plan de symétrie est la médiane d'une ou plusieurs des composantes.

CORRESPONDANCE.

MM. **Ernest Brown**, **E. Rutherford**, **Jules Bordet**, élus Correspondants pour les Sections d'Astronomie, de Physique générale et de Médecine et Chirurgie, adressent des remercîments à l'Académie.

—

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

E. Rothé, *Les applications de la télégraphie sans fil.*

E. Rothé, *Cours de Physique* professé à la Faculté des Sciences de Nancy. Première Partie : *Généralités; Unités; Similitude; Mesures.* Deuxième Partie : *Thermodynamique.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes d'équations de Pfaff et les transformations des équations aux dérivées partielles.* Note M. **G. Cerf**, présentée par M. Goursat.

I. La théorie des transformations des équations du second ordre à deux variables indépendantes, comme l'a montré M. Goursat [1], gagne sur bien des points, en simplicité et en élégance, à être entreprise au moyen de systèmes équivalents de trois équations à sept variables. Les transformations que l'on découvre ainsi ne sont pas distinctes, au fond, de celles dont j'ai signalé ailleurs l'existence [2], mais certains problèmes qui les concernent sont avantageusement traités de ce nouveau point de vue. Les méthodes employées par M. Goursat peuvent être généralisées, soit pour des équations d'ordre supérieur à 2, soit pour des équations à plus de deux variables indépendantes.

---

(1) Voir en particulier E. Goursat, *Sur quelques transformations des équations aux dérivées partielles du second ordre* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1217). Je me conforme ici aux notations de cette Note.

(2) *Journal de Mathém. pures et appliquées*, 1918 : *Sur les transformations*, etc., Chap. III, nos 4 et 10.

Le but de cette Note est d'exposer quelques considérations et quelques résultats assez généraux, relatifs à la façon dont le problème des transformations des équations du troisième ordre à deux variables indépendantes peut se ramener à des questions se rattachant à certains systèmes de Pfaff; il ne s'agit donc pas de présenter un résumé complet. D'ailleurs, il est aisé d'étendre ce qui suit à des équations d'ordre plus grand que 3.

II. Considérons le système (A) des six équations de Pfaff à onze variables déduit d'une équation (e) du troisième ordre $\alpha = f(x, y, z, p, q, r, s, t, \beta, \gamma, \delta)$:

$$(\text{A}) \qquad \begin{cases} dz - p\,dx - q\,dy = 0, & dr - f\,dx - \beta\,dy = 0, \\ dp - r\,dx - s\,dy = 0, & ds - \beta\,dx - \gamma\,dy = 0, \\ dq - s\,dx - t\,dy = 0, & dt - \gamma\,dx - \delta\,dy = 0. \end{cases}$$

Le nombre des covariants distincts provenant de (A) est 3. On connaît le rôle joué par le système de deux équations de Pfaff à six variables dans la théorie des équations du deuxième ordre; pour un rôle semblable, on peut songer ici soit à un système (B) de trois équations à huit variables et trois covariants distincts, soit à un système (C) de quatre équations à neuf variables et trois covariants distincts seulement. Si nous formons, par exemple, un système (B_1) au moyen d'équations appartenant à (A), et que dans les équations non utilisées de (A) nous considérions les variables liées par les relations fournies par les équations d'une intégrale de (B_1) à deux dimensions, le système des trois équations à cinq variables ainsi obtenu est complètement intégrable; si donc (B_1) possède une résolvante du troisième ordre (e'), nous avons obtenu une transformation des équations (e) et (e').

L'étude que nous avons à faire des systèmes (B) et (C) doit ainsi viser à établir des formes canoniques sur lesquelles il soit facile de faire apparaître une résolvante du troisième ordre. Sans entrer dans le détail de l'énoncé des formes canoniques qui se présentent, je signale qu'une des équations doit avoir la forme $dz' - p'dx' - q'dy' = 0$, et que les cas les plus importants sont ceux où une deuxième équation possède comme élément intégral l'élément caractéristique de la première. Mais alors, il est aisé de montrer que le système des équations qui définissent le changement de variables permettant d'obtenir la forme canonique envisagée de (B) ou (C) doit comprendre des équations telles que

$$\text{F}(x, y, z, p, q, r, s, t, x', y', z') = 0, \qquad \frac{d\text{F}}{dx'} = 0, \quad \frac{d\text{F}}{dy'} = 0, \quad \frac{d\text{F}}{dx} = 0, \quad \frac{d\text{F}}{dy} = 0, \qquad \begin{vmatrix} \frac{d\text{F}_x}{dx} & \frac{d\text{F}_y}{dx} \\ \frac{d\text{F}_x}{dy} & \frac{d\text{F}_y}{dx} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{où } \alpha = f),$$

c'est-à-dire que l'équation (e) doit être équation (θ) de la transformation de surfaces définie par $F = 0$, et nous retrouvons des transformations déjà obtenues ([1]). L'exemple que j'ai indiqué jadis est celui d'une équation de la forme $\gamma = \varphi(x, y, z, p, q, s, t, \delta)$; trois des équations du système (A) forment un système (B) :

$$dz - p\,dx - q\,dy = 0, \qquad dy - s\,dx - t\,dy = 0, \qquad dt = \varphi\,dx - \delta\,dy = 0;$$

la fonction φ doit être d'ailleurs choisie d'une façon particulière pour que le système des trois équations conduise à une résolvante (e').

III. Une autre façon d'envisager la question est la suivante : Supposons que, grâce à un changement de variables, on ait réussi à mettre le système (A) sous la forme ($D_1 + D_2$) :

$$(D_1) \quad \begin{cases} dZ - P\,dX - Q\,dY = 0, \\ dP - R\,dX - S\,dY = 0, \\ dQ - S\,dX - T\,dY = 0; \end{cases}$$

$$(D_2) \begin{cases} X_1\,dX + Y_1\,dY + R_1\,dR + S_1\,dS + T_1\,dT + U_1\,dU + V_1\,dV + W_1\,dW = 0, \\ X_2\,dX + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + W_2\,dW = 0, \\ X_3\,dX + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + W_3\,dW = 0. \end{cases}$$

Cela se réalise facilement au moyen d'une transformation de surfaces définie par une relation $F(X, Y, Z, x, y, z, p, q) = 0$, en exprimant $x, y, z, p, q, r, s, t, \beta, \gamma, \delta$ au moyen de X, Y, Z, P, Q, R, S, T et de trois variables auxiliaires U, V, W. Remplaçons dans (D_2), Z, P, Q, R, S, T par une solution de (D_1); nous obtenons un système à cinq variables, avec un seul covariant : quelle que soit la façon de choisir U, V, W, le coefficient de $dX\,dY$ dans ce covariant est l'expression que j'ai représentée par

$$[F, \alpha - f] = 0,$$

calculée en considérant X, Y, Z comme fonctions convenables de x, y, z, p, q; et nous sommes ramenés à effectuer les opérations que j'ai indiquées pour reconnaître si l'équation (e) admet la transformation définie par $F = 0$.

En prolongeant le système (A) nous serons conduits à retrouver d'autres transformations obtenues au moyen d'une relation

$$F(X, Y, Z, x, y, z, p, q, r, s, t) = 0.$$

([1]) *Loc. cit.*, Chap. III, n° 10.

HYDRODYNAMIQUE. — *Mouvement initial d'un liquide en contact avec un obstacle à arêtes vives.* Note de M. **Dimitri Riabouchinski**, présentée par M. G. Koenigs.

Considérons le mouvement initial d'un liquide incompressible dans un domaine à deux dimensions produit par la mise en mouvement brusque d'un obstacle limité par un arc de courbe concave s et un segment rectiligne de longueur $2r$, normal au courant relatif, en admettant que :

1° Le liquide partant du repos, son mouvement est, au départ, irrotationnel et « non glissant » ;

2° La pression ne devient nulle part négative;

3° La mise en mouvement brusque de l'obstacle détermine l'apparition momentanée d'une cavitation derrière l'obstacle, sur la courbe s. Les vitesses de décollement sont égales et normales sur cette courbe.

On trouve ainsi pour $w(=\varphi + i\psi)$ et $\zeta\left(=q_1\frac{dz}{dw}\right)$ les relations suivantes :

$$w = -\frac{sq_1 i}{\pi}\left[\operatorname{arc\,sin}\frac{1-\operatorname{tang}\alpha . t}{t-\operatorname{tang}\alpha} - \sqrt{1-\left(\frac{1-\operatorname{tang}\alpha\, t}{t-\operatorname{tang}\alpha}\right)^2} + \frac{\pi}{2}\right],$$

$$t = \frac{1}{2}\left(\zeta^2 + \frac{1}{\zeta^2}\right),$$

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{q_1}{q_0}\right)^2 + \left(\frac{q_0}{q_1}\right)^2\right]$$

que j'avais obtenues dans un travail antérieur (¹). s est la longueur de l'arc de la courbe de décollement qui réunit l'axe de symétrie du courant à l'un des sommets de l'obstacle, q_1 la vitesse relative de décollement, q_0 la vitesse relative à l'infini, t une variable auxiliaire et $\operatorname{tang}\alpha$ un paramètre dont il faut définir la valeur.

En employant une méthode analogue à celle qu'on utilise pour calculer les surfaces et vitesses de glissement dans le problème des discontinuités stationnaires, on trouve comme coordonnées de la courbe de décollement S,

$$x = \frac{s}{2\pi}\sqrt{\operatorname{tang}^2\alpha - 1}\,(\operatorname{tang}\alpha - 1)$$
$$\times\left[\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)}}\log\frac{\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)}-\cos\theta}{\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)}+\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)-\cos^2\theta}\right]$$

(¹) Communiqué au Congrès des Mathématiciens, à Strasbourg.

et

$$y = \frac{s}{2\pi}\sqrt{\tang^2\alpha - 1}\left[(\tang\alpha + 1)\frac{\sin\theta}{\sin^2\theta + \frac{1}{2}(\tang\alpha - 1)} + \frac{(3 - \tang\alpha)}{\sqrt{\frac{1}{2}(\tang\alpha - 1)}}\operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\theta}{\sqrt{\frac{1}{2}(\tang\alpha - 1)}}\right],$$

où l'angle θ détermine la direction de la vitesse de décollement et varie, par conséquent, de $-\frac{\pi}{2}$ à $+\frac{\pi}{2}$, et que

$$\tang\alpha = \sqrt{5},$$

$$\frac{q_1}{q_0} = \sqrt{\sqrt{5} + 2} = 2,06,$$

$$\frac{\pi r}{2s} = 1 + 2\sqrt{\sqrt{5} - 2}\operatorname{arc\,tang}\sqrt{\sqrt{5} - 2},$$

$$\frac{s}{r} = 1,09.$$

Quelques valeurs numériques des coordonnées sont données dans le Tableau ci-dessous :

$\theta°$.	$\frac{\pi x}{2s}$.	$\frac{\pi y}{2s}$.
90	0	1,440
80	0,0003	1,439
70	0,007	1,438
60	0,024	1,429
50	0,059	1,409
40	0,120	1,334
30	0,210	1,206
20	0,329	0,952
10	0,436	0,540
0	0,458	0

On peut aussi obtenir le mouvement envisagé, en considérant d'abord le mouvement comme permanent et entretenu par une couche de sources d'égale intensité disposées sur la courbe S, et en admettant ensuite, qu'à un moment donné, ces sources tarissent simultanément.

Il serait intéressant de comparer expérimentalement si les mouvements fluides engendrés des deux manières indiquées plus haut se transforment ensuite effectivement dans les fluides réels d'une façon plus ou moins semblable, ce qui confirmerait (plus ou moins) l'hypothèse que nous avons faite de l'équivalence des deux mouvements.

ASTRONOMIE. — *Sur la réapparition de l'anneau de Saturne, observée le 22 février 1921, à l'Observatoire de Strasbourg.* Note de MM. **A. Danjon** et **G. Rougier**, présentée par M. Baillaud.

La réapparition de l'anneau de Saturne a pu être suivie à l'Observatoire de Strasbourg dans de bonnes conditions atmosphériques. Le grand équatorial étant en partie démonté, pour la durée des travaux que nécessite l'état de la coupole, les observations ont été effectuées au petit équatorial de Reinfelder, de 16^{cm} d'ouverture.

Du 11 au 21 février inclus, aucune trace de l'anneau n'a été vue en dehors du disque. Sur le disque lui-même, l'ombre de l'anneau était bien visible, sous l'aspect d'une ligne noire de $0'',2$ d'épaisseur environ se projetant sur l'équateur de la planète. C'est le 22 février que les anses de l'annean sont redevenues perceptibles; les notes suivantes résument les aspects observés.

22 février : 9^h (temps moyen astronomique de Greenwich). — L'anneau, complètement invisible la veille, se distingue à la condition d'employer un faible grossissement, sous l'aspect d'une ligne très étroite et d'éclat non uniforme. On aperçoit en effet quatre condensations plus brillantes, symétriques deux à deux par rapport au centre du disque. La présence de Rhea et Dione dans le voisinage de ces condensations gêne les mesures micrométriques, mais permet des comparaisons : les condensations sont sensiblement moins brillantes que Dione et n'ont pas le même aspect stellaire; elles sont au contraire allongées (2 secondes environ) et leur pointé est plus incertain.

13^h. — L'anneau devient de plus en plus visible; les condensations sont maintenant tout à fait évidentes, et rien ne gêne leur observation : Dione est eclipsé et Rhea se projette sur le disque (entrée à $12^h 48^m$). Les mesures montrent la symétrie des condensations, mais celles-ci sont plus brillantes du coté *est*.

23 février. — L'anneau est maintenant facile à voir avec le plus fort grossissement (500 fois). Les condensations occupent le même emplacement, et leur éclat a peut-être encore augmenté.

24 février. — L'anneau est devenu assez lumineux pour rester bien visible sur le champ élairé, ce qui n'avait pas lieu le 23. Son éclat est devenu plus uniforme; une seule condensation est facilement visible, c'est la condensation *intérieure est*. Elle fournit les mêmes pointés que les jours précédents. Les autres ne sont pas mesurables, elles se devinent à peine.

25 février. — L'éclat de l'anneau a encore agmenté, mais les condensations sont de nouveau toutes visibles.

Les mesures d'angle de position de l'anneau ont fourni des résultats très concordants et identiques pour les deux observateurs. Nous avons ainsi trouvé $85^\circ 14'$. Le *Nautical Almanach* donne $85^\circ 20',9$ pour le 22. La diffé-

rence est supérieure aux plus grands écarts entre les pointés et leur moyenne.

Les distances du milieu des condensations au centre du disque, réduites à la distance moyenne de Saturne au Soleil, sont données ci-dessous :

	Observateur.	
	D.	R.
Condensations extérieures	18″,0	18″,4
» intérieures	13″,6	14″,0

Il est intéressant de rapprocher ces résultats des rayons extérieurs et intérieurs des diverses parties de l'anneau, mesurés par Barnard :

Anneau A	20″,05	17″,52
Anneau B	16,99	12,82
Anneau de crêpe	12,82	10,25

Nos mesures placent les condensations vers le milieu de l'anneau A et vers le bord intérieur de l'anneau B. Les condensations observées par Barnard en 1907 se trouvaient au contraire à la partie extérieure de l'anneau B et sur l'anneau de crêpe. Mais alors le Soleil et la Terre étaient de part et d'autre du plan des anneaux. Dans le cas présent, c'est la face éclairée qui s'offre à nous.

De nombreuses mesures des diamètres de la planète ont été effectuées. L'assombrissement très marqué du disque vers les pôles rend la mesure du diamètre polaire moins sûre que celle du diamètre équatorial. Il est à craindre qu'une erreur systématique n'entache les valeurs de l'aplatissement obtenues avec de petits instruments, la planète étant en réalité moins aplatie qu'elle ne le paraît. Quoi qu'il en soit, voici les résultats obtenus :

Diamètre équatorial	17″,65
Diamètre polaire	15″,75
Aplatissement	$\frac{1}{9,3}$

(Observateur : A. Danjon.)

La zone équatoriale est la région la plus claire du disque. La bande tropicale nord est diffuse, peu marquée. La bande tropicale sud est bien accusée, large, mais nettement délimitée et plus sombre sur ses bords. Les deux bandes n'ont pas, à beaucoup près, la même latitude, ce qui ressort des mesures suivantes, réduites également à la distance moyenne :

Distance de la bande Nord à l'équateur	1″,46
Distance de la bande Sud à l'équateur	2″,69

PHYSIQUE. — *Données expérimentales et balance pour le dosage des rayons X en radiographie et radiothérapie.* Note de MM. **F. Miramond de Laroquette** et **Stanislas Millot**, présentée par M. Laveran.

La quantitométrie des rayons X et la détermination des temps de pose nécessaires pour obtenir des résultats constants et précis en radiographie et radiothérapie sont des problèmes complexes et non entièrement résolus. Chaque opérateur a un peu sa technique propre, établie d'après son expérience et son appareillage, et beaucoup d'aléas existent encore, surtout pour les débutants.

Des points importants cependant sont acquis et les nouveaux appareils et tubes radiologiques permettent de poursuivre dans de bonnes conditions l'étude entreprise notamment en France par Bergonié, Belot, Guilleminot, Pilon, Mazérès, Zimmern, Contremoulins en vue d'établir des lois ou du moins des directives applicables dans tous les cas.

Les données anciennes que nous retenons et les données nouvelles que nous avons établies sont vérifiées par :

1° De très nombreux clichés radiographiques impressionnés dans des conditions exactement déterminées;

2° Des séries d'échelles de teintes obtenues sur de même plaques, en des temps de pose régulièrement croissants et la réalisation de teintes identiques avec des temps de pose calculés d'avance;

3° Des expériences biologiques sur nous-mêmes et sur le cobaye;

4° Un millier d'observations d'indigènes algériens atteints de favus et qui ont été guéris par la radiothérapie avec divers appareillages;

5° Des expériences de contrôle avec des pastilles radiométriques.

Nous avons été assistés dans ces travaux par MM. Lescuyer et Trucy.

L'action chimique (sur la plaque) et l'action biologique (sur les tissus) du rayonnement de l'ampoule sont sensiblement parallèles, après élimination faite des rayons lumineux, des rayons secondaires et des rayons X ultra-mous tous très chimiques mais non pénétrants et qu'arrêtent l'enveloppe du cliché.

La quantité de rayons X nécessaire pour obtenir sur la plaque sous enveloppe noire, mais sans interposition de tissus, une bonne impression moyenne correspond à un peu moins de $\frac{1}{100}$ de H (unité Holzknecht), c'est-à-dire $\frac{1}{500}$ de la dose d'érythème.

L'effet chimique ou biologique est proportionnel *à la durée du temps de*

pose, et inversement proportionnel au carré *de la distance de l'anticathode*. Il est, dans certaines limites, à peu près proportionnel *à l'intensité en millis* du courant qui traverse le tube.

L'effet (E) dépend aussi *de la tension* et se trouve en rapport avec *la longueur d'étincelle* équivalente et le *degré sclérométrique* du rayonnement, mais dans des limites plus étroites et des conditions plus difficiles à préciser pour une loi générale. Nous n'avons pas trouvé vérifiées les équations qui lient en rapport proportionnel E avec V^2 (voltage) et L^2 (longueur d'étincelle).

Les essais avec divers tubes et appareils nous ont montré qu'il vaut mieux retenir pour le calcul l'élément degré B et que celui-ci doit être mesuré directement avec un radiochromomètre, et non d'après la longueur d'étincelle, les variations de l'une et de l'autre n'étant pas toujours concordantes.

Quand le rayonnement augmente d'une unité de degré B, l'effet produit en surface comme en profondeur augmente en moyenne d'environ 33 pour 100 entre 4 et 7 B du moins, limites dont il ne nous paraît pas actuellement utile de s'écarter.

L'absorption des rayons X par les tissus est à peu près la même pour les divers tissus mous, la peau, la graisse, le muscle. Nous avons particulièrement mesuré l'absorption par le lard, tissu homogène et très commode pour expérimenter sur des épaisseurs bien déterminées. Le premier centimètre retient environ 50 pour 100 du rayonnement, le deuxième 40 pour 100, le troisième et les suivants 30 pour 100 de ce qui reste à leur niveau, abstraction faite du tissu osseux. On a ainsi à partir du troisième centimètre, quel que soit le degré B (entre 4 et 7), un coefficient logarithmique d'absorption sensiblement constant; le calcul dépendant alors d'une exponentielle analogue à celle qui intervient pour l'absorption d'une radiation lumineuse, l'effet diminue et le temps de pose ou l'intensité doivent croître très rapidement avec l'épaisseur des tissus à traverser.

Le coefficient d'absorption de l'aluminium est environ dix fois plus fort que celui des tissus : 1^{mm} d'aluminium équivaut pratiquement à 1^{cm} de tissu mou. La filtration par l'aluminium courante en radiothérapie, et qui est utile aussi en radiographie avec les fortes épaisseurs, met pour ainsi dire la peau à 1^{cm}, 2^{cm} ou 3^{cm} de profondeur, suivant que le filtre d'aluminium a 1^{mm}, 2^{mm} ou 3^{mm} d'épaisseur; on peut donc pratiquement, pour le calcul du temps de pose, additionner les millimètres de filtre avec les centimètres de tissus à traverser. Il résulte d'autre part de nos calculs qu'il y a théoriquement peu ou pas d'intérêt à filtrer avec plus de 3^{mm} d'aluminium.

Sur ces données, que nous avons le plus possible simplifiées en vue de leur application pratique, nous avons établi pour les divers éléments qui interviennent dans les calculs *des échelles graphiques* que nous avons disposées *sur un plateau oscillant* autour d'un axe horizontal. Pour l'opération, des poids égaux sont mis sur les échelles à hauteur des graduations correspondant aux données du problème à résoudre, et un poids semblable est déplacé sur l'échelle de l'inconnue jusqu'à ce que soit rétabli l'équilibre. Les diverses formules étant calculables par logarithmes peuvent en effet, grâce à l'intervention d'un poids arbitraire, être transformées en équations d'équilibre.

On peut ainsi en un instant déterminer le temps de pose nécessaire pour chaque cas de radiographie ou de radiothérapie superficielle ou profonde, faire toutes combinaisons en variant l'intensité et la tension du courant, la distance de l'ampoule, l'épaisseur du filtre, l'intervention ou non d'un écran renforçateur et connaître exprimées en unité H, la quantité incidente du rayonnement et celle qui est absorbée et par conséquent agit à tel ou tel niveau dans les tissus.

D'autres déductions théoriques et pratiques peuvent encore être obtenues avec cette balance qui permettra dans les travaux de laboratoire et pour les traitements une plus grande précision et des résultats plus constants.

Nos échelles ont pour base principale la dose de 5H obtenue en 10 minutes sans filtre, à 15^{cm} avec 1^{mm} et 6 B.

Une échelle de correction permet de tenir compte éventuellement de certains facteurs de variation, particulièrement de l'appareillage et du tube dont il convient de contrôler une première fois le débit avec des pastilles radiométriques, ou le fluoromètre de Guilleminot, ou par notre procédé des échelles de teintes radiographiques.

La vérification faite et, s'il y a lieu, le coefficient de correction obtenu, les données de la balance répondent exactement aux divers desiderata de la technique radiologique.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur les spectres corpusculaires des éléments.* Note de M. **M. de Broglie**, transmise par M. Bouty.

J'ai indiqué, dans une Note précédente ([1]), que les principaux traits des spectres de rayons X des éléments se retrouvaient dans le spectre magné-

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 274.

tique de vitesse des électrons, émis par ces éléments, quand on les éclaire par le faisceau de rayons X d'un tube usuel. Voici quelques détails et quelques résultats relatifs à ces recherches.

Les corps, devant servir de radiateurs, sont placés sur une petite plaquette d'ébonite ou d'aluminium, portant une rainure fine qui sert de source ($0^{mm},5$ de largeur), on peut employer des composés, sels, oxydes, sulfures, etc., tassés en couche mince dans cette rainure, et obtenir le spectre corpusculaire magnétique des atomes présents; comme je l'ai indiqué dans ma Note précédente, le dispositif général est analogue à celui qui a été employé par Robinson et Rawlinson et les trajectoires circulaires des électrons dans un champ magnétique viennent former nu spectre sur une plaque photographique.

Les auteurs, qui ont attaqué cette question, paraissent avoir été arrêtés par la longueur des temps de pose; en utilisant bien le faisceau d'un tube Coolidge ordinaire, j'ai pu obtenir de bons clichés avec seulement une heure de pose.

Les spectres de vitesses présentent une disposition semblable pour tous les éléments que j'ai étudiés jusqu'à présent. Ceux-ci s'étendent depuis le zinc (nombre atomique 30, longueur d'onde de 1,5 Angström) jusqu'aux terres rares (nombre atomique de l'ordre de 60, longueur d'onde de l'ordre de 0,3 Angström).

On sait qu'un corps éclairé par un faisceau de rayons X émet un rayonnement de fluorescence; s'il s'agit du spectre K, ce rayonnement comprend un doublet α assez fort, puis une ligne β plus faible et enfin une ligne encore plus faible, qui coïncide sensiblement avec la discontinuité d'absorption de la série K.

Ces effets se produisent au sein du radiateur éclairé et sont accompagnés par l'émission des corpuscules qui font l'objet de cette étude.

Les spectres magnétiques de vitesses, en les parcourant dans le sens des vitesses croissantes, montrent les traits généraux suivants : on retrouve une raie large correspondant au doublet α, une raie β un peu plus faible (mais cependant avec un rapport d'intensité plus voisin de l'unité que pour les rayons X) et une bande d'émission, dont le début, un peu renforcé, contient peut-être aussi une raie. La bande d'émission se continue par une forte émission sélective, qui s'étend sur un domaine spectral assez important; cette bande paraît coupée du côté des grandes vitesses par deux et peut-être trois diminutions brusques d'intensité; enfin le spectre se termine par une limite supérieure de vitesse assez bien tranchée, comme le spectre de rayons X vers les hautes fréquences dans les mêmes conditions.

L'interprétation des coupes successives de la bande d'émission n'est pas encore claire; ce phénomène, qui a été trouvé correspondre à une valeur constante de la vitesse, pour des champs magnétiques variés, change avec le radiateur et suit le spectre de ce dernier; cela exclut une action venant de l'émulsion photographique. On serait tenté de conclure à une absorption sélective des électrons par la matière.

Des mesures sont en train, au point de vue de la comparaison des énergies électroniques correspondant à l'émission corpusculaire, et des quanta des raies spectrales des rayons X.

A quelques unités pour 100 près, la relation

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu$$

se trouve vérifiée, aussi bien pour ces raies que pour la limite supérieure du spectre continu; mais la question se pose précisément de savoir si l'on doit, ou non, retrancher de l'énergie initiale des électrons un travail de sortie. Si les électrons libérés sont des électrons L, ce travail (s'il est intra-atomique) sera celui qui correspondra aux anneaux L et la correction soustractive à apporter au quantum des raies K sera de l'ordre de 10 pour 100.

Il paraît bien, dans les mesures que j'ai effectuées jusqu'à présent, qu'une correction soustractive de cet ordre de grandeur doive être apportée au quantum des raies pour retrouver l'énergie cinétique des électrons, par exemple, on trouve, pour la valeur du produit RH (rayon multiplié par le champ magnétique) des raies de l'argent, les nombres 462 et 500, tandis que les chiffres déduits du quantum des raies K seraient 510 et 540.

D'autre part, la présence du début d'une bande au voisinage de l'endroit qui correspond au quantum de la discontinuité d'absorption des rayons X, paraît indiquer qu'il n'y a pas, pour les électrons formant cette bande, de correction soustractive à effectuer; si ces électrons sont des électrons K et qu'il y ait à soustraire l'énergie de l'anneau K, leurs vitesses devraient débuter par une valeur nulle.

Nos connaissances sur le mécanisme de l'éjection des corpuscules sont encore trop rudimentaires pour rendre compte de tout cela; l'étude des spectres corpusculaires va probablement permettre de débrouiller un peu plus les phénomènes si curieux des relations mutuelles entre les radiations corpusculaires et périodiques.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Triplet achromatique à grand champ.* Note de M. **Pariselle**, présentée par M. Maurice Leblanc.

Dans un certain nombre de lentilles (viseurs, lunettes de pointage de la marine, lunettes de spectroscope, etc.) on est conduit, dans le but d'augmenter le champ, à adjoindre aux oculaires composés usuels, un verre supplémentaire. Dans ces oculaires triples, on corrige généralement les aberrations en achromatisant le verre de l'œil.

Le but de cette Note est de montrer comment il faut choisir les différentes lentilles pour obtenir, toutes choses égales d'ailleurs, un champ maximum et pour avoir une bonne correction des aberrations par l'emploi de verres simples.

Formule générale donnant le champ apparent d'un oculaire. — Il est bien évident que le champ de plein éclairement, le seul généralement utilisé dans les instruments, dépend des dimensions et de la position de l'objectif. Dans le but de simplifier les calculs, je me bornerai à étudier le cas où l'objectif étant suffisamment éloigné de l'oculaire, ou ayant un diamètre assez faible (ce cas est sensiblement réalisé dans les lunettes astronomiques et dans les microscopes), le champ de plein éclairement et le champ total sont sensiblement égaux et indépendants de l'objectif.

Soit donc un oculaire formé de trois lentilles convergentes L_1, L_2, L_3 de diamètres utiles d_1, d_2, d_3 et de distances focales f_1, f_2, f_3 associé à un objectif de grande distance focale F ou de faible diamètre. L'anneau oculaire étant très petit, le faisceau qui traverse l'oculaire est très étroit et peut par suite être réduit au rayon moyen.

Dans ces conditions, le champ moyen α de l'instrument sera donné par la formule

$$\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}=\frac{d_1}{2F}.$$

Le champ apparent β de l'oculaire aura pour valeur

$$\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}=G.\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}=\frac{d_1}{2f},$$

f désignant la distance focale de l'oculaire.

Or l'objectif étant supposé assez loin de la lentille du champ L_1, les rayons moyens des faisceaux considérés vont, après réfraction sur L_1, converger

vers son foyer image et, finalement, ils sortent de L_3, en passant par le point oculaire confondu avec le foyer image du triplet.

La considération des triangles semblables conduit immédiatement à la formule

$$\text{tang}\,\frac{\beta}{2} = \frac{d_1}{2f} = \frac{d_1}{2f_1} + \frac{d_2}{2f_2} + \frac{d_3}{2f_3}. \tag{1}$$

Généralisation. — La formule (1), établie dans le cas particulier d'un oculaire à trois verres, peut se généraliser pour un oculaire quelconque. On a toujours, dans l'hypothèse d'un anneau oculaire de petit diamètre pour le champ apparent

$$\text{tang}\,\frac{\beta}{2} = \sum \frac{d}{2f},$$

pour le champ vrai

$$\text{tang}\,\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{G}\sum \frac{d}{2f},$$

d étant le diamètre utile d'une lentille composante de distance focale f. f est positif ou négatif selon que la lentille est convergente ou divergente; quant à d, il sera affecté du signe $+$ si le rayon lumineux limite rencontre la lentille du même côté de l'axe que la lentille de champ, du signe $-$ dans le cas contraire : ainsi, dans le cas d'un oculaire terrestre, le premier terme correspondant à la lentille de champ sera positif et les trois autres négatifs. La valeur négative trouvée pour $\frac{\beta}{2}$ indique que l'image est droite.

Conclusion tirée de la formule précédente. — Si l'on veut, par l'emploi d'un triplet convergent, donner à la lunette le champ maximum compatible avec les aberrations, il faut évidemment que les diverses lentilles travaillent avec la même ouverture, cette ouverture ayant pour valeur le maximum admis.

On aura donc, entre les éléments des trois lentilles, les deux relations suivantes :

$$\frac{d_1}{f_1} = \frac{d_2}{f_2} = \frac{d_3}{f_3},$$

qui deviennent, après introduction des distances a et b des verres,

$$f_2 = f_1 - a \tag{2}$$

et

$$f_3 = f_2 - 2b. \tag{3}$$

Remarque importante. — Si les éléments de l'oculaire vérifient les relations (2) et (3), le champ de l'instrument a sa valeur maximum; il est facile de démontrer que, dans ces conditions, *la déviation totale des rayons lumineux est également partagée entre les trois lentilles,* c'est-à-dire que l'on se trouve dans le cas où les aberrations de sphéricité sont minima. Les déviations correspondant aux diverses lentilles sont, en effet, respectivement égales à $\frac{d_1}{2f_1}$, $\frac{d_2}{2f_2}$ et $\frac{d_3}{2f_3}$.

Correction des aberrations chromatiques. — Cherchons maintenant à quelle condition les trois lentilles, supposées simples et de même nature, forment un ensemble possédant l'achromatisme apparent.

Il suffit pour cela d'écrire que la distance focale du triplet donnée par la relation

$$(4)\qquad \frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}-\frac{a}{f_1f_2}-\frac{b}{f_2f_3}-\frac{a+b}{f_1f_3}+\frac{ab}{f_1f_2f_3}$$

est indépendante de la couleur. On obtient immédiatement l'équation

$$(5)\qquad (f_2+f_3)(2a-f_1)+2bf_2=b(3a-2f_1)+f_2f_3.$$

En résumé, un triplet dont les éléments vérifient les relations (2), (3) et (5) possède, dans les hypothèses faites, un champ apparent maximum et est achromatisé en grandeur; de plus, il présente, toutes choses égales d'ailleurs, des aberrations sphériques minima.

Si l'on se fixe la convergence du triplet [relation (4)], on a donc entre les cinq quantités f_1, f_2, f_3, a, b quatre relations; il reste encore une indéterminée.

Quant aux rayons de courbure des différentes lentilles, on sera guidé dans leur détermination par la condition d'orthoscopie ainsi que par la simplicité des formes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'iode à froid sur différents métaux. Procédé pour déceler la présence du chlore dans l'atmosphère.* Note de M. **Camille Matignon**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les recherches suivantes ont été effectuées, pendant la guerre, dans le but de chercher à établir un appareil avertisseur susceptible de signaler la présence du chlore dans l'atmosphère.

Une feuille d'argent battue, sur laquelle on dépose un petit cristal d'iode,

se transforme progressivement en une feuille jaune d'iodure d'argent sans éclat métallique, extrêmement friable, qui tombe en poussière sous l'influence des moindres actions mécaniques. Pendant l'ioduration, le cristal est entouré d'un cercle jaune dont le rayon augmente de plus en plus lentement. Voici, par exemple, les distances de la circonférence de transformation au petit grain d'iode à différents moments :

2h30m	Début	3h 7m	3mm,25
35	0mm,75	13	3,50
40	1,25	20	4,00
44	1,70	30	4,50
46	2	45	5,02
55	2,5	54	5,50

La vitesse initiale, évidemment la plus rapide, est supérieure à $0^{mm},15$ par minute; on en déduit, en admettant la même vitesse de propagation dans l'épaisseur de la lame, qu'une feuille de 3^{μ} d'épaisseur [1] exigeait un temps d'action de l'ordre de la seconde pour être iodurée dans toute sa profondeur au point de contact du cristal d'iode.

Les feuilles battues de laiton et de cuivre s'iodurent également dans les mêmes conditions en formant, dans le premier cas, un mélange d'iodure cuivreux et d'un peu d'iodure de zinc, dans le deuxième, seulement l'iodure cuivreux non hygrométrique. La vitesse de propagation de l'ioduration avec la feuille de laiton est comparable à celle de la feuille d'argent.

Les feuilles d'aluminium se trouent aux points de contact, mais l'iodураration se propage lentement; les feuilles d'étain jaunissent, l'action est lente; les feuilles de zinc donnent rapidement des gouttelettes liquides autour de l'iode, parce qu'il se forme de l'iodure de zinc extrêmement déliquescent. Le même phénomène se produit avec des lames de cadmium, de magnésium, de calcium.

De l'ensemble de tous ces essais, il résulte que la feuille battue d'argent est une de celles qui s'iodure le plus rapidement, tout en présentant l'avantage d'être inaltérable à l'air sec ou humide.

J'ai cherché à utiliser cette action pour caractériser la présence du chlore en un point donné d'une atmosphère et constituer un appareil avertisseur.

Découpons dans une feuille d'argent une bande de 1^{cm} de largeur par exemple, disposons sur cette bande une mince couche d'iodure de potassium humide placée

(1) Ce sont les feuilles les plus minces qu'on peut obtenir par battage.

transversalement dans toute la largeur de la bande et fermons un circuit électrique avec cette feuille. Lorsque du chlore arrive au contact de l'iodure, il met l'iode en liberté et celui-ci transforme aussitôt l'argent voisin en iodure non conducteur, le courant est interrompu et le déplacement correspondant de l'aiguille d'un ampèremètre peut provoquer la mise en marche d'appareils avertisseurs.

Supposons que la largeur du petit rectangle ioduré soit de 3^{mm}, que la feuille ait une épaisseur de 3^{μ} et une largeur de 1^{cm}, il suffira de $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de chlore pour mettre en liberté l'iode nécessaire à l'ioduration complète d'une surface correspondante de la lame d'argent. Autrement dit, il faut superposer à la couche d'iodure une couche minimum de $3^{mm},3$ de chlore à la pression normale pour réaliser l'ioduration totale; avec de l'air contenant $\frac{1}{100}$ de chlore, il faudrait une couche de cet air chloruré dépassant 33^{cm}. Il importe que la couche d'iodure reste humide pour établir un bon contact avec la lame; on peut obtenir ce résultat en incorporant à l'iodure une petite quantité d'un sel hygrométrique ou bien d'une solution glycérinée.

Les iodures de plomb, de mercure, se comportent comme l'iodure de potassium.

On conçoit qu'en introduisant la lame précédente dans un pont de Wheastone, il soit possible de déclencher une action énergique au moment de la rupture du courant par ioduration de la feuille.

En opérant avec un circuit comprenant une grande résistance, un élément d'accumulateur et un ampèremètre, on a constaté qu'un courant de chlore arrivant dans le voisinage de la lame produisait une interruption du courant après quelques secondes; des vapeurs de brome répandues dans les mêmes conditions provoquent la rupture du courant après 23 secondes.

Si l'on projette de l'iode en poudre sur la feuille d'argent, le courant s'affaiblit progressivement, il n'y a pas de rupture brusque, il faut alors plusieurs minutes pour ramener l'ampèremètre au zéro.

En vue de donner plus de sensibilité à l'appareil, nous avons remplacé les feuilles d'argent par une très mince couche d'argent déposée chimiquement à la surface d'une lame de verre, mais nous avons constaté, contrairement à notre prévision, que l'appareil était ralenti.

On peut doubler l'intensité d'action en plaçant un enduit ioduré sur chacune des faces de la lame.

L'appareil, toutefois, perd beaucoup de sa sensibilité quand la teneur en chlore devient faible. On pourrait sans doute l'améliorer en soumettant l'appareil à l'action d'un courant d'air permanent et en étudiant systématiquement la meilleure disposition de l'enduit ioduré.

CHIMIE MINÉRALE. — *Les bismuthobromocyanures; nouveaux complexes.* Note de M. **A.-Ch. Vournazos**, présentée par M. Charles Moureu.

La combinaison de bismuth avec le cyanogène ne paraît pas possible à la température ordinaire; les composés halogénés de ce métal peuvent au contraire s'unir avec les cyanures métalliques pour donner des complexes, que je viens de découvrir. Un examen sommaire a prouvé que les halogénures bismuthiques se comportent tous de la même manière. Les composés dérivés du tribromure de bismuth ont été tout d'abord étudiés et peuvent servir d'exemple.

La formation de ces nouveaux complexes dépend principalement du degré de siccité et aussi de pureté où se trouvent les matières réagissantes. On opère au sein du xylol, bien purifié et déshydraté par le sodium métallique.

Le bromure de bismuth est obtenu en faisant passer des vapeurs de brome sur du bismuth réduit en état spongieux et exempt d'arsenic; il cristallise en prismes d'un jaune de soufre. Très peu soluble dans le xylol à la température ordinaire, il se dissout totalement lorsqu'on le traite au bain-marie avec vingt fois son poids de ce dissolvant.

Le tribromure bismuthique combiné avec les divers cyanures forme un groupement particulier $[Bi(BrCy)^3]$, où l'on rencontre pour la première fois une coordination du bismuth et du cyanogène. Cet anion ternaire appartient à un acide complexe $H^3BiBr^3Cy^3$, dont la pression osmotique serait le quadruple de celle de la même molécule supposée à l'état non dissocié.

La forte action hydrolytique exercée sur le bromure de bismuth provoque la décomposition plus ou moins rapide de la molécule complexe, aussitôt que celle-ci se trouve en contact avec l'eau; les cyanures solubles n'attaquent en effet ni les oxyhalogénures de bismuth ni l'oxyde bismuthique. Il en résulte que la formation des complexes en question ne peut pas avoir lieu en milieu aqueux, d'où l'emploi des liquides organiques, parmi lesquels le xylol agit, d'après mes recherches, comme un catalyseur positif. L'emploi de ce corps m'a déjà permis d'obtenir les cyanures complexes des composés halogénés de l'antimoine (¹); l'action catalytique du xylol a été, du reste, essayée par moi, avec succès, dans un grand nombre de cas ana-

(¹) A.-C. Vournazos, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1258.

logues. La combinaison du bromure de bismuth avec les cyanures se fait directement en présence de xylol; les produits obtenus ne donnent plus la réaction du bismuth, qui entre dans l'anion complexe. La formule générale des bismuthobromocyanures des métaux monovalents (M) serait alors $[BiBr^3Cy^3]M^3$.

Théorie de la constitution complexe. — L'étude détaillée d'un grand nombre des cyanures complexes d'antimoine et de bismuth, que j'ai effectuée depuis un an, a prouvé que la plupart de ces corps, d'ailleurs bien caractérisés, se dédoublent par l'eau en leurs molécules constituantes. Or, il y a lieu d'admettre que certaines molécules, comme ici les cyanures, sont attirées par certains éléments, dont la valence maxima n'a pas été saturée. Cet *excédent latent* de valence est réparti sur les espèces chimiques qui forment la molécule complexe. L'attraction ainsi exercée ne dépend nullement des propriétés physiques des molécules attirées, mais seulement de leur nature chimique; les molécules ne sont pas, d'ailleurs, toutes susceptibles de cette attraction, comme les métaux ne sont pas tous magnétiques vis-à-vis de l'aimant.

Pour expliquer la structure complexe, Werner avait attribué l'affinité moléculaire à des valences secondaires développées par les lignes de force que produisent les électrons, auxquels correspondent directement les valences principales. Mais cette théorie est inadmissible; les molécules non dissociées ne développent nullement des lignes de force, car elles ne sont pas pourvues d'électrons; et ces molécules non dissociées peuvent, comme je l'ai démontré, former des complexes. Elles sont alors attirées par le métal à valence latente et rangées de façon à former un anion complexe.

C'est ainsi que le cobalt, au maximum tétravalent (dans le bisulfure), et même hexavalent dans la smaltine, le platine, au maximum hexavalent ($Pt\,As^2$), l'antimoine et le bismuth, au maximum pentavalent, étant combinés avec une valence inférieure, sont encore aptes à attirer certaines molécules intégrales et donner des complexes. Dans mon cas, le bismuth trivalent dispose de sa double valence latente pour attirer encore trois molécules d'un cyanure de métal monovalent, avec lesquelles il s'unit en complexe. Cette attraction qu'exerce le métal à valence latente, je l'exprime par le signe (dans les formules analytiques des complexes. Ainsi le bismuthobromocyanure du métal monovalent M serait représenté par la formule $BiBr^3(3CN.M$.

Les principes ci-dessus, que je soutiens à propos de la constitution complexe, m'ont fait prévoir la possibilité de l'existence des nouveaux

groupements complexes, dont j'ai en effet réalisé la préparation; le procédé expérimental est le même et peut être considéré comme général. Voici d'ailleurs quelques bismuthobromocyanures étudiés.

Bismuthobromocyanure potassique. — Les deux constituants bromure de bismuth et cyanure potassique doivent être séchés complètement dans le vide sulfurique; on pèse 4,4775 de $BiBr^3$ et 1,9535 de KCN, et l'on mélange rapidement les deux produits dans un mortier de porcelaine. On ajoute du xylol par gouttes jusqu'à ce qu'on obtienne une masse ayant la consistance d'une pommade fine, que l'on triture avec soin, afin d'obtenir un mélange intime; on continue alors à ajouter jusqu'à 100^{cm^3} de xylol pur et exempt d'humidité; on porte le mélange dans un ballon en verre à long col, on bouche le ballon et l'on chauffe au bain-marie pendant 15-20 heures en agitant de temps à autre. Le mélange initial, couleur jaune de soufre, s'est transformé en un corps gris blanc, qui fut séparé par filtration et séché dans le vide.

Le complexe $'''[BiBr^3Cy^3]K^{3\cdots}$ est décomposé par l'eau froide; il est soluble dans l'acide chlorhydrique dilué, mais cette dissolution s'altère rapidement. Chauffé à l'abri de l'air, il se transforme en KBr et bismuth métallique.

Bismuthobromocyanure d'argent : $[BiBr^3Cy^3]Ag^3$. — Il est obtenu par l'action du bromure bismuthique (3,582) sur le cyanure d'argent (3,213) suivant le procédé général, exposé plus haut, et en chauffant pendant 6 heures au bain-marie. Le complexe formé est un corps amorphe, couleur jaune orange, insoluble et inaltérable dans l'eau et l'alcool, même à l'ébullition prolongée. L'ammoniaque et le cyanure potassique le décomposent à froid; il est réduit par la lumière solaire et se colore en gris noirâtre. Chauffé à l'abri de l'air, il se transforme en bromure d'argent et bismuth métallique.

Bismuthobromocyanure de cuprosum : $BiBr^3(3CNCu$. — Ce composé est préparé en chauffant, au sein du xylol, pendant 15 heures, un mélange de 5,373 de bromure de bismuth avec 3,225 de cyanure cuivreux; on opère d'après la méthode générale. Le mélange, au début brun clair, se transforme en une poudre amorphe d'un gris verdâtre, insoluble dans le xylol, l'eau froide et l'acide tartrique; le produit est attaqué par l'eau en ébullition, en donnant du bromure cuivreux, de l'hydrate de bismuth $BiO(OH)$ et de l'acide cyanhydrique. Traité par le cyanure de potassium, il se décompose en $Bi(OH)^3$ et $K^6[Cu^2Cy^8]$. Il se dissout dans l'acide chlorhydrique dilué à chaud, mais la dissolution incolore verdit avec le temps par la formation de $CuCl^2$. Chauffé dans un tube à essai, il donne du bromure de bismuth, du charbon et du cuivre, formant un miroir rouge métallique.

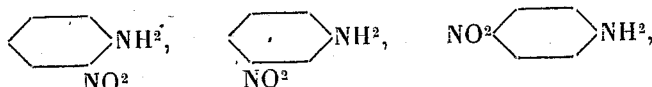
Bismuthobromocyanure de mercure : $2BiBr^3(3HgCy^2$. — Il est obtenu par l'action du bromure de bismuth (4,478) sur le cyanure de mercure (3,789), suivant la méthode générale et en chauffant au sein du xylol pendant 15 heures. Le mélange primitif, couleur jaune de soufre, s'est transformé ainsi en une poudre blanche cristalline, qui, examinée au microscope, présente de longues aiguilles prismatiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solubilité des nitranilines isomères dans le métaxylène.* Note de M. **Chapas**, présentée par M. Georges Lemoine.

Les règles connues sur l'influence de la constitution sur la solubilité des substances organiques sont peu nombreuses; on sait, par exemple, que les divers corps d'une même série homologue sont miscibles les uns aux autres; il en est de même des isomères de position, tels que les dérivés ortho-, méta- et parabisubstitués du benzène. Ostromysslensky, dans un travail déjà ancien [1], remarque que la miscibilité se rencontre souvent chez les corps *du même type chimique*, et donne l'exemple de l'alcool ordinaire et de l'éther ordinaire

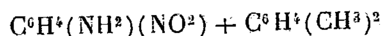


Ces règles, encore bien rudimentaires, nous ont amenés à rechercher l'influence de l'isomérie de position, dans la série du benzène, sur la solubilité. A cet effet, nous avons déterminé la solubilité des trois nitranilines isomères



dans le même solvant, le métaxylène, à la température de 15° C.

Mode opératoire. — I. Nous avons d'abord cherché à préparer des solutions saturées en chauffant un excès de l'aniline nitrée mise en expérience, avec le *m*-xylène, en refroidissant le mélange à 15°, et en filtrant. Par évaporation d'un poids connu de cette solution saturée sur un verre de montre taré, d'abord à l'air, puis à l'étuve vers 90°-100°, nous pouvions déterminer la composition de la solution. Cette méthode est peu commode, à cause de la durée de l'évaporation; de plus, il semble que le *m*-xylène s'unisse en proportions moléculaires avec les nitranilines; nous pensons avoir obtenu, avec la *m*-nitraniline, la combinaison



$$C^6H^4(NH^2)(NO^2) + C^6H^4(CH^3)^2$$

et les composés obtenus se dissocient à l'étuve en perdant du xylène, lequel entraîne facilement de la nitraniline. C'est pourquoi nous avons abandonné cette méthode. Néanmoins, son application nous a conduit à conclure que les trois isomères se classent dans l'ordre suivant de solubilités croissantes :

p-nitraniline, *m*-nitraniline, *o*-nitraniline,

et la solubilité pour la *m*-nitraniline a été trouvée à peu près 1,8 pour 100.

(1) J. Ostromysslensky, *Sur les relations entre le solvant et le corps à dissoudre* (*Journ. für prakt. Chem.*, t. 76, 1907, p. 264).

II. Nous confirmons ces résultats par la méthode ci-après. Dans un tube à essai taré (diam. 10^{mm}; haut. 110^{mm}) muni d'une fine baguette de verre servant d'agitateur, nous introduisons la nitranilins et nous déterminons son poids en suspendant le tube au-dessus de l'un des plateaux d'une balance. Nous ajoutons alors une quantité de *m*-xylène insuffisante pour produire la dissolution complète et nous chauffons au bain-marie en agitant; puis en portant l'appareil dans un bain d'eau à 15°, nous observons d'abord la cristallisation de l'aniline nitrée; nous rajoutons du *m*-xylène, chauffons, refroidissons à nouveau, et ainsi de suite; lorsque la solution maintenue à 15° ne cristallise plus, même en frottant les parois du tube avec la baguette, nous concluons que la limite de solubilité à 15° est atteinte, et nous déterminons par pesée la quantité de xylène employée (¹).

Résultats. — Nous indiquons le poids de nitraniline dissoute (en grammes, par exemple) dans 100^g du solvant, à 15° C. (coefficient de solubilité, d'après Gay-Lussac) :

Orthonitraniline	11,6	pour 100
Métanitraniline	1,74	»
Paranitraniline	0,28	»

Ces nombres sont très différents les uns des autres; il est très remarquable que l'isomérie de position a une influence énorme sur la solubilité, les écarts entre ces solubilités étant bien plus appréciables que les écarts entre les autres constantes physiques (sauf, peut-être, le point de fusion).

Nous mentionnerons encore les observations suivantes :

a. Les solutions d'*o*-nitraniline sont jaunes; à la saturation, il s'en sépare de petits cristaux oranges.

b. Les solutions de *m*-nitraniline sont jaunâtres; les cristaux qu'elles abandonnent par refroidissement sont de grandes aiguilles jaunes, extrêmement caractéristiques.

c. Les solutions de *p*-nitraniline sont incolores et donnent des cristaux en lamelles très minces et brillantes.

Nous nous proposons d'étudier d'autres groupes d'isomères, en déterminant les solubilités non seulement dans le *m*-xylène, mais aussi dans ses isomères ortho et para.

(¹) Nous utilisons la fraction du *m*-xylène (les $\frac{2}{3}$) passant à la distillation de 137°,5 à 138°.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Relations de sismicité et de géotectonique dans les Pyrénées.* Note de M. **Octave Mengel**, présentée par M. Bigourdan.

La discussion de la répartition géographique et du mode de répercussion des tremblements de terre qui se sont produits à l'extrémité orientale des Pyrénées m'a révélé l'intime liaison des phénomènes sismiques avec l'architecture de cette partie de la chaîne ([1]). L'étude que j'ai faite des macrosismes signalés depuis 1908 dans la partie orientale et centrale des Pyrénées, associée à la synthèse tectonique que M. Léon Bertrand a faite du revers septentrional de la chaîne, et aux nouveaux aperçus géologiques que j'ai acquis personnellement sur le revers méridional, n'a fait que renforcer mes précédentes conclusions.

Le revers méridional plus encore que le revers septentrional, est un pays de nappes parties au Nord sous l'action d'une poussée générale venant du Sud. Cette poussée contre l'axe anticlinal hercynien de la chaîne s'est traduite par un grand accident longitudinal accusé, en de nombreux points, par l'intrication de ces nappes dans la bordure de la zone primaire centrale. A la hauteur de Prats de Mollo, cet accident éprouve un rejet vers le Nord et la zone d'encapuchonnement qu'on peut suivre du Mont Perdu au Col d'Arcs, près Prats de Mollo, est reportée, par l'extrémité orientale du Canigou, au synclinal secondaire d'Amélie-les-Bains, avec ligne de suture suivant le synclinal dévonien plus ou moins écrasé de Prats de Mollo, Arles, Amélie-les-Bains. Ce synclinal et sa bordure, le massif chevauché du Roc de France, jouent un rôle prépondérant dans la transmission des sismes nord-pyrénéens vers la région sismique espagnole que j'ai dénommée antérieurement le « Voussoir Prats de Mollo-Gérone ».

Il existe d'autres régions hypocentriques que celles que j'avais alors signalées, mais toutes sont en relation directe avec des accidents tectoniques. L'une au NE des Albères est caractérisée par des sismes locaux ayant généralement leur origine en mer, là où l'ennoyage pliocène de l'axe central a été suivi d'un effondrement quaternaire.

Ces sismes sont souvent accompagnés d'un bruit de caractère nettement explosif (18 mars 1915, 28 septembre 1917) qui, chaque fois, fait croire

---

([1]) O. Mengel, *Aperçu sur la tectonique et la sismicité des Pays Catalans* (*Ass. Fr. Av. Sc. : Congrès de Clermont-Ferrand*, 1908).

tout d'abord à une explosion de dynamite à l'usine de Paulilles. Ils sont parfois précédés d'une secousse préliminaire sur le versant méridional (avril 1903, le 17 à Rosas, le 20 de Port-Bou à Salces), ce qui indiquerait un effort propagé du Sud au Nord. Je vois une seconde aire épicentrique en Cerdagne, le long des hautes falaises de la Sierra-de-Cadi, front démantelé de la nappe supérieure du complexe espagnol, là où j'ai signalé récemment des mouvements quaternaires post-glaciaires. Le 23 février 1918, cette aire entrait en vibration à $20^h 25^m$ sur le revers nord-ouest de la Sierra-de-Cadi. Une réplique se produisait au Nord le 23, à $3^h 10^m$, à Bagnères-de-Bigorre et à l'Est le 23, à 5^h, à Prats-de-Mollo, sur la ligne du grand accident sud pyrénéen. Il paraît logique d'interpréter ces sismes comme des ruptures de tensions auxquelles les roches internes sont encore soumises, l'une déclenchant l'autre. Dans la région de la Maladetta existe une aire épicentrique de plus grande activité. Le fait que cette aire se trouve en pays de nappes où le chevauchement anormal vers le sud bordant le grand accident sud pyrénéen est le plus développé, indique assez une origine tectonique. Elle accuse d'ailleurs une certaine parenté avec l'aire épicentrique bien connue du revers nord des Hautes-Pyrénées, qui se diffuse tout le long du contact des nappes A et B de M. Léon Bertrand.

En novembre 1919, par exemple, on note les secousses suivantes : le 20, en Ribagorza; le 27, à Pont-de-Suert et en Saint-Gironnais (France); le 29, degré VI, au sud des Monts-Maudits (d'après détermination de MM. Fontseré à Barcelone, Labrouste à Strasbourg) et à la même heure, degré V, de Foix à Quérigut avec, en France, zone de vibration contournant le massif granitique de Mont-Louis et le Canigou, pour passer en Espagne par Prades, Amélie-les-Bains (renforcement au degré V), Saint-Laurent-de-Cerdans; le 2 décembre, secousse en Venasque et en Saint-Gironnais.

Novembre 1920 fournit une documentation analogue : le 18-19, série d'une dizaine de secousses avec aire épicentrique de degré V d'Ansignan, Maury à Saint-Paul, au contact des nappes A et B; le 28-29, aire épicentrique de degré VI à V, s'étendant de Sournia à Aulus et en largeur de Quillan à Quérigut, encore en contact de la zone centrale avec les nappes A et B. Les lignes isosistes, que me permet de tracer une documentation basée sur plus de 200 questionnaires, présentent une invagination en Cerdagne par la vallée de Carol, une autre jusqu'à La Cassagne (degré IV), au-dessous de Mont-Louis, suivant la prolongation vers l'ouest du synclinal secondaire d'Amélie écrasé entre l'extrémité orientale du Canigou et la

zone primaire centrale. Elles dessinent également une avancée vers le Narbonnais, épousant la nappe des Corbières orientales avec maximum relatif d'intensité vers Durban, à la base du chevauchement de la nappe sur l'extrémité orientale du massif autochtone du Mouthoumet. Ces isosistes passent de nouveau en Espagne par le chevauchement du massif du Roc de France et son synclinal de suture avec le Canigou, pour s'arrêter à Massanet. Le gradient des isosistes, fort au voisinage des accidents tectoniques, est faible ou nul dans les terrains en place, ou sur le plateau tranquille des nappes (partie supérieure des Corbières), mais il se renforce au passage de ces plateaux aux alluvions humides des plaines côtières (Roussillon et Narbonnais). La plaine toulousaine paraît au contraire avoir arrêté la propagation des ondes vers le Nord.

En résumé, les anticlinaux de la zone primaire centrale des Pyrénées sont relativement asismiques. Par contre les rides de plissements tertiaires sont le lieu des foyers hypocentriques, et le passage des vibrations qui en émanent provoque, par résonance physique ou mécanique, dans les parties en tension de ces rides, des aires épicentriques secondaires. Enfin, les terrains meubles et humides en profondeur facilitent la propagation et l'amortissement régulier des ondes ([1]).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un cas d'anéantissement d'une bourrasque.* Note ([2]) de M. **Gabriel Guilbert**, présentée par M. Bourgeois.

J'ai l'honneur d'exposer à l'Académie un exemple du phénomène météorologique que je nomme *compression du cyclone* et qui n'est autre que l'encerclement d'un tourbillon, par des vents de force supérieure à la normale.

La règle 2 de ma méthode de prévision vise ce cas : *Toute dépression, entourée de vents convergents et anormaux par excès, sera comblée, sur place, dans les 24 heures, quelquefois en 12 heures, par hausse barométrique, maximum au centre.*

Une occasion s'est présentée le 5 février 1921 d'appliquer cette règle. Au matin de ce jour, une bourrasque se trouvait à l'ouest de Bretagne,

---

([1]) O. Mengel, *Du mode de répercussion en Roussillon du tremblement de terre de Provence du* 11 *juin* 1909 (*Annuaire de la Société météorologique de France*, t. 57, 1909, p. 202).

([2]) Séance du 14 février 1921.

avec $-9^{mm},4$ à Brest. Des vents très forts d'E à Falmouth, Portland, forts de SE au Havre, s'opposaient à des vents de SW forts à Lorient, à Brest, réalisant l'encerclement exigé par la règle 2. De plus, au centre du cyclone, à Ouessant, un vent très fort de SW s'observait et exigeait l'application d'une autre de mes règles, n° 5, ainsi rédigée : *Toute dépression, qui, au lieu du calme central théorique, présentera dans la région du centre des vents forts ou violents, sera détruite dans les 24 heures, avec hausse maximum au centre.*

Je n'ai jamais découvert d'exceptions à cette règle 5.

En vertu donc de ces deux principes, j'ai rédigé de la façon suivante la prévision de février : *La bourrasque à l'ouest de Bretagne sera détruite, sur place, en 12 heures, avec hausse maximum à Ouessant* $+18^{mm}$.

Cette prévision s'est réalisée dans tous ses détails :

La bourrasque a été détruite, sur place, en 12 heures et la hausse barométrique, de $+10^{mm}$ dans la journée du 5 février, atteignait le 6 au matin $+16^{mm}$ à Ouessant même, c'est-à-dire exactement au centre.

En dehors de cette prévision principale, une hausse barométrique générale sur l'Europe a été prévue, *à l'exception de la Provence et de la Corse*, où ont été fixés -1^{mm} pour la Provence et -2^{mm} pour la Corse. Les résultats donnent $-1^{mm},7$ à Toulon, -3^{mm} en Corse.

Pour Paris, une hauteur barométrique avait été indiquée, à 7^h du matin, de 764^{mm}-765^{mm}; il a été constaté $764^{mm},6$ à 7^h.

La pluie fut prévue pour le Sud de la France; le beau temps pour le Nord; les vents d'Est en Bretagne, *au lieu et place des vents d'Ouest*, et toutes ces prévisions, conséquence des variations de pression prévues, furent exactement réalisées. Toutes les méthodes classiques ne purent, au contraire, fournir que des prévisions inexactes. La mienne a réussi parce que le calcul est à sa base. Plusieurs de mes règles pourraient être représentées par des équations : elles peuvent être appliquées aussi bien pour la marine que pour l'aviation.

C'est ainsi que mon collaborateur, M. Guénaire, météorologste, a pu, en mon absence, le 24 novembre dernier, rédiger une prévision analogue à la mienne du 5 février. Devant une bourrasque qui amenait en Bretagne une baisse de -14^{mm}, et qui obligeait les météorologistes à hisser les cônes de tempête sur toutes les côtes de France, M. Guénaire écrivait : *La dépression de Bretagne se comblera; les vents seront assez forts ou modérés.* Cette prévision, contraire à toutes les données de la science actuelle, mais commandée par mes règles 2, 3 et 5, se réalisa exactement.

J'affirmerai, d'après une expérience de trente années révolues, que

nos principes, découverts en 1890, permettent la prévision chiffrée des variations barométriques, en hausse ou en baisse, à 12 ou 24 heures d'avance, quelquefois au delà, sur toute l'Europe. Nulle prévision du temps ne peut être rationnelle, si elle ne précise, par des *chiffres*, la valeur de la variation future, puisque c'est cette valeur même qui détermine *le temps :* pluies et vents, ainsi que le tracé des isobares du lendemain.

Or le vent, d'après mes règles, *et le vent de surface seul*, à l'exclusion des vents de la Tour Eiffel et des montagnes, est le maître de la pression barométrique et en commande seul les variations : les faits quotidiens rendent toute dénégation impossible.

PHYSIOLOGIE. — *Tension superficielle et choc anaphylactique.* Note de M. **Auguste Lumière**, présentée par M. Roux.

Dans des Communications précédentes ([1]), nous avons formulé quelques réserves relativement au rôle de la tension superficielle dans le choc anaphylactique.

Discutant nos expériences réalisées avec l'hyposulfite de soude, M. Kopaczewski montre, dans une intéressante Note récemment publiée ([2]), que, d'après ses mesures, la tension superficielle du mélange par parties égales de ce produit en solution à 5 pour 100 avec du sérum serait inférieure à celle de ce sérum; il attribue alors l'action antichoc de l'hyposulfite, non à la dispersion ou à la dissolution des éléments floculés qui se forment dans le sang à la suite de l'injection déchaînante, mais plutôt à l'empêchement de la floculation et en tire argument en faveur de l'intervention de la tension superficielle dans la production du choc.

Les mesures de cet auteur ne paraissant pas s'accorder avec les constantes physiques et les formules connues, nous avons repris à notre tour leurs déterminations et nous sommes arrivé aux chiffres, tout différents, qui suivent :

([1]) Auguste Lumière et Jean Chevrotier, *Sur un procédé simple et inoffensif permettant d'éviter le choc anaphylactique* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 741). — Auguste Lumière et Henri Couturier, *Sur le choc provoqué par l'introduction de substances insolubles dans la circulation* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1172).

([2]) W. Kopaczewski, *Le rôle de la tension superficielle dans les phénomènes de choc* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 337).

	Tensions superficielles en dynes par centimètre.
Eau distillée	72,69
Solution d'hyposulfite à 5 pour 100	73,69
Sérum	51,83
Sérum dilué de moitié avec l'hyposulfite à 5 pour 100	53,58

L'addition de la solution d'hyposulfite au sérum augmentant la tension superficielle, l'argumentation de M. Kopaczewski sur ce point perd sa valeur, bien que nous soyons, d'autre part, complètement de l'avis de cet auteur quant à l'origine physique du choc [1].

Nous nous sommes d'ailleurs assuré que l'on pouvait supprimer le choc anaphylactique au moyen de substances (certains hypnotiques par exemple) qui, en solution aqueuse, augmentent la tension superficielle du sérum et, inversement, nous avons pu dans nos expériences provoquer le choc malgré l'addition à l'injection déchaînante de corps organiques qui abaissent cette tension.

Il n'est pas douteux cependant que, dans le choc anaphylactique vrai, les phénomènes de floculation s'accompagnent inévitablement d'augmentation de la tension superficielle; la conductibilité, l'ionisation, les propriétés optiques et chimiques du milieu se trouvent brusquement modifiées, en même temps que des troubles surviennent dans la coagulabilité et la viscosité du sang. Ces changements s'accompagnent en outre de leucopénie, d'inversion de la formule leucocytaire, etc.

La variation de la tension superficielle, comme toutes ces modifications, sont donc des phénomènes qui accompagnent la floculation ou lui sont consécutifs sans constituer la cause du choc qui, d'après nos expériences, proviendrait principalement de la présence, dans les vaisseaux, d'éléments floculés.

---

(1) Il n'est pas surprenant que des erreurs puissent se glisser dans les déterminations de tension superficielle, les dispositifs expérimentaux ne permettant pas de tenir compte de toutes les conditions du problème avec leurs valeurs relatives. Ce sont les méthodes qui la plupart du temps sont en défaut plutôt que les expérimentateurs.

Nous avons cherché à nous mettre le plus possible à l'abri de ces erreurs en utilisant le procédé de l'ascension dans les tubes capillaires et en prenant toutes précautions utiles. Les chiffres que nous avons trouvé ne doivent pas être considérés en valeur absolue, mais seulement dans les rapports qu'ils ont entre eux et qui s'accordent d'ailleurs avec les constantes physiques et les faits établis antérieurement.

Nous n'avons point prétendu qu'il n'existait aucune différence entre tous les phénomènes qui s'observent dans le choc anaphylactique et ceux qui surviennent dans le choc barytique ou choc par contact, mais nous persistons à croire que la cause primitive des accidents et leur mécanisme sont semblables. . . . .

Il n'est pas possible en effet de ne point être frappé de la similitude complète des symptômes de tous ces chocs, depuis le prurit jusqu'aux accidents agoniques : chute de pression, abaissement de température, vomissements, hémorragies, troubles paralytiques et nerveux se déroulant dans le même ordre; quand on passe d'une espèce animale à une autre, les mêmes différences symptomatiques se manifestent. Les lésions anatomiques sont également semblables, qu'on les observe macroscopiquement ou sur des coupes; elles sont plus prononcées lorsque les troubles ont évolué lentement, aussi bien dans le choc barytique que dans le choc anaphylactique; nous nous sommes également assuré que les vaso-constricteurs, de même que les anesthésiques et les hypnotiques, suppriment ou atténuent aussi bien l'un de ces chocs que l'autre, tandis que les vaso-dilatateurs les aggravent de la même manière.

Lorsque les doses déchaînantes sont convenablement choisies et que les accidents précoces se sont amendés, les troubles tardifs et les lésions qui les accompagnent sont encore de même nature.

La possibilité de vacciner dans les deux cas par les doses subintrantes, de préserver un animal sensibilisé contre le choc anaphylactique en lui administrant du sulfate de baryte et inversement, constitue aussi un fait d'une haute valeur en faveur de l'unité du mécanisme du choc.

Enfin la gravité des accidents suivant la voie d'introduction est encore la même pour les deux types de chocs qui ont bien, en définitive, les mêmes caractères et s'accompagnent des mêmes symptômes et des mêmes lésions; leur cause physique semble donc bien être la même et réside dans l'introduction ou la formation brusque dans la circulation d'un précipité floculé.

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'immunité humorale chez les Insectes.* Note (¹) de M. A. **Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Dans une précédente Note, nous avons émis l'hypothèse que la réaction d'immunité humorale observée dans le sang des chenilles d'*Agrotis segetum*

(¹) Séance du 21 février 1921.

inoculées avec le *Bacillus melolonthæ non liquefaciens* γ pouvait se manifester en dehors de toute activité cellulaire et sans la participation effective d'un anticorps déterminé. Cette hypothèse est renforcée par les faits d'expériences suivants : si l'on prélève aseptiquement du sang de chenille d'*Agrotis*, qu'on l'ensemence largement et l'abandonne en tube ouvert à la température de 24°, les microbes ne subissent aucune transformation granulaire, même après un séjour prolongé à l'étuve; cependant ils se développent mal, prennent une forme plus allongée et plus mince que la forme coccobacillaire typique. Si l'on inocule ce sang infecté dans la cavité générale d'une chenille neuve, on observe que les microbes subissent très rapidement dans le sang la transformation granulaire suivie aussitôt de bactériolyse. La réaction est du même type que celle observée dans le sang des chenilles en état d'immunité, à la suite de l'inoculation de bacilles de culture. Elle est terminée généralement vers la deuxième heure qui suit l'inoculation et souvent à la fin de la première.

On peut reproduire la réaction *in vitro* en ajoutant du sang frais au sang infecté, mais la transformation en granulations est toujours incomplète. Les mêmes phénomènes qui viennent d'être décrits se manifestent lorsqu'on se sert de sang centifugé au lieu de sang complet : il semble donc bien, ainsi que nous l'avons déjà montré pour d'autres faits d'expériences, que les éléments cellulaires du sang n'interviennent pas dans les réactions humorales du nouveau type.

A la suite de l'inoculation du sang complet ou du sang centrifugé infecté, et immédiatement après la disparition des microbes, le sang de la chenille est capable de réagir à nouveau sur les microbes de culture, comme le sang des chenilles en état d'immunité.

Ce fait démontre la possibilité d'accélérer dans une large mesure l'immunisation des chenilles; alors que cette immunisation est complète seulement après un séjour de 24 heures à la température de 24° avec la méthode ordinaire, avec l'autre méthode, elle le devient d'emblée dès après l'inoculation.

Les théories modernes ne peuvent donner de ces différents faits qu'une explication insuffisante. L'hypothèse que nous avons admise précédemment, et dont la conception est antérieure à leur découverte, rend mieux compte de leur nature. Entre les microbes et le sang, se produisent des réactions colloïdales complexes qui modifient plus ou moins profondément la nature des uns et de l'autre. Si l'on admet que le microbe est en état d'équilibre instable dans le nouveau milieu, il suffira d'un changement insensible

dans la composition du sang, de l'addition, par exemple, d'un électrolyte normalement présent dans le sang vivant, pour rompre l'état d'équilibre et déclencher les phases ultimes de la réaction humorale (granulation et bactériolyse). Nous avons vu que le sang circulant était beaucoup plus actif que le sang de prélèvement, probablement en raison de l'action oxydante de l'oxygène de l'air sur le où les éléments actifs du sang.

Il est possible, en dernière analyse, que les phases ultimes de la réaction bactériolytique ne mettent en jeu qu'un petit nombre de constituants nouveaux du sang, ceux, par exemple, qui sont détruits vers 70°-75°; mais la réaction considérée dans son ensemble nous apparaît infiniment plus complexe. De toute façon, on ne peut guère assimiler la bactériolyse à l'action d'une diastase sur les microbes.

La théorie nouvelle que nous adoptons pour expliquer l'immunité des chenilles d'*A. segetum* contre le *B. m. non liquefaciens* est susceptible, croyons-nous, de s'appliquer à d'autres cas d'immunité humorale, au moins chez les Insectes. Mais, pour le moment, nous la considérons comme une théorie provisoire destinée, sans aucun doute, à être modifiée par la suite. Son importance réside pour nous dans le fait qu'elle élargit la question de l'immunité et permet d'entrevoir des possibilités d'explication de faits encore obscurs ou inexplicables par la théorie généralement admise.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de la chaleur sur l'activité de la salicinase.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Arthur Compton**, présentée par M. Roux.

On sait que l'activité d'une diastase augmente d'abord rapidement avec la température, passe par un maximum, puis décroît jusqu'à devenir nulle. On appelle *température optima* la température à laquelle correspond la plus grande activité et *température mortelle* celle à laquelle la diastase devient inerte. Communément, on admet que chaque diastase possède une température optima et une température mortelle propres et l'on va quelquefois jusqu'à comparer ces températures à de véritables constantes physiques, analogues aux points de fusion et d'ébullition de certaines substances définies.

Nous avons démontré, en opérant sur l'amygdalase et sur l'amygdalinase, que la température optima, loin d'être constante et, par suite, facile à retrouver quelles que soient les conditions expérimentales, varie

au contraire, dans une large mesure, suivant la durée de l'action : elle est d'autant plus haute, toutes choses égales d'ailleurs, que le temps accordé à la diastase pour agir sur la substance passive est plus court (¹).

Étant donnée l'importance de cette observation au point de vue des recherches sur les diastases en général, nous avons étendu nos expériences à la salicinase que nous avions découverte, à côté de l'amygdalase et de l'amygdalinase, dans les amandes (²). Mais, au lieu de déterminer, comme précédemment, les températures optima correspondant seulement à deux durées d'action différentes (2 heures et 15 heures), nous avons multiplié les séries d'expériences et les avons échelonnées depuis la durée d'action de 1 heure jusqu'à celle de 4 jours. Nous avons recherché en même temps les températures mortelles.

Pour avoir de bonnes mesures dans un tel genre de recherches, il faut que les proportions de glucoside hydrolysé soient assez grandes, mais il ne faut pas qu'elles soient trop rapprochées de l'hydrolyse totale. En conséquence, nous avons choisi des concentrations diastasiques permettant d'hydrolyser de la moitié aux deux tiers environ de la salicine présente. Naturellement, ces concentrations ont été d'autant plus faibles que les durées d'action ont été plus longues. Quant aux concentrations du glucoside, elles ont été d'une molécule-gramme pour 15^l dans presque toutes les expériences et d'une molécule-gramme pour $27^l,5$ dans les expériences de 2 heures et de 15 heures. Ces variations ne devaient pas avoir d'influence sur la marche du phénomène envisagé, car il avait été établi par une étude préliminaire de l'un de nous que ni la concentration de la diastase, ni la concentration du glucoside ne modifient la température optima (³).

En construisant les courbes correspondant à chaque série d'expériences, nous avons obtenu les températures optima et les températures mortelles suivantes :

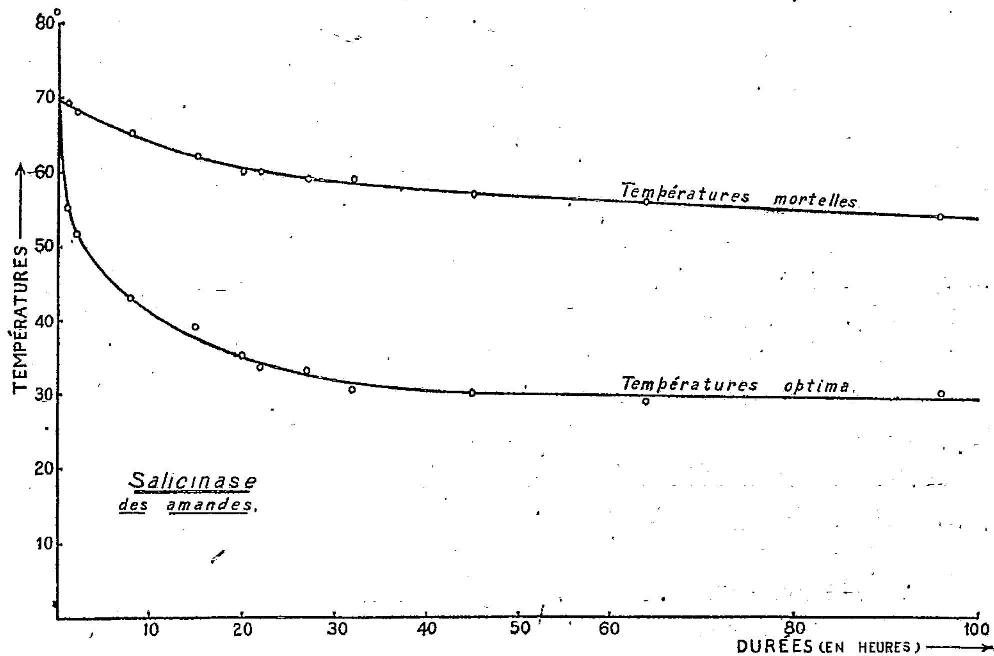
(¹) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1518.

(²) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 797.

(³) A. Compton, *Ann. Inst. Past.*, t. 28, 1914, p. 866.

Séries.	Durée des expériences.	Poids de diastase.	Poids de glucoside.	Volume de solution.	Températures optima.	Températures mortelles.
	h	mg	mg	cm³	°	°
1......	1	12,0	286	15	+ 55	+ 69
2......	2	8,0	209	20	+ 51,5	+ 68
3......	8	2,2	286	15	+ 43	+ 65
4......	15	1,3	209	20	+ 39	+ 62
5......	20	1,5	286	15	+ 35	+ 60
6......	22	1,0	286	15	+ 33,5	+ 60
7......	27	1,5	286	15	+ 33	+ 59
8......	32	1,0	286	15	+ 30,5	+ 59
9......	45	1,0	286	15	+ 30	+ 57
10......	64	1,0	286	15	+ 29	+ 56
11......	96	1,0	286	15	+ 30	+ 54

Ces résultats montrent qu'au point de vue de la température optima la salicinase se comporte comme l'amygdalase et l'amygdalinase. Ils



montrent, en outre, ce qui n'était pas encore apparu d'une manière aussi nette, que la température mortelle varie aussi en sens inverse de la durée

des expériences, ou, ce qui revient au même, du temps pendant lequel la diastase est soumise à l'action destructrice de la chaleur.

Mais ce n'est pas tout. En portant en abscisses les durées d'expériences et en ordonnées les températures optima et les températures mortelles, on obtient deux courbes continues très suggestives.

On voit, en effet, qu'au-dessous d'une certaine température, voisine ici de $+30^{\circ}$, la température optima cesse pour ainsi dire de diminuer quand on prolonge la durée d'action de la diastase. A partir et au-dessous de cette température, la diastase ne subit donc pour ainsi dire plus de décomposition sous l'influence de la chaleur : elle est dans une zone de thermostabilité qui correspond aux conditions de son apparition et de son fonctionnement dans le végétal et à laquelle on fera bien, désormais, d'attacher de l'importance lorsqu'on voudra étudier le rôle physiologique et les lois d'action d'une diastase.

On voit, d'autre part, qu'en plaçant le réactif diastasique dans des conditions de température de plus en plus élevée, on exalte continuellement sa vitesse d'action, phénomène conforme, dans son allure, à la loi générale d'action de la chaleur sur les réactions chimiques.

Il résulte de toutes ces observations que la notion de température optima, telle qu'on la conçoit ordinairement, disparaît. Elle fait place à celle que l'on pourrait appeler de la *température maxima d'activité*, température la plus haute à laquelle la diastase puisse encore opérer comme catalyseur. Cette température, voisine de $+70^{\circ}$ dans le cas de la salicinase, est en même temps la plus élevée que puisse atteindre passagèrement le ferment soluble. Ainsi, la température maxima d'activité est aussi celle de destruction instantanée de la diastase par la chaleur.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Influence de quelques bases organiques et de leur chlorhydrate sur l'activité de l'amylase pancréatique.* Note de MM. **A. Desgrez** et **R. Moog**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons établi, avec P. Régnier [1], l'action favorable exercée, dans l'organisme, par le chlorhydrate de triméthylamine sur la destruction des composés ternaires. Il nous a dès lors paru intéressant de déterminer l'influence propre de ce sel, de ses analogues et des bases libres correspondantes,

[1] *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 1238.

sur certaines actions diastasiques [1]. Nos recherches ont d'abord porté sur l'amylase pancréatique. Elles ont été effectuées avec l'empois d'amidon à 2 pour 100, en présence du fluorure de sodium, pour éviter l'action des ferments figurés. La diastase était employée soit sous la forme de solution glycérinée de pancréatine sèche, soit à l'état d'extrait glycériné de pancréas. Dans chaque série d'expériences, on opère de la façon suivante : un premier ballon, qui sert de témoin, reçoit 100^{cm^3} d'empois fluoré et 1^{cm^3} de solution d'amylase ; aux substances précédentes, on ajoute, dans les ballons suivants, une quantité variable ($0^g,001$ à $0^g,10$) de la substance, base ou sel, dont on veut déterminer l'influence. Les mélanges sont maintenus à l'étuve pendant un temps variant de 5 à 24 heures. Au sortir de l'étuve, tous les ballons sont portés dans un bain-marie bouillant, de façon à arrêter le travail diastasique. Après avoir remplacé l'eau évaporée pour rétablir le volume initial, on titre, à la liqueur de Fehling diluée au dixième, le sucre qui a pris naissance.

Les substances essayées ont été la triméthylamine, la monométhylamine, la triéthylamine et les chlorhydrates de ces bases (solution à 1 pour 100). Les tableaux dressés à l'aide de plusieurs séries d'expériences montrent que ces chlorhydrates exercent une influence favorisante marquée sur l'action de l'amylase pancréatique. Alors que le ballon témoin donne, par exemple, $0^g,87$ de maltose, celui qui a reçu $0^g,10$ de chlorhydrate de triméthylamine en donne $1^g,50$ dans le même temps.

Le sel de triéthylamine exerce une influence parallèle, mais sensiblement moins prononcée. L'action du chlorhydrate de monométhylamine est plus marquée que celle du chlorhydrate de la base tertiaire ; le maltose formé passe, par exemple, avec le premier sel, de $0^g,43$ à $0^g,83$; avec le second, de $0^g,43$ à $0^g,65$ seulement.

Les bases libres exercent, au contraire, une influence inhibitrice considérable sur l'activité diastasique : 5^{mg} de triéthylamine suffisent à faire tomber la proportion de maltose de $0^g,29$ à $0^g,05$. L'influence de la triméthylamine est notablement moins marquée, car, avec la même quantité de base, le sucre formé ne tombe que de $0^g,68$ à $0^g,57$.

Il nous a paru intéressant de déterminer également l'influence comparée de l'ammoniaque et de son chlorhydrate. La base libre provoque, comme les précédentes, un ralentissement considérable de l'action diastasique.

---

[1] Ces recherches ont été commencées avec le concours de A. Moog, mort, depuis, aux armées.

Quant au chlorhydrate, soit à faible dose, soit même à 5 pour 100, il n'a permis de constater aucune variation sensible de la proportion de maltose fournie par le ballon témoin.

Les chlorhydrates des trois bases organiques précédentes, sels qui se rencontrent dans l'organisme, sont donc favorables à l'action de l'amylase pancréatique. Les bases libres sont, au contraire, nuisibles à ce processus diastasique.

Il y a lieu de se demander si l'acide chlorhydrique qui proviendrait d'une dissociation des sels employés dans nos expériences ne peut pas, à lui seul, accélérer l'hydrolyse de l'amidon. Pour prévenir cette objection, nous avons placé à l'étuve, pendant 24 heures, 100^{cm^3} d'une solution de pancréatine et d'empois fluoré. Les dosages ont donné, en maltose produit: 1° $0^g,431$, sans addition d'acide chlorhydrique au liquide; 2° $0^g,429$, avec addition de 1^{cm^3} d'acide $\frac{N}{10}$; $0^g,384$, avec 2^{cm^3} d'acide et $0^g,344$, avec 1^{cm^3}. Loin d'être une accélération du processus hydrolytique, c'est donc un léger ralentissement qui est produit par la présence de faibles quantités d'acide chlorhydrique.

Les auteurs qui ont étudié l'action favorisante de certains ions sur l'amylase pancréatique (H. Bierry, Henri, Ambard) avaient limité leurs recherches à certains électrolytes. On n'avait pas encore abordé l'étude de l'action activante des chlorhydrates de bases organiques.

MÉDECINE. — *Étude de quelques réactions leucocytaires consécutives aux injections intraveineuses.* Note de MM. **H. Grenet**, **H. Drouin** et **M. Caillard**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons étudié les modifications leucocytaires consécutives aux injections intraveineuses de diverses substances, en recherchant dans quelle mesure elles sont influencées par l'état physique et par la nature chimique du produit injecté. Les nombreux travaux déjà consacrés à cette question sont fragmentaires, et ne comprennent que l'étude de certaines substances prises isolément. Nous avons fait des expériences comparatives, portant sur divers métaux, métalloïdes ou sels, bien définis.

L'animal qui a servi à nos recherches est le lapin.

Nous avons constaté d'abord que l'eau distillée ne détermine pas de modifications leucocytaires appréciables.

Les Tableaux suivants montrent quelques-unes des réactions observées après une seule injection intraveineuse :

RÉACTIONS OBSERVÉES APRÈS UNE INJECTION INTRAVEINEUSE DE 2^{cm^3}.

Chlorure de sodium (solution isotonique à 9 pour 1000).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.
Leucoc. par mm³	15300	16600	16200	17650	23000	19500
Poly. neutro. (p. 100)	58	58	65	67	69	60
Gr. et Moy. Mono.	30	27	35	33	19	22
Lymphocytes	10	12			6	8
Eosinophiles	0	1	0	0	3	3
Formes de Trans.	2	2	0	0	3	7

Iodure de potassium (solution isotonique à 25 pour 1000).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.
Leucoc. par mm³	11900	13300	14950	14000	12000	11300
Poly. neutro. (p. 100)	56	61	51	46	55,5	52
Gr. et Moy. Mono.	30	30	35	38	44,5	30
Lymphocytes	11	8	10	12		15
Eosinophiles	0	0	1	0	0	3
Formes de Trans.	3	1	3	4	0	0

Chlorure de didyme (solution à 10 pour 1000).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.	7 jours.
Leucoc. par mm³	13000	14000	15000	19800	19000	17000	8000
Poly. neutro. (p. 100)	51	45	40	40	43	49	55
Gr. et Moy. Mono.	42	34	45	46	41	33	30
Lymphocytes	7	18	12	14	15	16	10
Eosinophiles	0	1	1	0	0	1	2
Formes de Trans.	0	2	2	0	1	1	3

Didyme colloïdal.

	Avant l'inject.	Après 15 min.	1 h.	6 h.	24 h.	2 jours.	4 jours.	7 jours.
Leucoc. par mm³	12500	14000	10500	8000	12850	18000	15000	10000
Poly. neutro. (p. 100)	52	53	55	60	46	45	51	53
Gr. et Moy. Mono.	33	40	30	28	39	39	29	33
Lymphocytes	13	7	13	12	12	12	16	10
Eosinophiles	0	0	0	0	0	1	2	3
Formes de Trans.	2	0	2	0	3	3	2	1

Argent colloïdal (Electrargol Clin, isotonisé, non stabilisé).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.	7 jours.
Leucoc. par mm³....	14650	11250	11250	17400	15000	13000	15000
Poly. neutro (p. 100).	48	50	68	72	62	46	52
Gr. et moy. Mono...	30	46	20	24	20	54	48
Lymphocytes.......	20		8		12		
Eosinophiles........	0	1	0	1	2	0	0
Formes de trans.....	2	3	4	3	4	0	0

Ces Tableaux montrent :

1° Que les solutions de concentration moyenne provoquent d'emblée de la leucocytose sans stade de leucopénie;

2° Que le type de la leucocytose varie selon la nature de la solution injectée : le chlorure de sodium détermine une leucocytose polynucléaire qui se maintient plusieurs jours après une seule injection. Mêmes résultats, dans d'autres expériences, avec le chlorure de potassium et le nitrate d'argent à 1 pour 1000.

Au contraire les iodures, quel que soit le métal (potassium, sodium), les sels de didyme, quel que soit le métalloïde (chlorures, iodures), déterminent une leucocytose mononucléaire qui s'établit d'emblée.

3° Que l'injection intraveineuse d'un colloïde quelconque provoque une phase de leucopénie (choc hémoclasique) avec polynucléose relative; puis, au bout de 24 heures, apparaît la leucocytose. Mais, à partir de ce moment, la forme de la leucocytose varie selon la nature du produit injecté : polynucléose avec l'argent; mononucléose avec le didyme, et aussi avec un complexe colloïdal iode-glycogène. La leucocytose présente donc alors un type analogue à celui que l'on observe après injection d'une solution vraie de substances actives de la même série (sels d'argent, de didyme, iodures).

Il résulte de ces recherches que les *solutions* injectées dans les veines déterminent d'emblée une leucocytose dont la forme varie selon la nature du produit employé;

Et que, d'autre part, les *colloïdes* agissent d'abord en fonction de leur état physique (leucopénie constante avec polynucléose relative), et ensuite, au bout d'un temps assez court, en fonction de leur nature chimique, la leucocytose affectant dès qu'elle apparaît, un type variable (mononucléose ou polynucléose) selon le colloïde utilisé. On peut supposer que c'est au

moment où celui-ci se dissout que survient cette deuxième phase, qui est la plus longue. Ainsi se précise ce qui revient, dans les réactions sanguines, d'une part à l'état physique (solution vraie ou pseudo-solution colloïdale) du produit injecté, et d'autre part à sa nature chimique, qui règle seule les modifications les plus durables.

MÉDECINE. — *Sur la recherche des vibrations thoraciques chez la femme et l'enfant dans les pleurésies.* Note de M. **Henri Frossard**, présentée par M. d'Arsonval.

On s'accorde à déplorer que les vibrations thoraciques soient difficilement perçues chez la femme et l'enfant à cause de leur voix trop grêle.

Ce symptôme de premier ordre peut cependant être recherché avec succès à la condition de faire compter les malades non seulement à voix *forte*, mais encore et surtout à voix *très grave*.

En effet le thorax de la femme a une capacité très voisine de celle du thorax de l'homme.

Il en résulte qu'ils constituent des résonnateurs presque équivalents et par conséquent ne vibrant que pour des sons de même hauteur, ou très voisins.

Or il faut se rappeler que *la femme parle un octave plus haut que l'homme.*

Le résonnateur féminin ne peut donc normalement vibrer à la palpation si l'on ne fait pas produire des sons très graves analogues aux sons normaux de la voix de l'homme.

Il en est de même pour l'enfant.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

N° 9.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 28 Février 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CORRESPONDANCE.

54466 — 2-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 10 (7 Mars 1921).



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les poser au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MARS 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome 167 (juillet-décembre 1918) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

MÉCANIQUE. — *Détermination de l'axe de rotation, de la vitesse de rotation d'un corps solide et réalisation d'un corps solide sans rotation.* Note de **M. G. Lippmann.**

Étant donné un système de corps isolés dans l'espace, c'est-à-dire soustrait à toute action extérieure, peut-on constater l'existence d'un mouvement de rotation possédé par ce système, et déterminer les constantes de ce mouvement, sans avoir recours à aucun repère extérieur, à aucun système de références, et sans faire usage d'un système de coordonnées, désigné comme fixe? Une remarque de Newton donne en principe la solution de ce problème : tout mouvement de rotation produit des forces centrifuges fonctions de la vitesse, forces que l'on peut mettre en évidence et mesurer à l'aide d'observations faites à l'intérieur du système mobile et sans avoir recours à aucun repère extérieur.

La brève remarque de Newton demande cependant à être complétée, car la vitesse de rotation ω n'est pas la seule inconnue du problème : il peut être nécessaire de déterminer également l'axe de rotation, lequel peut n'être pas donné. Ainsi dans le cas très simple où le système mobile est une sphère rigide et homogène, tout diamètre peut servir d'axe de rotation et la ligne des pôles n'est pas connue d'avance, puisque l'on ignore *a priori*

s'il y a rotation; il y a lieu de calculer les paramètres qui déterminent la position des pôles. Tel est le cas de la sphère homogène que nous considérons dans ce qui suit.

Soit donc un globe sphérique homogène, habité par des observateurs qui n'y perçoivent aucun mouvement, et qui sont privés de tout point de repère extérieur. Leur situation est celle des habitants de la Terre si la vue du ciel leur avait été de tout temps cachée par des nuages. Ils veulent cependant savoir, s'il y a rotation, mesurer la période du mouvement et marquer sur la surface du globe la position des pôles.

Nos observateurs possèdent un pendule géodésique de longueur réduite l, ainsi qu'un chronomètre parfait. Ils font osciller le pendule successivement en trois stations X_1, X_2, X_3 établies en des points arbitrairement choisis à la surface du globe, et déterminent les valeurs γ_1, γ_2, γ_3 de l'accélération apparente de la pesanteur aux trois stations. Les résultats de l'observation fourniront la solution du problème. On suppose en outre que les observateurs connaissent le rayon a du globe, la densité ρ de la matière dont il est fait, ainsi que les distances qui existent entre les trois stations.

Si le globe était immobile, l'accélération de la pesanteur aurait en tout point une même valeur g, égale à la masse divisée par le carré du rayon et multipliée par la constante k de l'attraction newtonienne; on aurait donc en tout point

$$g = \frac{4}{3}\pi a \rho . k.$$

Mais l'accélération centrifuge intervient. En X_1 cette accélération f_1 est égale au carré de la vitesse angulaire ω, multiplié par le rayon de la circonférence décrite, lequel est égal à $a \sin\lambda_1$, λ_1 étant la distance de la station au pôle. On a donc

$$f_1 = \omega^2 a \sin\lambda_1.$$

L'accélération γ_1 observée est la résultante de g et de γ_1. On a donc, par le parallélogramme des accélérations,

$$\gamma_1^2 = f_1^2 + g^2 - 2fg\cos\varphi_1,$$

φ_1 étant l'angle compris entre les directions de f_1 et de g. D'ailleurs, φ_1 est complémentaire de λ, on a donc finalement

$$(2) \qquad \gamma_1^2 = g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)\sin^2\lambda_1.$$

De même,

$$(3)\qquad \gamma_2^2 = g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)\sin^2\lambda_2,$$

$$(4)\qquad \gamma_3 = g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)\sin^2\lambda_3.$$

Pour déterminer les inconnues ω, λ_1, λ_2, λ_3, on a les trois équations précédentes, et, en outre, une relation qui existe entre les carrés du sinus, puisque les angles λ_1, λ_2, λ_3 sont ceux que fait une même direction avec les rayons de la sphère qui passent par les trois stations. Cette dernière relation se présente sous une forme compliquée si les stations sont séparées par des distances quelconques. Supposons que les stations étant d'ailleurs arbitrairement choisies, on les prenne à 90° les unes des autres. Les angles λ_1, λ_2, λ_3 sont alors ceux de l'axe polaire avec trois droites perpendiculaires entre elles. On a alors simplement

$$\cos^2\lambda_1 + \cos^2\lambda_2 + \cos^2\lambda_3 = 1$$

et, par conséquent,

$$\sin^2\lambda_1 + \sin^2\lambda_2 + \sin^2\lambda_3 = 2.$$

En ajoutant membre à membre les équations (2), (3), (4), il vient

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 3g^2 + (a^2\omega^4 - 2ga\omega^2)(\sin^2\lambda_1 + \sin^2\lambda_2 + \sin^2\lambda_3).$$

La somme du carré des sinus étant égale à 2, il vient finalement

$$(5)\qquad a^2\omega^4 - 2ga\omega^2 + \frac{1}{2}(3g^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2) = 0.$$

Cette équation, du second degré en $a\omega^2$, donne

$$(6)\qquad a\omega^2 = g - \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 - g^2)}.$$

On a une vérification de l'équation (6) en faisant les remarques suivantes. Soit le cas particulier où la station X_1 se trouverait être au pôle, on aurait alors

$$\gamma_1 = g;$$

d'autre part, les stations X_1 et X_2 se trouveraient, dès lors, sur l'équateur : on aurait alors

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_e,$$

en désignant par γ_e l'accélération apparente à l'équateur. L'équation (6) devient

$$\gamma_e = g - a\omega^2,$$

relation évidente *a priori*.

L'équation (6) permet encore de formuler les deux propositions suivantes :

1° Le radical $\sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2-g^2)}$ est égal à l'accélération apparente mesurée à l'équateur;

2° La somme $\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2$ a une valeur constante, indépendante du choix des stations, pourvu que celles-ci soient à 90° les unes des autres.

Les distances polaires λ_1, λ_2, λ_3 sont données par les équations (2) à (5). On a, en effet, d'après (2),

$$\sin^2\lambda_1 = \frac{g^2-\gamma_1^2}{2ga\omega^2-a\omega^4}$$

et par suite, d'après (5),

$$\sin^2\lambda_1 = \frac{g^2-\gamma_1^2}{\frac{1}{2}(3g^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^1)}, \tag{7}$$

$$\sin^2\lambda_2 = \frac{g^2-\gamma_2^2}{\frac{1}{2}(3g^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^2)}, \tag{8}$$

$$\sin^2\lambda_3 = \frac{g^2-\gamma_3^2}{\frac{1}{2}(3g^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3)}. \tag{9}$$

Ces équations donnent la position des pôles par rapport aux trois stations et permettent d'aller marquer la position des deux pôles à la surface du globe, sans repère extérieur.

L'équation (6) donne la valeur de la vitesse de rotation en valeur absolue; mais le signe de ω n'est pas déterminé. Le double signe tient à ce que la même accélération centrifuge peut être produite par deux vitesses de rotation égales et de sens contraires. Pour déterminer le sens de la rotation, il faut avoir recours à quelque phénomène tel que la déviation de la chute des graves vers l'Est.

Connaissant la direction de l'axe polaire et la vitesse de rotation, nos observateurs peuvent résoudre le problème suivant : construire un mécanisme tel qu'une pièce solide ait une vitesse de rotation nulle. A cet effet ils installeront, dans une de leurs stations, un axe de rotation matériel immobile par rapport au globe et parallèle à l'axe des pôles. Cela fait, ils feront porter à cet axe une pièce solide, à laquelle un mouvement d'horlogerie imprimera une vitesse de rotation égale à $-\omega$. Si cette pièce solide porte une lunette, cette lunette sera une lunette parallactique, fonctionnant sans que l'on ait eu recours à aucun repère extérieur.

Le parallélisme de l'axe de rotation avec la ligne des pôles en fonction de λ^1, λ^2, λ^3 peut être obtenu par des opérations géodésiques, optiques et physiques, sans l'observation du ciel. Quant au mouvement de rotation, sa vitesse est donnée par l'équation (6), et sans que l'on ait à se préoccuper du choix de l'unité de temps.

En effet, les valeurs de γ_1, γ_2, γ_3 ont été obtenues à l'aide d'une horloge dont la graduation est arbitraire. Cette même horloge sert à régler la vitesse de rotation imprimée à la pièce tournante; il suffit que sa marche reste constante pendant toute la durée des opérations.

HYDRAULIQUE. — *Sur le rendement maximum des turbines.* Note (1) de M. DE SPARRE.

Nous supposons que la turbine travaille à pleine charge et qu'à son entrée dans la roue la vitesse relative de l'eau est sensiblement tangente à l'aube. Désignons par v_0 la vitesse de l'eau à la sortie du distributeur, par w_0 et w_1 les vitesses relatives de l'eau à l'entrée et à la sortie de la roue, par u_0 et u_1 les vitesses d'un point des circonférences d'entrée et de sortie de la turbine, par r_0 et r_1 leurs rayons, par α_0 et β_0 les angles de v_0 et w_0 avec u_0, par H la hauteur de chute.

Nous désignerons de plus par av_0^2 la perte de charge dans le distributeur et par $bw_1^2 + cw_0^2$ (2) cette perte de charge dans la roue. Nous aurons alors, puisque w_0 est la résultante de v_0 et de $-u_0$:

$$(1) \qquad \frac{u_0}{\sin(\beta_0 - \alpha_0)} = \frac{w_0}{\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{\sin\beta_0},$$

$$(2) \qquad w_0^2 = v_0^2 + u_0^2 - 2u_0 v_0 \cos\alpha_0.$$

Puis par le théorème des forces vives appliqué au mouvement relatif de l'eau dans la roue, en tenant compte de (2),

$$(3) \qquad w_1^2 = 2gH - av_0^2 - 2u_0 v_0 \cos\alpha_0 + u_1^2 - bw_1^2 - cw_0^2.$$

Si, de plus, nous désignons par β_1 l'angle w_1 avec le prolongement de u_1 on obtient pour le rendement ρ, par le théorème des moments des quantités

(1) Séance du 28 février 1921.

(2) D'après M. Rateau (*Traité des turbo-machines*), on pourrait prendre environ :

$$a = b = 0,06, \qquad c = 0,225.$$

de mouvement (¹),

$$(4) \qquad \rho = \frac{u_0^2}{gH}\left[\frac{\sin\beta_0 \cos\alpha_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} + \frac{r_1^2}{r_0^2}\left(\frac{w_1}{u_1}\cos\beta_1 - 1\right)\right].$$

Si alors nous posons (²)

$$(5) \qquad \mu = \frac{w_1}{u_1} = \frac{r_0 w_1}{r_1 u_0}, \qquad \xi^2 = \frac{u_0^2}{2gH}, \qquad z = \frac{r_0^2}{r_1^2\xi^2}, \qquad X = \frac{r_0^2}{r_1^2}\frac{\sin\beta_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)}.$$

Les équations (3) et (4) donnent

$$z = \frac{r_1^2}{r_0^2}(a+c)X^2 + 2(1-c)X\cos\alpha_0 + \frac{c r_0^2}{r_1^2} + \mu^2(1+b) - 1,$$

$$\rho z = 2X\cos\alpha_0 + 2\mu\cos\beta_1 - 2.$$

En éliminant μ entre ces deux équations on aura

$$(6) \qquad X^2\left[\frac{\cos^2\alpha_0}{\cos^2\beta_1}(1+b) + \frac{r_1^2}{r_0^2}(a+c)\right] - 2X\cos\alpha_0\left[\frac{1+b}{2\cos^2\beta_1}(\rho z+2) - 1 + c\right]$$
$$+ \frac{(\rho z+2)^2}{4\cos^2\beta_1}(1+b) + \frac{c r_0^2}{r_1^2} - z - 1 = 0.$$

Pour que les racines de cette équation soient réelles, si l'on pose

$$(7) \qquad y = \rho z + 2,$$

il faudra que l'on ait

$$y \leqq Y_1,$$

Y_1 étant la racine positive de l'équation

$$(8) \qquad Y^2 + 4\frac{r_0^2}{r_1^2}B\cos^2\alpha_0 Y - 4\cos^2\alpha_0\frac{r_0^2}{r_1^2}A\left(1 + z - \frac{c r_0^2}{r_1^2}\right)$$
$$- 4B^2\cos^2\alpha_0\cos^2\beta_1\frac{a+c}{1+b}\frac{r_0^2}{r_1^2} = 0,$$

où l'on a posé

$$A = \frac{1}{a+c} + \frac{1}{1+b}\frac{r_1^2}{r_0^2}\frac{\cos^2\beta_1}{\cos^2\alpha_0}, \qquad B = \frac{1-c}{a+c}.$$

On aura alors pour le maximum ρ_1 du rendement correspondant à la valeur donnée de ξ, en vertu de (7) et de la valeur de z,

$$(9) \qquad \rho_1 = (Y_1 - 2)\frac{r_1^2}{r_0^2}\xi^2.$$

(¹) Rateau, *Traité des turbo-machines*, p. 13.

(²) La vitesse relative de l'eau à l'entrée de la roue étant supposée tangente à l'aube, β_0 est l'inclinaison initiale de l'aube.

D'ailleurs, comme pour la valeur Y_1 de y, les racines de (6) sont égales, on en déduira, pour la valeur correspondante de X :

$$X = \frac{\frac{Y_1}{2(a+c)} - B\frac{\cos^2\beta_1}{1+b}}{A\cos\alpha_0}, \tag{10}$$

et l'on en déduira β_0 par la formule

$$\cot(\beta_0 - \alpha_0) = \frac{\frac{r_1^2}{r_0^2}X - \cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}. \tag{11}$$

En prenant, comme nous l'avons dit, $a = b = 0,06$, $c = 0,225$ et de plus $\alpha_0 = \beta_1 = 20°$, on trouverait pour $\xi = 1$, $\rho_1 = 0,8159$, $\beta_0 = 156°44'$.

Si, dans l'équation (8), nous remplaçons z par sa valeur tirée de (7),

$$z = \frac{Y-2}{\rho}, \tag{11'}$$

cette équation devient

$$Y^2 - 4\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0\left(\frac{A}{\rho} - B\right)Y + 4\cos^2\alpha_0\frac{r_0^2}{r_1^2}A\left(\frac{2}{\rho_0} + \frac{cr_0^2}{r_1^2} - 1\right) - 4B^2\frac{a+c}{1+b}\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0\cos^2\beta_1 = 0. \tag{12}$$

Pour que les racines de cette équation soient réelles, il faut

$$\rho \leqq \frac{1}{\zeta_1},$$

ζ_1 étant la plus grande racine de l'équation

$$\zeta^2 - 2\left(\frac{B}{A} + \frac{1}{A\cos^2\alpha_0}\frac{r_1^2}{r_0^2}\right)\zeta + \frac{B^2(a+c)}{A} + \frac{1}{A\cos^2\alpha_0}\left(\frac{r_1^2}{r_0^2} - c\right) = 0. \tag{13}$$

On a, par suite, pour le maximum du rendement correspondant à des valeurs données de α_0 et β_1,

$$\rho_m = \frac{1}{\zeta_1}. \tag{14}$$

On aura ensuite, pour la valeur correspondante de Y, puisque les racines de (12) sont alors égales,

$$Y_m = 2\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0\left(\frac{A}{\rho_m} - B\right), \tag{15}$$

puis, pour la valeur correspondante de la vitesse relative ξ,

$$\xi^2 = \frac{r_0'^2}{r_1^2} \frac{\rho_m}{Y_m - 2}. \tag{16}$$

On aura enfin la valeur correspondante de β_0, par les formules (10) et (11), en prenant encore $\alpha_0 = \beta_1 = 20^\circ$, $r_1 = 0,8 r_0$ et les mêmes valeurs pour a, b, c, on trouve

$$\rho_m = 0,9006, \quad \xi = 0,6740, \quad \beta_0 = 84^\circ 5'.$$

Toutefois on aura en général intérêt, si l'on désire une turbine rapide, à faire un certain sacrifice sur le rendement pour obtenir une valeur plus grande pour ξ. Dans ce cas on calculera d'abord, comme nous venons de le dire, la valeur de ρ_m (¹), puis on prendra pour ρ une valeur ρ_1 légèrement inférieure à ρ_m. Pour cette valeur ρ_1 de ρ on déduira, par l'équation (12), deux valeurs de Y; on prendra la plus petite, Y_1, on en déduira ξ^2 de l'équation (9), et (10) et (11) feront connaître la valeur correspondante de β_0.

En prenant ainsi $\rho_1 = 0,89$ (²), on trouve $\xi = 0,7811$, $\beta_0 = 121^\circ 51'$. Si l'on avait pris $\rho_1 = 0,88$, on aurait trouvé $\xi = 0,9270$, $\beta_0 = 123^\circ 37'$.

On voit qu'en sacrifiant 1 pour 100 sur le rendement, on gagne 11 pour 100 sur la vitesse relative de la turbine, et qu'en sacrifiant 2 pour 100 sur le rendement, on gagne 25 pour 100 sur la vitesse relative (³).

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1921, ouvert en la séance du 28 février, est clos en celle du 7 mars.

Le dépouillement des cahiers de vote donne les résultats suivants :

I. MATHÉMATIQUES : *Prix Bordin, Francœur.* — MM. Jordan, Appell, Painlevé, Hadamard, Goursat, N...; Boussinesq, Émile Picard, Lecornu.

Aucun autre suffrage n'a été exprimé.

(¹) Car ρ varie lentement dans le voisinage de son maximum ρ_m.

(²) Les autres données restent les mêmes.

(³) Nous avons, dans ce qui précède, négligé l'influence des fuites et les rendements seraient, par suite, à corriger de leur influence; toutefois, cela n'influerait que peu sur la valeur de β_0, correspondant aux maxima de ρ.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet, Boileau, Pierson-Perrin.* — MM. Boussinesq, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Mesnager; Jordan, Haton de la Goupillière, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Picard, Appell.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Benjamin Valz, Pierre Guzman, G. de Pontécoulant.* — MM. Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer; Jordan, Lippmann, Émile Picard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef.* — MM. Grandidier, Bertin, Lallemand, Fournier, Bourgeois, Favé; Edmond Perrier, Guignard, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé, Lecomte.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Grandidier, Boussinesq, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Favé, Mesnager.

VI. Physique : *Prix Gaston Planté, Hébert, Henri de Parville, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, Daniel Berthelot; Boussinesq, Émile Picard, Carpentier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Paul Janet.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Berthelot, Houzeau.* — MM. Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, Béhal, N...; Schlœsing, Maquenne, Lindet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Cuvier, Delesse, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, Haug; Edmond Perrier, A. Lacroix, Depéret.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. le prince Bonaparte, Kilian.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de Coincy, Jean de Rufz de Lavison.* — MM. Guignard, Gaston Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard; Edmond Perrier, Bouvier, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Henneguy, Flahault.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix da Gama Machado, fondation Savigny.* —

MM. Ranvier, Edmond Perrier, Bouvier, Henneguy, Marchal, Joubin; Grandidier, Laveran, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Douvillé.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Bellion, Larrey, Argut.* — MM. d'Arsonval, Laveran, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy; Edmond Perrier, Guignard, Roux, Henneguy, Branly.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Joubin.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Lallemand, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Gramont, Quénu.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Branly, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy.

XIV. *Prix Montyon de statistique.* — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Émile Picard, Appell, Violle, le prince Bonaparte, Tisserand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Lecomte.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Grandidier, Émile Picard, Appell, Edmond Perrier, Bouvier, Bigourdan, de Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Daniel Berthelot.

XVI. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. Lemoine, Bertin, Émile Picard, A. Lacroix.

XVII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel.* — MM. Lemoine, Bertin, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Edmond Perrier.

XVIII. *Grand prix des sciences physiques.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, A. Lacroix, Douvillé, Le Chatelier, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Lecomte.

XIX. *Prix Petit d'Ormoy (sciences mathématiques).* — MM. Jordan, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Bigourdan, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vieille, Kœnigs.

XX. *Prix Petit d'Ormoy (sciences naturelles).* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Edmond Perrier, Henneguy.

XXI. *Prix Jean Reynaud.* — MM. Jordan, Émile Picard, d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Lindet, Breton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Violle.

XXII. *Prix du baron de Joest.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, le prince Bonaparte, Lindet, Breton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, A. Lacroix.

XXIII. *Prix Parkin.* — MM. Guignard, Roux, Laveran, A. Lacroix, Bigourdan, Douvillé, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Charles Richet.

XXIV. *Prix Saintour.* — MM. Jordan, Boussinesq, Lippmann, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Baillaud.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Kœnigs.

XXV. *Prix Henri de Parville* (ouvrages de science). — MM. Lemoine, Bertin, Émile Picard, A. Lacroix; Appell, Moureu, Paul Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Haller, le prince Bonaparte.

XXVI. *Prix Lonchampt.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Laveran, Maquenne, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Leclainche.

XXVII. *Prix Henry Wilde.* — MM. Grandidier, Lippmann, Émile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

XXVIII. Question à proposer pour le *Grand prix des Sciences mathématiques* à décerner en 1924. — MM. Jordan, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Hamy, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Goursat.

XXIX. Question à proposer pour le *Prix Bordin* (sciences physiques) à décerner en 1924. — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, Schlœsing, A. Lacroix, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bouvier, Mangin.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

D. Manuel Velasco de Pando, *Calculo de las Probabilidades*.
Durgaprasanna Bhattacharyya, *Vector calculus*.

Analyse mathématique. — *Variation de la fonction qui fournit la représentation conforme d'une aire sur un cercle, lorsque le contour de l'aire varie.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. Le contour C de l'aire sera une courbe analytique fermée, A un point intérieur, At une direction issue de A. Par $Z = f_A(z)$, C devient le cercle $\Gamma[|Z| = 1]$, A devient l'origine O du plan Z, At devient la direction OT fixée à l'avance.

On donne à z une valeur fixe B intérieure à C; alors $b = f_A(B)$ dépend du contour C. Etudier sa variation δb en fonction de la variation du contour, définie par un déplacement normal δn en chaque point M de C, compté positivement vers l'intérieur de C.

M. Hadamard a déjà donné l'équation

$$(1) \qquad 2\pi\,\delta g(A, B) = -\int_C \frac{dg(A, M)}{dn_M}\,\frac{dg(B, M)}{dn_M}\,\delta n_M\,dS_M$$

pour la variation de $g(A, B) = -\log|f_A(B)|$.

On en déduit aussitôt la relation

$$2\pi\,\delta g(A, B) = \frac{1}{i}\int_C \frac{f'_A(z)}{f_A(z)}\,\frac{f'_B(z)}{f_B(z)}\,\delta z\,dz,$$

δz étant la variation normale de *l'affixe z du point* M, quand on passe du contour C au contour varié C_1.

Comme $f_B(z)$ est une fonction homographique de $f_A(z)$, il vient, après

calculs simples,

$$\delta g(\mathrm{A},\mathrm{B}) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathrm{C}} \frac{f'_{\mathrm{A}}(z)}{f_{\mathrm{A}}(z)}\left[\frac{f'_{\mathrm{A}}(z)}{f_{\mathrm{A}}(z)-b} - \frac{f'_{\mathrm{A}}(z)}{f_{\mathrm{A}}(z)-\frac{1}{b_0}}\right]\delta z\,dz$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\left[\int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\,d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}(\mathrm{Z}-b)} - \int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\,d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}\left(\mathrm{Z}-\frac{1}{b_0}\right)}\right].$$

Les dernières intégrales sont étendues au cercle Γ du plan Z.

2. Cette équation

$$(2)\qquad \Re\left(\frac{\delta b}{b}\right) = -\frac{1}{2\pi i}\left[\int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\,d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}(\mathrm{Z}-b)} - \int_\Gamma \frac{\delta \mathrm{Z}\,d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}(\mathrm{Z}-b_1)}\right],\quad b_1 = \frac{1}{b_0}$$

s'obtient directement, sans passer par l'équation (1) de M. Hadamard, en remarquant que $(b+\delta b)$ est une fonction analytique de b, dans le plan de la variable Z, et qu'elle transforme le contour Γ_1, décrit par Z, quand z décrit le contour varié C_1 voisin de C, en Γ. On voit alors bien facilement que $\frac{\delta b}{b}$, partie principale de la fonction $\log\frac{b+\delta b}{b}$, prend sur Γ des valeurs *dont la partie réelle est précisément* δN, écart normal entre Γ et Γ_1. La résolution du problème de Dirichlet pour le cercle Γ donne alors

$$\Re\left(\frac{\delta b}{b}\right) = \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \delta \mathrm{N}\frac{d}{d\mathrm{N}}\log\left|\frac{\mathrm{Z}-b_1}{\mathrm{Z}-b}\,b\right|d\mathrm{S} = -\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \delta\mathrm{N}\,d\log\frac{\mathrm{Z}-b_1}{\mathrm{Z}-b}$$

qui n'est autre que l'équation (2), car $\frac{\delta \mathrm{Z}}{\mathrm{Z}} = -\delta\mathrm{N}$.

3. En posant $\mathrm{Z} = \frac{1}{\mathrm{Z}_0}$, dans la deuxième intégrale de (2), Z et Z_0 sont conjugués sur Γ et il vient

$$(3)\qquad \Re\left(\frac{\delta b}{b}\right) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\,d\varphi + \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\left[\frac{d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}-b} + \frac{d\mathrm{Z}_0}{\mathrm{Z}_0-b_0}\right],$$

$\delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})$ indique le déplacement normal à Γ au point Z d'argument φ. Dans la deuxième intégrale de (3), $d\mathrm{Z}_0$ et $d\mathrm{Z}$ ne sont pas conjugués, mais $d\mathrm{Z}_0$ et $-d\mathrm{Z}$ le sont. Moyennant cette remarque, (3) devient

$$(4)\qquad \Re\left(\frac{\delta b}{b}\right) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\,d\varphi - \Re\left[\frac{i}{\pi}\int_\Gamma \frac{\delta\mathrm{N}\,\delta\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}-b}\right],$$

et, par conséquent,

$$\frac{\delta b}{b} = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta\mathrm{N}(\mathrm{Z})\,d\varphi - \frac{i}{\pi}\int_\Gamma \frac{\delta\mathrm{N}\,d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}-b} + i\mathrm{C}.$$

Mais *la constante réelle* C *est nulle* puisque les deux fonctions b et $b+\delta b$ font prendre à At la même direction OT.

En définitive, il vient

$$\frac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{b+Z}{b-Z}\,\frac{\delta Z\,dZ}{Z^2},$$

et, en revenant au contour C,

$$(5)\quad \begin{cases} \dfrac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_C \frac{f_A(B)+f_A(z)}{f_A(B)-f_A(z)}\,\frac{f'^2_A(z)}{f^2_A(z)}\,\delta z\,dz, \\ \dfrac{\delta f_A(B)}{f_A(B)} = -\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_C \frac{f_A(B)+f_A(z)}{f_A(B)-f_A(z)}\,|f'_A(z)|^2\,\delta n\,ds. \end{cases}$$

La quantité $\dfrac{-1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}\delta N(Z)\,d\varphi$, qui intervenait dans les calculs précédents, a une signification précise donnée par

$$(6)\quad \frac{\delta f'_A(A)}{f'_A(A)} = -\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\delta Z\,dZ}{Z^2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta N(Z)\,d\varphi = \frac{1}{2\pi}\int_C |f'_A(z)|^2\,\delta n\,dS.$$

Au contour,

$$|f'_A(z)| = \frac{dg(A,M)}{dn_M}.$$

La formule (6) s'obtient aisément en faisant tendre B vers A dans la formule (5).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Systèmes articulés déformables et couples de surfaces qui s'en déduisent.* Note (¹) de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. J'ai indiqué dans ma Note du 14 février 1921 l'unique système articulé *transformable* constitué de deux surfaces ou de deux courbes et les quatre seuls systèmes *déformables* constitués de deux courbes, en me bornant, pour ceux-ci, à ceux qui n'exigent pas la notion d'*embranchement*; avec cette notion, on peut définir trois types nouveaux :

Cinquième type. — Le type II est constitué par une courbe plane C et une droite D perpendiculaire au plan de C; soit un système C_1, D_1 de même définition. On peut *transformer* C en D_1 et D en C_1, en prenant comme *défor-*

(¹) Séance du 28 février 1921.

mation embranchement un couple de deux droites sécantes rectangulaires Δ, Δ_1 et appliquant la déformation I à (C, D) ou (C_1, D_1).

Sixième type. — Appelons plan *principal* d'une conique le plan mené par un des axes perpendiculairement au plan de cette conique. Le mécanisme formé d'une conique (a) et d'une courbe plane (b) dans un plan principal de (a) peut, comme type III ou IV, être déformé en une droite D et une courbe plane C dont le plan contient D; (C, D) est l'embranchement qui permet de passer au type I, avec une courbe gauche Γ et une droite D. Quand (a) et (b) sont données, C est *unique*. Quand Γ et D sont données, on peut obtenir une conique (a) *arbitraire*.

Septième type. — Une quadrique de révolution et son axe peuvent être réduits à une méridienne et l'axe; cette position d'embranchement est un cas particulier du sixième type; on peut échanger l'axe avec la quadrique et inversement.

2. Peterson et Darboux ([1]) ont montré que la surface S la plus générale admettant deux familles conjuguées formées de courbes de contact, l'une de cylindres, l'autre de cônes, est donnée par les formules

$$(1)\qquad X = A b_1 - \int a_1 dA, \qquad Y = A b_2 - \int a_2 dA, \qquad Z = A b_3 - \int a_3 dA,$$

où b_1, b_2, b_3 sont fonctions d'un paramètre β, et a_1, a_2, a_3, A d'un autre α, A n'étant pas constant. La surface, de définition semblable, S_1,

$$(2)\qquad X = AB_1 - \int A_1 dA, \qquad Y = AB_2 - \int A_2 dA, \qquad Z = AB_3 - \int A_3 dA$$

est applicable sur S si l'on a à la fois

$$(3)\quad (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 = (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2 + (A_3 - B_3)^2,$$

$$(4)\qquad db_1^2 + db_2^2 + db_3^2 = dB_1^2 + dB_2^2 + dB_3^2.$$

L'équation (3) définit tous les mécanismes de cette Note et de la précédente; l'équation (4) ne peut être vérifiée que par certains mécanismes du type II, III ou VI. Le type général II réussit à donner une première surface S ne dépendant pas du paramètre de déformation et l'on obtient alors une famille à un paramètre de surfaces toutes applicables, comme le montrent Peterson et Darboux. Mais pour III ou VI on doit fixer les constantes de déformation du mécanisme, S et S_1 en dépendent toutes deux, de sorte qu'une fois A fixé, on obtient à chaque fois un couple et un seul. On obtient

([1]) *Théorie des surfaces*, 2e édition, t. 1, p. 182.

un résultat géométrique curieux : la courbe (B) ou (*b*), suivant le cas, est arête de rebroussement d'une développable D circonscrite à une quadrique Q. Réciproquement, une telle développable donne, si Q n'est pas de révolution, trois couples dérivés de III; si Q est de révolution, D donne deux couples seulement dérivés de III, mais en plus un couple dérivé du type VI. Enfin si la quadrique Q est de révolution avec un cône asymptote égal au cône $x^2+y^2-z^2=0$, on peut, en dehors de ces trois couples, obtenir, par une méthode légèrement différente de celle de Peterson, un couple dérivé du type II.

Si donc D se trouve même être de quatrième classe, circonscrite à un faisceau tangentiel de quadriques, ou de troisième classe, elle peut définir une infinité de couples.

Un autre résultat intéressant s'obtient si Q a ses génératrices réelles : l'une des surfaces du couple, S par exemple, est partagée en $2n$ secteurs alternativement recouverts par l'autre S_1 composée de n nappes. Les génératrices de Q tangentes à la courbe de contact de D et Q fournissent la séparation de S en secteurs, en écartant celles qui seraient tangentes stationnaires

Bien que l'algébricité de S et S_1 n'ait pas un intérêt primordial, si D est algébrique, on peut déterminer aisément la forme des fonctions a et A pour que le couple soit algébrique. Dans le cas de Peterson on peut, dans une famille transcendante, obtenir deux individus algébriques; j'ai même pu déduire de la résolution de l'équation la plus générale du troisième degré une famille où toutes les surfaces sont algébriques.

3. Soit $f(u)$ un polynome donné du troisième degré arbitraire en u et $P(u)\equiv f(u)-C$, où C est une constante *variable*. La recherche des racines de l'équation $P(u)=0$ revient à écrire l'identité

$$P(u)\equiv\frac{(u-u_0)^3P(u_1)+(u_1-u)^3P(u_0)}{(u_1-u_0)^3}, \tag{5}$$

où u_1, u_0 sont deux nombres racines d'une équation du second degré les définissant en fonction de C. On en conclut que K et K_1 étant deux constantes fixes, les surfaces, variables avec C,

$$\left\{\begin{aligned} &X=i\sqrt{\frac{(u-u_0)^3P(u_1)}{(u_1-u_0)^3}}, \qquad Y=i\sqrt{\frac{(u_1-u)^3P(u_0)}{(u_1-u_0)^3}},\\ &Z=\frac{2}{3}\left(iK+K_1+\frac{C}{K^2}\right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned}\right. \tag{6}$$

ont toutes pour ds^2

$$ds^2 = [f(u) + K^2(tK + K_1)]\,dt^2 + tf'(u)\,dt\,du + \frac{3t^2}{8}f''(u)\,du^2.$$

On remarquera qu'en remplaçant u par $\lambda U + \mu$ et C par $C_1 + \rho$, où λ, μ, ρ sont des constantes convenables, on peut supposer $f(u)$ réduit à la forme $a(1+u)^3 + b(1-u)^3$, de sorte que les surfaces (6) dépendent des paramètres a, b, K, K_1, C. Quand les quatre premiers sont fixés, on a des surfaces applicables, coupées par les plans horizontaux suivant des développées d'ellipse ($ab > 0$) ou d'hyperbole ($ab < 0$).

En supposant $a = b = 1$, on a les formules plus simples, où j'appelle k le paramètre de déformation

$$(7)\quad \begin{cases} X = \dfrac{t}{2k\sqrt{2}}(k^2+u)^{\frac{3}{2}}, \qquad Y = \dfrac{t}{2k\sqrt{2}}(k^2-u)^{\frac{3}{2}}, \\ Z = \dfrac{2}{3}\left(tK + K_1 + \dfrac{1-k^4}{4K^2}\right)^{\frac{3}{2}}. \end{cases}$$

Ces surfaces sont coupées par les plans horizontaux suivant des hypocycloïdes à quatre rebroussements. Cela revient à supposer le polynome f du second degré.

MÉCANIQUE. — *Sur le renversement des efforts dans les barres de treillis des tabliers métalliques à travées solidaires.* Note de M. **A. Talon**, présentée par M. L. Lecornu.

L'importance de la détermination, aussi exacte que possible, des efforts dans les barres de treillis des poutres principales des tabliers métalliques sous voies ferrées ressort du texte même du Règlement ministériel du 8 janvier 1915 pour le calcul et les épreuves des ponts métalliques, lequel dispose, en son article 8, qu'il y a lieu de faire état pour ces barres des efforts secondaires auxquels elles peuvent être soumises par une majoration convenable des efforts principaux, arrêtée d'après les règles de l'art et les enseignements de la pratique.

A ce dernier titre, nous croyons devoir signaler quelques résultats, particulièrement intéressants, des épreuves et expériences auxquelles ont été soumises les diverses barres de treillis de poutres continues de quelques ouvrages métalliques importants et notamment du Pont sur le Tarn, à quatre travées solidaires, d'une portée respective de $27^{m},15$ pour les travées de rive et $35^{m},28$ pour les travées intermédiaires.

Chaque travée de rive de ce dernier ouvrage comprend neuf panneaux de $2^m,940$ de longueur et $3^m,500$ de hauteur; les travées centrales comprennent douze panneaux de mêmes dimensions. Le treillis est à barres surabondantes, inclinées à 45°. La section moyenne de chaque panneau coupe quatre barres, dont deux sont constituées par des rails Brunel et deux par des fers méplats.

Les épreuves et expériences, qui ont comporté trois séries, ont été effectuées sous le passage des trains ordinaires de l'exploitation, remorqués, soit par une machine de 60^t, soit par une ou deux machines de 85^t, à cinq essieux couplés; elles comprennent un total de 51 observations qui ont porté sur les diverses barres des panneaux des quatre travées de l'ouvrage.

Les résultats, dûment vérifiés, ont donné lieu aux constatations générales suivantes :

Les efforts anormaux de compression dans les barres normalement tendues se manifestent dans les travées de rive, sur la presque totalité de la travée et, notamment, dans les panneaux immédiatement voisins de la culée; dans les travées intermédiaires, la zone centrale où les efforts tranchants peuvent changer de sens s'étend jusque vers le deuxième panneau à compter de chaque appui.

En vue de l'interprétation graphique de ces résultats, nous avons fait application de la méthode des surcharges uniformes à répartition variable, les plus défavorables, que feu l'Inspecteur général des Ponts et Chaussées J. Résal a exposée dans son remarquable Traité des *Ponts métalliques*. Mais la zone centrale d'inversion, ainsi déterminée par le tracé des enveloppes des efforts tranchants maxima, est loin de s'étendre à tous les panneaux où les appareils Manet-Rabut ont révélé l'existence d'efforts anormaux de compression : c'est ainsi que ladite zone centrale ne s'étend pas dans les travées de rive, au delà du sixième panneau à compter des appuis intermédiaires, ni au delà du quatrième dans les travées intermédiaires, alors que les expériences ont accusé, comme on l'a vu ci-dessus, un renversement des efforts jusque dans le deuxième panneau à compter des mêmes appuis.

Par contre, la considération, panneau par panneau, des lignes d'influence des efforts tranchants permet d'expliquer l'existence, ainsi que le mode de production, des efforts d'apparence anormale envisagés ci-dessus.

Toutefois, les efforts maxima de compression ainsi déterminés sont généralement inférieurs aux efforts mesurés dont la valeur réelle atteint parfois le double de la valeur théorique, ce qui dénote l'existence d'efforts secondaires très importants.

Enfin, le rapport de ces efforts anormaux de compression aux efforts

normaux d'extension, qui restent néanmoins les plus élevés dans les panneaux intéressés, peut atteindre jusqu'à $\frac{1}{3}$.

En résumé, bien que, dans le cas de l'ouvrage soumis aux épreuves, les limites réglementaires de sécurité n'aient pas été atteintes, lesdites épreuves paraissent comporter les conclusions pratiques suivantes :

1° Le renversement des efforts dans les barres de treillis des ouvrages métalliques importants, à poutres continues, s'étend sur la presque totalité des panneaux, tant dans les travées intermédiaires que dans les travées de rive.

2° Dans ces conditions, il est sans intérêt de chercher à déterminer, *a priori*, les limites théoriques de la zone centrale d'inversion et il est prudent et rationnel d'établir le treillis, dans toute sa longueur, avec barres surabondantes;

3° La production des efforts anormaux de compression varie avec le sens de marche, la répartition des charges, la vitesse des convois, etc., et non pas, nécessairement, avec le tonnage des charges roulantes;

4° La majoration des efforts principaux d'extension, qui doit tenir compte des efforts secondaires de compression spécifiés ci-dessus, peut, par analogie avec le mode de réduction de la limite de sécurité imposée par le Règlement du 29 août 1891 pour les pièces soumises à des efforts alternés d'extension et de compression, varier de $\frac{1}{10}$ à $\frac{4}{10}$ de l'effort principal théorique.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la loi d'équilibre de grains solides dans un courant d'eau vertical ascendant.* Note [1] de M. R. **Feret**, présentée par M. Mesnager.

Pour déterminer la composition granulométrique des poudres fines, on procède souvent en pesant les grains non entraînés par des courants verticaux ascendants, liquides ou gazeux, de vitesses échelonnées.

Supposant tous les grains de même forme et appelant l une de leurs dimensions linéaires homologues, d leur densité, d' celle du fluide et v la vitesse de ce dernier, on admet généralement que, pour tous les grains restant juste en équilibre sans être entraînés ni se déposer, le poids apparent d'un grain est équilibré par la résistance du fluide, ce qui conduit aux

[1] Séance du 28 février 1921.

formules

$$(1) \qquad v = A\sqrt{\frac{l(d-d')}{d'}} \quad \text{ou} \quad l = \alpha\frac{d'v^2}{d-d'},$$

dans lesquelles A et α sont des coefficients numériques dépendant surtout de la forme moyenne des grains.

D'autre part, pour une petite sphère tombant lentement à travers un fluide visqueux, Stokes a déduit de considérations purement théoriques une relation toute différente, de la forme

$$(2) \qquad v = B(d-d')l^2 \quad \text{ou} \quad l = \beta\sqrt{\frac{v}{d-d'}},$$

où, les unités adoptées étant le millimètre et la seconde et l désignant le diamètre, B et β auraient sensiblement les valeurs 545 et 0,043 dans le cas de l'eau à 20°.

Dans des expériences faites avec des grains minéraux concassés, dont les dimensions étaient évaluées d'après celles des jours des tamis ayant servi à les trier, et dont on mesurait les durées de chute à travers une épaisseur donnée d'eau en repos, Richards [1] a trouvé que la vitesse était régie par les formules (1) ou (2) selon que les grains étaient supérieurs ou inférieurs à une certaine grosseur critique; pour la galène ($d = 7,5$) et le quartz ($d = 2,65$), les diamètres limites seraient à peu près $0^{mm},13$ et $0^{mm},20$, les vitesses limites 63^{mm} et 28^{mm} par seconde, et les valeurs de B 631 et 424 comprennent entre elles la valeur théorique 545 et donnant pour β les valeurs 0,040 et 0,048.

En vue de vérifier s'il en est de même pour des grains en équilibre dans un fluide ascendant, j'ai opéré au moyen d'un courant d'eau dans l'un ou l'autre de deux tubes verticaux, cylindriques, d'environ 1^m de hauteur, raccordés par le bas, sans ressauts brusques, avec une prise d'eau à pression constante, et terminés en haut par un ajutage étroit, recourbé à angle aigu, où les grains entraînés pouvaient être recueillis. Après avoir réglé le débit de manière que la vitesse dans le tube eût une valeur donnée, on faisait barboter la poudre jusqu'à ce que les grains entraînés fussent de grosseurs à peu près uniformes et constantes, ce qui exigeait souvent plusieurs heures; puis, admettant que les grains s'échappant finalement différaient infiniment peu de ceux restant juste en équilibre, on en recueillait une petite quantité et on les mesurait sous le microscope. Les valeurs de l

---

[1] *Ore Dressing*, vol. 3, p. 1423.

indiquées dans le tableau ci-dessous sont les moyennes, pour environ 200 grains, des distances entre deux tangentes au contour apparent du grain, quelle que fût l'orientation de celui-ci, parallèles à une direction constante arbitraire (divisions du micromètre oculaire) ([1]).

La netteté des résultats obtenus tend à montrer qu'ils n'ont pas été trop influencés par les diverses causes d'erreurs inhérentes à la méthode.

Matières (la plupart concassées au pilon).	Densité d.	Section du tube.	Vitesse v.	Largeur moyenne trouvée l.	$\frac{l}{\sqrt{v}}$.		$\frac{l}{\sqrt{\frac{v}{d-1}}}$.	Coefficients déduits pour les formules ([2]). β.	B.
		cm²	cm : min	μ		Moyenne		mm : sec	mm : sec
Houille	1,30	4,80	100	724	72,4	71,75	39,3	0,096	108
			225	1037	69,2				
		1,57	225	1052	70,1				
			400	1506	75,3				
			441	3799	181				
Sable siliceux moulu.	2,65	4,80	20	103	22,9	22,4 ([2])	28,4	0,070	204
			100	213	21,3				
			200	331	23,4				
Quartzite	2,65	4,80	25	137	27,4	28,25	35,9	0,088	129
			100	284	28,4				
			225	449	29,9				
		1,57	900	819	27,3				
Minerai ferrugineux.	3,94	4,80	100	245	24,5	24,3	41,7	0,102	96
			225	361	24,1				
Sulfure de fer	4,13	4,80	100	261	26,1	27,0	47,8	0,117	73
			225	419	27,9				
Litharge	7,99	4,80	100	133	13,3	13,7	36,2	0,089	126
			225	212	14,1				
		1,57	900	385	13,7				

([1]) C'est ce que j'appelle la *largeur moyenne* d'un grain, par opposition à son *diamètre moyen*, diamètre d'une sphère de même volume.

Pour le sable siliceux moulu cité au tableau, les grains s'échappant à la fin de la lévigation à la vitesse 250, triés ensuite sous la loupe et un peu plus arrondis que les grains moins gros, présentaient les caractéristiques suivantes :

Largeur moyenne : $l = 397\mu$ (d'où $l : \sqrt{v} = 25,1$ et $\beta = 0,078$);

Diamètre moyen : $311\mu = 0,78\,l$.

La grandeur du rapport dépend évidemment de la forme des grains.

([2]) Moyenne de 8 quotients (minimum : 21,3 ; maximum : 23,6) déduits de vitesses échelonnées de 20cm à 200cm par minute.

Il ressort de ces nombres que, tant que la section des grains est négligeable par rapport à celle du tube (ce qui n'était plus le cas pour la houille à la vitesse 441), la loi de Stokes semble être continuellement applicable; en tout cas, elle reste vérifiée bien au delà des grosseurs limites trouvées par Richards; quant aux coefficients obtenus pour les diverses matières, ils présentent entre eux des écarts tout à fait indépendants des densités et diffèrent beaucoup des nombres théoriques.

Ces discordances portent à conclure que les phénomènes ne sont pas les mêmes autour d'un même grain selon qu'il reste en équilibre dans un fluide ascendant ou qu'il descend à travers ce fluide immobile.

Pour la lévigation par l'eau des minéraux finement concassés, on peut compter sur une valeur moyenne de β d'environ 0,10.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Mesure de la pression de l'atmosphère solaire dans la couche du magnésium et vérification du principe de relativité.* Note de M. **A. Perot**, présentée par M. H. Deslandres.

La mesure de la différence des longueurs d'onde d'une raie spectrale émise par le Soleil et par une source terrestre, prévue par la théorie de la relativité, est, comme on le sait, rendue très délicate par suite de la variation des longueurs d'onde avec la pression et l'ignorance de la valeur de celle-ci dans les diverses régions de l'atmosphère solaire. Dans une précédente Communication (¹), j'ai indiqué les raisons qui faisaient penser que les raies des bandes de cyanogène devaient être produites à basse pression; mais, malgré leur vraisemblance, ces raisons sont discutables.

En 1911, j'ai étudié les mouvements apparents de la vapeur de magnésium sur la surface du Soleil (²) et trouvé que la longueur d'onde terrestre (arc à la pression atmosphérique) est plus petite que la longueur d'onde solaire de 6.10^{-3} angström, c'est-à-dire de $1,15.10^{-6}$ en valeur relative.

Pour faire une vérification du principe de relativité, il faut ramener la longueur d'onde terrestre à la pression de l'atmosphère solaire, là où les raies b sont produites.

Or on sait que les raies du fer et celles d'autres métaux ne sont pas toutes également déplacées vers le rouge quand la pression croît; la raie b_1 du magnésium, paraissant par sa largeur être différente des raies b_2 et b_4,

(¹) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 229.

(²) A. Perot et Mlle Lindstadt, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1367.

je me suis demandé si les coefficients de pression des raies b_1 et b_2 ne sont pas différents. Si cela est, le rapport des longueurs d'onde est fonction de la pression; or les vitesses radiales font varier les longueurs d'onde de la même quantité en valeur relative, et les autres causes de variation produisent des effets très faibles ou symétriques (effet Zeeman). On peut donc considérer le rapport des longueurs d'onde comme fonction de la pression seule, à la précision près obtenue dans les mesures, et la mesure de ce rapport comme revenant à une mesure de pression.

J'ai cherché à vérifier ces vues, et, par la méthode même qui m'a servi à étudier la bande 4197 du cyanogène [1], ai déterminé le coefficient de pression de la raie b_2; les mesures ont, toutefois, été faites directement par la méthode oculaire, au lieu de l'être par la méthode photographique.

La moyenne de 13 groupes de mesures effectuées soit par M. B. Lyot, soit par moi-même, a donné pour une variation de pression de 60^{cm} de mercure une variation relative de longueur d'onde de $1,1.10^{-6}$, c'est-à-dire $1,35.10^{-6}$ par atmosphère, l'erreur probable étant $0,15.10^{-6}$.

Les mesures sur b_1 sont plus difficiles que sur b_2 à cause de la largeur de la raie. Celles qui ont donné le meilleur résultat sont les mesures directes, dont 11 groupes ont indiqué, pour une variation de pression de 60^{cm}, une valeur de $\frac{\delta\lambda}{\lambda}$ égale à $1,67.10^{-6}$, c'est-à-dire $2,12.10^{-6}$ par atmosphère, avec une erreur probable de $0,17.10^{-6}$.

Le rapport des variations de b_1 et de b_2 se trouve être 1,57 très voisin de $\frac{3}{2}$.

Il résulte de là que le rapport des longueurs d'onde des raies b_1 et b_2 donnera la pression.

Soient Λ et λ les longueurs d'onde de b_1 et de b_2, α et β leurs variations relatives pour 1^{cm} de mercure, on aura

$$\frac{\Lambda_p}{\Lambda_{76}} = 1 - \alpha(76 - p), \qquad \frac{\lambda_p}{\lambda_{76}} = 1 - \beta(76 - p)$$

ou

$$\frac{\Lambda_p}{\lambda_p} \times \frac{\lambda_{76}}{\Lambda_{76}} = 1 - (\alpha - \beta)(76 - p).$$

Dans les mesures interférentielles, les diamètres des anneaux des deux radiations étant I et i, si les numéros d'ordre des anneaux pointés aux pressions 76 et p sont les mêmes pour chaque raie, ce qui est le cas réalisé

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 988.

par suite de la petitesse des variations des longueurs d'onde, on aura simplement, en vertu de la relation générale,

$$2e\cos i = K\lambda,$$

$$\left[1-\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_p\right]\left[1+\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_{76}\right]=1-(\alpha-\beta)(76-p);$$

d'où

$$p=76-\frac{1}{\alpha-\beta}\left[\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_{76}-\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_p\right],$$

et, en introduisant les valeurs numériques trouvées pour α et β,

$$p=76-108\left[\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_{76}-\left(\frac{I^2-i^2}{2}\right)_p\right]\text{ cm de mercure.}$$

Cette formule constitue la graduation d'un véritable manomètre.

Pour l'appliquer au Soleil et déterminer ainsi la pression dans la région d'absorption des raies b, j'ai utilisé des clichés photographiques obtenus au printemps de 1911; une première série de mesures a comporté 6 groupes de mesures sur le Soleil et 7 sur l'arc; une deuxième série, 5 groupes sur le Soleil et 6 sur l'arc. Elles ont donné respectivement pour la première -16^{cm} et $+3^{cm}$ de mercure, dont la moyenne est -6^{cm}.

Le fait que le résultat est négatif n'a rien qui doive surprendre, étant donnée la valeur de l'erreur possible, vraisemblablement de l'ordre d'une vingtaine de centimètres. Mais la signification du nombre obtenu est absolument nette; la pression est très faible dans la région où se produisent les raies b. Ceci vient à l'appui de l'explication que j'ai donnée [1] des vitesses radiales des sources de ces radiations, et autorise l'hypothèse, émise alors, d'électrons se mouvant dans ces régions avec de grandes vitesses.

L'objet principal de cette recherche peut, dès lors, être atteint; à la différence de $1,16.10^{-6}$ mesurée en 1911 entre la raie b_2 du Soleil et celle de l'arc à pression atmosphérique, il faut ajouter $1,35.10^{-6}$, différence entre la raie terrestre à la pression atmosphérique et à la pression nulle, ce qui donne pour l'écart entre les raies solaire et terrestre, dans les mêmes conditions de pression, la valeur $2,5.10^{-6}$.

L'approximation obtenue est vraisemblablement de l'ordre du demi-millionième, de telle sorte que le résultat peut être considéré comme d'accord avec le principe de relativité, la différence indiquée par M. Einstein étant 2.10^{-6}.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1684.

Le procédé de mesure de la pression mis en œuvre se prêtera sans doute à de nombreuses applications dans l'atmosphère solaire.

Dans le cours de ces mesures, j'ai déterminé les longueurs d'onde des raies b dans l'arc et trouvé :

$$\lambda_{b_1} = 5183 \text{Å}, 614; \quad \lambda_{b_2} = 5172 \text{Å}, 690; \quad \lambda_{b_3} = 5167 \text{Å}, 340.$$

PHYSIQUE. — *L'influence de la lumière sur la conductibilité des liquides fluorescents.* Note de M. **H. Soulan**, présentée par M. J. Violle.

La plupart des déterminations faites en vue de mettre en évidence l'influence de la lumière sur la conductibilité des liquides fluorescents ont fourni des résultats négatifs. Celles qui font exception donnent lieu à des objections qui rendent douteuses les conclusions obtenues. J'ai moi-même vérifié qu'un éclairement de *quelques secondes* de solutions fluorescentes d'éosine, d'esculine et de curcumine dans divers solvants n'entraînait pas de variations de conductibilité de l'ordre de $\frac{1}{10^4}$.

Mais si, comme l'a montré M. Perrin, l'état de fluorescence s'accompagne d'une transformation chimique des molécules fluorogènes, l'éclairement *prolongé* d'un liquide fluorescent doit se traduire par une variation de conductibilité progressive, jusqu'à l'établissement d'une valeur limite correspondant à la transformation complète, valeur limite qui devra subsister après retour à l'obscurité.

C'est ce que j'ai pu vérifier sur un certain nombre de solutions des fluorogènes déjà mentionnés. Dans le Tableau ci-dessous, n indique le nombre de milligrammes de fluorogène par litre de solution, δ la variation relative limite de conductibilité, T la durée correspondante d'exposition en heures au flux d'une lampe demi-watt de 200^B. La solution, protégée par une solution d'alun de l'échauffement, était en couche assez mince pour n'absorber qu'une faible portion du flux excitateur.

Fluorogènes.	Solvants.	n.	δ.	T.
Esculine..............	CH^3-OH	50	0,030	129
»	»	20	0,035	114
»	»	0,01	0,107	72
»	»	0,005	0,094	57
»	C^2H^5-OH	0,01	0,128	75
»	H^2O	0,01	0,032	63
Éosine.................	CH^3-OH	0,01	0,090	66
»	C^2H^5-OH	0,01	0,127	75
»	H^2O	0,01	0,035	57
Curcumine.......	$C^5H^{11}-OH$	0,01	0,089	69
Bisulfate de quinine... .	H^2O	0,01	0,033	60

Si l'on suppose constante l'intensité du flux excitateur et si l'on admet qu'aux dilutions employées toutes les molécules fluorogènes participent au passage du courant, on établit facilement la formule de première approximation

$$\text{Log}(C_\infty - C_t) = b - at; \tag{1}$$

C_t représentant la conductibilité au temps t, C_∞ la conductibilité limite; a et b étant, d'autre part, deux constantes caractéristiques du fluorogène, indépendantes du solvant, la première étant en outre indépendante de la concentration.

Cette formule se trouve approximativement vérifiée pour les solutions très étendues ($n = 0,01$ et $n = 0,005$).

Pour les solutions concentrées ($n = 50$ et $n = 20$), les a calculés sont notablement plus petits, ce qu'on peut attribuer d'une part à ce que les hypothèses nécessaires à l'établissement de la formule (1) ne se trouvent plus vérifiées; d'autre part à ce que, pour les fortes concentrations, conformément aux idées de M. Perrin, les molécules fluorogènes forment écran protecteur les unes par rapport aux autres.

STÉRÉOSCOPIE. — *Application de la vision stéréoscopique au contrôle des variations glaciaires.* Note de M. **P.-L. Mercanton**, présentée par M. Lippmann.

On ne peut pas toujours poser des repères d'avancement au front d'un glacier. Cela demande en général beaucoup de temps et de peine et peut être parfois dangereux. Souvent d'ailleurs on ne saurait le faire utilement, la disposition du lit ne se prêtant pas à établir les stations fixes nécessitées par les méthodes usuelles de contrôle. Enfin il arrive souvent que les variations glaciaires ne se traduisent pas par des déplacements accusés du front mais plutôt par des modifications de forme, intumescences, affaissements locaux, d'amplitude trop faible pour être immédiatement apparentes et qui sont cependant significatives. La comparaison directe de photographies successives ne suffit pas non plus toujours à les révéler.

J'ai pensé que la vision stéréoscopique serait ici d'un secours efficace. On l'applique, comme chacun sait, depuis longtemps à déceler les falsifications des billets de banque. Pareillement les astronomes s'en servent pour découvrir les corps célestes, comètes, petites planètes, parmi les étoiles fixes. A

l'examen stéréoscopique de deux photographies du ciel pris à intervalle convenable on voit l'astre cherché se détacher en relief sur le fond plat du firmament.

Ce procédé est immédiatement applicable à la glaciologie : D'une même station et avec la même chambre noire prenons deux photographies du front, de préférence dans un azimut normal à la direction présumée de la variation, et à l'intervalle de temps voulu. Ce sera en général une année, de l'automne à l'automne suivant, mais en voyage d'exploration ce pourra être un délai quelconque. Examinons ensuite les deux épreuves au stéréoscope, nous verrons les régions modifiées du glacier ressortir en relief sur les parties de l'image correspondant à des objets immobiles, ciel, rochers, portions inchangées du glacier, etc.

Ce mode opératoire exige quelques précautions. Tout d'abord on se trouvera bien de rendre l'axe optique de la photographie horizontal à l'aide d'un niveau. D'autre part, on s'efforcera d'obtenir des épreuves égales de teinte en uniformisant le tirage. Enfin on tâtonnera quelque peu, jusqu'à obtention du relief, en plaçant les épreuves devant le stéréoscope, car l'effet optique dépend du sens de la modification de forme du glacier. Pour un appareil dont le front s'est un peu déplacé vers la gauche de l'opérateur on placera à gauche la photographie initiale et à droite l'image finale.

Le procédé est évidemment qualitatif. Il est applicable aussi à la recherche des déformations du glacier en dehors du front.

J'en ai vérifié l'applicabilité au glacier d'Orny (massif du mont Blanc). Deux photographies faites en 1917 et 1918 ont manifesté nettement un gonflement et une avance de la partie médiane du front. Le contrôle direct a indiqué une crue de quelque 7^m d'une année à l'autre. Les clichés étaient pris d'un point élevé de la moraine gauche du glacier, à une distance d'un demi-kilomètre environ.

PHYSIQUE. — *Nouvelles applications de la méthode des charges de très courte durée et des éclairages instantanés.* Note de M. **Pauthenier**, présentée par M. J. Violle.

Nous avons décrit [1] une méthode de charges et décharges apériodiques de durée très courte et d'éclairages instantanés, qui nous a permis

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 803 et 1576; t. 171, 1920, p. 102; *Ann. de Phys.* t. 14, 1920, p. 239.

de résoudre le problème des retards absolus dans le cas de la *nitrobenzine* et du *sulfure de carbone :*

$$\frac{n_e - n}{n_o - n} = -2.$$

Nous avons réalisé d'autres applications de cette méthode, d'une part pour contrôler la théorie de l'orientation avec un nouveau liquide, d'autre part pour aborder un autre genre de recherches.

I. *Rapport des retards absolus dans le cas de la benzine monochlorée.* — Les dispositifs optique et électrique restent les mêmes que dans nos précédentes expériences, hormis le condensateur qui a 180^{mm} de long et $2^{mm},9$ d'épaisseur. Les potentiels utilisés sont de l'ordre de 30000 volts. Avec les mêmes notations nous avons encore trouvé pour le rapport des retards absolus

$$\rho = \frac{n_e - n}{n_o - n} = -2,0.$$

Dans le cas du *benzène monochloré*, le pouvoir isolant de ce liquide est insuffisant pour permettre de suivre l'établissement de l'électrostriction, comme dans le cas du sulfure de carbone.

II. *Mesure de la biréfringence des liquides conducteurs :*

Principe. — On compare au même instant (aussitôt que possible après leur établissement complet) les biréfringences du liquide à étudier et d'un liquide de référence (sulfure de carbone). Puis on décharge instantanément les deux condensateurs pour que le liquide conducteur ne s'échauffe pas.

Réalisation pratique. — La comparaison des deux liquides se fait par une méthode de compensation. Deux condensateurs plans, d'armatures identiques, ont leurs plans : l'un vertical (condensateur à sulfure de carbone), l'autre horizontal (liquide à étudier). Les armatures sont reliées deux à deux par de gros fils de cuivre. L'épaisseur e du premier condensateur est fixe et égale à $6^{mm},78$. L'épaisseur e' du second est variable. Ces condensateurs, dont les axes longitudinaux restent parallèles, sont placés entre nicols croisés; les directions de vibration des nicols sont à 45° des lignes de forces des deux champs électriques, à 45° sur l'horizon par conséquent. L'une des paires d'armatures est reliée au sol. La seconde paire est reliée à l'armature isolée du condensateur que nous avons appelé *condensateur d'éclairage*. Une dizaine de fois par seconde, un gros condensateur se décharge dans ce double circuit. La résistance du circuit biréfringent est, cette fois, de l'ordre d'une fraction d'ohm; celle du circuit d'éclairage, de quelques dizaines d'ohms. Les charges et décharges sont toujours *apériodiques*.

Les durées de charge (intervalle de temps, entre la charge des condensateurs

de Kerr et le moment où jaillit l'étincelle d'éclairage) sont très courtes (de l'ordre de 10^{-7} seconde ou moins).

On observe l'étincelle d'éclairage (longueur 3^{mm}) à travers le système formé par les condensateurs et les nicols croisés. La distance entre l'étincelle et l'œil de l'observateur est de 125^{cm}. La lumière de l'étincelle est rendue suffisamment monochromatique par un filtre *jaune*.

Il convient, bien entendu, dans toute mesure, de faire varier la durée de charge dans de larges limites : la persistance de l'extinction indiquera que la biréfringence des deux liquides est complètement établie. Pour ne pas risquer une rupture du gros condensateur, nous ne sommes du reste pas descendus jusqu'à maintenant, pour les durées de charge, au-dessous de 4 à 5.10^{-8} seconde.

Mesures. — Quand les condensateurs de Kerr ne sont pas en circuit, l'étincelle d'éclairage est éteinte. Par mise en circuit, la lumière est en général rétablie. On fait varier l'épaisseur e' jusqu'à retrouver l'extinction. Si B est la constante de Kerr du sulfure de carbone, B' celle du liquide étudié :

$$B' = B\frac{e'^2}{e^2}.$$

Nous avons, à titre d'essai de la méthode, mesuré la biréfringence de l'*eau distillée ordinaire*, encore inconnue, et celle de l'*alcool éthylique* $\left(\right.$pour laquelle les Tables de Leiser et Schmidt indiquent qu'on en ignore le signe et qu'elle est inférieure en valeur absolue à $\left.\frac{B}{5}\right)$, et des *mélanges d'alcool et d'eau*.

Résultats. — Les biréfringences de l'alcool et de l'eau sont *positives*.

Nous avons, pour des raisons que l'on trouvera exposées ailleurs [1], rapporté les résultats obtenus à la concentration en volume de l'alcool dans le mélange (rapport entre la masse c d'alcool, contenu dans un volume V de solution de titre connu, et la masse C d'alcool pur qui remplirait complètement le même volume).

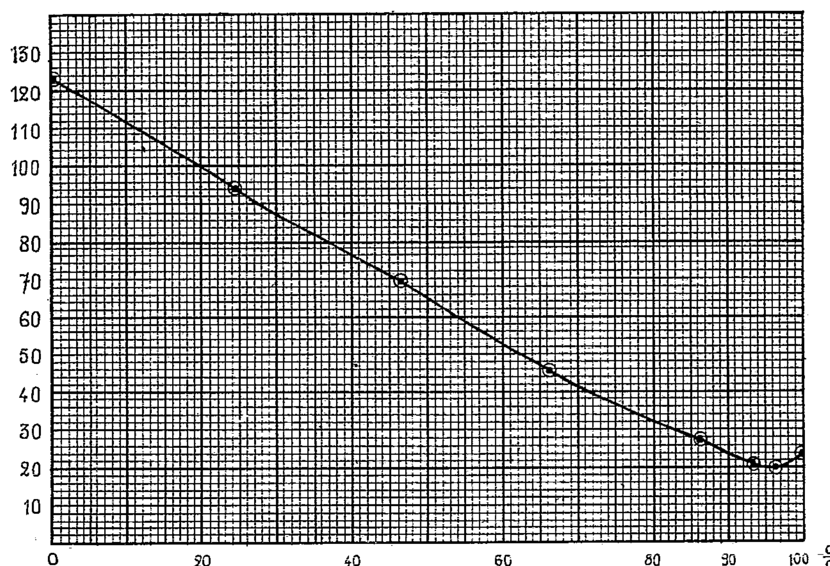
La constante de Kerr du sulfure de carbone est représentée par 100.

$100\frac{c}{C}$	0.	21,2.	46,3.	66,3.	85,5.	93,5.	96,7.	100.
B'	123	94	69,1	45,4	26,8	20,7	20,0	23,8

La température ambiante était de 17°.

(1) COTTON et MOUTON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. 30, 1913, p. 321.

Les résultats sont représentés par la courbe ci-dessous. Ils s'expliqueraient en admettant, dans les mélanges d'alcool et d'eau, l'existence d'un complexe



moléculaire, existence qui serait en accord avec la contraction notable observée dans la préparation de ces mélanges.

THERMODYNAMIQUE. — *Étude énergétique d'un système de courants.* Note [1] de M. **Félix Michaud**, présentée par M. E. Bouty.

La théorie donnée par M. A. Liénard dans deux Notes récentes [2] a l'inconvénient de distinguer, dans les expressions de l'énergie interne, de l'entropie et du potentiel thermodynamique d'un système de courants, une part due aux actions électromagnétiques, et que l'auteur évalue indépendamment du reste. Cette façon de faire est assez arbitraire et laisse quelque inquiétude sur sa rigueur, surtout dans les cas complexes; lorsque, par exemple, les dimensions des circuits dépendent de la température, ou encore lorsque les variations de pression changent la perméabilité magnétique du milieu environnant.

---

(1) Séance du 21 février 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 208 et 323.

Dans un livre paru il y a environ un mois et demi ([1]), j'ai indiqué une méthode permettant d'établir l'ensemble des équations que donne l'application, à un système réversible quelconque, des principes de l'Énergétique.

Parmi ces équations, les plus intéressantes de beaucoup sont, non pas celles qui donnent l'énergie interne, les différents *potentiels énergétiques* ou l'entropie sous forme intégrée, toutes quantités dépourvues de signification expérimentale directe, mais celles où interviennent, par leurs variations, les seuls facteurs des différents termes de l'énergie.

Ces dernières équations se divisent en deux groupes.

Le premier groupe comprend des équations du type *équation de Clapeyron*. Des règles mnémoniques, que je demande la permission de reproduire ici, permettent de les écrire immédiatement et sans erreur.

1° Elles ont chacune la forme d'une proportion où chacun des termes est une différentielle;

2° Dans cette proportion, les extrêmes sont constitués par les deux facteurs d'un des termes de l'énergie; il en est de même des moyens;

3° Lorsque la différentielle d'un *facteur d'intensité* figure au dénominateur, on met le signe — devant la dérivée;

4° Les lettres qui figurent en indice, et qui indiquent quelles sont les quantités qui restent constantes pendant la dérivation, sont d'abord, mais permutées, celles qui figurent soit aux dénominateurs, soit aux numérateurs; on ajoute ensuite les lettres correspondant aux autres termes de l'énergie, en mettant à volonté, mais pareillement pour chaque dérivée, soit le facteur d'extensité, soit le facteur d'intensité.

Dans le cas qui nous intéresse, les facteurs d'intensité sont : la pression P ([2]), la température T, les forces X, X′, ..., qui s'exercent entre les circuits, et les *intensités* i_1, i_2, ... des divers courants. Les facteurs d'extensité sont : le volume v, l'entropie s, les déplacements x, x', ... et les flux Φ_1, Φ_2, ... On compte positivement les variations des extensités lorsqu'elles correspondent à une augmentation de l'énergie du système.

Le nombre d'équations différentes — je ne dis pas distinctes — qu'il est ainsi possible d'écrire est considérable. Il est égal, si n est le nombre des

---

([1]) *Énergétique générale* (Gauthier-Villars).

([2]) Nous nous limitons au cas où le milieu est un fluide homogène; l'extension de la théorie au cas où se trouvent, au voisinage des circuits, des solides, isotropes ou non, n'offrirait pas de difficultés particulières; il suffirait d'introduire les divers coefficients élastiques.

extensités variables, à $8(n-1)^2$ multiplié par le nombre des combinaisons de n objets deux à deux.

Parmi ces équations, considérons d'abord celles de la forme

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial i_2}\right)_{i_1, T, P, x, x', \ldots, i_3, i_4, \ldots} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial i_1}\right)_{i_2, T, P, x, x', \ldots, i_3, i_4, \ldots}$$

Elles expriment la réciprocité des coefficients d'influence. On peut encore mettre en indice (voir plus haut 4°) Φ_2 et Φ_1 au lieu de i_1 et i_2, s au lieu de T, v au lieu de P, ou enfin Φ_3 et Φ_4, ... au lieu de i_3, i_4, ... On obtient ainsi un ensemble d'équations beaucoup plus générales que celles qu'a écrites M. Liénard, et qui montrent, en particulier, que la réciprocité des coefficients d'influence est encore exacte lorsque, faisant varier l'un des deux courants, on fait simultanément varier l'autre de manière à maintenir constant le flux qui traverse le premier circuit.

Les équations de la forme

$$-\left(\frac{\partial X}{\partial i_1}\right)_{x, P, T, x', x'', \ldots, i_2, i_3, \ldots} = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial n}\right)_{i_1, P, T, x', x'', \ldots, i_2, i_3, \ldots}$$

permettent de calculer les forces s'exerçant entre les circuits. Elles contiennent, comme cas particulier, une formule donnée par Maxwell (t. II, p. 261).

Les équations du genre

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial T}\right)_{i_1, P, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots} = \left(\frac{\partial s}{\partial i_1}\right)_{T, P, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots}$$

définissent la corrélation entre le magnétisme et la température. Une augmentation de champ produit une absorption de chaleur si le milieu est plus *perméable* à chaud qu'à froid, et *vice versa*.

Enfin les équations telles que

$$\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial P}\right)_{i_1, T, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots} = \left(\frac{\partial v}{\partial i_1}\right)_{P, T, x, x', \ldots, i_2, i_3, \ldots}$$

régissent l'effet réciproque de l'aimantation et de la pression. En tenant compte de la convention de signe adoptée pour les différentielles des extensités, on voit que, si la perméabilité du milieu augmente avec la pression, un accroissement de champ produit, à pression constante, une *diminution* de volume.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Actions mutuelles (apparentes) d'aimants et courants plongés dans un liquide magnétique.* Note de M. **H. Chipart**, présentée par M. L. Lecornu.

Sous la dénomination de *systèmes d'aimants et courants*, nous comprendrons tout ensemble de solides invariables pouvant posséder à la fois de l'aimantation permanente et de l'aimantation induite, et pouvant en même temps être parcourus par des courants permanents.

Limitons-nous d'abord à un cas simple, celui de solides homogènes et isotropes dont l'aimantation induite vérifie la loi de Poisson. A l'intérieur de chacun de ces solides U′, U″, ..., les inductions magnétiques $\mathcal{B}'$, $\mathcal{B}''$, ... sont liées aux champs $\mathcal{H}'$, $\mathcal{H}''$, ... par les relations (1) :

$$(1) \qquad \mathcal{B}' = 4\pi J' + \mu'\mathcal{H}', \qquad \mathcal{B}'' = 4\pi J'' + \mu''\mathcal{H}'', \qquad \ldots,$$

relations dans lesquelles J′, J″, ... représentent les aimantations permanentes, tandis que $\frac{\mu'-1}{4\pi}\mathcal{H}' = \varkappa'\mathcal{H}'$, ... représentent les aimantations induites. Par définition, les constantes μ', μ'', ... représenteront les perméabilités des corps magnétiques U′, U″, ...

Supposons que U′, U″, ... soient plongés dans un liquide U, incompressible, illimité en tous sens et vérifiant la loi $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$. Pour maintenir en équilibre les solides U′, U″, ..., il faudra leur appliquer certaines forces extérieures, définies par l'équation du travail (2) :

$$(2) \qquad d\mathfrak{T}_e + d\int \frac{\mathcal{B}^2}{8\pi\mu}\,d\varpi = 0$$

avec

$$(2') \qquad \int \frac{\mathcal{B}^2}{8\pi\mu}\,d\varpi = \int_{U} \frac{\mathcal{B}^2}{8\pi\mu}\,d\varpi + \int_{U'} \frac{\mathcal{B}'^2}{8\pi\mu'}\,d\varpi + \int_{U''} \frac{\mathcal{B}''^2}{8\pi\mu''}\,d\varpi + \ldots.$$

Les forces égales et directement opposées aux forces extérieures sont, par définition, les actions subies par les solides U′, U″, ..., plongés dans le liquide magnétique U, ou encore les actions mutuelles apparentes de ces solides.

Au sujet de ces actions mutuelles, les physiciens se sont depuis longtemps proposé de rechercher une règle simple qui permettrait de ramener l'étude de corps plongés dans un liquide à celle de corps placés dans le vide. Des considérations élémentaires d'homogénéité vont fournir la réponse à cette question.

A cet effet commençons par rappeler les équations de la distribution magnétique vérifiées en tout point du système $\mathcal{S}$ formé par le liquide U et les solides U', U''... ; ν, ν', ν'', ... désignant des vecteurs unités dirigés suivant les normales intérieures aux régions U, U', U'', ... et i', i'', ..., j', j'', ... désignant les densités volumiques et superficielles de courant ; nous avons :

1° En tout point de la région U, les équations (3) :

$$(3) \qquad \operatorname{curl} \mathcal{H} = 0, \qquad \text{divergence}\, \mathcal{B} = 0, \qquad \mathcal{B} = \mu \mathcal{H}, \qquad \lim_{R=\infty} R\mathcal{H} = 0;$$

2° En tout point de la région U', les équations (3') :

$$(3') \qquad \operatorname{curl} \mathcal{H}' = 4\pi i', \qquad \text{divergence}\, \mathcal{B}' = 0, \qquad \mathcal{B}' = 4\pi J' + \mu' \mathcal{H}';$$

3° En tout point de la surface de séparation de U et U', les équations (4') :

$$(4') \qquad [\nu \mathcal{H}] + [\nu' \mathcal{H}'] = 4\pi j', \qquad (\nu \mathcal{B}) + (\nu' \mathcal{B}') = 0.$$

Les équations (3), (3'), (3''), ..., (4'), (4'')... sont homogènes par rapport à μ, μ', μ'', ..., J', J'', ..., $\mathcal{B}$, $\mathcal{B}'$, $\mathcal{B}''$, ... ; elles restent vérifiées quand on divise ces quantités par un nombre α, tout en laissant invariables les i', i'', ..., j', j'', ..., $\mathcal{H}$, $\mathcal{H}'$, $\mathcal{H}''$, ... Désignons par $\mathcal{S}_\alpha$ le nouveau système ainsi défini et comparons les actions subies respectivement par $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}_\alpha$. Observant que $d\mathcal{E}_e$ est homogène du premier degré par rapport à l'ensemble des $\mathcal{B}$ et μ, nous obtenons ce théorème :

Théorème. — *Quand on passe du système d'aimants et courants $\mathcal{S}$ au nouveau système $\mathcal{S}_\alpha$, le champ magnétique n'est pas modifié, tandis que l'induction magnétique ainsi que les actions mutuelles sont divisées par α.*

Comme corollaire résulte pour $\alpha = \mu$ la règle cherchée :

Règle. — *Pour calculer les actions mutuelles d'aimants et courants plongés dans un liquide illimité dont la perméabilité μ est constante on commencera par faire ce calcul dans l'hypothèse où ces mêmes corps sont placés dans le vide et possèdent des aimantations permanentes ainsi que des perméabilités μ fois plus petites ; on multipliera finalement par μ les résultats obtenus.*

Nous nous sommes limité jusqu'ici à l'étude d'un cas particulier, celui de solides homogènes et isotropes à perméabilité constante. Il reste à montrer que les considérations d'homogénéité précédemment invoquées valent dans le cas général. Nous continuerons bien entendu à supposer constante la perméabilité μ du liquide U, mais nous ne ferons aucune hypothèse restrictive concernant la nature des solides U', U'', ..., ces corps pouvant être ferromagnétiques avec hystérésis, hétérogènes et anisotropes. Quelles que soient les relations vectorielles reliant $\mathcal{B}'$ à $\mathcal{H}'$, $\mathcal{B}''$ à $\mathcal{H}''$, ..., les équations de l'équilibre magnétique resteront vérifiées lorsque, laissant i', i'', ..., j', j'', ..., $\mathcal{H}$, $\mathcal{H}'$, $\mathcal{H}''$, ... invariables, on remplacera simultanément μ (perméabilité du liquide) par $\frac{\mu}{\alpha}$ et $\mathcal{B}' = f'(\mathcal{H}')$, $\mathcal{B}'' = f''(\mathcal{H}'')$, ... par $\mathcal{B}' = \frac{1}{\alpha} f'(\mathcal{H}')$, $\mathcal{B}'' = \frac{1}{\alpha} f''(\mathcal{H}'')$, ...

Passons maintenant à la comparaison des actions mutuelles : pour maintenir en

équilibre les solides U′, U″, ..., plongés dans le liquide magnétique U, il faudra leur appliquer certaines forces extérieures définies par l'équation du travail (5):

$$d\mathcal{T}_e + \frac{1}{4\pi}\int_{U+U'+\ldots} (\mathfrak{M}\, d\mathcal{H})\, d\varpi = 0. \tag{5}$$

Il est sous-entendu que, dans cette équation, le vecteur $d\mathcal{H}$ représente la variation du champ $\mathcal{H}$ observée lorsqu'on suit dans son mouvement la particule matérielle, liquide ou solide. De plus, en tout point matériel appartenant à un solide, U′ par exemple, la variation $d\mathcal{H}'$ doit être rapportée à des axes invariablement liés au solide considéré.

A ces résultats vient s'adapter la loi d'homogénéité précédemment invoquée : désignant par $\mathcal{S}_\alpha$ le système qu'on obtient en divisant simultanément par α la perméabilité μ du liquide U ainsi que chacune des fonctions vectorielles $f'(\mathcal{H}')$, $f''(\mathcal{H}'')$, ..., qui caractérisent les corps magnétiques U′, U″, ..., on retrouve dans le cas général le théorème donné plus haut.

Des considérations analogues peuvent être développées en électrostatique : la division par α devra s'appliquer non seulement à la constante diélectrique du liquide polarisable et aux fonctions vectorielles $f'(\mathcal{H}')$, $f''(\mathcal{H}'')$, ..., mais encore aux charges portées par les conducteurs ainsi qu'aux densités de charges électrostatiques permanentes portées par les diélectriques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés des diagrammes. Courbes représentatives du déplacement de l'équilibre des systèmes chimiques.* Note [1] de M. **Jean Barbaudy**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Soit un système chimique isolé, à température et pression constantes, en équilibre relatif par rapport aux autres facteurs d'énergie, de masse totale constante 100^g, formé de $n+1$ constituants chimiquement indépendants, dont les n concentrations rapportées à la masse totale du système sont respectivement

$$y_1, \quad y_2, \quad y_3, \quad \ldots, \quad y_n,$$

divisé en p phases de masses respectives

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots, \quad a_n,$$

la composition de la phase i étant donnée par les concentrations x_{ij} rappor-

[1] Séance du 28 février 1921.

tées à 100g de la phase. D'après la loi de Lavoisier, la masse totale du système isolé et celle de chacun des constituants se conserve; on a donc le système de $n+1$ équations linéaires à p inconnues

$$(\mathrm{I})\qquad \left\{\begin{array}{l} a_1 \quad + a_2 \quad + \ldots + a_p \quad = 100, \\ a_1 x_{11} + a_2 x_{21} + \ldots + a_p x_{p1} = 100\gamma_1. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1 x_{1n} + a_2 x_{2n} + \ldots + a_p x_{pn} = 100\gamma_n. \end{array}\right.$$

Supposons que le système ait été étudié pour toute une série d'instants donnés; c'est-à-dire qu'on ait étudié une série d'équilibres isothermes ou isobares. L'un des facteurs pression ou température restant fixe, pour que l'équilibre se puisse déplacer de lui-même, il faut que $p < n+2$. Si $p = n+1-\delta$, δ étant un nombre entier positif, on peut tirer δ relations linéaires et homogènes entre les x_{ij} et γ_k indépendantes des a_l, qui fixent les correspondances entre les points figurant la composition globale du système et celles des diverses phases. Ces relations permettent, en les combinant avec celles définissant les surfaces d'équilibre à un instant donné, de se rendre compte de l'évolution de chacune des phases pendant le déplacement de l'équilibre, et d'en déduire toutes les constructions graphiques donnant les masses respectives des phases, soit que la composition globale reste constante ou variable, etc.

Application. — Systèmes quadrivariants : quatre constituants chimiquement indépendants $n = 3$.

Premier cas. — Une seule phase varie d'une manière continue, les autres ne varient que d'une manière discontinue. Exemple : solution aqueuse de trois sels ayant un ion commun (réaction de double décomposition) susceptible d'être en équilibre avec des sels binaires, doubles ou triples anhydres ou hydratés. Le système 1 se réduit à

$$(\mathrm{II})\qquad \left\{\begin{array}{l} a + \mathrm{B} \quad + \mathrm{C} \quad + \mathrm{D} \quad = 100, \\ ax + \mathrm{B}\mathrm{X}_1 + \mathrm{C}\mathrm{X}_2 + \mathrm{D}\mathrm{X}_3 = 100\xi, \\ ay + \mathrm{B}\mathrm{Y}_1 + \mathrm{C}\mathrm{Y}_2 + \mathrm{D}\mathrm{Y}_3 = 100\eta, \\ az + \mathrm{B}\mathrm{Z}_1 + \mathrm{C}\mathrm{Z}_2 + \mathrm{D}\mathrm{Z}_3 = 100\zeta, \end{array}\right.$$

a désignant la masse de la solution, B, C, D celles des sels solides qui peuvent exister, pour qu'à un instant donné l'équilibre soit invariant.

La solution étant sous-saturée, le point figurant sa composition reste immobile quand la température décroît. Le sel 1 apparaissant, il existe deux relations entre les équations II, les points $\mathrm{S}_1(\mathrm{X}_1, \mathrm{Y}_1, \mathrm{Z}_1)$, $\mathrm{C}(\xi, \eta, \zeta)$,

$\sigma(x, y, z)$ sont en ligne droite. Lorsque l'équilibre se déplace, à pression constante, le point σ décrit S_1C jusqu'au point où cette droite coupe la surface $\Sigma_{1,2}$ isobare d'équilibre triphase des sels 1, 2 avec la solution. Puis le point σ décrit la courbe plane Γ intersection de $\Sigma_{1,2}$ avec le plan π défini par les points $C(\xi, \eta, \zeta)$, $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$, $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ jusqu'à l'instant où cette courbe vient couper la ligne où sont en équilibre quatre phases : la solution et les sels 1, 2, 3. A partir de cet instant la courbe de refroidissement quitte le plan π et la composition de la phase liquide devient indépendante de la composition globale ξ, η, ζ du système.

Deuxième cas. — Ces quatre phases peuvent varier d'une manière continue. Exemples : solution aqueuse de trois sels ayant un ion commun (réaction de double décomposition) susceptible d'être en équilibre avec trois séries de cristaux mixtes; solubilité quadruple de quatre constituants; phase gazeuse en équilibre avec un mélange double et des cristaux mixtes ou avec une solution triple, etc.

Pour fixer les idées, raisonnons dans le cas d'une solution aqueuse de trois sels susceptible de déposer trois séries de cristaux mixtes.

Les équations (II) sont valables, mais pour un instant donné, car les X, Y, Z sont maintenant des variables comme les x, y, z.

A composition globale constante la solution saturée dépose bien des cristaux 1 et les points $S_1(X, Y, Z)$, $C(\xi, \eta, \zeta)$, $\sigma(x, y, z)$ sont en ligne droite à chaque instant; mais la droite $S_1\sigma$ pivote autour du point C qui est fixe, car S_1 varie et décrit pendant le refroidissement une courbe comme le point figuratif de la solution.

Lorsque les cristaux 2 apparaissent, les points $S_1(X, Y, Z)$, $C(\xi, \eta, \zeta)$, $\sigma(x, y, z)$ cessent d'être en ligne droite à chaque instant; mais les points $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$, $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$, $\sigma(x, y, z)$ sont toujours, à un instant donné, dans un plan π qui pivote lorsque l'équilibre évolue autour du point $C(\xi, \eta, \zeta)$, celui-ci restant fixe. Le point σ reste à l'intersection du plan π avec la surface qui représente les compositions des solutions saturées à la fois par rapport aux cristaux S_1 et S_2. Enfin, lorsque les cristaux 3 apparaissent, la composition de la solution évolue suivant la ligne triple et devient indépendante de la composition globale ξ, η, ζ.

De telles courbes de refroidissement sont des isobares à composition globale constante. On pourrait étudier de même des courbes de détente isotherme. On relève l'importance que joue, dans le déplacement de l'équilibre des systèmes de variance supérieure à l'unité, le point fixe représentatif de la composition globale.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'action des additions sur l'anomalie de dilatation des ferronickels; application aux alliages fer-nickel-chrome.* Note (¹) de M. **P. Chevenard**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On peut interpréter l'anomalie des ferronickels réversibles (et, d'une manière générale, celle de la plupart des substances ferromagnétiques : cémentite, magnétite, etc.) par la transformation thermique progressive et réversible d'une forme, stable à froid, en une autre, stable à chaud, entièrement miscible avec la première mais de densité différente : cette transformation débute aux très basses températures, acquiert sa plus grande rapidité au voisinage du point de Curie, et ne s'achève que notablement au-dessus de cette température.

Pour caractériser numériquement l'intensité de l'anomalie d'un ferro-

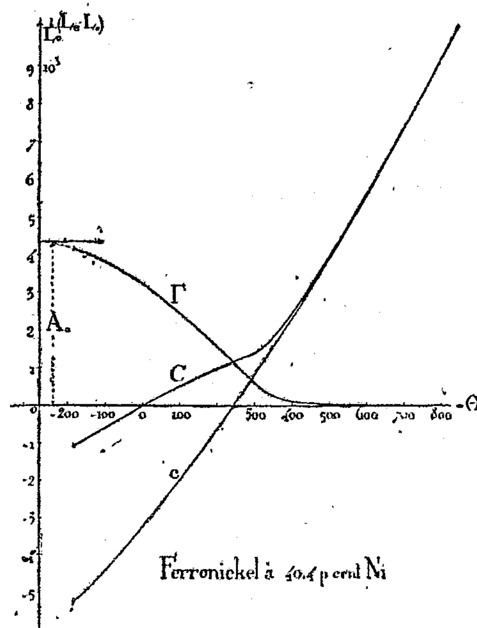


Fig. 1.

nickel, j'ai adopté *l'amplitude totale du changement relatif de longueur* résultant de la transformation, dégagé de la dilatation normale.

Je rapporte la courbe expérimentale de dilatation C (*fig.* 1), déterminée

(¹) Séance du 28 février 1921.

entre —183° et +900°, à une courbe hypothétique normale c (1), qui se confond avec la première aux températures élevées, où la transformation est achevée; puis la courbe différence, Γ, ainsi obtenue, a été extrapolée jusqu'au zéro absolu, en prenant pour guide le postulat de Nernst (2) : l'ordonnée à l'origine est l'anomalie totale A_0.

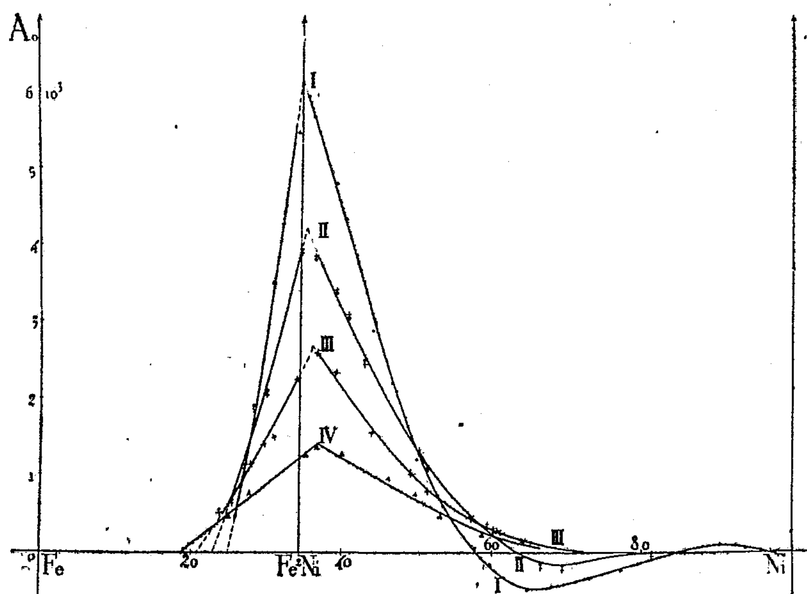


Fig. 2.

Dans certains ferronickels, le domaine de l'état austénitique, où se produit la transformation réversible, est tronqué par le changement allotropique Ar. Il est possible, cependant, de calculer l'anomalie totale de ces alliages comme si l'état austénitique était prolongé jusqu'au zéro absolu : pour reculer l'apparition de la transformation Ar, j'ai eu recours soit à des refroidissements très rapides (hypertrempes), soit à de petites additions de

(1) La méthode de détermination des courbes normales sera exposée dans un Mémoire d'ensemble. Comme aux températures élevées, la dilatabilité des différents ferronickels varie d'une façon continue et, d'ailleurs lentement avec la composition, les erreurs systématiques qui ont pu être commises dans le tracé des courbes normales affectent d'une quantité sensiblement constante l'anomalie totale des divers alliages, au voisinage du maximum de la courbe A_0; par suite, elles ne peuvent modifier sensiblement la position de celui-ci.

(2) D'après ce postulat, la courbe différentielle aboutit normalement à l'axe des ordonnées au voisinage du zéro absolu.

chrome, dont il était facile de corriger l'action sur l'anomalie réversible, à l'aide des données recueillies dans l'étude systématique de la dilatation des ferronickels chromés.

Dans le cas des ferronickels purs ([1]), la courbe A_0 (courbe I, *fig.* 2), qui traduit la variation de l'anomalie totale en fonction de la composition, s'élève avec rapidité à partir d'un point d'abscisse 25 pour 100 Ni, teneur pour laquelle le point de Curie s'approche du zéro absolu; elle atteint un maximum très accusé, probablement même un véritable point anguleux, pour une proportion de nickel correspondant au composé Fe^2Ni, puis redescend au delà.

A partir de 58 pour 100 Ni, la courbe expérimentale de dilatation est rencontrée par la courbe normale, et le signe de A_0 s'inverse; enfin, de 80 à 99 pour 100 Ni, l'anomalie totale change deux fois de signe, mais conserve une très faible intensité.

Les courbes II, III et IV, relatives aux alliages renfermant 5, 10 et 15 pour 100 de chrome, ont, dans leur ensemble, même forme que la première :

Si l'on projette sur le plan du diagramme triangulaire Fe-Ni-Cr les points culminants des courbes A_0, les points obtenus se disposent à peu près sur une droite qui, partant de Fe^2Ni, se dirige vers un point de la ligne NiCr dont l'abscisse est approximativement 40 pour 100 Ni. Or, d'après le diagramme de solidification des alliages nickel-chrome établi par Voss ([2]), l'existence du composé Ni^2Cr^3 paraît probable.

L'hypothèse de la formation de Ni^2Cr^3 peut expliquer l'action « diluante » intense que le chrome exerce sur l'anomalie des ferronickels. C'est par une hypothèse analogue, invoquant la formation de cémentite (Fe^3C), que M. Ch.-Éd. Guillaume ([3]) a réussi à interpréter l'action considérable de très petites quantités de carbone sur le changement du minimum de dilatabilité et sur l'instabilité des ferronickels.

([1]) Ferronickels préparés par les méthodes industrielles, aussi exempts que possible d'impureté, et tenant pour principale addition la petite quantité de manganèse indispensable au forgeage : 0,3 à 0,7 pour 100 Mn.

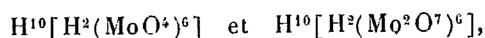
([2]) Dans ce diagramme, les deux branches du liquidus et les deux branches du solidus aboutissent à un point anguleux commun dont l'abscisse, 42 pour 100 Ni, est voisine de la teneur en nickel de Ni^2Cr^3 (42,93 pour 100 Ni).

([3]) *Comptes rendus*, 1920, t. 170, p. 1433, et t. 171, p. 1039.

CHIMIE MINÉRALE. — *A propos d'une systématique des molybdates.* Note de M. S. **Posternak**, présentée par M. L. Maquenne.

Dans deux Notes parues dans ce recueil ([1]), Forsén développe une systématique des polymolybdates incompatible avec les résultats des recherches expérimentales que j'y ai publiées antérieurement ([2]).

Forsén ne fait, en somme, que reprendre la tentative récente de Rosenheim ([3]) d'exprimer la composition de ces sels complexes par les formules de deux acides hypothétiques, aquohexa et aquododécamolybdique,



$$H^{10}[H^2(MoO^4)^6] \quad \text{et} \quad H^{10}[H^2(Mo^2O^7)^6],$$

dont les polymolybdates ne seraient que des sels plus ou moins saturés. J'ai eu déjà l'occasion de m'expliquer à leur sujet.

Forsén adopte tacitement le deuxième de ces acides $M^{12}O^{42}H^{12}$, en le désignant sous le nom d'acide métamolybdique. Il se contente de la moitié du premier qui devient $Mo^3O^{12}H^6$ et est censé exprimer, sous cette nouvelle forme, la vraie nature de l'acide molybdique, auquel, sans aucune preuve à l'appui, et bien inutilement, il attribue une structure cyclique.

Tandis que Rosenheim, conscient de la difficulté de la tâche, se préoccupe des faits contraires, connus à l'époque, et conserve le groupe d'isopolysels, pour y ranger les décamolybdates, Forsén affirme catégoriquement « qu'on peut faire dériver tous les molybdates connus de deux acides » choisis par lui.

Or il est de toute évidence qu'on ne trouve de place, dans un tel système, ni pour les penta (anciennement déca), ni pour les hepta ou paramolybdates dont l'existence ne peut plus faire de doute depuis la préparation du sel hexammonique anhydre et des heptamolybdates tri et monoammonique, ni enfin, pour les undéca et tridécamolybdates hexabasiques. Ces sels, que j'ai décrits récemment, sont tous cristallisés, faciles à préparer et à analyser.

Comme son précurseur, Forsén s'occupe des paramolybdates, mais très superficiellement. Pour lui, ces sels parfaitement cristallisés et analysés avec des résultats concordants par plusieurs auteurs (Zenker, Delafontaine,

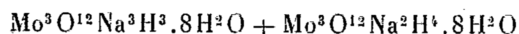
---

([1]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 215 et 327.

([2]) *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 1058 et 1213; t. **172**, 1921, p. 114.

([3]) *Zeitsch. f. anorg. Chemie*, t. **96**, 1916, p. 139.

Ullik) n'ont pas de composition définie. Les paramolybdates de sodium (jusqu'ici on n'en connaissait qu'un seul) seraient des sels mixtes. Pour les faire rentrer dans le système, il les formule



$$Mo^3O^{12}Na^3H^3.8H^2O + Mo^3O^{12}Na^2H^4.8H^2O$$

sans s'apercevoir que cette expression demanderait 25,62 pour 100 d'eau. Je rappelle que les nombreux dosages publiés varient au maximum de 24,85 à 25,13; mes propres analyses m'ont donné 24,84 et 24,87 pour 100 d'eau. On calcule 24,90 pour la formule de Delafontaine



$$3Na^2O.7MoO^3 + 22H^2O,$$

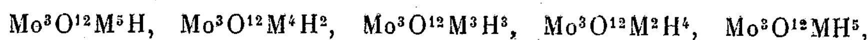
et 25,15 pour 100 pour celle de Rosenheim



$$5Na^2O.12MoO^3 + 36H^2O.$$

Voilà donc une systématique qui écarte, dès sa première confrontation avec les faits, la majeure partie des polymolybdates connus! Ce qui est encore plus extraordinaire, c'est que, basée sur un raisonnement inexact, elle ne systématise, sauf les orthomolybdates, que des composés imaginaires.

Forsén pense que, puisque les orthomolybdates sont neutres et les polymolybdates acides à la phtaléine du phénol, ceux-ci sont des sels non saturés de ceux-là. La formule généralement attribuée aux orthomolybdates M^2MoO^4 n'admettant théoriquement qu'une série unique de sels acides, il la triple arbitrairement et obtient ainsi les cinq séries suivantes de sels à acidité croissante :



$$Mo^3O^{12}M^5H,\quad Mo^3O^{12}M^4H^2,\quad Mo^3O^{12}M^3H^3,\quad Mo^3O^{12}M^2H^4,\quad Mo^3O^{12}MH^5,$$

qui représentent, dans son esprit, autant de groupes de polymolybdates réellement existants.

Or on chercherait en vain, dans la littérature, un seul exemple correspondant à une quelconque de ces cinq séries. Même les trimolybdates bimétalliques des auteurs, auxquels on pourrait songer un instant, sont moins riches en eau constitutive; les sels acides de composition ci-dessus n'existent pas.

J'ai montré, en effet, que les polymolybdates hexabasiques saturés ne se transforment pas, sous l'influence des acides minéraux, en sels acides, mais en homologues supérieurs également saturés et de plus en plus condensés. Ce n'est qu'à la limite de condensation, qui est atteinte par la formation du

complexe *tridécamolybdique*, qu'il devient possible de préparer des sels acides de ce dernier.

Inversement, en ajoutant de l'alcali aux solutions de ces sels, on diminue la complexité des polymolybdates jusqu'à leur transformation intégrale en trimolybdates hexabasiques saturés (anciennement orthomolybdates) qui représentent le premier terme de toute la série. On voit qu'avant Forsén, j'ai été amené a tripler la formule de ces derniers, mais pour des raisons autrement probantes, énumérées ailleurs.

C'est là aussi la vraie cause de l'acidité *apparente* à la phtaléine du phénol des polymolybdates hexabasiques saturés. Elle a son pendant dans l'alcalinité également apparente des mêmes sels vis-à-vis de l'hélianthine, fait non encore signalé et pouvant paraître paradoxal *a priori*, surtout pour les orthomolybdates, considérés jusqu'ici comme semblables aux sulfates neutres.

Pour faire virer au rose l'hélianthine, il faut employer environ $4^{éq},5$ d'acide minéral pour les ortho (formule triplée), $1^{éq},7$ pour les heptamolybdates, $0^{éq},4$ pour le nona et $0^{éq},1$ pour l'undécamolybdate d'ammonium.

Les polymolybdates tétrabasiques (deuxième groupe établi par moi et dérivant du premier par dislocation hydrolytique) peuvent, par contre, exister à l'état acide, quel que soit le nombre de leurs chaînons molybdiques. Les sels monométalliques solubles de ce groupe colorent nettement en bleu le papier de Congo.

Je serai bref en ce qui concerne l'acide métamolybdique de Forsén, qui fut imaginé par Rosenheim pour englober les octo et les tétramolybdates dans le même système.

J'ai prouvé, sur l'exemple des sels d'ammonium, que les octomolybdates d'Ullik ne sont que des tétramolybdates tétrabasiques monométalliques et que les tétramolybdates des auteurs sont effectivement des dodécamolybdates hexabasiques, de formule $3\,R^2O.12\,MoO^3$, n'ayant cependant rien à voir avec l'acide aquododéca ou métamolybdique qui contient 3^{mol} d'eau constitutive en trop.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur l'entraînement de la chaux et de la magnésie par les précipités d'oxyde chromique.* Note de M. **Er. Toporescu**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans deux Notes précédentes ([1]), je me suis occupé d'étudier l'entraînement de différents oxydes par les précipités d'oxyde ferrique, en vue de déterminer quels sont les facteurs déterminant le phénomène et d'établir des méthodes permettant de séparer l'oxyde de fer des substances entraînées. Dans cette Note, je me propose d'étudier l'entraînement de la chaux et de la magnésie par l'oxyde de chrome, dans le but de reconnaître si le phénomène d'entraînement est d'ordre chimique ou physique.

Les précipitations ont été toutes faites à l'ébullition en ajoutant à 50^{cm^3} de solution 5^{cm^3} d'ammoniaque concentrée; on laisse ensuite refroidir et l'on filtre. Dans toutes ces précipitations, l'oxyde de chrome est toujours mis en présence d'un excès de sels solubles.

Entraînement de la chaux. — La solution de chlorure de calcium contenait 7,74 pour 100 de sel et celle de chlorure de chrome 1,152 pour 100, en variant les proportions de manière à avoir toujours 50^{cm^3} de solution.

Composition.				
Solution.		Précipité.		
Cl^2Ca.	Cl^3Cr.	CaO.	Cr^2O^3.	CaO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
1	5	0,0221	0,0276	80
2	»	0,0259	»	93,8
2,5	»	0,0307	»	111,2
3,5	»	0,0290	»	105,1
5,5	»	0,0319	»	115,6
7,5	»	0,0281	»	101,8

Composition.				
Solution.		Précipité.		
Cl^2Ca.	Cl^3Cr.	CaO.	Cr^2O^3.	CaO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
10	5	0,0298	0,0276	107,9
2,5	2,5	0,0159	0,0128	124,2
»	5	0,0307	0,0276	111,2
»	7,5	0,0355	0,0394	90,1
»	10	0,0396	0,0550	72

On peut voir dans ce Tableau que la quantité de chaux entraînée croît avec la concentration de la solution en chlorure de calcium et tend vers une limite qui correspond à 108,3 pour 100 du poids de l'oxyde de chrome. En cherchant à voir si cet entraînement limite correspond à une combinaison chimique, on trouve qu'elle correspond à un chromite qui renferme pour une molécule d'oxyde de chrome trois molécules de chaux $Cr^2O^3, 3CaO$. Pelouze, dans son travail ([2]), donne comme formule de ce

([1]) *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 1251 et t. **171**, 1920, p. 303.

([2]) *Ann. Chim. Ph.*, 3e série, t. **33**, p. 9.

chromite Cr^2O^3, $2CaO$, formule inexacte, car il avait opéré dans des conditions où l'entraînement de la chaux n'était pas maximum.

On peut enlever toute la chaux entraînée en lavant sur le filtre le précipité avec une solution bouillante à 5 pour 100 d'azotate d'ammonium.

Entraînement de la magnésie. — Les solutions qui m'ont servi pour faire les précipitations ont les concentrations suivantes : celle de sulfate de magnésium, 4,92 pour 100 et celle de sulfate de chrome, 1,79 pour 100. Pour empêcher la précipitation directe de la magnésie par l'ammoniaque, j'ai introduit dans les solutions une quantité constante de chlorure d'ammonium égale à 2 pour 100.

Composition.				
Solution.		Précipité.		
SO^4Mg.	$(SO^4)^3Cr^2$.	MgO.	Cr^2O^3.	MgO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
2,5	5	0,0290	0,0347	83,5
5	»	0,0357	»	102,8
7,5	»	0,0381	»	110
10	»	0,0407	»	117,3
15	»	0,0418	»	120,4
20	»	0,0455	»	131,1
25	»	0,0506	»	146

Composition.				
Solution.		Précipité.		
SO^4Mg.	$(SO^4)^3Cr^2$.	MgO.	Cr^2O^3.	MgO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
5	5	0,0357	0,0347	102,8
»	7,5	0,0465	0,0510	91,1
»	10	0,0584	0,0698	83,7
»	12,5	0,0680	0,0880	77,3
»	15	0,0745	0,1052	70,8

On voit que l'entraînement de la magnésie est notable, mais irrégulier, et augmente avec la concentration en sulfate de magnésium. Cette irrégularité dans l'entraînement est due à la quantité de chlorure d'ammonium qui se trouve dans la solution primitive. En saturant la solution en chlorure d'ammonium, cet entraînement atteint une limite :

$(SO^4)^3Cr^2$.	SO^4Mg.	Cr^2O^3.	MgO.	MgO.
cm³	cm³	g	g	pour 100
5	10	0,0224	0,0210	93,7
»	25	0,0258	0,0264	102,3
»	45	0,0256	0,0265	103,4
»	sat.	0,0201	0,0244	121,3
conc. arbitr.	»	0,0456	0,0523	114,4
»	»	0,0442	0,0545	123,3
»	»	0,0536	0,0618	115,3

Cette limite correspond à un chromite bien déterminé qui a comme formule Cr^2O^3, $3MgO$.

Pour débarrasser le précipité de la magnésie entraînée, on lave plusieurs fois par décantation le précipité avec une solution bouillante d'azotate d'ammonium 5 pour 100.

On voit que dans ces deux expériences le phénomène de l'entraînement apparaît comme d'ordre chimique.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage du maltose ou du lactose en présence d'autres sucres réducteurs (emploi de la liqueur de Barfœd).* Note de M. **Legrand**, présentée par M. L. Lindet.

L'emploi de la liqueur de Barfœd [1] (1 partie d'acétate neutre de cuivre dans 15 parties d'eau, dont on prend 200$^{cm^3}$ pour ajouter 5$^{cm^3}$ d'acide acétique à 38 pour 100) offre, pour le dosage du maltose ou du lactose, en présence des autres sucres réducteurs, une ressource que l'on méconnaît d'ordinaire. Les monoses (glucose, lévulose, galactose) réduisent en effet l'oxyde cuivrique de cette liqueur, les bioses (maltose, lactose) ne le réduisent pas. On peut donc obtenir la quantité de maltose ou de lactose contenue dans une solution sucrée, par différence entre la somme des monoses et des bioses déterminés par la liqueur de Fehling et la quantité de monose obtenue par la liqueur de Barfœd.

Sieben [2], pour éviter de former, par évaporation de l'acide acétique, un sel basique et pouvoir détacher du verre l'oxydule de cuivre déposé, chauffait les liqueurs en vase scellé, pendant trois jours, au bain-marie à 40°. J'ai préféré chauffer à l'ébullition pendant 3 minutes dans un vase conique, et j'ai constaté que, dans ces conditions, la perte d'acide acétique, qui n'est que de 4 pour 100, n'influe pas sur le résultat et n'entraîne pas la formation du sel basique. J'ai opéré sur des quantités constantes d'acétate de cuivre à une concentration favorable, soit : 5$^{cm^3}$ de solution sucrée (contenant au plus 0^g,100 de sucre) et 15$^{cm^3}$ de liqueur de Barfœd.

L'oxydule de cuivre est recueilli sur un filtre ordinaire, et, suivant les indications de M. Gabriel Bertrand, je dose le cuivre volumétriquement par le sulfate ferrique et le permanganate. J'ai ainsi établi des courbes donnant le poids de cuivre réduit en fonction de quantités connues de monoses, et je me suis assuré que le maltose et le lactose, seuls ou en mélange avec des monoses, ne réduisaient pas l'oxyde de cuivre dans les conditions précisées plus haut.

I. J'ai appliqué la méthode précédemment décrite, à l'étude de certains liquides, dans lesquels le maltose se trouvait en présence de glucose ou de lévulose.

Moûts de saccharification. — Dans des moûts de maïs et de seigle, saccha-

---

(1) Barfœd, *Organische Analyse qualitative* (Copenhague, 1881).

(2) Sieben, *Z. d. Ver. für d. Rubenzucker Ind.*, t. 34, 1884, p. 837-853.

rifiés par de l'extrait de malt ou par la ptyaline de la salive, j'ai dosé simultanément le maltose et le glucose, provenant du dédoublement du maltose par la maltase.

Grains en germination (orges et sarrasins). — Les grains ont été broyés et triturés dans de l'eau contenant du bisulfate de mercure pour empêcher les diastases d'agir, et pour précipiter les matières azotées, l'excès de bisulfate étant éliminé par de l'eau de baryte. De toutes mes analyses portant sur ces grains à différents stades de germination industrielles (Distillerie Maisons-Alfort), j'ai conclu à l'existence, quelquefois contestée, du maltose dans ces grains, et par conséquent d'une saccharification interne. J'ai remarqué ainsi que la proportion de maltose par rapport aux autres sucres réducteurs semblait diminuer pendant la germination, ainsi que l'indique le Tableau ci-dessous.

Germes de pommes de terre. — En opérant de la même manière sur ces germes, j'ai trouvé des quantités assez importantes de maltose.

La présence simultanée de maltose et de glucose dans tous les liquides analysés a été vérifiée par l'acétate de phénylhydrazine.

	Grains d'orge en germination. — Pour 100 de grains secs.			Grains de sarrasin en germination. — Pour 100 de grains secs.		Germes de pommes de terre — Pour 100 de matière sèche.
	Sortant du trempage.	4 jours de germination.	8 jours de germination.	4 jours de germination.	8 jours de germination.	
Maltose.........	0,14	1,04	0,83	0,32	0,08	1,00
Autres sucres réducteurs......	0,24	1,53	1,80	0,65	1,18	4,80
$\frac{\text{Maltose.}}{\text{Sucres réducteurs}}$	0,60	0,69	0,46	0,49	0,06	0,22

II. Pour le dosage du lactose en présence d'autres sucres réducteurs, je me suis adressé à des laits plus ou moins altérés. Ils avaient été conservés pendant un assez long temps, au bichromate, pour être ensuite expertisés. Dans ces conditions, le lactose avait subi une hydrolyse partielle en glucose et galactose.

Les pouvoirs réducteurs de ces sucres étant supérieurs à celui du lactose anhydre, on ne peut estimer exactement la quantité de sucre contenue dans le lait et calculer l'extrait sec total au moyen de tous les éléments dosés séparément.

J'ai pensé que le dosage de ces deux monoses pouvait être rendu facile en employant la liqueur de Barfœd.

Il m'a fallu d'abord déterminer les poids de cuivre précipité par des quantités connues de glucose et de galactose mélangées en mêmes proportions; puis trouver, par la liqueur de Fehling combien de glucose correspondait au lactose non hydrolysé, et enfin convertir cette dernière quantité de glucose en lactose anhydre, en multipliant celle-ci par le coefficient 1,353.

A l'aide du pouvoir rotatoire, j'ai pu vérifier mes résultats et pour trois échantillons de lait (certainement mouillés) déféqués au bisulfate de mercure et saturés par la baryte, j'ai obtenu :

Pour 100 *de lait.*

	Lactose anhydre			
	par pouvoir réducteur.	par pouvoir rotatoire.	Glucose + galactose.	Somme des sucres réducteurs.
Premier échantillon	2,14	2,40	1,53	3,67
Deuxième échantillon ...	2,83	2,94	0,69	3,52
Troisième échantillon....	2,07	2,26	1,93	4,00

Cette même méthode est, d'autre part, la seule qui puisse être appliquée à la détermination de la quantité de saccharose transformée en sucre inverti dans des laits concentrés.

La liqueur de Barfœd peut être utilisée dans les brasseries et les distilleries de grains et par les chimistes de la répression des fraudes.

GÉOLOGIE. — *Les changements de climat du Sahara pendant le Quaternaire.* Note de M. R. Chudeau, présentée par M. H. Douvillé.

Dans une Note précédente, j'ai cherché à indiquer les grands traits de l'hydrographie ancienne du Sahara occidental et central. Le Sahara oriental, moins bien connu, semble assez différent ([1]) et nous le laisserons de côté. Il reste à fixer à quelle date est mort ce réseau hydrographique. Cette date n'est pas très lointaine : un premier témoignage est fourni par les oueds eux-mêmes dont les berges sont souvent bien conservées; l'archéologie fournit d'autres preuves : certains groupes de tombes monumentales, dont la construction a visiblement exigé un long travail, se trouvent dans les tanezrouft, parties du désert où tout séjour est actuellement impossible; des meules à broyer le grain, trop lourdes pour être transportables, se

([1]) E.-F. Gautier, *Ann. de Géographie*, 1919, p. 401-413.

rencontrent dans des conditions analogues; elles suggèrent l'existence de villages d'agriculteurs sédentaires en des points où les pasteurs ne peuvent plus que passer rapidement.

La stratigraphie du Quaternaire soudanais est inconnue; sur celle du Sahara, on n'a que quelques indications fragmentaires; malgré de nombreuses recherches, l'échelle des mammifères du Quaternaire algérien n'est pas établie avec précision. Les points de repère certains font donc défaut et l'exposé suivant comporte une large part d'hypothèses.

On sait que la météorologie théorique enseigne que, au voisinage des tropiques, doivent exister des zones où les pluies sont rares (déserts); au sud de cette zone, dans l'hémisphère boréal, se rencontrent des régions à pluies d'été; au nord, des régions à pluies d'hiver. Cette disposition des climats, qui dépend de causes astronomiques permanentes, doit *a priori* être fort ancienne. En fait, on sait que, depuis l'Oligocène, l'Algérie est un pays de chotts; elle avait donc, comme maintenant, un climat sec, un climat de steppes; on sait, avec plus de précision, « que la direction des vents dominants et la répartition des pluies entre les saisons n'ont pas varié d'une façon appréciable depuis la fin du Pliocène ancien » ([1]). Mais il y a eu des variations dans la quantité des pluies. En Berbérie, les dernières périodes humides correspondent au Paléolithique ancien (Chelléen) et moyen (Moustérien), périodes de grande extension des glaciers en Europe, et par suite de hautes pressions au nord de la Méditerranée.

On peut admettre qu'à cette époque, la zone des calmes tropicaux était plus méridionale qu'actuellement et qu'il pleuvait au Sahara; le désert s'étendait sur la zone sahélienne et le nord du Soudan où il est encore indiqué par les Ergs fossiles qui couvrent ces régions et que j'ai pu suivre du Sénégal au Tchad; leur limite nord se trouve au voisinage de 18° lat. N. à la limite sud du Sahara actuel.

En même temps que les glaciers reculaient en Europe, les zones de climat remontaient vers le Nord et venaient occuper progressivement leur position actuelle; la pluie cessait de tomber régulièrement au Sahara et les fleuves ne coulaient plus que d'une manière accidentelle. Ces crues espacées permettaient cependant la vie le long de certains thalwegs, en des points choisis, comme elles la permettent encore dans quelques oasis.

Peu à peu les dunes sont venues barrer les vallées, frappant de mort tout ce qui était à l'aval : une dune, établie à Foum El Kheneg (29° lat. N.)

([1]) Général DE LAMOTHE, *Congrès géologique de Mexico*, 1906, p. 446.

à travers le lit de la Saoura, a arrêté les crues de 1903 et de 1906; un canal y a été creusé et la crue de 1911 est parvenue à 70^{km} plus au sud, à Haci Djehebel. Ce mécanisme a dû jouer fréquemment.

Quant aux fleuves qui, comme le Niger, descendaient des hauteurs voisines du golfe de Guinée, où il a toujours plu, et aboutissaient au Sahara, il semble qu'ils ont surtout été victimes de phénomènes de capture; j'ai montré ailleurs comment le Taffassasset avait capté le Niger probablement au Paléolithique, vers la fin de la période glaciaire (1).

J'ai indiqué aussi antérieurement (2) comment au Sahara, où l'érosion fluviale ne joue plus, des mouvements tectoniques avaient modifié la pente de certaines vallées, au point d'empêcher les rivières de couler.

Cette mort progressive des oueds, due à des causes mécaniques et non plus climatiques, explique que pendant longtemps, pendant le Néolithique et même pendant les temps historiques, des sédentaires aient pu se maintenir dans des vallées aujourd'hui inhabitables.

Cette histoire de l'hydrographie ancienne du Sahara explique bien comment les Vertébrés et les Mollusques aquatiques d'origine éthiopienne ont pu pénétrer jusqu'aux confins de la Berbérie; elle explique aussi comment une flore méditerranéenne a pu s'établir sur les hauteurs du Sahara central; quand les oueds sahariens coulaient, cette flore a pu les suivre au loin vers le Sud; lorsque, avec le recul des glaciers, ils se sont asséchés, les espèces méditerranéennes ont dû se retirer vers le Nord ou émigrer sur les hauteurs; par un phénomène parallèle, la flore des Alpes et des Pyrénées présente des formes communes avec l'extrême nord de l'Europe.

Le Sahara occidental jusqu'à 200^{km} ou 300^{km} de l'Atlantique est un peu moins aride que le Sahara central; les oueds ont dû s'y assécher un peu plus tard; l'Hippopotame aurait vécu dans la Seguiert El Homra jusqu'à l'époque romaine (3); encore actuellement, la forêt d'Arganiers de l'Ouest marocain contient de nombreux Mammifères à affinités éthiopiennes (4); j'ai montré ailleurs que, dans le Rio de Oro, et même dans le nord de l'Adrar, à côté d'espèces sahariennes qui dominent, se rencontrent mélangées de nombreuses plantes originaires de la Méditerranée et du Soudan.

La dessiccation du Sahara, causée essentiellement par un changement de climat coïncidant avec la fin de la période glaciaire, s'est achevée par des

(1) *Ann. de Géographie*, janvier 1919, p. 52-60.

(2) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 18, 1918, p. 81.

(3) Joleaud, *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 20, 1920, p. 13-26.

(4) Joleaud, *Bull. Soc. zool. Fr.*, t. 43, 1918, p. 83-102.

causes mécaniques (barrages des oueds par des dunes, captures, mouvements tectoniques); ces derniers phénomènes ont agi plus rapidement dans le désert de Libye que dans le Sahara central et surtout occidental, où l'élevage des bœufs accompagne encore celui des chameaux entre le Sénégal et le Maroc.

Le réseau hydrographique saharien, tel qu'il est reconstitué actuellement, était le résultat d'une longue évolution, dont il est encore impossible de reconstituer les phases; les faits connus sont trop peu nombreux. Il existe des traces de terrasses : près de Taourirt (Bas Touat) et dans le nord de l'Ahnet, des couches à *Cardium edule* sont en place à 5ᵐ au-dessus des thalwegs actuels; en Mauritanie et dans l'Azaouad, des calcaires quaternaires lacustres sont entaillés (jusqu'à 15ᵐ) par l'érosion fluviale ([1]).

Les falaises gréseuses du cap Blanc sont des dépôts d'estuaire, indiquant un fleuve important dont les traces ne se retrouvent pas en Mauritanie; l'existence dans ces grès et aux Canaries d'*Helix Gruveli*, qui appartient à un groupe canarien, permet de croire que ce fleuve prenait sa source dans l'archipel avant l'effondrement de l'Atlantide; cette opinion est renforcée par l'existence de quelques plantes canariennes sur le littoral atlantique du Sahara et de quelques mollusques ([2]). Et ceci nous reporte probablement au début des temps quaternaires.

BOTANIQUE. — *Le dimorphisme des éléments chromosomiques chez* le Polypodium Schneideri *pendant les périodes de télophase et d'interphase.* Note de M. R. DE LITARDIÈRE, présentée par M. Gaston Bonnier.

Le Polypodium Schneideri Hort. (non Christ), hybride des *P. aureum* L. et *vulgare* L. forme *cornubiense* (Moore) ([3]) m'a offert une particularité cytologique sans précédent : dans les noyaux appartenant à la période de télophase, on remarque, au milieu de filaments chromosomiques assez minces et moniliformes, identiques à ceux du *P. vulgare*, d'autres filaments, bien moins nombreux, très chromatophiles, d'un calibre beaucoup plus fort et

---

([1]) *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4ᵉ série, t. 12, 1912, p. 432.

([2]) L. GERMAIN, *Bull. du Muséum*, 1911, p. 327.

([3]) Cette plante a été obtenue par M. Schneider dans les serres de MM. Veitch et fils, à Chelsea près Londres.

Le *P. vulgare* forma *cornubiense* (Moore, *pro var.*) est connu aussi sous le nom de var. *elegantissimum* A. Stansf.

beaucoup plus régulier, présentant de la sorte un aspect de chondriocontes.

La structure des noyaux interphasiques est semblable; mais presque dès le début des processus d'anachromase ([1]), les filaments perdent peu à peu leur caractère hétéromorphe, car il se produit une égalisation de la substance des éléments moniliformes. A la métaphase, on ne remarque aucune différence appréciable entre les chromosomes, à part certaines inégalités de longueur, du reste assez faibles, comme cela a lieu dans la majorité des Polypodiacées.

Le *Polypodium Schneideri* étant, je viens de le dire, d'origine hybride, on aurait pu tout d'abord croire qu'il existait là une différence inhérente aux chromosomes des deux parents; mais, dans les noyaux en télophase du *P. aureum* d'une part et du *P. vulgare* forma *cornubiense* d'autre part, les éléments chromosomiques sont semblables. Les cordons épais de l'hybride se présentant en nombre bien plus faible que celui des filaments grêles, on pourrait alors songer qu'ils correspondent aux chromosomes du *P. aureum*, puisque cette espèce a apporté seulement un contingent de 36 chromosomes lors de l'union des gamètes, tandis que celui du *P. vulgare* forma *cornubiense* est de beaucoup supérieur.

Dans cette hypothèse, il faudrait admettre que les éléments chromosomiques du *P. aureum*, transportés dans un milieu qui n'est pas le leur, subissent dès lors une évolution spéciale, un « catachromasisme » différent de celui qu'ils présentent dans leurs propres noyaux.

L'étude des hybrides offre toujours un grand intérêt au point de vue cytologique; peut-être retrouvera-t-on ailleurs des faits identiques à celui que je viens de signaler; ils prouveraient que l'explication que j'en donne est bien conforme à la réalité.

BOTANIQUE. — *Sur une tige à géotropisme horizontal.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

De ce qu'un fait est d'une fréquence extrême, il ne faut pas en conclure qu'il soit absolument général. Cette vérité évidente par elle-même semble

([1]) Vejdovský (1907, 1912) a créé deux termes (*Katachromase* et *Anachromase*) pour désigner les *processus chromosomiques* qui se déroulent pendant les périodes de télophase et de prophase; aucun auteur n'a encore suivi le cytologiste tchèque; mais il m'a semblé que la reprise de ces noms s'imposait, car ils caractérisent parfaitement l'etat du noyau au cours de ces *périodes caryocinétiques*.

avoir été négligée dans un certain nombre de phénomènes ressortissant des Sciences naturelles en général et de la Botanique en particulier, où l'on semble s'être efforcé d'émettre des aphorismes généraux, alors que, bien souvent, les exceptions sont presque aussi nombreuses que les cas considérés comme normaux. Je voudrais, à ce propos, faire quelques remarques au sujet d'une notion qui semblait, jusqu'ici, définitivement établie et relative au *géotropisme* de la tige. Il est, évidemment, de connaissance banale que, à moins qu'elle ne fût rampante, la tige aérienne, dès sa naissance, se dirige en apparence toujours en sens contraire du centre de la Terre, c'est-à-dire est douée d'un *géotropisme négatif*. Cette constatation, qui est si fréquente et sert même à définir, physiologiquement, la tige, n'est, cependant, pas aussi générale qu'on le croit. J'ai pu le constater très facilement à l'aide de graines, cependant très connues, celles des *Lentilles*.

En cultivant, à l'obscurité, des semences de la *Lentille large blonde* ou de la *Lentille verte du Puy* (il n'y a pas de raisons pour supposer qu'il n'en soit pas de même pour les autres races, d'ailleurs peu nombreuses, de Lentilles), on obtient une jeune tige *croissant rigoureusement suivant l'horizontale* et ayant, par suite, ce qu'on peut appeler un *géotropisme horizontal* (on dit aussi *plagiotropisme*).

Si, après qu'elle a commencé à se développer ainsi que je viens de le dire, on place cette tige verticalement (soit vers le haut, soit vers le bas), ou obliquement, elle continue à croître, non dans le sens vertical, mais *horizontalement*, ce qui montre que son horizontalité est bien due à son géotropisme et non, comme on pourrait le supposer, à la position initiale qui lui imprime sa position primitive dans la graine. Cette croissance horizontale continue jusqu'à ce que la tige meure d'inanition, c'est-à-dire lorsqu'elle a atteint une dizaine de centimètres. Une telle constatation est facile à faire si l'on prend soin de cultiver les plantules dans un milieu aqueux et de telle sorte que la tige puisse s'étaler librement sans être gênée par des objets voisins (¹).

Cette croissance horizontale, et c'est là un point essentiel à noter, *n'a lieu qu'à l'obscurité*. Si les graines sont mises à germer dans les mêmes

(¹) Si l'on cultive les plantules sur un milieu solide (sciure de bois, terre, sable, etc.) humecté, les tiges, après avoir rampé sur le substratum pendant une dizaine de centimètres, témoignent d'une certaine tendance à se relever, au sommet, dans le sens de la verticale, mais il pourrait bien se faire que ce changement de direction fût en rapport avec l'*hydrotropisme négatif* plutôt qu'avec le géotropisme.

conditions, mais en recevant de la lumière sur tout leur pourtour, les tiges se dirigent vers le zénith, ce qui montre, d'une part, qu'elles ne sont pas rampantes dans les conditions naturelles, et, d'autre part, que leur *géotropisme*, dans les mêmes conditions, est négatif. La présence ou l'absence de lumière a donc modifié la nature même du géotropisme; on peut, d'ailleurs, s'en rendre compte d'une autre façon en mettant à la lumière une tige étiolée, laquelle, comme je l'ai dit, est toujours horizontale : quelques heures après, elle continue à croître, mais, cette fois-ci, verticalement vers le haut. Il est bon de remarquer, en passant, que la tige de la Lentille n'est que très modérément phototropique, c'est-à-dire qu'elle s'incline à peine vers une source unilatérale de lumière.

En résumé :

1° Les tiges aériennes (non rampantes) n'ont pas *toujours*, comme on le dit, un *géotropisme négatif;* celui-ci, quoique extrêmement fréquent, *n'est pas rigoureusement général;*

2° Les tiges de Lentilles cultivées à l'obscurité ont un *géotropisme* nettement *horizontal;*

3° La *lumière*, d'une autre façon que par le phototropisme, *peut modifier le sens du géotropisme*, ainsi qu'on le voit dans la tige de la Lentille, qui, d'horizontale qu'elle est à l'obscurité, devient verticale à la lumière.

Ces constatations pourront peut-être avoir quelque intérêt pour faciliter la recherche des causes (encore inconnues) du géotropisme.

BOTANIQUE. — *A propos des greffes de Soleil sur Topinambour.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait depuis longtemps que, dans les greffes de Soleil sur Topinambour, celui-ci donne une tuberculisation réduite et emmagasine quand même de l'inuline pour passer à l'état de vie ralentie. On peut se demander si, comme on l'a affirmé récemment, l'inuline ainsi mise en réserve provient, exclusivement ou presque, des produits dextrogyres élaborés par le Soleil greffon. S'il en est ainsi, la valeur des réserves du sujet, considérée chez des exemplaires différents, doit être proportionnelle sensiblement au développement et aux poids relatifs des greffons, à la fin de la végétation de ceux-ci, comme cela se produit quand on greffe des *Helianthus orgyalis* sur Topinambour qui, comme lui, fabriquent de l'inuline et se développent d'une façon presque analogue.

En vue de résoudre ce problème, j'ai fait l'an dernier, à six semaines d'intervalle, deux séries de greffes de Soleil sur Topinambour, dans des conditions aussi comparables que possible. Les greffons se développèrent d'une façon très inégale; le nombre, le volume et le poids des tubercules formés par les sujets furent des plus variables suivant les exemplaires. Ainsi, chez six greffes de la première série, les poids des tubercules étaient de 275^g, 57^g, 99^g, 80^g, 105^g et 35^g quand les greffons presque secs pesaient respectivement 445^g, 510^g, 105^g, 101^g, 350^g et 227^g; chez dix exemplaires de la deuxième série, les tubercules pesaient 40^g, 145^g, 80^g, 85^g, 117^g, 63^g, 90^g, 95^g, 78^g et 120^g et les greffons 280^g, 310^g, 96^g, 75^g, 190^g, 80^g, 90^g, 125^g, 68^g et 185^g.

La proportionnalité n'existant pas, il faut en conclure que le Soleil n'est pas le générateur principal de l'inuline du Topinambour greffé. Mais alors d'où provient cette substance? Les expériences suivantes vont nous renseigner sur ce point.

Considérant que toute olodibiose ou greffe ordinaire est précédée d'un effeuillage et d'une décapitation du sujet, interrompant la circulation libérienne après reprise comme dans une décortication annulaire à lèvres rejointes, j'ai maintenu unitiges des topinambours et je les ai effeuillés, décapités ou décortiqués en supprimant leurs pousses de remplacement. A la fin de la végétation, j'ai recherché les variations de tuberculisation produites par ces opérations en comparant avec des Topinambours témoins également maintenus unitiges. Les résultats de ces expériences ont été très démonstratifs. Tandis que les témoins ont fourni un poids moyen de tubercules de 4^{kg},380, les pieds opérés ont eu des poids de tubercules beaucoup plus faibles. Ainsi des exemplaires effeuillés unilatéralement et progressivement, auxquels j'avais laissé 12 feuilles au sommet, ont donné 1^{kg},760 de tubercules, en leur laissant 6 feuilles seulement le poids est tombé à 815^g; donc la mise en réserve est sensiblement proportionnelle à l'activité et la quantité de la chlorophylle de l'appareil aérien.

J'ai décapité des Topinambours à des hauteurs différentes, 35^{cm}, 60^{cm} et 80^{cm}, en laissant deux feuilles au sommet pour entretenir la vie de la tige, et en supprimant avec soin les pousses de remplacement, j'ai récolté seulement 35^g, 80^g, 125^g et 164^g de tubercules en moyenne. La mise en réserve était proportionnelle sensiblement à la longueur de la tige conservée. Dans les exemplaires décapités à la même hauteur, mais auxquels j'avais laissé un nombre variable de feuilles d'appel, les réserves étaient en rapport avec ce nombre, réduites encore s'il n'y avait qu'une feuille conservée, augmentées au contraire s'il y avait plus de deux feuilles. Avec deux verticilles de trois feuilles, il y eut 315^g de tubercules et 470^g avec trois verticilles. La valeur des

réserves dépend donc à la fois de la capacité fonctionnelle des feuilles et de celle de la portion de tige conservée.

J'ai fait en outre des décortications annulaires de grandeur différente, 1^{cm} et 5^{cm} à des hauteurs variables au-dessus du sol. Les premiers ont assez rapidement rejoint les lèvres de la blessure, tandis que la plaie des secondes est restée béante jusqu'à la fin de la végétation.

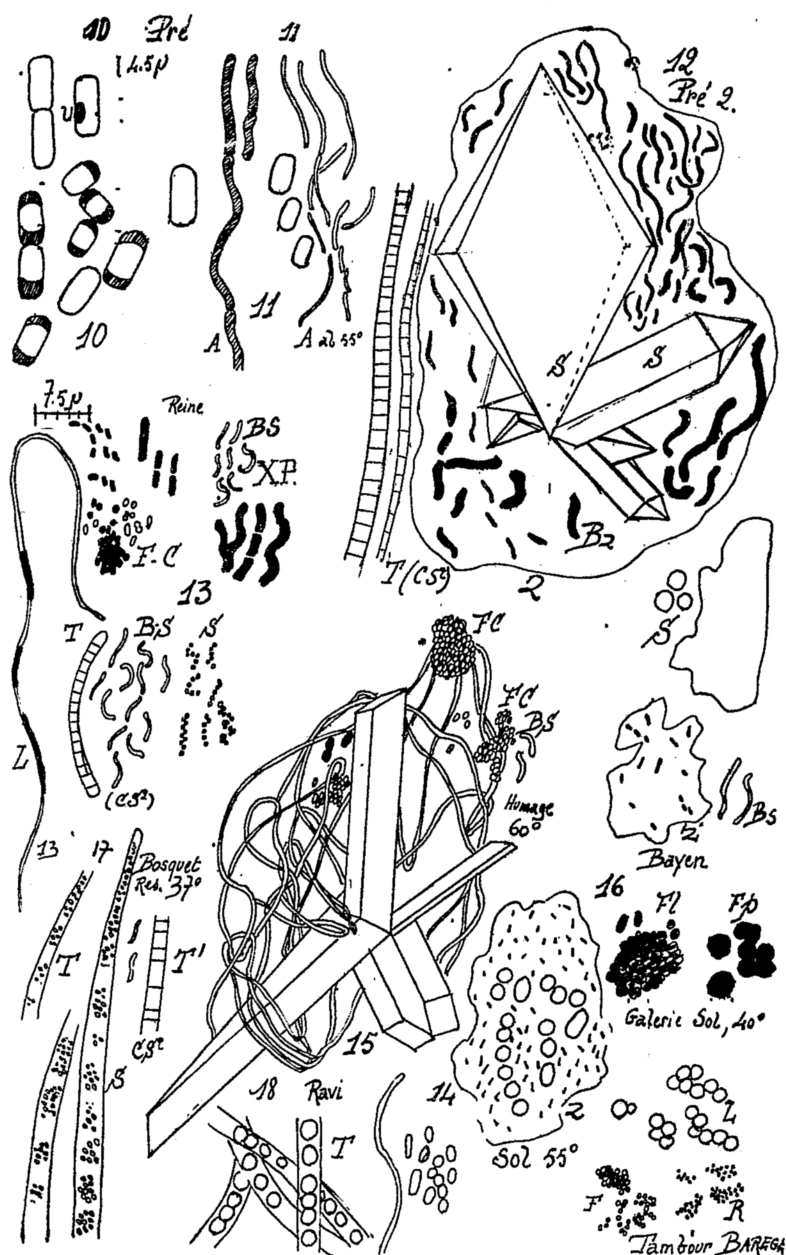
Les exemplaires complètement cicatrisés m'ont donné en moyenne $2^{kg},450$ de tubercules, la circulation du lévulose avait subi un temps d'arrêt, mais elle s'était faite de nouveau ensuite quoique plus lente. Dans les autres, le transport s'était arrêté, et l'inuline n'avait pu se former qu'aux dépens de la partie de la tige inférieure à la décortication. La moyenne des poids des tubercules a été de 225^{g}, mais ceux qui avaient été décortiqués à 30^{cm} du sol avaient des poids variant de 50^{g} à 80^{g} au plus. Enfin chez des pieds décapités en même temps que décortiqués à 5^{cm} de largeur, la mort était venue rapidement avec une mise en réserve insignifiante. Ayant opéré à des époques différentes j'ai encore constaté que les résultats obtenus variaient avec l'âge des tiges. Mais chez tous les exemplaires à tuberculisation très réduite, les tubercules étaient allongés, moins colorés que les témoins et ils avaient mûri beaucoup plus vite. Or ces phénomènes peuvent exister dans la greffe, soit conjointement, soit séparément; cela montre leur communauté d'origine.

Il résulte de ces expériences que les réserves formées par le Topinambour greffé avec le Soleil ne proviennent pas exclusivement ou presque des matériaux élaborés par celui-ci, qui le rappelle dans ses graines au moment où le sujet commence à se tuberculiser. L'inuline du Topinambour greffé ne peut avoir que deux origines : 1° elle dérive en entier des produits lévogyres fabriqués par la chlorophylle du sujet, dont le travail n'est pas négligeable quand la tige a $0^{m},80$ de longueur, et aussi du travail des drageons émis continuellement par le sujet et difficiles à supprimer sans qu'ils aient assimilé, quelle que soit la surveillance exercée; 2° ou bien elle provient en partie seulement de ces sources et, pour l'autre partie, du déplacement des réserves du tubercule primitif qui se comporte alors à la façon de la pomme de terre, émettant de petits tubercules aux dépens d'un plus ancien à la suite d'à-coups de végétation ou de conditions spéciales entravant son développement normal.

BOTANIQUE. — *Influence de la température des eaux thermales de Luchon sur leur flore.* Note de M. **Jean Dufrenoy**, présentée par M. L. Mangin.

Les 80 griffons de Luchon fournissent, entre 30° et 63°, des eaux riches en soufre et en fer assimilables.

Au classement thermique correspond assez bien le classement biologique



d'après le mode de symbiose des bactéries réductrices avec les ferrobactéries et les sulfuraires oxydantes.

I. *Eaux tièdes* (Réservoir du Bosquet : 38°) sulfuraires : *Thiothrix* immergés à 10^{cm} (*fig.* 17).

II. *Eaux chaudes* (Pré n° 2 : 53°; Saule : 55°; Reine : 57°) couvertes de dépôts de barégine, c'est-à-dire de zooglées bactériennes muqueuses, probablement pectiques (B^2, *fig.* 12); à la face supérieure, des Ferrobactériacées (*Siderocapsa* Molisch) s'incrustent d'hydroxyde de fer (F. C., *fig.* 13), des Sulfuraires (B. S., *fig.* 13) brûlent H^2S, fixant S en granules ou en cristaux; à la face immergée, privée d'oxygène par les Sulfuraires de la surface, des bactéries réduisent les sulfates, dégagent H^2S, fixent le sulfate ferreux.

III. *Eaux très chaudes* (Ferras ancienne : 50°; Pré n° 1 : 60°; Humage : 62°; Bayen : 63°). — A la surface, quelques pellicules à *Siderocapsa* et à Sulfuraires en filaments très fins ou bâtonnets (*fig.* 15) avec cristaux.

Au fond, les bactéries réductrices des sulfates précipitent le sulfate ferreux en « boues bleues ».

Sur la grande échelle des différentes sources, *la température détermine l'aspect de la flore*, la rend très différente dans deux sources du même groupe hydrologique (Pré n° 1 : 60°; Pré n° 2 : 50°).

Des eaux à 40° hébergent des bactéries capables d'évoluer dans l'étuve à 55°-60°, à côté d'espèces des eaux très chaudes; les espèces évoluant à 15° manquent.

A Luchon, comme à Barèges, les Ferrobactériacées filamenteuses préfèrent les eaux froides ou tièdes [1], les formes arrondies (*Siderocapsa*) sont ubiquistes et tolèrent 43°.

Les Sulfuraires évoluées (*Beggiatoa*) vivent en eau froide, les *Thiothrix* tolèrent 50°; seules les *Thiobactéries* de très faible diamètre supportent les eaux très chaudes. Partout active, la formation du soufre est surtout intense entre 40° et 50°.

CRYPTOGAMIE. — *Action d'un Champignon parasite sur* Dilsea edulis *Stackhouse*. Note de M. E. Chemin, présentée par M. L. Mangin.

Les frondes de *Dilsea edulis* présentent fréquemment, en été et en automne, des taches circulaires d'une nuance générale verdâtre et d'un diamètre variable pouvant atteindre jusqu'à 15^{mm}. Dans l'une de ces taches on peut distinguer trois zones : une zone externe, de 1^{mm} environ de largeur, d'une teinte dégradée allant du rouge sombre de l'algue au vert chlorophyl-

---

(1) Cf. E.-C. Harder, *Iron depositing bacteria and their geological relations* (*U. S. Geol. Survey, Paper*, t. 113, 1919).

lien ; une zone moyenne, d'un vert intense, passant graduellement au blanc jaunâtre de la zone interne. A la limite de ces deux dernières, on observe une auréole de pustules blanches, hémisphériques, faisant saillie à la surface; elles se rencontrent sur l'une et l'autre face. Une déchirure à bords irréguliers occupe généralement le centre. Tant que le diamètre de la tache n'atteint pas 7^{mm} à 8^{mm}, on n'aperçoit aucune perforation; par contre, au terme ultime du développement, les diverses zones sont réduites à une mince frange bordant une large lacune. Même à ce stade, ces perforations ne peuvent être confondues avec les trous produits fréquemment par les Mollusques dont les bords conservent la teinte rouge de la fronde. Leur origine est toute différente; elles sont dues à l'action d'un champignon parasite. Avant de décrire cette action, je rappellerai brièvement la structure d'une lame de *Dilsea*.

Une région médullaire, formée de filaments enchevêtrés, donne naissance à des files cellulaires dirigées perpendiculairement à la surface. Dans chacune de ces files, les cellules profondes sont volumineuses et forment ce que j'appellerai la région de réserve; les cellules superficielles sont beaucoup plus petites, ce sera la région corticale. La surface est recouverte d'une cuticule mucilagineuse. Une substance de même nature comble entièrement les interstices laissés entre les divers éléments. Toutes les cellules présentent un noyau qui se teint fortement par l'hématoxyline ferrique; le protoplasme, abondant dans la couche corticale, ne forme qu'un mince revêtement pariétal dans la région de réserve; les érythroplastes, très développés et fortement teintés dans les cellules périphériques, sont plus rares dans les cellules profondes; enfin l'amidon, qu'on rencontre partout, mais qui est particulièrement abondant dans la région de réserve dont les éléments en sont littéralement bourrés, se présente sous la forme de petits granules d'amylose prenant une teinte rougeâtre avec l'iode.

C'est dans ce milieu, particulièrement riche en principes nutritifs, que les filaments mycéliens se développent. Sur une coupe transversale, après coloration à l'hématoxyline-éosine, ils dessinent des lignes sombres sur un fond que leur action a contribué à éclaircir. Ils s'insinuent entre les cellules, en perforent souvent les parois et viennent au contact du contenu protoplasmique. Ils sont épars à la périphérie, plus denses dans la région de réserve; enchevêtrés et peletonnés, ils constituent au-dessous de chaque pustule une sorte de stroma, d'où s'élèvent les filaments minces, serrés, dont l'ensemble constitue la saillie superficielle.

La première action visible est la disparition de la phycoérythrine; elle s'observe déjà dans des régions non directement atteintes par les filaments mycéliens. Les érythroplastes ne sont pas détruits; ils conservent leur forme et la chlorophylle qui les imprègne jusqu'à l'altération profonde du contenu

cellulaire. C'est d'abord le noyau qui prend une teinte de plus en plus pâle sous l'action des colorants. C'est le protoplasme, qui diminue en quantité, se rassemble au centre, et finalement disparaît. Les grosses cellules mères des tétrasporanges résistent davantage; elles constituent encore de petits points rougeâtres dans la zone verte; peu à peu, cependant, elles sont altérées et détruites. L'amylose est progressivement digéré; les petits granules de la région corticale disparaissent les premiers ; ceux des régions profondes, plus volumineux, plus nombreux, ne disparaissent totalement qu'au voisinage de la lacune. Les membranes cellulaires, perforées et amincies, persistent encore, conservant à l'algue sa structure, sauf sur le pourtour immédiat de la lacune et au-dessous de chaque pustule, là où s'est formé un stroma.

Comme toute mise à mort des cellules chez les Floridées, par traumatisme en action de substance délétère, entraîne la disparition de la phycoérythrine, on est conduit à penser que le parasite laisse diffuser un principe qui tue les cellules; il sécrète ensuite des diastases appropriées pour la digestion des matières albuminoïdes et des matières amylacées.

Les Champignons connus, vivant sur les Algues, sont beaucoup plus nombreux sur les formes d'eau douce que sur les formes marines. Dans la liste relevée par Lemmermann (1), sur 195 espèces, 9 seulement sont particulières aux Algues marines.

Les travaux récents ont doublé environ ce nombre. Sur les Algues vertes (*Ulva*, *Prasiola*) Minnie Reed (2) en a décrit deux espèces et, dans les deux cas, le complexe, Algue et Champignon, ressemble beaucoup à un lichen. Les Champignons sont plus nombreux sur les Algues brunes; Sauvageau (3) en a récolté sur *Castagnea* et *Stypocaulon;* May Estee (4) en a décrit sur *Cystoseira* et *Halidrys* au voisinage des flotteurs; Cotton (5) en a décrit et nommé une espèce sur *Ascophyllum;* et Sutherland (6) en a étudié quatre espèces sur *Pelvetia*, dont l'une, au moins, est considérée par lui

(1) E. Lemmermann, *Die parasitischen und saprophytischen Pilze der Algen* (*Abhandlungen Naturwissensch. Verein z. Brensen*, Bd 17, Heft 1, 1901).

(2) Minnie Reed, *Two new Ascomycetous fungi parasitic on marine Algæ* (*Univ. of California publications : Botany*, vol. 1, 1902).

(3) *Journal de Botanique*, 1897, p. 242, et 1903, p. 228.

(4) May Estee, *Fungus Gralls on Cystoseira and Halidrys* (*Univ. of California publications : Botany*, vol. 4, 1913).

(5) Cotton, *Notes on marine Pyrenomycetes* (*Trans. Brit. Myc. Soc.*, 1907).

(6) Geo K. Suntherland, *New marine fungi of Pelvetia* (*The new Phytologist*, 1915).

comme vivant en symbiose avec l'Algue. Sur les Algues rouges, les Champignons connus sont plus rares; Jones Herbert (¹) en a signalé une espèce sur *Chondrus crispus. Jusqu'ici aucun champignon n'avait été signalé sur* Dilsea edulis; *dans ce cas le parasitisme est nettement accusé; l'immersion est à peu près constante*, car l'hôte ne se rencontre que dans la zone inférieure et ne possède pas de flotteurs.

Les échantillons recueillis n'ont pas permis de caractériser complètement le Champignon ; ce sera l'objet d'une Note ultérieure.

ENTOMOLOGIE. — *Morphologie générale et structure de l'Appareil digestif des Lépidoptères.* Note (²) de M. L. BORDAS, présentée par M. Edmond Perrier.

Le tube digestif des Lépidoptères est simple, quant à sa forme. Sa partie antérieure est rectiligne, et sa région terminale seule présente quelques circonvolutions, plus ou moins nombreuses suivant les espèces.

Comme caractères principaux, nous avons surtout à signaler : 1° la présence d'un volumineux appendice latéral ou *jabot;* 2° un *intestin moyen* court et cylindrique, et 3° une ampoule rectale, généralement large (*Saturnia*, *Pararge*, *Brotolomia*, *Acherontia*, etc.), ovoïde et très extensible.

Le *pharynx* est court chez toutes les espèces, large en avant, étroit en arrière et d'apparence infundibuliforme. Il se continue par un *œsophage* allongé, très étroit, cylindrique et s'étendant le long du thorax, et dans la partie antérieure abdominale, au-dessus du système nerveux. A son extrémité postérieure, se trouve appendu un volumineux *jabot*, placé latéralement, à parois minces et transparentes.

Il existe, chez tous les Papillons, *des glandes salivaires* tubuliformes. Elles cheminent parallèlement à l'œsophage et vont s'ouvrir soit dans un conduit impair, très court, soit séparément, en deux points très rapprochés, dans la cavité buccale, à la base de la trompe.

L'*intestin moyen* est cylindrique, à peu près rectiligne et à diamètre beaucoup plus large que celui de l'œsophage. Ses parois sont épaisses, légèrement plissées et parcourues transversalement par de petits sillons parallèles et circulaires. A sa limite postérieure, existe un bourrelet annulaire, peu

(¹) JONES HERBERT, *A new Species of Pyrenomycete parasitic on an Alga* (*Bul. Oberlin, College Laboratory,* vol. 9).

(²) Séance du 21 février 1921.

saillant, marquant l'origine de l'intestin terminal et sur lequel viennent déboucher les tubes de Malpighi.

Les *tubes de Malpighi* sont, chez tous les Papillons (sauf de très rares exceptions), toujours au nombre de *six*, provenant, en réalité, de *deux troncs primitifs*. Ils sont généralement cylindriques, parfois aussi variqueux et moniliformes. Dans quelques cas, ils présentent même de courtes éminences latérales (*Saturnia*), sortes de digitations ou bourrelets correspondant à des invaginations internes.

L'*intestin terminal* est généralement long et fort sinueux (*Pieris, Leuconea, Acherontia, Brotolomia, Arctia*, etc.). Son diamètre est beaucoup plus étroit que celui de l'intestin moyen et ses parois présentent intérieurement des replis longitudinaux. Enfin, son extrémité postérieure se dilate et forme une *poche rectale*, prolongée en un *cœcum* latéral antérieur, plus ou moins accentué. Les parois de cette poche portent de nombreuses *Glandes rectales*.

Le nombre, la forme et la disposition de ces organes sont des plus variables dans les diverses familles des Lépidoptères. Dans beaucoup d'espèces, le nombre de ces glandes dépasse 200. Elles sont beaucoup moins abondantes chez les autres Insectes. C'est ainsi que certains Diptères n'en possèdent que *quatre*, que les Hyménoptères, les Orthoptères, les Névroptères, etc. n'en ont que *six*. Or, parmi les diverses familles des Papillons, nous avons constaté que les *Pieridæ* ont de 80 à 140 glandes rectales; les *Nymphalidæ* de 100 à 120; les *Satyridæ* de 180 à 200; les *Sphingidæ* environ 150; les *Liparidæ* jusqu'à 250; les *Notodontidæ* de 180 à 200; les *Noctuidæ* plus de 300, et chez une espèce de cette famille, la *Brotolomia meticulosa*, nous en avons compté jusqu'à 500.

Tous les Papillons sont pourvus de *glandes salivaires*. Ces organes présentent à peu près la même forme chez toutes les espèces. Ce sont partout des tubes plus ou moins longs et sinueux, s'étendant de la région abdominale à la base de la trompe. Les deux conduits se rapprochent peu à peu et se fusionnent finalement en un canal impair, dont la longueur est variable suivant les espèces. Enfin ce dernier va toujours s'ouvrir à la base de la trompe et non dans le tube digestif.

Ces organes présentent, au point de vue histologique, de nombreux rapports de structure avec les glandes mandibulaires des Chenilles. De plus, leurs noyaux affectent, dans certains cas, une forme irrégulière et légèrement ramifiée, comparable à celle que nous avons décrite antérieurement dans les *glandes céricigènes*.

Nos *recherches histologiques* sur l'appareil digestif des Papillons ont porté spécialement sur les glandes salivaires, l'œsophage, la valvule œsophagienne, les intestins moyen et postérieur, les glandes rectales et les tubes de Malpighi.

La structure de l'*œsophage* présente de grandes analogies avec celle du pharynx. On y trouve, en effet, les mêmes éléments et les mêmes assises, avec une disposition à peu près semblable. L'*intima chitineuse* et l'assise chitinogène forment cependant ici des replis plus nombreux et plus accentués que dans le pharynx. En partant de l'extérieur, on trouve successivement : une membrane péritonéale; une étroite gaine formée par des muscles annulaires; des faisceaux longitudinaux, placés en regard des replis et une *assise chitinogène*, sans caractère spécial, composée de cellules aplaties, sans cloisons latérales apparentes et à noyaux arrondis. Cette dernière repose sur une très mince membrane basilaire.

L'*intestin antérieur* envoie, dans l'axe de l'intestin moyen, un petit prolongement tubuleux, coustituant la *valvule œsophagienne* qui existe de même chez toutes les larves des Lépidoptères.

A son origine, l'*intestin moyen* des Lépidoptères porte un certain nombre de bourrelets à peine saillants extérieurement et correspondant à des diverticules de la cavité intestinale. Ils sont tapissés par des cellules différant peu de celles du reste de l'organe, mais dont le rôle, comme chez les larves, me paraît manifestement *sécréteur*.

La structure de ces *bourrelets* est la suivante : 1° une musculature externe composée de fibres longitudinales et de fibres circulaires; 2° une membrane basilaire, très mince, de nature conjonctive, prolongement de celle de l'intestin, sur laquelle repose l'épithélium de la crypte; 3° une assise de hautes cellules, à bordure ciliée interne. En outre, entre les cils, on voit fréquemment de petites vésicules saillantes, arrondies, pédiculées ou sessiles, qui sont des produits de sécrétion cellulaire. Mais, la partie la plus importante de la paroi de l'intestin moyen est constituée par l'*épithélium*. Ce dernier comprend des cellules cylindriques allongées, recouvertes d'une bordure de cils immobiles et reposant sur une membrane basale (*tunica propria*) qui le sépare des muscles circulaires sous-jacents. Les éléments épithéliaux, après avoir fonctionné un certain temps, se détruisent, disparaissent, et leurs noyaux sont ensuite expulsés avec les produits excrétés. Ils sont alors remplacés par des cellules nouvelles provenant de l'évolution d'éléments plus jeunes (*cellules* ou *noyaux générateurs*), situés

dans des cryptes (*nidi*) de régénération, abondantes surtout au fond des dépressions situées entre deux bourrelets.

Les *glandes rectales*, vues en coupe transversale, présentent une apparence rectangulaire, fongiforme, ou même parfois légèrement hémisphérique. Chaque tubercule glandulaire est constitué par deux ou trois grosses cellules rectangulaires, cunéiformes et aplaties transversalement. Il présente à considérer, en partant de l'intérieur : 1° une membrane ou intima chitineuse; 2° une assise cellulaire; 3° une membrane basale ou *propria;* 4° du tissu conjonctif, des fibrilles nerveuses et de nombreux ramuscules trachéens; 5° une limitante externe; 6° des faisceaux de muscles circulaires; 7° des muscles longitudinaux et une très mince tunique péritonéale externe.

ENTOMOLOGIE. — *Sur quelques Araignées apneumones.* Note de M. **Louis Fage**, présentée par M. E. Bouvier.

Il y a quelques années [1], alors que je préparais la revision des Araignées de la famille des Leptonétides, j'eus la bonne fortune de pouvoir étudier en détail une espèce très remarquable, découverte en 1881 par M. Eugène Simon dans une grotte des Pyrénées-Orientales, le *Telema tenella* E. S., que j'ai repris moi-même en abondance dans la grotte Sainte-Marie, près La Preste (Pyrénées-Orientales). Cette Araignée minuscule (1^{mm} à $1^{mm},5$ de longueur), totalement aveugle et profondément adaptée à la vie des cavernes, présente, en dehors de ses caractères adaptatifs, des dispositions anatomiques qui en font un type aberrant, non seulement dans la série des Haplogynes, mais dans l'ordre entier des Araignées. Elle offre notamment la particularité d'être dépourvue de poumons et d'avoir deux paires de stigmates trachéens. Les stigmates antérieurs, situés de chaque côté et un peu au-dessus de l'épigastre, à la place qu'occupent normalement les stigmates pulmonaires, donnent chacun accès dans un vestibule très court, d'où partent isolément quatre troncs trachéens volumineux. Les stigmates postérieurs, également au nombre de deux, et absolument indépendants, sont situés à égale distance des filières et de l'épigastre; leur vestibule est assez court et donne cinq à six branches principales, isolées dès la base. Toutes ces trachées sont armées d'un filament spiral bien visible.

Seuls jusqu'à ce jour, parmi toutes les Araignées dont l'appareil respira-

[1] *Étude sur les Araignées cavernicoles.* II. *Revision des Leptonetidæ* (*Arch. zool. exp.*, 5e série, t. 10, 1913).

toire est connu, les représentants de la famille des *Caponiidæ* (deux genres américains et un genre africain) se montraient dépourvus de sacs pulmonaires et pourvus d'un système trachéen aussi développé. Mais tandis que chez le *Telema* les poumons sont remplacés par des trachées volumineuses, se ramifiant dans tout le céphalothorax et presque exclusivement dans celui-ci, chez les Caponiides les trachées antérieures sont réduites à un simple vestibule, qui donne immédiatement naissance à de nombreuses ramifications filiformes peu étendues; les ramifications très abondantes qu'on observe dans l'abdomen et le céphalothorax sont uniquement dues aux trachées postérieures. Il semble donc qu'à ce point de vue, et comme l'indique aussi la position des stigmates, le genre *Telema* ait gardé une indépendance plus complète des deux segments respiratoires.

A ce caractère exceptionnel s'ajoute celui de ne posséder, chez le *Telema*, qu'un seul réceptacle séminal médian. Ce réceptacle unique est, en revanche, relativement énorme; en forme de tube recourbé en volute, à parois très épaisses, il occupe une grande partie de l'abdomen. Une telle disposition, très primitive, se rencontre bien chez quelques Dysdérides et quelques Oonopides, mais alors les dimensions relatives de l'organe sont toujours infiniment moindres.

Après avoir exposé les raisons qui font de la disposition particulière de l'organe respiratoire du *Telema* un caractère paléogénétique, nullement dû à une adaptation secondaire au milieu cavernicol, et après avoir montré, par l'examen comparatif des pièces buccales, des filières, de l'organe copulateur, les étroites affinités des Oonopides, des Dysdérides et des Leptonétides, j'exprimais en 1913 l'hypothèse que ces différentes familles provenaient sans doute de formes apneumones, déjà pourvues de leurs quatre trachées, et probablement trés voisines de ce *Telema tenella*, unique survivant chez nous d'une faune disparue, et depuis longtemps réfugié au plus profond des cavernes pyrénéennes.

Cette hypothèse est pleinement confirmée par la découverte que MM. Alluaud et Jeannel ont faite, en Afrique orientale, d'une forme extrêmement voisine du *Telema*, mais ayant conservé, mieux que celui-ci, les caractères de l'ancêtre épigée. Cette Araignée, dont les dimensions ne dépassent pas $1^{mm},4$, constitue le type d'un nouveau genre, pour lequel je propose le nom d'*Apneumonella*. Comme le *Telema*, elle est dépourvue de poumons et possède deux paires de trachées à stigmates bien isolés. Ses yeux, par contre, sont normalement développés; ils sont au nombre de six et forment un groupe transverse, composé de deux yeux médians anté-

rieurs et de deux yeux latéraux connivents, situés, de chaque côté, l'un derrière l'autre. Le groupe oculaire rappelle donc, par sa disposition, celui des Oonopides. Le réceptacle séminal est impair, médian, extrêmement volumineux et recourbé en crosse à sa partie terminale. Les pièces buccales, les filières sont semblables à celles du *Telema*.

L'*Apneumonella oculata* n. sp., unique espèce du genre, a été capturée dans la galerie humide et obscure de la grotte C du Kulumutzi, près de Tanga. Cette grotte, dont une partie est éclairée, abrite une faune très nombreuse, constituée en majorité par des espèces qui sont le plus souvent associées aux chauve-souris et à leur guano; on y trouve aussi quelques troglobies véritables, et il est possible que l'*Apneumonella oculata* doive se ranger parmi ces derniers. Il est certain en tout cas que cette espèce, parfaitement oculée, encore partiellement pigmentée, à pattes relativement courtes ($I = 1^{mm}$), n'a subi que de légères modifications du fait de son entrée dans les grottes, et se trouve beaucoup plus voisine que le *Telema* — aveugle, entièrement dépigmenté, aux pattes longues ($I = 3^{mm},7$), strictement adapté à la vie cavernicole — du type primitif de la famille à laquelle appartiennent ces deux genres.

Dès lors, ce *Telema* nous apparaît vraiment comme le représentant d'une faune chaude, qui a émigré vers les tropiques, où on la retrouve encore avec ses caractères primitifs, tandis qu'elle n'a laissé en Europe qu'une espèce, témoin de cette époque disparue, et qui n'est parvenue jusqu'à nous que grâce à l'abri que lui offraient les grottes profondes contre des variations climatiques fatales.

Ce cas n'est pas isolé, et, parmi les Arachnides, on en peut citer un tout à fait analogue que nous montrent certains *Opilions mecostethi*. Ce groupe, extrêmement riche à l'heure actuelle en formes tropicales, devait être également très répandu en Europe avant l'époque glaciaire. Il n'y est maintenant représenté que par un seul genre, le genre *Scotolemon*, dont toutes les espèces sont cavernicoles ou hypogées.

Ce n'est pas un des moindres intérêts de la biospéologie de nous révéler ainsi quelques-uns de ces *fossiles vivants*. La liste en est déjà longue, et s'augmente rapidement au fur et à mesure des progrès de cette science nouvelle.

ZOOLOGIE. — *Note préliminaire sur la notion d'espèce et la variabilité chez les Epinoches.* Note (¹) de M. **Léon Bertin**.

La notion d'espèce chez les Epinoches est une des plus controversées, comme l'attestent des divergences considérables d'opinions entre les plus éminents ichthyologistes. Linné ne cite qu'une seule espèce européenne d'Epinoches à trois épines dorsales, *Gasterosteus aculeatus*. Cuvier et Valenciennes la subdivisent en plusieurs autres portant les noms de *G. trachurus*, *semiloricatus*, *semiarmatus* et *leiurus*, suivant que leur armature latérale est continue, interrompue sur les flancs avec carène caudale ou localisée dans la partie antérieure du corps. Les naturalistes qui, plus tard, ont étudié cette question, sont de deux opinions opposées : les uns partisans d'espèces distinctes; les autres affirmant que les formes regardées comme des espèces sont réunies par toute une série d'intermédiaires et ne constituent tout au plus que des races locales.

Je me suis proposé de faire un examen critique des principaux caractères servant à distinguer les Epinoches. Le plus important est le nombre des plaques osseuses latérales. Or les chiffres cités par Yarrell, Blanchard, Sauvage, Moreau, etc. sont très loin de concorder. Cela tient à deux causes : 1° à ce que les plaques ne sont pas toujours comptées de la même façon; des auteurs négligeant *a priori* les petites plaques constituant une carène caudale chez les formes *trachurus, semiloricatus* et *semiarmatus;* 2° à ce que le nombre des plaques est variable entre individus, non seulement de localités différentes, mais d'un même banc. L'extension de l'armature cutanée des Epinoches peut être considérée comme le type de ces caractères appelés *fluctuants*, c'est-à-dire oscillants de part et d'autre d'une valeur moyenne.

L'étude de toutes les Epinoches européennes faisant partie des collections du Muséum, y compris une cinquantaine d'individus pêchés à Roscoff dans une lagune saumâtre, me conduit aux conclusions suivantes :

I. Le nombre des plaques latérales est indépendant de la taille du poisson, ce qui prouve qu'il ne varie pas avec l'âge et constitue bien un caractère individuel, que l'on peut étudier suivant les méthodes biométriques.

II. Le nombre des plaques diffère très souvent d'un côté à l'autre du même animal.

(¹) Séance du 28 février 1921.

La différence entre les deux flancs est de 1 ou de 2 unités. Le plus grand nombre est tantôt à droite, tantôt à gauche.

III. De ce que les flancs sont inégalement armés, il résulte que pour construire des courbes de fréquence, on peut considérer, non des Epinoches, mais des *flancs d'Epinoches;* ce qui double en quelque sorte le nombre des cas observés et donne plus de valeur aux pourcentages. Voici, comme exemple, les résultats de l'examen de 47 Epinoches roscovites (soit de 94 flancs), appartenant à la forme *G. leiurus* et capturées d'un seul coup de haveneau.

Nombre de plaques		Taille	Nombre de plaques		Taille
à droite.	à gauche.	(en millimètres).	à droite.	à gauche.	(en millimètres).
$7+k$	$7+k$	35	4	5	35
$6+k$	$6+k$	35	4	5	35
$5+k$	$6+k$	37	4	5	30
5	6	30	4	4	35
$5+k$	$5+k$	30	4	4	35
$5+k$	$5+k$	25	4	4	35
5	5	40	4	4	35
5	5	35	4	4	35
5	5	35	4	4	30
5	5	35	4	4	30
5	5	35	4	4	30
5	5	30	4	4	28
5	5	30	4	4	28
5	5	30	5	3	30
5	5	30	3	5	35
5	5	30	4	3	40
5	5	28	4	3	40
5	5	28	3	4	35
5	5	28	3	3	35
$5+k$	$4+k$	35	3	3	35
5	4	35	3	3	30
5	4	35	3	3	30
5	4	35	4	2	30
4	5	40			

Exprimé d'une autre manière :

Classes (plaques).............	2	3	4	5	6	7
Fréquences (flancs)..........	1	13	32	42	4	2

le Tableau qui précède indique que les nombres de plaques de beaucoup les plus communs sont 4 et 5. La courbe de fréquence que l'on pourrait construire aurait donc un maximum très accentué. C'est le caractère d'un type spécifique bien défini. D'autres Épinoches, recueillies en différents points de la France, donnent des résultats identiques.

IV. Cependant, en certaines localités, le maximum de la courbe est déplacé vers les plus grandes abscisses. Ainsi des Épinoches du Havre, constituant un lot de la collection du Muséum, ont assez souvent des flancs à 7 et même à 8 plaques (alors que les Épinoches roscovites n'en présentent jamais plus de 7). Des Épinoches d'Abbeville ont jusqu'à 9 plaques sur chaque flanc. Enfin les *G. leiurus* des mares salées de Lorraine, décrites par Florentin, en possèdent jusqu'à 10.

V. D'autre part, j'ai pu remarquer, sur 6 des 47 Épinoches de Roscoff (voir le Tableau ci-dessus), la présence d'une petite carène caudale (*k*), n'ayant quelquefois pas plus de 1^{mm} de longueur et composée de 1, 2, 3 ou 4 plaques minuscules.

En somme, bien que le type *G. leiurus* soit nettement accusé, on voit que l'intervalle qui le sépare des autres types de Cuvier et Valenciennes n'est pas aussi profond qu'on aurait pu croire tout d'abord. Les individus à 8, 9 et 10 plaques latérales et ceux à carène caudale forment transition avec *G. semiarmatus*.

VI. Les espèces cuviériennes *G. semiarmatus*, *semiloricatus* et *trachurus* sont elles-mêmes beaucoup moins séparées les unes des autres que de *leiurus*. Les trois espèces en question ont une carène caudale qui, chez *trachurus*, est en continuité avec la cuirasse latérale, tandis qu'elle en est séparée par un espace nu dans les formes *semiloricatus* et *semiarmatus*. Mais cet espace est souvent atténué par la présence de quelques plaques formant jalons entre la carène caudale et la série continue des plaques antérieures. Il peut même entièrement disparaître sur un flanc et ne persister que sur l'autre. On se rendra mieux compte de cette variabilité par les quelques exemples ci-dessous relatifs à des Épinoches d'Abbeville :

Nombres de plaques		Taille
à droite.	à gauche.	(en millimètres).
20 + 8 (¹)	18 + 10	40
18 + 8	18 + 7	70
18 + 1 + 1 + 8 (²)	31	70
17 + 5	17 + 5	35
15 + 7	15 + 8	55
15 + 3 + 12	14 + 1 + 10	70

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les tumeurs de la glande interstitielle du testicule du cheval.* Note de M. A. PEYRON, présentée par M. Henneguy.

Le testicule du cheval a fourni à MM. Borrel et Masson [3] l'objet de remarquables observations sur l'épithélioma séminifère. Mais en ce qui

(¹) C'est-à-dire 20 plaques antérieures et 8 formant la carène caudale.

(²) C'est-à-dire 17 plaques antérieures, 8 formant la carène caudale et 2 plaques intermédiaires.

(³) BORREL et MASSON, *Bulletin de l'Association française pour l'étude du cancer*, 1912-1913.

concerne les tumeurs de la glande interstitielle, ces auteurs déclarent n'avoir pu les isoler complètement et leur Mémoire laisse l'impression qu'ils les ont peut-être incorporées dans le groupe des séminomes, au stade de nappe diffuse. Ces tumeurs, antérieurement, avaient été nettement reconnues par Ball (1).

Mes recherches, qui ont porté sur 25 cas de tumeurs et s'appuient d'autre part sur l'étude du développement de la glande interstitielle, permettent de fixer les caractères de cette morphologie néoplasique, par opposition à celle de l'épithélioma séminifère. L'étude des zones de transition, au niveau des îlots interstitiels restés normaux, montre les modifications suivantes dans la morphologie de ces derniers :

1° Pour le cytoplasme : diminution de volume des éléments cellulaires, atténuation ou diminution du contraste si marqué entre l'endoplasme et l'exoplasme, absence des grains pigmentaires.

2° Pour les noyaux : volume augmenté, membrane moins nette et moins épaisse, raréfaction des grains de chromatine sur le réticulum, apparition d'un gros nucléole central et sphérique.

Dans la tumeur constituée, ces caractères ne se retrouvent pas avec une uniformité aussi grande. En particulier, les noyaux à gros nucléole central apparaissent mêlés à d'autres dont la disposition est assez variable. Les éléments néoplasiques se multiplient par division directe et les karyokinèses sont exceptionnelles. Le clivage amitotique n'est pas toujours suivi de la séparation des corps cellulaires : ainsi se constituent des éléments plurinucléés de taille très variable, présentant une couronne périphérique de noyaux à l'intérieur de laquelle on observe la multiplicité des centrosomes, signalée par Winiwarter dans les cellules interstitielles du testicule humain.

Le cytoplasme est fortement acidophile, en particulier après la fuchsine; l'appareil mitochondrial, disposé en croissant autour du noyau, est surtout constitué par des grains mêlés de filaments courts. Les figures de chondriolyse (vésicules et raquettes) conduisent progressivement à un système de canalicules irréguliers intra, puis intercellulaires; ces derniers constituent par leur convergence des flaques d'étendue variable à contenu sidérophile. Après l'imprégnation au nitrate d'argent, on observe également ces canalicules d'excrétion. Ces particularités morphologiques correspondent au trophospongium connu depuis longtemps dans les cellules interstitielles normales et reproduisent également les dispositions décrites plus récemment par Duesberg (2). Après fixation au liquide de Flemming, les granulations graisseuses restent rares; ce fait peut être rapproché de l'absence des grains pigmentaires dans la tumeur. Toutefois ces derniers réapparaissent avec leurs caractères habituels au niveau de cellules ou d'îlots qui s'observent de préférence dans le stroma et au voisinage des endothé-

---

(1) Ball, *Journal de Médecine vétérinaire*, t. 8, 1904.

(2) *On the interstitial cells of the testicle in Didelphys* (*Biological Bulletin*, 1918).

liums vasculaires. Après fixation osmique, j'ai observé des cristalloïdes de deux types, les uns courts et trapus, les autres minces et allongés.

Les caractères précédents se superposent aisément à la morphologie bien connue des cellules interstitielles. J'ai observé en outre une disposition curieuse qui fait défaut dans le testicule normal, mais reproduit d'autre part celle que Van der Stricht a signalée dans les cellules interstitielles de l'ovaire : les éléments néoplastiques revêtent une forme cubique ou prismatique et se groupent de façon à constituer des cavités d'aspect épithélial, de forme régulière et de dimensions très variables. A la face interne de ce revêtement les chondriosomes et les figures d'excrétion sont d'observation facile, mais les granulations graisseuses sont exceptionnelles; le contenu des cavités reste ordinairement incolore après fixation osmique; le mécanisme complexe de son évacuation à travers les fentes lymphatiques du tissu conjonctif ne saurait être envisagé ici. Il faut noter d'autre part le grand nombre des cavités sanguines dans lesquelles on trouve des éléments néoplasiques en voie de migration.

Les conditions dans lesquelles le matériel d'étude a été prélevé ne m'ont permis d'apprécier exactement ni la fréquence des métastases, ni les troubles fonctionnels éventuels que doit entraîner l'accroissement de ces énormes tumeurs d'éléments interstitiels.

Ainsi constituées, elles ont des caractères histologiques assez voisins de ceux des tumeurs homologues qui se développent dans le testicule humain, mais ces dernières sont beaucoup plus rares et jusqu'ici les cristalloïdes n'y ont pas été reconnus par les auteurs.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 3 janvier 1921.)

Note de M. *Ph. Négris*, Sur les oscillations glaciaires des temps quaternaires et les mouvements correspondants de la lithosphère :

Page 76, ligne 10, *au lieu de* 10 et 12 pour 100, *lire* 10 et 12 pour 1000, et *au lieu de* 3 pour 100, *lire* 3 pour 1000.

(Séance du 31 janvier 1921.)

Note de MM. *E. Mathias*, *C.-A. Crommelin* et *H. Kamerlingh Onnes*, Le diamètre rectiligne de l'hydrogène :

Page 261, ligne 23, *au lieu de* $-252°,66$ C., *lire* $-252°,76$ C.
Page 262, ligne 18, *au lieu de* y (calc.) $= 0,03138$, *lire* $0,03128$.
Page 263, ligne 5, *au lieu de* $\Delta = 0,03$, *lire* $\Delta = 0,03102$.

(Séance du 7 février 1920.)

Note de M. *A. Trillat*, Influence de l'état de division des gouttelettes microbiennes sur l'ensemencement des terrains de culture :

Page 341, note (2), *au lieu de* $\frac{1}{100}$ de μ ne pourrait fournir, *lire* $\frac{1}{100}$ de μ pourrait fournir.



GAUTHIER-VILLARS et Cie

IMPRIMEURS-EDITEURS

55, Quai des Grands-Augustins, PARIS (6e)



Viennent de paraître :

Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire

par **M. MILANKOVITCH**

Professeur de Mathémathiques appliquées à l'Université de Belgrade

Un volume in-8° de xvi-340 pages, avec 27 figures dans le texte; 1920; broché.................................... *Net.* **20 fr.**

LE IVe TOME DU

TRAITÉ DE Mécanique rationnelle

de **P. APPELL**

Recteur de l'Université

Un volume de 297 pages, avec 53 figures dans le texte
Broché.................................... *Net.* **30 fr.**

Les Méthodes actuelles de la Balistique extérieure

par DUFRÉNOIS, *Chef d'escadron d'artillerie*
RISSER, *Répétiteur auxiliaire à l'École Polytechnique*
ROUSIER, *Agrégé des Sciences mathématiques*

Avec une Préface de P. APPELL, *Membre de l'Institut*

In-8° (25×16) de x-244 pages, 1921 (majoration comprise). **40 fr.**

Les Progrès de la Chimie en 1919

par André KLING

Directeur du Laboratoire municipal de Paris

Traduction française autorisée

des Annual Reports on The Progress of Chemistry for 1919

Un vol. in-8° carré (225×140) de viii-329 p., broché. *Net.* 40 fr.

La Cilicie et le Problème Ottoman

par Pierre REDAN — Préface par René PINON

Un vol. in-8° écu viii-148 pages, 4 planches en couleur, 8 photographies inédites en simili-gravure et 1 carte
Broché. . . . . *Net.* **10** francs

N° 10.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 7 Mars 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

COMMISSIONS.

N° 10.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

COMMISSIONS (*suite*)

CORRESPONDANCE.

54466 — 3-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 11 (14 Mars 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les poser au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 MARS 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Sur la détermination de l'axe de rotation et de la vitesse de rotation d'un corps solide.* Note de M. **Émile Picard**.

Dans le dernier *Compte rendu*, M. Lippmann s'est occupé de la détermination de l'axe de rotation et de la vitesse de rotation d'un corps solide tournant, sans qu'on ait besoin d'avoir recours à aucun repère extérieur, comme chercherait à le faire un habitant d'une planète où le ciel serait toujours caché par des nuages. Il utilise des mesures de gravité faites en trois endroits différents.

Tous les phénomènes, où la rotation joue un rôle, sont susceptibles d'être utilisés pour la solution de ce problème. On peut, par exemple, procéder de la manière suivante. On sait que, si l'on donne à un gyroscope une rotation autour de son axe, celui-ci décrit pour l'observateur entraîné avec la Terre un cône de révolution autour de la parallèle à l'axe de la Terre menée par le point de suspension de l'appareil. On a donc ainsi la direction de l'axe de rotation. Si ensuite on emploie un compas gyroscopique (gyroscope dont l'axe est assujetti à demeurer dans un plan horizontal), on aura la direction de la méridienne. La connaissance de ces deux directions entraîne celle de la latitude λ du lieu.

Quant à la vitesse angulaire ω de rotation, on peut se servir du pendule de Foucault. On sait que le plan d'oscillation tourne avec la vitesse angu-

laire $\omega \sin \lambda$. Comme on connaît déjà λ, on aura ω (¹). La position du pôle résultera de la connaissance de la méridienne et de la latitude. La vitesse angulaire est, bien entendu, rapportée à un temps correspondant à un phénomène déterminé au lieu considéré.

GÉOLOGIE. — *Une faune saumâtre au sommet du Crétacé inférieur, près de Bayonne.* Note de M. **H. Douvillé.**

En 1887, M. Stuart-Menteath (²) a signalé la localité fossilifère de Laduch, sur la rive gauche de la Nive, à quelques kilomètres de Bayonne: une carrière y est ouverte dans des couches de marnes et calcaires noirs plongeant au Nord-Est et adossés à une bande d'ophite; ils sont surmontés par des bancs de grès à petites Orbitolines. La faune examinée par M. Barrois comprend des Lamellibranches (*Trigonia ornata*, *Neithea*, *Panopea*, etc.), des Brachiopodes et *Orbitolina discoidea*; elle a été attribuée à l'Urgonien.

En 1893, M. Stuart-Menteath (³) cite une faune différente, recueillie par M. Gorceix et constituée exclusivement par des Gastropodes [*Glauconia Coquandi* (sub *Turritella*), *Cerithium Valeriæ*, *Turritella vibrayeana*, *Natica gaultina*].

Dans sa Thèse en 1890, Seunes signale dans la même localité quelques fossiles albiens, notamment *Nucula bivirgata*, et dans sa Carte de 1893, M. Gorceix indique à Laduch à la fois de l'Aptien et de l'Albien (⁴); d'autre part, les calcaires cénomaniens de Bidache sont largement développés dans le voisinage et les relations de ces diverses formations restaient un peu obscures.

Un peu avant la guerre, M. Stuart-Menteath m'a communiqué une série d'échantillons provenant de la couche à Gastropodes; ce sont des fossiles de couleur noire, un peu pyriteux et enrobés dans une sorte de marne noire charbonneuse. J'ai été frappé tout d'abord par le caractère saumâtre de cette faune et j'ai pu y reconnaître les espèces suivantes :

(¹) On pourrait aussi avoir ω avec le gyroscope, en suivant le mouvement de rotation de l'axe du gyroscope autour de la parallèle à l'axe de la Terre menée par son centre; ce mouvement de rotation a lieu précisément avec la vitesse angulaire ω.

(²) *Bull. Soc. géol. de France*, 3ᵉ série, t. 15, p. 741; t. 16, p. 41.

(³) *Bull. Soc. géol. de France*, t. 21, p. 305.

(⁴) *Bull. Soc. géol. de France*, t. 20, p. 337, pl. 11.

Glauconia, nov. sp., caractérisé par la présence de deux cordons perlés, le premier en avant, le second médian, tandis qu'il est postérieur dans *Gl. Lujani*; en arrière, une bande lisse comme dans *Gl. Depereti*, Rep.; en avant, on voit apparaître quelquefois dans l'avant dernier tour un mince cordon, devenant perlé. C'est en définitive une prémutation du *Gl. Depereti* du Cénomanien supérieur qui lui-même précède *Gl. Requieni* du Turonien.

Pyrazus nov. sp., grande espèce se distinguant de *Cer. Valeriæ*, par sa taille, sa forme bien plus courte, et son ornementation plus robuste. On sait que les *Pyrazus* actuels se rapprochent des Potamides par leur opercule polyspiré.

Terebraliopsis Vasseuri, Repelin; représenté par une pointe très aiguë de cette coquille céritiforme; elle est tout à fait comparable à celle d'un échantillon du Cénomanien saumâtre du Sarladais, figuré par Repelin. D'après la forme de son ouverture, cette espèce serait probablement à rapprocher plutôt des Mélaniens (*Faunus*) que des Cérites.

Hautkenia, très voisin d'*H. subovoidea*, Rep., du Cénomanien du Sarladais.

Neritina cenomanensis, Rep., du Cénomanien de la Provence et de l'Aude.

Cirsochilus sp., voisin du *Turbo Cureti*, Rep., de la Provence.

L'ensemble de cette faune rappelle tout à fait celle du Cénomanien saumâtre de la Dordogne, de l'Aude (Fontfroide) et de la Provence; elle est en tout cas bien différente de celle de l'Aptien de l'Espagne, caractérisée par des espèces différentes de *Glauconia* et de *Pyrazus*.

Faut-il la placer à la base du Cénomanien ou au sommet de l'Albien, dans le Vraconnien? Il est peu probable que des faunes saumâtres de niveaux aussi rapprochés puissent présenter des différences sensibles. D'après la stratigraphie de la région, les couches de Laduch sont inférieures au calcaire de Bidache; Seunes les avait rapprochées des couches d'Ascain à *Desmoceras Mayori* et *Lytoceras Agassizi*. M. Stuart-Menteath pense également que les grès de Laduch correspondent aux couches qui lui ont fourni à Biriatou *Amm. Mayori* et un peu plus au Sud-Ouest, en Espagne, une riche faune d'Ammonites vraconniennes, *Amm. inflatus*, *Agassizi Mayori*, *Turrilites Hugardi*, etc. Les géologues semblent donc d'accord pour placer la faune en question dans le Vraconnien.

Quoi qu'il en soit, cette découverte d'une faune saumâtre dans la région de Bayonne est intéressante, qu'elle soit exactement du même âge que les faunes analogues du Cénomanien de l'Aude, de la Dordogne et de la Provence, ou qu'elle soit un peu plus ancienne. Il n'en est pas moins important de constater le développement à cette époque, dans le Midi de la France, de ces couches à faciès saumâtre presque toujours lignitifères.

OPTIQUE. — *Sur l'aplanétisme imparfait et le calcul du coma.* Note [1] de M. G. Gouy.

La détermination des aberrations au voisinage de l'axe d'un instrument d'optique, laborieuse par les calculs trigonométriques usuels, devient très facile en utilisant les données que fournit l'étude indispensable des aberrations suivant l'axe. Le problème se présente ainsi :

Considérons un système optique de révolution, un point A_1 sur l'axe et un point B_1 très voisin, sur un plan de front passant par A_1. Un rayon émis par A_1, faisant avec l'axe l'angle u_1, arrive en un point O de l'axe en faisant avec cet axe l'angle u_2. Connaissant, en fonction de u_1, la position du point O ainsi que u_2, nous voulons calculer les aberrations de l'image de B_1.

On a vu précédemment [2] que ce problème est déterminé et quelle est la marche à suivre; en voici la solution complète.

Soit A_1C_1 le rayon émis par A_1, qui devient ensuite C_2O [3]. Considérons une onde S_1 émise par A_1, qui, au bout d'un instant, est devenue S_2. Du point C_2 de S_2 abaissons C_2D perpendiculaire sur l'axe; posons $r = \overline{C_2D}$ et $R = \overline{C_2O}$, cette dernière longueur prise arbitrairement. Posons aussi $\varphi = \frac{\sin u_1}{\sin u_2}$; sa dérivée par rapport à $\sin u_2$ sera φ'.

Prenons pour origine des coordonnées le point O, où viennent converger les rayons de cette onde qui passent par le cercle de rayon r. Les z positifs sont mesurés sur l'axe du système, de O à A_1. L'axe des x est dans le plan de la figure, qui contient A_1, B_1 et O; les x positifs sont mesurés dans un sens tel que le point B_2, image de B_1 pour les rayons centraux, ait une abscisse positive.

Appelons a la longueur $\overline{A_1B_1}$, et α l'angle infiniment petit sous lequel on la voit du premier point principal. Le diamètre de la pupille d'entrée

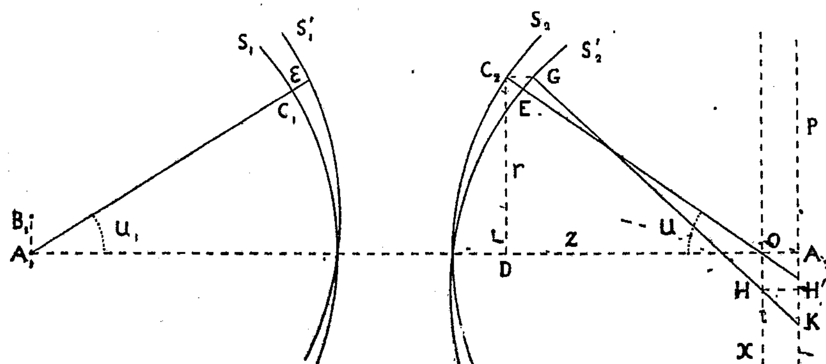
---

[1] Séance du 7 mars 1921.

[2] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 196 et 419.

[3] Les points A_1, B_1, O, et ceux que nous considérerons par la suite, peuvent être des foyers réels ou virtuels. Nous supposons que le milieu-objet et le milieu-image ont même indice; s'il en était autrement, il faudrait multiplier les coordonnées calculées plus loin par le rapport des indices $\frac{n_1}{n_2}$.

étant 2ρ, le nombre $\frac{a \sin u_1}{\rho}$ est au plus de l'ordre de α, bien que a puisse être quelconque, si l'objet est à l'infini.



Considérons, au même moment que S_1, une onde S'_1 émise par B_1, et coupant l'axe au même point. Appelons η l'angle que fait le demi-plan B_1A_1O avec le demi-plan $A_1C_1C_2O$.

L'avance ε de l'onde S'_1 sur l'onde S_1, mesurée sur le rayon A_1C_1, est $a \sin u_1 \cos\eta$.

L'onde S'_1 devient S'_2 au même instant où nous considérons S_2. D'après notre construction, on aura un point E de S'_2 en portant l'avance ε sur C_2O, à partir de C_2.

Appelons X, Y, Z les coordonnées de C_2, et soit

$$Z = F(X, Y)$$

l'équation de la surface S_2. A partir de C_2 et sur une parallèle à l'axe, portons une longueur $\frac{\varepsilon}{\cos u_2}$. Le lieu des points G ainsi construits se confond avec l'onde S'_2, à des termes du second ordre près (¹).

Appelons x, y, z les coordonnées du point G; x et y s'identifient avec X et Y, et l'on a

$$(1) \qquad z = Z - \frac{\varepsilon}{\cos u_2} = F(x, y) + \frac{ax}{F(x, y)}\varphi.$$

L'équation (1) est donc l'équation de l'onde S'_2.

Écrivons les équations de la normale au point $G(x', y', z')$, en tenant

(¹) Appelons S''_2 le lieu des points G. La distance de S'_2 à S''_2 est de l'ordre de $\rho\alpha^2$, et il en résulte que les normales à S'_2 et à S''_2 font entre elles un angle de l'ordre de α^2.

compte de ce fait que la normale à S_2 au point C_2 passe par l'origine. En faisant $z = 0$, nous avons les coordonnées [1] du point H, où le rayon passant par G perce le plan des xy:

$$(2) \qquad x = a\left(\varphi + \frac{x'^2}{R^2 \sin u_2}\varphi'\right); \qquad y = a\frac{x'y'}{R^2 \sin u_2}\varphi'.$$

En éliminant x' et y', on a le lieu des points H, qui correspond donc à ceux des rayons issus de B_1 qui passent infiniment près du cercle de rayon r. L'équation de cette courbe est

$$(3) \qquad x^2 + y^2 - a(2\varphi + \sin u_2 \varphi')x + a^2(\varphi^2 + \sin u_2 \varphi\varphi') = 0.$$

C'est un cercle dont le diamètre est δ et dont le centre est sur l'axe des x à l'abscisse x_0:

$$(4) \qquad \delta = a \sin u_2 |\varphi'|; \qquad x_0 = a\left(\varphi + \frac{1}{2}\sin u_2 \varphi'\right).$$

Quand le point G est dans le plan des yz, le point H occupe un point L du cercle, qui est sur l'axe des x, à l'abscisse $a\varphi$. Quand G se déplace, la ligne LH reste parallèle à GD.

Considérons maintenant le plan P, où se font les images A_2 et B_2 de A_1 et de B_1 pour les rayons centraux. L'abscisse de B_2 est $a\varphi(0)$. Soit Δ le diamètre du cercle d'aberration que forment les rayons qui ont passé par O. Considérons les projections H' et L', sur le plan P, de H et de L. Un rayon GH perce le plan P en un point K placé sur la droite L'H', à la distance $\frac{\Delta}{2}$ de H', d'un côté ou de l'autre. La courbe cherchée est donc un limaçon de Pascal, dont les abscisses sont, pour $y = 0$, si l'on a $\Delta > 2\delta$,

$$a(\varphi + \sin u_2 \varphi') \pm \frac{\Delta}{2},$$

avec une troisième valeur $a\varphi$ quand $\Delta < 2\delta$.

Il est donc facile de tenir compte de l'aberration suivant l'axe, et nous nous bornerons à discuter ces formules dans le cas où cette aberration est nulle. Le point O se confond alors avec A_2. Nous ferons augmenter u_2 de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

---

[1] Nous supprimons les termes en a^2, qui sont infiniment petits vis-à-vis des termes conservés, même quand a est quelconque, l'objet étant à l'infini. Le calcul n'est en défaut que lorsque u_2 est infiniment voisin de $\frac{\pi}{2}$.

Dans les systèmes formés de plusieurs lentilles, on peut s'attendre à des fonctions φ de formes compliquées. Une restriction se présente du moins tout d'abord; u_1 doit croître continuellement avec u_2, ce qui donne.

$$\varphi + \sin u_2 \varphi' > 0.$$

Comme on a aussi $\varphi > 0$, il en résulte que le cercle entier est toujours du côté des x positifs, où se trouve B_2.

Examinons en premier lieu le cas où $\varphi' > 0$. Nous savons que φ' s'annule avec u_2; par suite, pour de petites valeurs de u_2, on peut écrire en général

$$\varphi = \varphi(0) + K \sin^2 u_2,$$

K étant une constante positive. Il vient alors

$$\delta = 2 K \alpha \sin^2 u_2; \qquad x_0 = \alpha\,(\varphi(0) + 2 K \sin^2 u_2).$$

L'angle ω sous lequel on voit le cercle du point B_2 vaut alors 60° (1); le cercle est du côté de B_2 opposé à A_2.

Si φ continue à augmenter suivant la même loi, δ reste proportionnel à $\sin^2 u_2$, et ω garde sa valeur. S'il n'en est pas ainsi, ω augmente ou diminue suivant qu'on a

$$[\varphi - \varphi(0)](\sin u_2 \varphi'' + \varphi') \gtrless \sin u_2 \varphi'^2.$$

Dans le premier cas, ω peut atteindre la valeur π, bien que la plus courte distance de B_2 au cercle aille en croissant, tant que $\varphi' > 0$ (2). Dans le second cas, ω diminue, δ s'accroissant moins vite que x_0. Si φ' diminue, δ fait de même et peut s'annuler avec φ' donnant ainsi un point lumineux plus ou moins distant de B_2. Puis, φ' devenant négatif, δ augmente tandis que x_0 diminue; le cercle se rapproche de B_2, et peut le comprendre dans son intérieur, et même le dépasser et se trouver tout entier entre B_2 et A_2.

(1) Ce résultat est connu depuis longtemps pour les petites ouvertures, mais il peut y avoir des exceptions. Si K était nul, et que le premier terme du développement de φ fût en $\sin^n u_2$, on aurait $\sin\frac{\omega}{2} = \frac{n}{n+2}$.

(2) C'est le cas du miroir parabolique, pour des rayons parallèles à l'axe. En appelant p le paramètre et h la distance du rayon à l'axe, on trouve

$$\delta = \frac{\alpha h^2}{p}\,\frac{p^2 + h^2}{p^2 - h^2}; \qquad x_0 = \alpha\left(\frac{p}{2} + \frac{h^2}{2p}\right) + \frac{\delta}{2}.$$

Quand h augmente de 0 à p, ce qui correspond à $u_2 = \frac{\pi}{2}$, δ et x_0 augmentent sans limite, ω tend vers π, et la plus courte distance du cercle au point B_2 tend vers αp.

Il peut arriver ensuite qu'il rétrograde et s'annule de nouveau; ces variantes seront faciles à discuter dans chaque cas donné.

Supposons maintenant qu'on ait d'abord $\varphi' < 0$. C'est la contre-partie du cas précédent. Le cercle est situé d'abord entre B_2 et A_2; ω vaut 60° et peut augmenter ou diminuer (1).

Si $|\varphi'|$ diminue et s'annule, le cercle se rétrécit et se réduit à un point; φ' devenant positif, le cercle s'éloigne de A_2 et peut comprendre B_2 et passer ensuite du côté opposé.

L'ensemble de ces cercles, pour toutes les valeurs de r, constitue le coma. Dans les cas les plus simples, c'est donc une aigrette limitée par deux courbes égales, de formes diverses, faisant en général entre elles un angle de 60° au sommet, qui est le point lumineux B_2 formé par les rayons centraux (2).

ALGÈBRE. — *La composition des polynomes.* Note de M. L.-E. DICKSON.

J'ai présenté au Congrès international des mathématiciens, à Strasbourg, une théorie des polynomes homogènes $f(x) \equiv f(x_1, \ldots, x_n)$ qui ont un théorème de multiplication

$$f(x)f(\xi) = f(X), \tag{1}$$

où $X_1, \ldots, X_n$ sont des fonctions bilinéaires de $x_1, \ldots, x_n$; $\xi_1, \ldots, \xi_n$. Maintenant je démontre que cette théorie nous donne en même temps une

---

(1) C'est le cas d'une lentille dont une face est sphérique et centrée sur A_2, et dont l'autre est ellipsoïdale, de grand axe $2l$ et d'excentricité e, tels que A_2 soit au foyer de l'ellipse pour les rayons parallèles à l'axe. On trouve

$$\delta = \alpha \frac{le(1-e^2)\sin^2 u_2}{\cos u_2 (1 - e\cos u_2)^2}; \qquad x_0 = \alpha \frac{l(1-e^2)}{1-e\cos u_2} - \frac{\delta}{2}.$$

L'abscisse de B_2 est $\alpha l(1+e)$; ω diminue quand u_2 augmente.

(2) Dans le cas où φ' s'annule pour une ou plusieurs zones, il existe un ou plusieurs points lumineux, d'intensité comparable à celle de B_2. Ce cas doit être fréquent dans les objectifs étudiés en vue de réaliser le mieux possible la condition des sinus, car, si l'on impose la condition que φ reprenne, en certaines zones, la même valeur qu'au centre, il passe nécessairement par des maximum ou des minimum. Ces images multiples paraissent cependant peu connues, si même elles ont été signalées; il est possible que, pratiquement, elles soient trop voisines de B_2 pour s'en distinguer, en raison de la diffraction et des résidus d'aberration.

théorie des triples de polynomes f, Φ, F qui ont un théorème de composition

$$f(x)\Phi(\xi)=F(X). \tag{2}$$

J'exprime les fonctions bilinéaires X, ..., Y_n comme fonctions linéaires de $x_1, \ldots, x_n$, et je suppose que le déterminant $\Delta(\xi)$ de leurs coefficients n'est pas nul identiquement. Je donne aux $\xi_1, \ldots, \xi_n$ des valeurs telles que $\Delta(\xi)\neq 0$, et j'écris y_i pour la fonction résultante X_i de $x_1, \ldots, x_n$, et c pour la valeur de $\Phi(\xi)$. Ainsi, $cf(x)=F(y)$, $c\neq 0$. L'élimination de $f(x)$ entre cette équation et (2) nous donne

$$F(y)\frac{1}{c}\Phi(\xi)=F(X),$$

où les X_i sont des fonctions bilinéaires de $x_1, \ldots, x_n, \xi_1, \ldots, \xi_n$, et donc de $y_1, \ldots, y_n, \xi_1, \ldots, \xi_n$, après la solution des équations qui donnent les y_i comme fonctions linéaires de $x_1, \ldots, x_n$. Maintenant nous avons une équation du type (2) avec $f\equiv F$.

Alors je répète le même procédé, mais avec le rôle des x_i et des ξ_i échangé. J'exprime les fonctions bilinéaires $X_1, \ldots, X_n$ comme fonctions linéaires de $\xi_1, \ldots, \xi_n$, et je suppose que le déterminant $\Delta'(x)$ de leurs coefficients n'est pas nul identiquement. Je donne aux $x_1, \ldots, x_n$ des valeurs telles que $\Delta'(x)\neq 0$, et j'écris z_i pour la fonction résultante X_i de $\xi_1, \ldots, \xi_n$, et k pour la valeur de $f(x)$. Ainsi, $k\Phi(\xi)=F(z)$, $k\neq 0$. L'élimination de $\Phi(\xi)$ entre cette équation et (2) avec $f\equiv F$ nous donne

$$\frac{1}{k}F(x)F(z)=F(X),$$

où les X_i sont des fonctions bilinéaires de $x_1, \ldots, x_n; z_1, \ldots, z_n$. Je divise cette équation par k et j'écris $f(x)$ pour $\frac{1}{k}F(x)$, et je trouve : $f(x)f(z)=f(X)$ qui est une équation du type (1).

Ainsi *l'étude de l'équation* (2) *entre trois fonctions se réduit à l'étude de l'équation* (1) *pour une seule fonction.*

J'ai fait cette étude-là par les moyens des nombres hypercomplexes, des covariants et de la géométrie. Pour le cas $n=3$, je donne maintenant une discussion très élémentaire, partant de (2) au lieu de (1), puisqu'il faut deux opérations pour faire la réduction de (2) à (1).

Considérer les formes canoniques

$$f=x^3+y^3+z^3+6m\,xyz, \qquad F=X^3+Y^3+Z^3+6M\,XYZ, \tag{3}$$

telles que $F = kf$, X, Y, Z étant des fonctions linéaires et homogènes de x, y, z du déterminant $\Delta \neq 0$. Les déterminants hessiens de f et F sont

$$h = -m^2(x^3+y^3+z^3)+(2m^3+1)xyz,$$
$$H = -M^2(X^3+Y^3+Z^3)+(2M^3+1)XYZ.$$

Puisque le hessien est un covariant dont l'indice est 2, et le hessien de kf est k^3h, nous avons $k^3h = \Delta^2 H$. A ce dernier, ajoutons le produit de $kf = F$ par $M^2\Delta^2$. Nous trouvons

$$(4) \qquad r(x^3+y^3+z^3)+sxyz = cXYZ,$$

où

$$r = kM^2\Delta^2 - k^3m^2, \qquad s = 6mkM^2\Delta^2 + k^3(2m^3+1), \qquad c = (8M^3+1)\Delta^2.$$

Nous supposons que les formes (3) sont indécomposables. Par conséquent, $8m^3 \neq -1$, $c \neq 0$. Car, si $8m^3 = -1$, nous pouvons supposer que $2m = -1$ après la multiplication de x par une puissance de racine cubique imaginaire ω de l'unité. Alors f est

$$(5) \qquad x^3+y^3+z^3-3xyz = \begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{vmatrix} = \prod_{i=0}^{2}(x+\omega^i y+\omega^{2i}z).$$

Réciproquement, si f est un produit de trois fonctions X, Y, Z dont le déterminant est Δ, nous avons $h = 2\Delta^2 XYZ$. Ainsi, les coefficients de h sont proportionnels aux coefficients de f:

$$0 = \begin{vmatrix} 1 & 6m \\ -m^2 & 2m^3+1 \end{vmatrix} = 8m^3+1.$$

Premier cas : $r = 0$. — Après une permutation de x, y, z dans (4), nous avons

$$X = \alpha x, \qquad Y = \beta y, \qquad Z = \gamma z, \qquad \Delta = \alpha\beta\gamma, \qquad s = c\Delta.$$

Donc $F = kf$ donne $\alpha^3 = \beta^3 = \gamma^3 = k$, $km = M\Delta$. Ainsi, $\beta = \alpha\rho$, $\gamma = \alpha\sigma$, où $\rho^3 = \sigma^3 = 1$. Soient $x_1 = y$, $y_1 = \rho y$, $z_1 = \sigma z$, $m_1 = \frac{m}{(\rho\sigma)}$. Alors

$$f = f_1 = x_1^3+y_1^3+z_1^3+6m_1x_1y_1z_1, \qquad X = \alpha x_1, \qquad Y = \alpha y_1, \qquad Z = \alpha z_1,$$

et $km_1 = M\Delta$. Ainsi, $\Delta = \alpha^3 = k$, $M = m_1$. Les mêmes conclusions peuvent être tirées aussi de $F = kf_1$.

Deuxième cas : $r \neq 0$. — Puisque (4) est un produit de fonctions

linéaires, nous avons $\frac{s}{r} = 6\mu$, où $8\mu^3 = -1$ par la démonstration ci-dessus. Ainsi, $\frac{s}{r} = -3\omega^t$. Après avoir substitué $\omega^t x$ à x, nous avons $s = -3r$. Donc (4) est le produit de (5) par r. Nous choisissons les facteurs linéaires de (5) pour les nouvelles variables

$$x_1 = x + y + z, \qquad y_1 = x + \omega y + \omega^2 z, \qquad z_1 = x + \omega^2 y + \omega z.$$

La solution de ces équations donne

$$3x = x_1 + y_1 + z_1, \qquad 3y = x_1 + \omega^2 y_1 + \omega z_1, \qquad 3z = x_1 + \omega y_1 + \omega^2 z_1.$$

Ainsi, par (5),

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = x_1 y_1 z_1, \qquad x_1^3 + y_1^3 + z_1^3 - 3x_1 y_1 z_1 = 27xyz.$$

Par conséquent,

$$f = f_1 = \frac{1}{q}(2m+1)(x_1^3 + y_1^3 + z_1^3) + \frac{2}{3}(1-m)x_1 y_1 z_1.$$

Après une permutation de X, Y, Z, il suit d'après (4) que

$$X = \alpha x_1, \qquad Y = \beta y_1, \qquad Z = \gamma z_1.$$

Alors $F = kf_1$ donne

$$\alpha^3 = \beta^3 = \gamma^3 = \frac{1}{q}(2m+1)k, \qquad 6M\alpha\beta\gamma = \frac{2}{3}(1-m)k.$$

Après la multiplication de y_1 et z_1 par des racines cubiques de l'unité (comme dans le premier cas), nous pouvons supposer que $\alpha = \beta = \gamma$. Ainsi, $M(2m+1) = 1 - m$.

Donc, dans les deux cas, k est égal au produit de α^3 par une constante. Ainsi, *une puissance d'une fonction linéaire est la seule fonction cubique* $\Phi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ *qui peut se multiplier par une fonction cubique indécomposable* $f(x_1, x_2, x_3)$ *pour donner une fonction cubique indécomposable* $F(X_1, X_2, X_3)$.

Comme corollaire, il n'existe pas une fonction cubique, ternaire et indécomposable, qui ait un théorème de multiplication (1).

Dans ma Communication au Congrès de Strasbourg, j'ai démontré que, si un polynome f a un théorème de multiplication (1), toute covariante de f est le produit d'une puissance de f par une constante. Un tel

polynome f est le déterminant

$$(6)\qquad f = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{vmatrix},$$

où les x_{ij} sont n^2 variables indépendantes. Le hessien h de f est une covariante de f. Ainsi, $h = cf^{n(n-2)}$, où c est une constante. On trouve la valeur de c comme suit. Par inspection,

$$(7)\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_{ij}\, \partial x_{kl}}$$

est nulle si x_{ij} et x_{kl} se trouvent dans la même ligne ou même colonne du déterminant (6), c'est-à-dire si $i = k$ ou $j = l$. Dans les autres cas, (7) est égale, sauf le signe, au déterminant mineur d'ordre $n - 2$. Il suffit de poser $x_{ii} = 1$, $x_{ij} = 0$ $(i \neq j)$. Alors, (7) est nulle, exception faite des cas suivants :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_{ii}\, \partial x_{kk}} = 1 \quad (i \neq k); \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_{ij}\, \partial x_{ji}} = -1 \quad (i \neq j).$$

Ainsi, dans la ligne du déterminant hessien h dont les éléments sont (7) pour des valeurs constantes et distinctes de i et j, il y a un seul élément distinct de zéro. Nous pouvons supprimer cette ligne, qui est marquée par x_{ij}, et la colonne correspondante marquée par x_{ji}. Nous supprimons toutes ces lignes et colonnes pour $i, j = 1, \dots, n$; $i \neq j$. Alors,

$$\pm h = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_{11}\, \partial x_{11}} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_{11}\, \partial x_{22}} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_{11}\, \partial x_{nn}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_{nn}\, \partial x_{11}} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_{nn}\, \partial x_{22}} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_{nn}\, \partial x_{nn}} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} n-1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ n-1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ n-1 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n-1 & 1 & 1 & \dots & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{n-1}(n-1).$$

Ainsi, $c = \pm (n-1)$. *Le hessien du déterminant* (6) *est le produit d'une puissance de ce déterminant par une constante* $\neq 0$.

MÉCANIQUE. — *Moteur d'aviation admettant une masse constante et effectuant une compression constante à toute altitude.* Note ([1]) de M. A. Witz.

La perte de puissance, éprouvée par les moteurs à essence à explosion, sous l'influence de l'altitude, est due à des causes multiples, dont la principale est la décroissance de la masse de la cylindrée admise et de la compression qu'elle subit, à mesure que diminue la densité de l'atmosphère.

On a déjà imaginé de nombreux et ingénieux dispositifs pour corriger cette influence.

La première idée qui a été suivie consistait à modifier le coefficient de compression volumétrique, en le portant d'abord à des valeurs incompatibles avec le fonctionnement à pleine admission au sol, sous réserve d'une réduction de celle-ci aux faibles altitudes. Tels sont les moteurs initialement *surcomprimés*, avec limitation d'admission au départ, de la classe A, dans la judicieuse classification qne M. Villey a présentée à l'Académie ([2]) et ceux de la classe B, qu'il a appelés à *compression variable* par des moyens divers. Tels encore les moteurs *suralésés*, dont le diamètre du cylindre est trop fort pour les dimensions des organes, mais dans lesquels on pratique aussi un laminage du mélange au départ du sol. La combinaison de ces dispositifs a donné le moyen d'obtenir une puissance constante au moins jusqu'à 4000^{m}.

Pour s'élever davantage, on s'avisa de forcer artificiellement le remplissage au moyen d'un compresseur, permettant de réaliser à toute hauteur la même densité de cylindrée qu'au niveau du sol; ce sont les moteurs *suralimentés*, de la catégorie D de M. Villey. Cette solution comporte l'emploi d'un compresseur centrifuge que l'on actionne par le moteur lui-même, du côté opposé à l'hélice, ou que l'on commande par un moteur spécial indépendant; c'est le système auquel les Allemands ont donné la préférence, pour leurs avions géants, disposant d'une puissance de 1200 chevaux et plus. M. Rateau a apporté un remarquable perfectionnement au procédé en utilisant l'énergie des gaz de la décharge, et en les faisant détendre à travers une turbine, jusqu'à la pression atmosphérique de l'altitude atteinte pour commander le compresseur.

M. Villey a proposé un nouveau type de moteur, qu'il qualifie d'*allégé* (catégorie C) : c'est un moteur ordinaire, suivant le cycle Beau de Rochas-Otto, spécialement étudié pour être toujours alimenté à une pression inférieure à celle de l'atmosphère au niveau du sol. D'après l'inventeur, l'application pratique de son idée est subordonnée à la mise au point d'un limiteur automatique d'admission, qui ne présente pas de difficulté et assure une sécurité complète aux basses altitudes. M. Rateau a objecté au système les incertitudes d'allumage d'un mélange à faible pression et basse température, l'importance des résistances passives d'une semblable

([1]) Séance du 7 mars 1921.
([2]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 171 et 557.

machine, dont il faudrait augmenter les dimensions, et qui consommerait beaucoup d'essence ([1]).

Il semblerait que toutes les combinaisons possibles fussent épuisées, et pourtant il en est une autre, qui peut rentrer dans la catégorie B, mais qui ne me paraît pas avoir retenu suffisamment l'attention : je l'appellerai *à admission de masse constante avec compression constante*. Elle présente quelques avantages particuliers, que je crois devoir signaler aux spécialistes de ce genre de construction.

Je pars du fait que le meilleur type de moteur à explosion est celui qui présente une course d'admission et de compression moindre que la course de détente et permet une détente plus complète des gaz brûlés; j'ai démontré dans mes études sur les moteurs que ce type possède le rendement le plus élevé. La différence n'est pas négligeable, attendu que ce rendement est égal à 0,44, pour une compression à 5^{kg}, alors que celui du cycle à course d'admission de même longueur que la course de détente, laquelle est tronquée, ne dépasse pas 0,31, toutes choses égales d'ailleurs ([2]).

Or, prenons un tel moteur à course réduite, et portons-le à une altitude supérieure : pour maintenir la constance de la masse admise et celle de la pression π de compression, il faudra allonger la course d'admission et de compression. En admettant l'adiabacité de la ligne de compression, un calcul simple établit que, pour arriver à la même valeur de π, dans une atmosphère de densité moitié moindre que celle qui règne au niveau de la mer, il suffira d'allonger la course variable de $\frac{7}{10}$; cela correspond déjà à une altitude de 5500^m. On doublerait la course pour monter à 10000^m, où la pression n'est plus que de 198^{mm} de mercure.

Voilà donc bien un moteur dans lequel la charge admise et sa compression restent invariables, à toute altitude, par le seul allongement de la course du piston au premier et deuxième temps. La compression constante lui garde longtemps sa même valeur de rendement, qui est supérieure : sa puissance ne baisse pas, car la pression moyenne exercée sur le piston est proportionnelle à la différence des pressions d'explosion et de compression. On est même porté à croire, sur la foi de diagrammes théoriques tracés d'après ces données, que la puissance augmentera quelque peu, par suite de l'aug-

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 782.

([2]) A. Witz, *Traité théorique et pratique des moteurs à gaz et à pétrole*, 4e édition, t. 1, p. 283 et suiv.

mentation d'aire résultant d'une détente poussée plus loin et d'une ligne de décharge, établie au-dessous de celle du départ. De plus, le débit d'essence au carburateur croîtra avec l'allongement de la course d'aspiration, malgré l'abaissement de température du milieu ambiant, dont l'effet sera atténué par le fait.

Le système prête le flanc à une critique fondée, que je ne me dissimule pas. Pour satisfaire aux conditions d'un vol horizontal près du sol, dans lequel l'hélice doit tourner à sa plus grande vitesse, le moteur, alimenté par une course et une admission réduite, doit pouvoir développer à ce moment une puissance déterminée : celle-ci imposera à notre moteur un alésage de cylindre plus fort que serait celui d'un moteur à course et admission pleine. Il en résultera une augmentation de poids, qui dépendra de la hauteur de plafond envisagée. Si l'aviateur limite son ambition à 5500^{m}, la section du piston sera augmentée de $\frac{7}{10}$: de 100^{mm}, par exemple, le diamètre sera porté à 130.

La surcharge imposée à l'avion sera de ce chef peu considérable. Il ne s'agit que d'un suralésage de cylindre, sans renforcement d'aucun autre organe. D'ailleurs, le système procurera des allégements compensateurs, dus à son rendement supérieur, et à une réfrigération moins active, conséquence d'une détente complète; il permet d'escompter une réduction des provisions d'essence et d'eau et des poids de réservoirs et de radiateurs. Il n'exige l'adjonction d'aucun moteur auxiliaire, ni d'aucun compresseur.

Il me reste à dire par quel moyen pratique pourra se réaliser la course variable, sur laquelle repose le projet. On ne doit pas songer à faire usage de mécanismes, du genre de celui de M. Atkinson; il faut résoudre le problème par un artifice. La course ne sera pas réellement réduite, mais elle sera rendue inopérante sur une fraction de sa longueur, en coupant l'admission au moment voulu du premier temps; de ce point au bout de la course, le piston détendra la charge et la recomprimera; cette double opération, effectuée pour rien, ne coûtera aucun travail et contribuera à produire un meilleur brassage des éléments combustible et comburant du mélange. Une soupape d'aspiration commandée remplira la fonction. La chose est possible : Niel l'avait pratiquée en sens inverse du nôtre et le procédé a fait ses preuves. On pourrait aussi adopter une autre solution, inspirée du moteur Charon, reposant sur l'emploi d'une soupape de décompression, avec remisage momentané du mélange, refoulé hors du cylindre, dans un tube enroulé en serpentin, où il serait repris pour le cycle suivant. Dans les deux cas, on mettrait la soupape commandée sous la dépendance

d'un régulateur, constitué par une capsule manométrique étanche et extensible, remplie d'air au départ du sol, dont le volume subira l'influence des variations de température et de pression de l'atmosphère ambiante.

ÉLECTIONS.

Par 31 suffrages contre 5 à M. *Armand Duchesne*, 2 à M. *Henri Eddy*, 1 à M. *Timocenko* et 3 bulletins blancs, Sir **George Greenhill** est élu Correspondant de l'Académie pour la Section de Mécanique, en remplacement de M. *Voigt*, décédé.

PLIS CACHETÉS.

M. **R. Bourgeois** demande l'ouverture d'un pli cacheté déposé par lui, en qualité de directeur du Service géographique de l'armée, dans la séance du 13 novembre 1916 et inscrit sous le n° 8332.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire de MM. **Delcambre** et **Schereschewski** intitulé : *Étude et prévision de certaines variations barométriques.*

(Renvoi à l'examen de M. R. Bourgeois.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

Henry Eddy, 12 brochures contenant divers travaux relatifs à la physique mathématique et à l'art de l'ingénieur. (Présentées par M. H. Sebert.)

A. Einstein, *La théorie de la relativité restreinte et généralisée* (*mise à la portée de tout le monde*), traduit par Mlle J. Rouvière.

Albert Einstein, *L'éther et la théorie de la relativité*, traduit par Maurice Solovine.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les couples de fonctions algébroïdes d'une variable correspondant aux points d'une courbe algébrique de genre supérieur à l'unité.* Note de M. **Georges-J. Rémoundos.**

1. Dans un travail paru en 1912 dans les *Rend. del Circolo Matem. di Palermo* (t. 33, 1er sem. 1912), M. E. Picard a établi le théorème suivant qui présente une certaine analogie avec la généralisation du célèbre théorème de M. Picard, aujourd'hui classique, obtenue en 1904 par M. Landau, à savoir :

« *Considérant une courbe*

$$f(x, y) = 0 \tag{1}$$

de genre supérieur à l'unité, on met à la place de x dans l'équation (1) *une fonction méromorphe de z dans un certain domaine autour de l'origine, dont le développement taylorien est*

$$x = a + a_1 z + \ldots, \qquad (a_1 \neq 0). \tag{2}$$

» *On tire de* (1) *la fonction y de z prenant pour $z = 0$ la valeur b. Les deux fonctions x et y de z ne pourront être simultanément méromorphes dans un cercle de centre origine et de rayon supérieur à une quantité* $R(a, a_1)$ *ne dépendant que de a et a_1* [*et nullement des autres coefficients du développement* (2)]. »

Pour établir ce théorème, M. Picard a utilisé une fonction $\lambda(x, y)$ du point analytique (x, y), qui résulte de la théorie des fonctions fuchsiennes et qui est holomorphe dans le voisinage de tout point de la surface de Riemann correspondant à (1) et pour laquelle le coefficient de i est toujours positif.

2. J'ai cherché à utiliser la même fonction $\lambda(x, y)$ pour généraliser ce théorème de M. Picard en l'étendant à des fonctions *non uniformes* dans le voisinage d'un point et je suis parvenu à obtenir les résultats suivants :

Théorème. — *Soit une courbe*

$$f(x, y) = 0$$

de genre supérieur à l'unité. Si, dans cette équation, nous remplaçons x par une fonction $x = \mathrm{a}(z)$ algébroïde dans le voisinage de l'origine $z = 0$, qui peut être un point singulier, définie par l'équation

$$x^\nu + A_1(z)\,x^{\nu-1} + A_2(z)\,x^{\nu-2} + \ldots + A_{\nu-1}(z) + A_\nu(z) = 0,$$

où

$$A_1(z) = a_1 + b_1 z + \ldots, \quad A_2(z) = a_2 + b_2 z + \ldots, \quad \ldots, \quad A_\nu(z) = a_\nu + b_\nu z + \ldots$$

et les polynomes

$$p(x) = x^\nu + a_1 x^{\nu-1} + \ldots + a_{\nu-1} x + a_\nu, \quad q(x) = b_1 x^{\nu-1} + b_2 x^{\nu-2} + \ldots + b_{\nu-1} x + b_\nu$$

n'ont aucune racine commune, on tire de l'équation (1) *une autre fonction* $y = \mathrm{b}(z)$ *aussi algébroïde dans le voisinage de* $z = 0$.

Alors, l'une au moins des fonctions $\mathrm{a}(z)$ *et* $\mathrm{b}(z)$ *admet au moins un point singulier* DIFFÉRENT *de l'origine* $z = 0$ *dans un cercle de centre origine et de rayon supérieur à une quantité*

$$R(a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_\nu, b_\nu, n_1, n_2, \ldots)$$

ne dépendant que des coefficients $a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_\nu, b_\nu$ *et des degrés* $n_1, n_2, \ldots$ *de multiplicité des racines du polynome* $p(x)$.

La quantité R est analogue à celle du théorème de M. Picard. Elle est égale à la plus grande des quantités de la forme [1]

$$\left| \frac{\mu(\alpha) - \mu_0(\alpha)}{\alpha_1 \mu'(\alpha)} \right|$$

dont chacune correspond à un système circulaire de branches de la fonction $x = \mathrm{a}(z)$ qui se permutent autour de $z = 0$ et sont représentées par la série $\alpha_1 + \alpha_1 z \ldots$ [Le développement de $\lambda(xy)$ suivant le point analytique (α, β) relatif à chaque système circulaire de branches donne

$$\lambda(xy) = \mu(x) = \mu(\alpha) + (x - \alpha)\mu'(\alpha) + \ldots]$$

Les nombres α ne dépendent que des coefficients $a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_\nu, b_\nu$ et des degrés $n_1, n_2, \ldots$.

3. Un cas particulier intéressant est celui où l'une des deux fonctions, par exemple la $x = \mathrm{a}(z)$, est méromorphe. Alors, notre théorème donne *une limite supérieure de la différence des modules de deux points critiques de l'autre* $y = \mathrm{b}(z)$, *lorsque ces points sont rangés par ordre de module croissant, cette limite ne dépendant que des valeurs de la fonction* $\mathrm{a}(z)$ *et de sa dérivée en un de ces deux points singuliers.*

Nous pouvons, par exemple, appliquer cela à la fonction *algébrique* $y(x)$ elle-même définie par la courbe donnée (1) de genre supérieur à l'unité, ce qui nous donne des renseignements intéressants sur la distribution (en module) des points singuliers d'une fonction algébrique définie par une équation de genre supérieur à l'unité.

---

[1] Voir le travail de M. Picard plus haut mentionné, page 2.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions hyperelliptiques singulières.* Note de M. C.-E. TRAYNARD, présentée par M. Appell.

En généralisant les travaux de G. Humbert sur les relations singulières entre les périodes d'une fonction abélienne de deux variables, G. Cotty a étudié, dans sa Thèse, les relations singulières entre les périodes du Tableau

$$T_n \left| \begin{matrix} \frac{1}{n} & 0 & g & h \\ 0 & 1 & h & g' \end{matrix} \right|$$

Il a démontré (¹) que toute relation de diviseur n, d'invariant Δ et de type k est équivalente à la relation réduite

$$ng + kh - mg' = 0,$$

n étant définie par l'égalité

$$\Delta = k^2 + 4mn.$$

J'ai étudié les fonctions intermédiaires relatives à ces relations, de la même façon que G. Humbert a étudié les fonctions intermédiaires relatives aux relations de diviseur 1 et j'ai obtenu ainsi des résultats qui généralisent ceux de ce géomètre éminent et regretté.

La définition de ces fonctions introduit deux entiers p et q dont le premier est toujours positif et tels que $\delta = np^2 - kpq - mq^2$ soit positif ou nul; le nombre de fonctions paires ou impaires dépend de la valeur de δ et de certaines parités; $\delta = 0$ constitue le cas elliptique et correspond à la condition $\Delta = l^2$.

Si $q = 0$, les fonctions intermédiaires deviennent des fonctions thêta, précisément celles qui sont relatives au Tableau T_n et que j'ai étudiées dans ma thèse.

Déterminant ensuite les demi-périodes qui annulent ces fonctions paires ou impaires, j'ai obtenu un ensemble de résultats qui constitue en quelque sorte un amalgame de ceux que G. Humbert a donnés pour les fonctions singulières de diviseur 1 et de ceux que j'ai donnés pour les fonctions de diviseur n.

L'application de ces résultats aux surfaces hyperelliptiques singulières

(¹) *Thèse*, p. 53. Je dirai que n est le diviseur de la relation et non pas le genre comme le disait G. Cotty.

se présente immédiatement. G. Humbert a signalé [1] des surfaces à 15 points doubles et une surface à 32 droites. J'ai étudié avec quelques détails de telles surfaces dans ma Thèse et M. L. Remy [2] a montré que les surfaces de G. Humbert se ramènent par une transformation (non univoque) à celles dont j'ai donné les propriétés. Avec l'introduction généralisée du diviseur n, cette transformation n'est plus nécessaire, comme l'exemple suivant va le montrer.

Je prends la relation singulière sous la forme

$$3g-g'=0, \qquad n=3, \qquad k=0, \qquad m=1, \qquad \Delta=12.$$

Il y a pour $p=2$, $q=0$ huit fonctions paires qui ne s'annule pour aucune demi-période. En leur donnant $u=v=0$ comme zéro quadruple, il reste quatre fonctions linéairement indépendantes. Ces fonctions sont des fonctions thêta, cas particuliers des fonctions d'ordre 6 et de diviseur 3 qui m'ont conduit à une surface du quatrième degré à 15 points doubles [3].

En prenant les fonctions intermédiaires ainsi déterminées comme coordonnées d'un point, la surface obtenue est aussi du quatrième degré et à 15 points doubles. Elle est caractérisée comme celle que j'ai étudiée par la propriété énoncée par G. Humbert :

La trace sur un plan du cône circonscrit d'un point à la surface se compose de quatre droites et d'une conique C tangentes à une même conique en tous leurs points de rencontre avec elle; en outre, la conique circonscrite au triangle formé par trois des droites admet la quatrième comme sécante commune avec C; l'existence d'une de ces coniques entraîne celle des trois autres.

Cette propriété ramène à trois le nombre de paramètres vrais dont dépend la surface; mais la surface singulière ne dépend que de deux paramètres et en effet il existe sur elle des courbes qui n'existent pas sur la surface générale.

Je prends $p=1$, $q=1$, d'où $\delta=2$; il y a pour trois caractéristiques particulières deux fonctions paires nulles pour quatre demi-périodes; en leur donnant $u=v=0$ comme zéro double, la courbe obtenue est une conique passant par quatre points doubles; de même $p=1$, $q=-1$, $\delta=2$ donne les trois coniques qui, associées aux précédentes, forment trois sections planes

(1) *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 640; t. 132, 1901, p. 72.

(2) *Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 768.

(3) *Thèse*, p. 88.

décomposées. Par conséquent, la surface singulière admet trois groupes de quatre points doubles situés dans un même plan. La trace sur un plan du cône circonscrit d'un des points doubles appartenant à ces plans est telle que la droite joignant les points de rencontre de deux des quatre droites avec la conique C passe par le point de rencontre des deux autres droites. Cette propriété ne se présente qu'une fois.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les développements en série suivant les inverses de polynomes donnés.* Note de M. N. **Abramesco**, présentée par M. P. Appell.

On connaît les recherches de M. P. Appell (¹) sur les développements en série procédant suivant les inverses de polynomes donnés. Dans ce qui suit, je me propose d'indiquer une généralisation de ces développements.

Soient

$$(5)\qquad \varphi(z) = d_0 + d_1 z + \ldots + d_n z^n + \ldots$$

une fonction régulière à l'intérieur du cercle de centre O et de rayon

$$|z| = R',$$

et $b_{p,q}$ extérieurs au cercle R',

$$|b_{p,q}| > R'.$$

Un problème qu'on peut se poser est de trouver la région où le développement

$$(6)\qquad d_0 + d_1 z + \ldots + d_n z^n + \ldots = \frac{B_0}{Q_0(z)} + \frac{B_1 z}{Q_1(z)} + \ldots + \frac{B_n z^n}{Q_n(z)} + \ldots,$$

$$Q_n(z) = (z - b_{n,1})(z - b_{n,2})\ldots(z - b_{n,n}),$$

est valable, les B_k étant des constantes.

On a

$$|z - b_{p,q}| = |b_{p,q}| \left| 1 - \frac{z}{b_{p,q}} \right| > R'\left(1 - \frac{|z|}{|b_{p,q}|}\right),$$

$$|z - b_{p,q}| > R'\left(1 - \frac{|z|}{R'}\right);$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 5 et 1042; *Bulletin des Sciences mathématiques*, novembre 1913. — *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. 58, 1920, p. 1.

donc

$$\left|\frac{z}{z-b_{pq}}\right| = \frac{|z|}{|b_{p,q}|\left|1-\frac{z}{b_{p,q}}\right|} < \frac{|z|}{R'\left(1-\frac{|z|}{R'}\right)},$$

$$\left|B_n\frac{z^n}{Q_n(z)}\right| < \frac{|B_n|\,|z|^n}{R'^n\left(1-\frac{|z|}{R'}\right)^n}.$$

Si l'on pose

$$|z| = \rho' < R',$$

la série

$$\sum \frac{B_n z^n}{Q_n(z)}$$

est uniformément convergente si la série

$$(7) \qquad \sum |B_n| \frac{\rho'^n}{R'^n\left(1-\frac{\rho'}{R'}\right)^n}$$

est convergente et donc, d'après le théorème de Weierstrass, le développement (6) est valable à l'intérieur d'un cercle de centre O.

Or, la série (7) est convergente si

$$\lim \sqrt[n]{|B_n| \frac{\rho'^n}{R'^n\left(1-\frac{\rho'}{R'}\right)^n}} < 1;$$

donc

$$\rho'(1+\lim\sqrt[n]{|B_n|}) < R',$$

$$\rho' < \frac{R'}{1+\lim\sqrt[n]{|B_n|}}.$$

Par suite, le développement (6) est valable à l'intérieur du cercle de centre O et de rayon

$$\frac{R'}{1+\lim\sqrt[n]{|B_n|}}.$$

2. Soient

$$f(z) = \ldots + \frac{c_n}{z^n} + \ldots + \frac{c_1}{z} + d_0 + d_1 z + \ldots + d_n z^n + \ldots$$

une fonction régulière dans la couronne formée par les cercles de centre O et de rayons R et R' ($R < R'$) et

$$|a_{i,k}| < R, \quad |b_{p,q}| > R'.$$

Le développement

$$f(z) = \frac{A_1}{P_1(z)} + \ldots + \frac{A_n}{P_n(z)} + \ldots + \frac{B_0}{Q_0(z)} + \frac{B_1 z}{Q_1(z)} + \ldots + \frac{B_n z^n}{Q_n(z)} + \ldots,$$
$$P_n(z) = (z - a_{n,1}) \ldots (z - a_{n,n}), \qquad Q_n(z) = (z - b_{n,1}) \ldots (z - b_{n,n}),$$

est valable dans la couronne formée par les cercles de centre O et de rayons

$$R + \lim \sqrt[n]{|A_n|}, \qquad \frac{R'}{1 + \lim \sqrt[n]{|B_n|}}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques points de la théorie des fonctions et de la théorie des nombres.* Note de M. **Théodore Varopoulos**, présentée par M. Appell.

1. Soit une fonction $x = \varphi(z)$ à μ branches définie par une équation de la forme [1].

$$F(z, x) = x^{\mu} + A_1(z) x^{\mu-1} + A_2(z)^{\mu-2} + \ldots + A_{\mu-1}(z) x + A_{\mu}(z) = 0$$

et supposons, pour fixer les idées, que les fonctions entières $A_i(z)$ sont d'ordre fini au plus égal à ρ.

Il faut considérer comme exceptionnelle toute valeur x_0 de x pour laquelle on ait

$$F(z, x_0) = P_0(z) + Q_0(z) e^{H_0(z)},$$

$H_0(z)$, $Q_0(z)$, $P_0(z)$ désignant des polynomes, le premier de degré au plus égal à ρ.

Soient x_i, x_j deux telles valeurs de x. Appelons (E_1) l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $F(z, x)$ soit une constante ou un polynome, (E_2) l'ensemble de valeurs de x pour lesquelles aucune des différences

$$H_i(z) - H_j(z)$$

n'est constante; nous démontrerons le théorème suivant :

Théorème. — *L'ensemble des valeurs* (E_1), (E_2) *ne surpasse jamais le nombre* $\mu + 1$, *l'infini compris.*

En effet, l'élimination des $A_i(z)$ entre les équations

$$F(z, x_i) = P_i(z) \qquad (i = 1, 2, \ldots, \mu - 1),$$
$$F(z, x_j) = P_j(z) + Q_j(z) e^{H_j(z)} \qquad (j = \mu, \mu + 1)$$

---

(1) Voir ma Communication précédente : *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 355.

nous conduit à une identité de M. Borel de la forme suivante :

$$\lambda = \sum_{1}^{\mu+1} \lambda_i P_i(z) + \lambda_\mu Q_\mu(z) e^{H_\mu(z)} + \lambda_{\mu+1} Q_{\mu+1}(z) e^{H_{\mu+1}(z)},$$

λ, λ_i ayant les valeurs citées dans ma Communication précédente, dans laquelle les termes exponentiels ne subiront aucune réduction, bien entendu, dans la forme définitive exigée par le théorème fondamental de M. Borel, et, par conséquent, l'identité en question est impossible.

2. Le théorème subsiste encore si les fonctions $P(z)$, $Q(z)$ croissent toutes moins vite que $e^{M(r)^{1-\alpha}}$, $e^{M(r)}$ étant le plus grand des ordres des fonctions $A_i(z)$, et α étant toujours un nombre positif quelconque, mais fixe.

3. Ce théorème peut servir de base pour établir une généralisation du théorème cité à ma Note susdite.

Soit une équation algébrique exceptionnelle

$$p(x) = x^\mu + \alpha_1 x^{\mu-1} + \ldots + \alpha_{\mu-1} x + \alpha_\mu = \mathrm{a} - a\, e^{\alpha},$$

où les nombres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu$ sont transcendants, a, a, α algébriques et différents de zéro, qui admet des racines algébriques.

Soit

$$P(x_1) = \mathrm{a}_1 + a_1 e^{\alpha_1},$$
$$P(x_2) = \mathrm{a}_2 + a_2 e^{\alpha_2},$$

si $\alpha_1 \neq \alpha_2$ il est impossible, grâce au théorème de Lindemann, d'avoir

$$p(x_1) : p(x_2) = \text{algébrique}.$$

Alors si nous appelons (E_1) l'ensemble des valeurs algébriques de x pour lesquelles $p(x)$ est nombre algébrique, (E_2) l'ensemble des valeurs x_i pour lesquelles

$$p(x_i) = \mathrm{a}_i + a^i e^{\alpha_i},$$

et les nombres α_i sont différents entre eux, nous arrivons à l'énoncé suivant :

Théorème. — *L'ensemble des valeurs* (E_1), (E_2) *ne surpasse jamais le nombre* μ.

L'élimination des coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu$ entre les $\mu + 1$ équations

$$P(x_i) = A_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, \mu - 1),$$
$$P(x_j) = \mathrm{a}_j + a_j e^{\alpha_j} \qquad (j = \mu, \mu + 1)$$

nous conduit à l'égalité suivante

$$\lambda = A + \lambda_\mu a_\mu e^{\alpha_\mu} + \lambda_{\mu+1} a_\mu e^{\alpha_{\mu+1}} \qquad (\alpha_\mu \neq \alpha_{\mu+1}),$$

laquelle, d'après le théorème de Lindemann, est impossible et notre théorème est démontré.

Nous avons ici la limite μ au lieu $\mu+1$, que nous avions dans le théorème du paragraphe I, parce que l'infini n'a pas à intervenir dans la théorie des nombres.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un calcul de totalisation à deux degrés.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

L'intérêt des considérations suivantes est de conduire au calcul des coefficients d'une série trigonométrique convergente quelconque dont la somme est une fonction donnée.

Dans un travail antérieur [1], j'ai analysé les rapports mutuels des notions de *fonction continue résoluble* et de *fonction totalisable*. La notion de *dérivée approximative* fournit le lien entre ces deux catégories de fonctions [2].

Le calcul totalisant permet de remonter d'une dérivée approximative à une fonction résoluble en vertu des deux propositions suivantes :

1° Toute fonction résoluble F possède sur une épaisseur pleine une dérivée approximative φ. φ complétée indifféremment par des valeurs finies aux points où elle n'existe pas, est totalisable. $F(b)-F(a)$ est égale à la totale de $f\,dx$ prise de a à b.

2° Si la fonction donnée φ_1 est totalisable, la totale de φ_1 entre a et x est une fonction de x résoluble F_1. Celle-ci admet φ_1 pour dérivée approximative sur une épaisseur pleine.

D'une manière analogue, nous nous proposons de caractériser deux

(1) *Annales de l'École Normale supérieure*, 1916 et 1917.

(2) La *variation* d'une fonction continue f *sur un intervalle* $ab\,(a<b)$ est $f(b)-f(a)$. La *variation* de f *sur un ensemble parfait* P d'extrémités a et $b\,(a<b)$ est dite *définie* si la série des variations v_n de f sur les divers contigus u_n à P est absolument convergente. La valeur de cette variation est alors, par définition,

$$V(f, P)=f(b)-f(a)-\Sigma v_n.$$

L'intervalle i contenant au moins un point de P, on appelle *portion* de P déterminée par i l'ensemble parfait formé des points de P intérieurs à i et de leurs points limites.

On dit que la *variation de f sur* P, si elle est non définie, est *réductible*, si P contient une portion sur laquelle la variation de f est définie. On dit que la *variation de f est réductible à* 0 *sur tout ensemble parfait mince* (de mesure nulle) si tout

classes de fonctions d'une variable et un calcul que nous appellerons *totalisation symétrique à deux degrés* ou *opération* $(T_{2,s})$ sorte d'intégration à trois limites, de manière que :

1° Si $\mathcal{F}$ est *résoluble* $(2,s)$, d'une part il existe une pleine épaisseur E en tout point de laquelle $\mathcal{F}$ a une dérivée ordinaire $\mathcal{F}'$ et $\mathcal{F}'$ possède une dérivée approximative f; d'autre part, f est *opérable* $(T_{2,s})$ et, b étant différent de a, on a

$$T_{2,s}(f, a, b, c) = (c-b)\mathcal{F}(a) + (a-c)\mathcal{F}(b) + (b-a)\mathcal{F}(c).$$

2° Si f_1 est *opérable*, $(T_{2,s})$ l'expression $\frac{1}{b-a}T_{2,s}(f_1, a, b, x)$ est une fonction $\mathcal{F}_1(x)$ *résoluble* $(2,s)$ et dont la dérivée seconde ordinaire, approximative, coïncide avec f_1 sur une épaisseur pleine.

Il nous sera indispensable d'introduire quelques définitions nouvelles.

Nous dirons qu'une fonction $\mathcal{F}$, définie sur un ensemble parfait P, est *résoluble sur* P si la fonction, coïncidant avec $\mathcal{F}$ sur P et linéaire sur chaque segment contigu à P, est résoluble (en particulier, $\mathcal{F}$ sera continue sur P).

Nous dirons qu'une fonction f, définie sur un ensemble fermé E, et à laquelle on attribue une totale w_n sur chaque intervalle u_n contigu à E, est *totalisable sur* E si la fonction ψ, égale à f sur E et à $\frac{w_n}{u_n}$ sur u_n, est totalisable.

Nous appellerons *segment spécial* de l'ensemble parfait P, tout segment σ limité à deux intervalles contigus de P, et surpassé en longueur par l'un et l'autre de ces contigus.

Les segments, dont les deux extrémités sont des points de première espèce de P, sont évidemment en infinité dénombrable. On montre que *la somme*

---

ensemble de cette nature contient une portion où la variation de f est définie et nulle. On dit par abréviation dans ce cas que f est résoluble.

$m(x) - m(a)$ étant le nombre dont la valeur absolue est la mesure d'un ensemble donné E sur l'intervalle a, x et dont le signe n'est pas contraire à celui de $x-a$, l'*épaisseur de* E *au point* x, quand elle existe, est la dérivée de $m(x)$.

On dit que $f_{(x)}$ admet au point x le nombre φ pour *dérivée approximative* s'il existe un ensemble $E_{(x)}$ d'épaisseur 1 en x et tel que $\frac{f(x')-f(x)}{x'-x}$ tende vers φ quand x' tend vers x sans quitter $E_{(x)}$. f est continue sur $E_{(x)}$ au point x, mais peut être discontinue ou inexistante hors de $E_{(x)}$.

On dit que e est une épaisseur pleine, si le complémentaire de e est mince. On dit que e situé sur un ensemble K est une *pleine épaisseur de* K, si l'ensemble des points de k étrangers à e est mince.

de tous les segments spéciaux d'un ensemble parfait P, *situé sur ab, est inférieure à* $2(b-a)$ (¹).

Caractères d'une fonction $\mathfrak{F}$ *résoluble* (2, *s*) :

1° $\mathfrak{F}$ est continue ;

2° $\dfrac{\mathfrak{F}(x+h)+\mathfrak{F}(x-h)-2\mathfrak{F}(x)}{h}$ *tend vers zéro avec h non nul* et indépendant de x ;

3° Si P est un ensemble parfait possédant une infinité de segments spéciaux σ, et si pour chacun d'eux on calcule le nombre $\omega(\sigma)$ donné par

$$\sigma.\omega(\sigma)=|\mathfrak{F}(\beta)+\mathfrak{F}(\alpha-\sigma)-2\mathfrak{F}(\alpha)|+|\mathfrak{F}(\beta+\sigma)+\mathfrak{F}(\alpha)-2\mathfrak{F}(\beta)|,$$

l'ensemble K *des points de* P, *au voisinage desquels la série* $\omega(\sigma)$ *est divergente*, K *est non dense sur* P;

4° P étant un ensemble parfait quelconque, et $E(\sigma')$, $P(\sigma')$ désignant l'ensemble fermé et son noyau parfait demeurant dans P quand on supprime tous les segments spéciaux σ de P sauf un nombre limité d'entre eux appelés segments σ'.

On peut déterminer sur P *un ensemble fermé* H *non dense sur* P, *ou inexistant, indépendant des* σ' *choisis, et tel que sur toute portion de* $E(\sigma')$ *et de* $P(\sigma')$ *sans points communs avec* H, $\dfrac{d\mathfrak{F}}{dx}$ *existe et est respectivement continue sur la première et résoluble sur la seconde.*

Si P est continu, la simplification de cet énoncé est évidente.

On démontre que toute fonction $\mathfrak{F}$ résoluble (2, *s*) possède sur une épaisseur pleine une dérivée seconde ordinaire approximative f et que toute fonction Φ possédant en tout point une dérivée seconde généralisée φ est résoluble (2, *s*), le couple (Φ, φ) admettant en outre le lien $(\mathfrak{F}, f)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations intégrales à noyau asymétrique.* Note (²) de M. T. **Carleman**, présentée par M. E. Goursat.

Les équations intégrales à noyau symétrique possèdent, comme on le sait, une foule de propriétés importantes, qui n'appartiennent pas à l'équa-

(¹) Si, généralement, on appelle *coefficient* d'un segment *s*, limité à deux contigus de P, le rapport de la longueur du plus petit de ces contigus, à celle de *s*, on constate que les segments de coefficient, supérieur à un nombre positif donné α, ont une somme finie.

(²) Séance du 7 mars 1921.

tion intégrale générale. D'autres types de noyaux avec des propriétés analogues ont été signalés par MM. Goursat et Marty (¹). Nous nous proposons, dans le suivant, de démontrer qu'on peut approfondir d'une manière analogue l'étude d'une autre classe de noyaux réels, qui comprend comme cas particuliers les noyaux symétriques et les noyaux symétriques gauches.

Soit $k(x, y)$ une fonction réelle et continue, définie dans le domaine $a \leqq {x \atop y} \leqq b$ et soumis à la condition

$$(1) \qquad \int_a^b k(x, t)\, k(y, t)\, dt = \int_a^b k(t, x)\, k(t, y)\, dt.$$

En introduisant les transformations fonctionnelles

$$S(f) = \int_a^b k(x, t) f(t)\, dt, \qquad S'(f) = \int_a^b k(t, x) f(t)\, dt,$$

dont l'une est l'associée de l'autre, nous voyons que (1) revient à dire que les transformations S et S' sont permutables, c'est-à-dire

$$SS' = S'S.$$

Soit $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ un système complet de fonctions principales correspondant à une valeur caractéristique λ de $k(x, y)$. Posons

$$e_{pq} = \begin{matrix} 0 & (p \neq q) \\ 1 & (p = q) \end{matrix}.$$

Nous pouvons, comme on le sait, disposer de $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ de telle manière qu'on aura

$$(2) \qquad \int_a^b \varphi_p \bar{\varphi}_q\, dx = e_{pq},$$

$$(3) \qquad \lambda S(\varphi_p) = \sum_{\nu=1}^{m} a_{p\nu} \varphi_\nu,$$

où a_{pq} sont des constantes satisfaisant aux relations

$$(4) \qquad a_{pp} = 1, \qquad a_{pq} = 0 \quad (p < q).$$

Considérons les fonctions $\bar{\lambda} S'(\varphi_p) = \omega_p$. En effectuant sur les deux membres de (3) l'opération $\bar{\lambda} S'$, il viendra

$$(5) \qquad \lambda S(\omega_p) = \sum_{\nu=1}^{m} a_{p\nu} \omega_\nu;$$

(¹) Voir Goursat, *Cours d'Analyse*, t. 3, p. 413 et suiv.

$\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m$ forment donc aussi un système de fonctions principales correspondant à la valeur caractéristique λ, ce qui entraîne l'existence des constantes b_{pq} telles qu'on aura

$$(6) \qquad \bar{\lambda} S'(\varphi_p) = \omega_p = \sum_{\nu=1}^{m} b_{p\nu} \varphi_\nu.$$

En vertu de la formule

$$(7) \qquad \int_a^b f S(g)\, dx = \int_a^b g S'(f)\, dx,$$

on trouvera, en multipliant (3) par $\bar{\varphi}_q$ et intégrant,

$$\int_a^b \varphi_p \bar{\omega}_q \, dx = a_{pq}.$$

De la relation (6) s'obtiendra d'une manière analogue

$$\int_a^b \varphi_p \bar{\omega}_q \, dx = \bar{b}_{qp} = a_{pq}.$$

Si nous effectuons sur (3) l'opération $\bar{\lambda} S'$ et sur (6) l'opération λS, nous trouverons, compte tenu de la relation $SS' = S'S$, que les matrices (a_{pq}) et (b_{pq}) sont permutables, c'est-à-dire

$$(a_{pq})(\bar{a}_{qp}) = (\bar{a}_{qp})(a_{pq}).$$

En égalant les éléments diagonaux des deux membres de cette équation il viendra

$$|a_{11}|^2 = |a_{11}|^2 + |a_{21}|^2 + \ldots + |a_{m1}|^2,$$
$$|a_{21}|^2 + |a_{22}|^2 = |a_{22}|^2 + |a_{32}|^2 + \ldots + |a_{m2}|^2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Il s'ensuit que $a_{pq} = 0$ pour $p \neq q$. On en déduit aisément le théorème suivant :

Toutes les fonctions principales de $k(x, y)$ sont des fonctions fondamentales. Les pôles de la résolvante sont tous simples. Si $k(x, y)$ admet la fonction fondamentale $\varphi(x)$, $\bar{\varphi}(x)$ sera une fonction fondamentale de $k(y, x)$ correspondant à la même valeur caractéristique.

Désignons par $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \ldots$ une suite complète de fonctions fondamentales de $k(x, y)$ et soient $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ les valeurs caractéristiques correspondantes. D'après ce qui précède, les fonctions φ_p peuvent être nor-

mées de manière à satisfaire aux équations $\int_a^b \varphi_p \overline{\varphi}_q \, dx = e_{pq}$. On démontre sans grande difficulté que $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \ldots$ forment aussi un système complet de fonctions fondamentales de l'équation intégrale symétrique

$$\varphi - \lambda SS'(\varphi) = 0.$$

Ce résultat conduit au théorème suivant :

Chaque fonction $h(x)$, à carré intégrable, orthogonale à toutes les fonctions fondamentales de $k(x, y)$ satisfait aux relations

$$(8) \qquad \int_a^b k(x, y)\, h(y)\, dy = \overline{\int_a^b} k(y, x)\, h(y)\, dy = 0.$$

Nous pouvons maintenant, exactement comme dans la théorie classique du noyau symétrique, démontrer la formule

$$\int_a^b k(x, y) f(y)\, dy = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_\nu(x)}{\lambda_\nu} \int_a^b f(y)\, \overline{\varphi}_\nu(y)\, dy.$$

Si tous les λ_ν sont situés à l'intérieur du secteur $|\arg \lambda| < \theta < \frac{\pi}{2}$, on obtiendra (extension d'un théorème de M. Mercer)

$$k(x, y) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_\nu(x)\, \overline{\varphi}_\nu(y)}{\lambda_\nu},$$

la série étant absolument et uniformément convergente.

Les résultats précédents sont applicables aux noyaux $k(x, y)$ qui engendrent une transformation fonctionnelle $T(f)$ orthogonale [1].

ALGÈBRE. — *Résolution de l'équation algébrique générale à l'aide de la fonction gamma.* Note de M. **Hj. Mellin.**

Quelques Notes récentes de M. R. Birkeland me donnent l'occasion d'appeler l'attention des géomètres sur les recherches que j'ai entreprises, il y a quelques années, sur le sujet en question [2].

---

(1) $T(f) = f(x) + \int_a^b k(x, y) f(y)\, dy$, $\int_a^b T(f)^2\, dx = \int_a^b f^2\, dx$.

(2) *Ein allgemeiner Satz über algebraische Gleichungen* (*Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ*, ser. A, t. 7, 1915.

Toute équation algébrique se ramène à la forme

$$(1)\qquad Z^n + x_1 Z^{n_1} + \ldots + x_p Z^{n_p} - 1 = 0,$$

$n_1, \ldots, n_p$ étant des nombres positifs $< n$. En désignant par $Z(x_1, \ldots, x_p)$ une racine de (1), on constate que l'expression $\varepsilon Z(\varepsilon^{n_1} x_1, \ldots, \varepsilon^{n_p} x_p)$, où $\varepsilon^n = 1$, vérifie également cette équation. En substituant à ε les différentes racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité, on aura toutes les racines de (1). Il suffit donc d'étudier *la solution principale* de (1), qui se réduit à l'unité pour

$$x_1 = \ldots = x_p = 0.$$

Nos recherches s'appuient sur la représentation paramétrique suivante de l'équation (1) facile à vérifier :

$$(2)\qquad \begin{cases} Z = W^{-\frac{1}{n}}, & W = 1 + \xi_1 + \ldots + \xi_p, \\ X_s = \xi_s W^{\frac{n_s}{n} - 1} & (s = 1, 2, \ldots, p); \end{cases}$$

d'où

$$(3)\qquad \frac{\partial(x_1, \ldots, x_p)}{\partial(\xi_1, \ldots, \xi_p)} = \left(1 + \frac{n_1}{n}\xi_1 + \ldots + \frac{n_p}{n}\xi_p\right) W^{\frac{n_1 + \ldots + n_p}{n} - p - 1}.$$

En se servant de la formule connue

$$\int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \frac{\xi_1^{u_1 - 1} \ldots \xi_p^{u_p - 1}}{W^w} d\xi_1, \ldots, d\xi_p = \frac{\Gamma(u_1) \ldots \Gamma(u_p)\, \Gamma(w - u_1 - \ldots - u_p)}{\Gamma(w)},$$

on déduit des égalités (2) et (3) ce résultat intéressant que *la solution principale* $Z(x_1, \ldots, x_p)$ *de* (1) *vérifie l'équation intégrale*

$$(4)\qquad \begin{aligned} &\int_0^\infty \cdots \int_0^\infty [Z(x_1, \ldots, x_p)]^\alpha x_1^{u_1 - 1} \ldots x_p^{u_p - 1} dx_1 \ldots dx_p \\ &= \frac{\alpha}{n} \frac{\Gamma(u)\Gamma(u_1) \ldots \Gamma(u_p)}{\Gamma(u + u_1 + \ldots + u_p + 1)}, \end{aligned}$$

tant que les quantités α, $u = \frac{\alpha}{n} - \frac{n_1}{n} u_1 - \ldots - \frac{n_p}{n} u_p$, $u_1, \ldots, u_p$ *vérifient les conditions*

$$\alpha > 0, \quad R(u) > 0, \quad R(u_1) > 0, \quad \ldots, \quad R(u_p) > 0.$$

La *loi de réciprocité* relative aux intégrales de cette espèce, démontrée par

nous dans un travail antérieur ([1]), nous permet d'invertir comme il suit l'équation (4) :

$$(5)\quad \begin{cases} [Z(x_1, \ldots, x_p)]^\alpha \\ \quad = \dfrac{1}{(2\pi i)^p} \displaystyle\int_{a_1 - i\infty}^{a_1 + i\infty} \cdots \int_{a_p - i\infty}^{a_p + i\infty} \frac{\alpha}{n} \frac{\Gamma(u)\Gamma(u_1)\ldots\Gamma(u_p)}{\Gamma(u+u_1+\ldots+u_p+1)} x_1^{-u_1} \ldots x_p^{-u_p}\, du_1 \ldots du_p, \\ a - n_1 a_1 - \ldots - n_p a_p > 0, \qquad a_s > 0, \qquad u = \dfrac{\alpha}{n} - \dfrac{n_1}{n} u_1 - \ldots - \dfrac{n_p}{n} u_p, \\ u + u_1 + \ldots + u_p = \dfrac{\alpha}{n} + \dfrac{n'_1}{n} u_1 + \ldots + \dfrac{n'_p}{n} u_p, \qquad n'_s = n - n_s. \end{cases}$$

Cette formule constitue notre solution de (1). Elle suppose que

$$-\frac{n_s \pi}{2n} < \arg(x_s) < + \frac{n_s \pi}{2n},$$

mais on peut étendre son domaine de validité en déformant convenablement les chemins d'intégration.

Dans le Mémoire cité, j'ai démontré que, si la fonction

$$F(u_1, \ldots, u_p) = F(u_s)$$

vérifie les équations fonctionnelles

$$(6)\qquad F(u_s + n) = \frac{f_s(u_1, \ldots, u_p)}{g_s(u_1, \ldots, u_p)} F(u_s) \qquad (s = 1, 2, \ldots, p),$$

où f_s, g_s sont des fonctions entières de $u_1, \ldots, u_p$, l'intégrale

$$y = \frac{1}{(2\pi i)^p} \int_{(u_1)} \cdots \int_{(u_p)} F(u_1, \ldots, u_p) x_1^{-u_1} \ldots x_p^{-u_p}\, du_1 \ldots du_p,$$

pourvu qu'elle converge et qu'elle ne change pas lorsqu'on déplace les chemins d'intégration $(u_1), \ldots, (u_p)$ de n unités vers la droite, vérifie le système suivant d'équations aux dérivées partielles :

$$(7)\qquad \begin{cases} f_s\left(-x_1 \dfrac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, -x_p \dfrac{\partial}{\partial x_p}\right) y = g_s\left(-x_1 \dfrac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, -x_p \dfrac{\partial}{\partial x_p}\right) x_s^n y \\ \qquad (s = 1, 2, \ldots, p). \end{cases}$$

J'appelle *fonction hypergéométrique* toute solution d'un système de cette

---

([1]) *Zur Theorie zweier allgemeinen Klassen bestimmter Integrale* (*Acta Soc. Scient. Fenn.*, t. 22, 1896).

forme, où les fonctions f_s, g_s sont des produits de facteurs linéaires

$$(c_1 u_1 + \ldots + c_p u_p + a),$$

les c_s étant des nombres rationnels. Dans ce sens les puissances $y = Z^\alpha$ des racines de (1) sont toutes des fonctions hypergéométriques. En effet, l'expression

$$F(u_1, \ldots, u_p) = \frac{\alpha}{n} \frac{\Gamma(u)\Gamma(u_1)\ldots\Gamma(u_p)}{\Gamma(u + u_1 + \ldots + u_p + 1)}$$

vérifie les égalités (6) si l'on y pose

$$f_s = \prod_{\nu=0}^{n-1} (u_s + \nu),$$

$$g_s = \frac{(-1)^{n_s}}{n^n} \prod_{\nu=1}^{n_s} (n_1 u_1 + \ldots + n_p u_p - \alpha + n\nu) \prod_{\nu=1}^{n'_s} (n'_1 u_1 + \ldots + n'_p u_p + \alpha + n\nu),$$

et l'on en conclut que $y - Z^\alpha$ vérifie un système (7) de la forme

$$(-1)^{n_s} n^n \frac{\partial^n y}{\partial x_s^n}$$
$$= \prod_{\nu=0}^{n_s-1} \left(n_1 x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \ldots + n_p x_p \frac{\partial}{\partial x_p} + \alpha + n\nu\right) \prod_{\nu=0}^{n'_s-1} \left(n'_1 x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \ldots + n'_p x_p \frac{\partial}{\partial x_p} - \alpha + n\nu\right) y,$$

qu'on peut appeler *le système de résolvants différentiels* de (7).

Les racines de (1) peuvent aussi s'exprimer à l'aide d'intégrales simples, ou encore à l'aide de séries hypergéométriques. Nous nous bornerons à citer le développement suivant :

$$Z^\alpha = 1 + \alpha \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{n^k} \sum_{\nu_1 + \ldots + \nu_p = k} \frac{\prod_{\mu=1}^{k-1} (\alpha + n_1\nu_1 + \ldots + n_p\nu_p - n\mu)}{\Gamma(\nu_1 + 1)\Gamma(\nu_2 + 1)\ldots\Gamma(\nu_p + 1)} x_1^{\nu_1} \ldots x_p^{\nu_p},$$

$\left(\prod_1^0 = 1\right)$, qui converge au moins tant que les modules $|x_s|$ sont inférieurs au plus petit des nombres

$$\frac{n}{p\sqrt[n]{n_1^{n_1}(n - n_1)^{n-n_1}}}, \quad \ldots, \quad \frac{n}{p\sqrt[n]{n_p^{n_p}(n - n_p)^{n-n_p}}}.$$

ALGÈBRE. — *Sur la position des racines des dérivées d'un polynome.* Note de M. **J.-L. Walsh**, présentée par M. Hadamard.

Rappelons le lemme suivant (¹) :

Si les lieux des points z_1 et z_2 sont les intérieurs (frontières comprises) des cercles C_1 et C_2 dont les centres sont respectivement α_1 et α_2 et les rayons r_1 et r_2, le lieu du point z qui divise le segment (z_1, z_2) dans le rapport constant $\frac{m_1}{m_2}$ $(m_1 m_2 > 0)$ est l'intérieur (frontière comprise) du cercle C dont le centre est

$$\frac{m_2\alpha_1 + m_1\alpha_2}{m_1 + m_2}$$

et le rayon

$$\frac{m_2 r_1 + m_1 r_2}{m_1 + m_2}.$$

Ce lemme s'applique (*loc. cit.*) à la démonstration du théorème suivant :

Théorème I. — *Si le polynome $f(z)$ a m_1 racines dans C_1, m_2 racines dans C_2, et n'a pas d'autres racines, toutes les racines de sa dérivée $f'(z)$ se trouvent dans C_1, C_2 et C. Si ces trois cercles sont mutuellement extérieurs, ils contiennent respectivement $m_1 - 1$, $m_2 - 1$, et une des racines de $f'(z)$.*

Comme conséquence immédiate, si les racines de $f(z)$ se trouvent dans un cercle, celles de $f'(z)$ s'y trouvent aussi; ce qui équivaut au théorème bien connu de Lucas d'après lequel les racines de $f'(z)$ sont à l'intérieur d'un polygone convexe quelconque contenant celles de $f(z)$. Le théorème de Lucas s'étend de lui-même aux autres dérivées de $f(z)$. Nous voulons ici démontrer l'extension correspondante du théorème I.

Théorème II. — *Soit $g(z) \equiv (z - z_1)^{m_1}(z - z_2)^{m_2}$; désignons par $z^{(n)}$ les racines distinctes, au nombre de m, de $g^{(k)}(z) =$ [dérivée $k^{\text{ième}}$ de $g(z)$] et pour $\frac{m_1^{(n)}}{m_2^{(n)}}$ les rapports dans lesquels elles divisent le segment (z_1, z_2). Si $f(z)$ est un polynome à m_1 racines dans le cercle C_1 (notations du lemme), à m_2 dans le cercle C_2, et sans autres racines, toutes les racines de sa $k^{\text{ième}}$ dérivée $f^{(k)}(z)$ se trouvent dans les m cercles $C^{(n)}$ de centres*

$$\frac{m_2^{(n)}\alpha_1 + m_1^{(n)}\alpha_2}{m_1^{(n)} + m_2^{(n)}}$$

(¹) Walsh, *Transactions of the American Mathematical Society*, 1921; *Comptes rendus du Congrès des Mathématiciens à Strasbourg*, 1920.

et de rayons

$$\frac{m_2^{(n)} r_1 + m_1^{(n)} r_2}{m_1^{(n)} + m_2^{(n)}} \qquad (n = 1, 2, \ldots, m).$$

Si $C^{(n)}$ *est extérieur aux autres cercles* $C^{(n)}$, *il contient un nombre des racines de* $f^{(k)}(z)$ *égal à la multiplicité de* $z^{(n)}$ *comme racine de* $g^{(k)}(z)$.

Nous avons à considérer le polynome

$$(1) \qquad f(z) \equiv B(z - b_1)(z - b_2)\ldots(z - b_{m_1+m_2})$$

et les racines de l'équation

$$(2) \qquad f^{(k)}(z) = 0.$$

Les racines de (2) sont des fonctions analytiques des b. Donc le lieu des racines de (2) se compose bien d'une ou plusieurs aires quand les lieux des b sont des aires. Nous allons démontrer que si une racine z de (2) est sur la frontière de son lieu, tous les points $b_1, \ldots, b_{m_1}$ correspondants dans C_1 peuvent être choisis coïncidant sur C_1 et tous les points $b_{m_1+1}, \ldots, b_{m_1+m_2}$ dans C_2 coïncidant sur C_2; tous ces points sont évidemment sur leurs frontières puisque la relation (2) est analytique.

Supposons que b_1 et b_2 ne coïncident pas. Fixons z et les points b_3, $b_4, \ldots, b_{m_1+m_2}$; l'équation (2) devient une relation homographique et involutive entre b_1 et b_2 et par conséquent quand b_1 décrit le cercle C_1, b_2 décrit un cercle C'. De plus, C' passe par les positions initiales de ces deux points. Si C' ne coïncidait pas avec C_1, b_2 viendrait *à l'intérieur* de C_1 et z ne serait pas sur la frontière de son lieu. Les points b_1 et b_2 qui se déplacent sur C_1 le décrivent dans des sens opposés; car autrement nous pourrions faire entrer b_1 à l'intérieur de C_1 et b_2 y viendrait aussi. Par suite, on peut faire coïncider b_1 et b_2 sur C_1. Une extension de ce raisonnement, dont nous ne donnons pas les détails, amène bien au choix de $b_1, \ldots, b_{m_1}$ coïncidant sur C_1 et de $b_{m_1+1}, \ldots, b_{m_1+m_2}$ coïncidant sur C_2 [1].

S'il existe, ainsi, une frontière du lieu des racines de (2), pour la déterminer nous pouvons considérer les racines de (1) appartenant à C_1 ou C_2 comme en coïncidence sur ces cercles. L'existence de cette frontière est une conséquence du théorème de Lucas, de sorte que chaque point de la frontière est sur l'un des $C^{(n)}$ ou à son intérieur, en vertu du lemme.

---

[1] Ce raisonnement ne dépend que d'une propriété de (2), propriété commune à beaucoup d'autres relations semblables. Nous avons l'intention d'en faire des applications à des polynomes plus généraux. Le raisonnement s'applique aussi à une région fermée quelconque du plan dont la frontière est un seul cercle ou une seule droite.

Si un cercle $C^{(n)}$ est extérieur aux autres, nous pouvons faire coïncider les points $b_1, \ldots, b_{m_1}$ avec α_1 et les points $b_{m_1+1}, \ldots, b_{m_1+m_2}$ avec α_2, en les gardant toujours dans leurs lieux propres. Pendant cette opération, les racines de (2) varient d'une façon continue, aucune ne peut entrer dans $C^{(n)}$ ou en sortir, et il est évident que le nombre de ces racines propres à $C^{(n)}$ est la multiplicité de $z^{(n)}$ comme racine de $g^{(k)}(z)$.

Pour les polynomes à racines réelles il existe un théorème tout à fait semblable au théorème II, mais où l'on remplace les cercles par des intervalles de l'axe réel.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur les écarts à la loi d'isochronisme, produits par la lame de suspension du pendule.* Note de M. **Paul Le Rolland**, présentée par M. G. Lippmann.

On sait depuis longtemps (¹) que la lame élastique qui sert ordinairement de suspension au régulateur des horloges a comme effet d'accélérer le mouvement de ce dernier pour les grandes amplitudes, en compensant ainsi plus ou moins l'effet ordinaire des grands arcs d'oscillation (erreur circulaire). L'emploi d'une lame convenable apparaît alors comme la solution simple d'un problème qui semble, de tous temps, avoir préoccupé les horlogers : réaliser l'isochronisme absolu des oscillations du balancier.

Quoique cette solution ait été abandonnée aujourd'hui, l'étude précise de l'influence du ressort de suspension présente un intérêt essentiel si l'on se propose d'étudier les conditions de l'emploi d'un pendule libre à suspension élastique, comme instrument de mesure du temps et garde-temps.

L'effet de la lame s'obtient en étudiant la durée de l'oscillation du pendule en fonction de l'amplitude de l'oscillation après avoir corrigé cette durée de l'erreur circulaire. Le pendule de comparaison est un pendule à couteau oscillant entre des amplitudes déterminées et le rapport des périodes s'obtient par la méthode photographique (²). C'est la seule méthode qui puisse être employée, car, dans les conditions variées d'amortissement et de rapport des durées que comporte une telle étude, la méthode des coïncidences manque de souplesse et est souvent même inapplicable ; au contraire, la méthode photographique s'applique toujours, avec une précision très

(¹) Laugier et Winnerl, *Comptes rendus*, t. 21, 1847, p. 117.
(²) G. Lippmann, *Comptes rendus*, t. 124, 1897, p. 125.

grande (le millionième dans le rapport des durées) et constante quelles que soient les conditions expérimentales.

Je ne puis ici que résumer succinctement les résultats obtenus. Pour toutes les lames d'acier employées habituellement l'effet est le suivant : la durée d'oscillation commence par croître quand on augmente l'amplitude, puis elle passe par un maximum pour une amplitude qui est toujours de l'ordre de 1°, enfin elle décroît d'abord rapidement, puis plus lentement pour les très grandes amplitudes (jusqu'à 6°).

Pour chaque courbe, on peut établir une formule empirique donnant la variation relative de durée $\frac{\Delta T}{T}$ en fonction de l'amplitude θ_0, de la forme

$$\frac{\Delta T}{T} = A\theta_0 - B\theta_0^2 + C\theta_0^3,$$

où A, B, C sont des constantes positives.

C'est le terme en θ_0^2, le plus important, qui peut en partie compenser l'erreur circulaire $\left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$. Cela a lieu, par exemple, avec une lame de $2^{cm},5$ de longueur, de 2^{cm} de largeur, de $0^{mm},2$ d'épaisseur et un pendule de 2^k battant la seconde : sous l'amplitude de 3° la lame produit une diminution de durée de $\frac{13}{100\,000}$ de seconde par rapport à la durée de l'oscillation infiniment petite et compense ainsi au voisinage de 3° l'erreur circulaire ; mais à cause des termes en θ_0 et θ_0^3, la compensation n'est pas possible pour toutes les amplitudes, comme on le croyait jusqu'ici.

Les lois expérimentales suivant lesquelles l'effet de la lame dépend de ses dimensions et du poids du pendule sont assez complexes, mais conformes à une théorie qui sera donnée dans une prochaine Note. Il résulte de cette théorie que l'action de la lame dépend de l'expression

$$\omega = l\sqrt{\frac{P}{\mu}};$$

où l est la longueur de la lame, P le poids du pendule et μ le moment d'élasticité de flexion de la lame, qui, dans le cas d'une lame à section rectangulaire, de largeur a et d'épaisseur e, a pour expression $\frac{1}{12}\,Eae^3$ (E étant le module d'Young).

1° Si ω est grand par rapport à l'unité (lames longues et flexibles), on vérifie que l'effet est indépendant de la longueur, proportionnel à la racine carrée de l'épaisseur de la lame et à la racine carrée du poids du pendule.

2° Si ω est petit (lames courtes et rigides), la lame a un effet beaucoup plus considérable que dans le premier cas et les lois sont très différentes. Quand l'épaisseur augmente et que la longueur diminue, les écarts à l'isochronisme augmentent très rapidement. L'effet est inversement proportionnel au poids du pendule.

Si donc, au lieu de chercher un isochronisme approché, on se propose de diminuer le plus possible l'effet perturbateur de la lame, il faudra la prendre longue et mince : Une lame de $0^{mm},03$ d'épaisseur remplaçant la lame de $0^{mm},2$ dans l'exemple cité plus haut donne un effet trente fois moindre.

Signalons enfin que, dans le cas de longs fils d'acier, c'est le plus souvent le premier terme de la formule (1) qui est important, en sorte qu'on obtient une augmentation de la durée d'oscillation avec l'amplitude.

L'étude de l'influence de la lame n'a pas seulement comme intérêt d'amener à une connaissance plus approfondie du mouvement du pendule, elle conduit encore à des résultats importants sur l'élasticité des métaux. En effet, dans l'impossibilité d'expliquer les résultats expérimentaux par la théorie de la flexion ordinairement admise, je suis amené à admettre l'existence d'écarts à la loi de Hooke, caractérisés par des coefficients qui dépendent essentiellement de la nature des métaux. Les expériences faites avec des pendules à longue lame métallique permettent d'obtenir ces coefficients.

La détermination des variations à la loi d'isochronisme apparaît ainsi comme une méthode précise et commode pour l'étude des écarts à la loi élémentaire de l'élasticité, écarts dont la connaissance semble être essentielle pour les calculs de la chronométrie de précision.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Hypothèses sur la formation des étoiles nouvelles.* Note de M. **Alex. Véronnet**, présentée par M. B. Baillaud.

On a pensé d'abord qu'une étoile nouvelle (*nova*) provenait du *choc direct entre deux astres condensés.*

On peut calculer facilement ici l'énergie résultante. Elle est maximum *si les deux masses sont égales.* En admettant les mêmes densités, sans dilatation, elle est égale à 1,16 de l'énergie de formation de l'un des astres. On trouve dans ce cas que *le rayon de l'astre résultant ne peut pas dépasser le double du rayon d'un des astres primitifs.*

La température moyenne de l'astre résultant est inférieure à quatre fois la

température intérieure des astres primitifs. Prenons des masses égales à celle du Soleil. La température centrale, inférieure au triple de la température superficielle du noyau, est probablement de l'ordre de 12000° [1].

La température de formation de l'étoile nouvelle serait de l'ordre de 48000°.

L'augmentation de grandeur vraie serait de 10,5. La variation d'éclat serait seulement de 0,27 grandeur par an et beaucoup trop faible.

Pour une *masse faible m* tombant sur une masse M, de l'ordre de $m = 0{,}001$ M, Jupiter tombant sur le Soleil, en admettant que le choc de m a échauffé une masse superficielle km de T_1 à T, on obtient, à 0,1 près,

$$3\,kmT = MT_1.$$

Si $k = 10$, la température est multipliée par 33, on a 200000° pour une masse analogue au Soleil. L'éclat croît de 18,2 grandeurs par le choc, mais il tombe ensuite de 1 grandeur par jour (0,96).

Ces nombres se rapprochent davantage de la réalité observée. Mais la probabilité de rencontre de deux astres exigerait 10000 fois plus d'étoiles pour expliquer la fréquence des étoiles nouvelles (H. Poincaré, *Hypothèses cosmogoniques*, p. 262 et 249). La vitesse du choc serait telle que la fusion et le maximum d'éclat auraient lieu en quelques minutes au lieu de quelques jours. M. Belot, suivi récemment par Ch. Nordmann, ont mis en avant l'hypothèse d'un *astre condensé rencontrant une nébuleuse*, qui explique mieux les faits.

Désignons par D la densité de la nébuleuse sphérique, R son rayon, m' sa masse, v la vitesse relative des deux astres due à leur attraction mutuelle. L'énergie absorbée par l'échauffement superficiel est rapidement négligeable. Soit T la température superficielle nouvelle, en égalant l'énergie rayonnée et l'énergie de choc par cm² : sec, on a à l'entrée

$$\sigma T^4 = \frac{1}{8} D v^3, \qquad v^2 = 2f\frac{m + m'}{R}.$$

Un Soleil pénétrant dans une nébuleuse homogène de même masse, s'étendant jusqu'à la Terre, s'élèverait à une température de 16200°. Son éclat serait 50 fois plus grand et augmenterait de 4,33 grandeurs. Cet éclat atteindrait en quelques heures son maximum, qui augmenterait de peu, comme la vitesse. Il persisterait le temps de la traversée, 25 jours au maxi-

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 398.

mum, s'éteindrait aussi rapidement sans laisser de traces durables, car l'action serait toute superficielle.

Pour que l'éclat augmente de 10 grandeurs, il faut réduire le rayon de la nébuleuse à 0,31 de la distance Terre-Soleil. Le temps du maximum serait de 4 jours. Pour 15 grandeurs, il faut réduire à 0,10 et le temps est réduit à 18 heures.

Une nébuleuse de condensation maximum, densité en raison inverse du carré de la distance, donnerait un accroissement de trois grandeurs à la distance de la Terre, 6 à $\frac{1}{4}$, 9 à $\frac{1}{8}$, 15 grandeurs à $\frac{1}{16}$, soit à 13 rayons solaires du centre.

Une orbite parabolique, peu différente d'une chute rectiligne, donne les mêmes formules et les mêmes résultats. La perte de vitesse δv^2, le grand axe a de la nouvelle orbite, son temps t de révolution seraient donnés par les formules (r étant le rayon de l'astre condensé)

$$\frac{\delta v^2}{v^2} = 6\frac{r^2}{R^2} = \frac{R}{a} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\left(\frac{t_1}{t}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Pour les trois rayons de nébuleuse envisagés ci-dessus, le grand axe deviendrait égal à 1300, à 125, à 13 rayons de l'orbite terrestre, le temps de révolution à 400000 ans, 15000 ans et 400 ans. L'astre reviendrait passer dans la nébuleuse et finalement y tournoyer sur des spires de plus en plus faibles et se l'agglomérer. L'étoile nouvelle, dans cette hypothèse, correspondrait plutôt à *la phase finale de l'agglomération d'un astre à une nébuleuse, à forte condensation centrale.*

Mais il faudrait admettre encore que les nébuleuses sont 100 fois plus nombreuses que les étoiles pour faire cadrer la fréquence des étoiles nouvelles avec la probabilité indiquée par Poincaré. On est ainsi conduit à croire qu'*une étoile nouvelle, ou rajeunie, provient de la fusion d'un système double, d'une étoile double,* à composantes très rapprochées.

Dans ce cas il faut retrancher encore, de l'énergie fournie dans le choc direct, l'énergie de rotation subsistante, plus l'énergie perdue auparavant par frottement, pour donner des orbites circulaires. L'énergie résultante ne serait diminuée que de moitié et reste du même ordre. On retrouve sensiblement les mêmes résultats que dans le premier cas. Les objections de temps et de probabilité n'existent plus. Une masse, un peu plus grosse que Jupiter, s'agglomérant au Soleil, aurait suffi autrefois pour en faire une belle étoile nouvelle et expliquer toute sa rotation actuelle.

Les phénomènes accessoires s'expliquent également par cette élévation de

température. La dilatation donne des courants ascendants, dont la vitesse est celle des molécules, soit 90 km : sec pour l'hydrogène dissocié, à 300000°, et une vitesse 45 fois plus grande pour les électrons, fournis par l'ionisation intense. On a 1000^{km} pour une proportion du quart. Les courants descendants sont dus à la retombée vers la surface, vitesse de 612^{km}, sur une masse comme le Soleil, et à peu près le double pour une masse double.

Les courants ascendants se refroidissent et se ralentissent. Ils doivent donner des raies d'absorption, indiquant une vitesse plus faible, dirigée vers l'extérieur. Les courants descendants se réchauffent par transformation de force vive. Ils doivent donner des raies brillantes, indiquant une vitesse plus grande vers l'intérieur. C'est ce que les mesures spectroscopiques vérifient.

La pression de radiation due à la température dépasse de beaucoup l'attraction, pour les fines particules analogues à celles de la couronne. Elles seront chassées, en entraînant des molécules gazeuses, pour former une nébulosité autour de l'astre, devenu *étoile nébuleuse*. La vitesse se rapproche de celle de la lumière et devient sensiblement constante à une certaine distance (*Nova Persei*). On obtient au bout d'un an, pour une étoile nouvelle située à 1000 parsecs, une nébulosité de 1′ de diamètre apparent, et 60000 rayons de l'orbite terrestre, comme diamètre réel.

NAVIGATION. — *Au sujet de l'île de Jean Mayen.*

Note de M. le Dr **J.-B. Charcot**, présentée par M. E.-F. Fournier.

Un linguiste et archéologue belge, M. E. Beauvois, publia en 1905, dans la *Revue des Questions scientifiques de Louvain*, un article dans lequel, s'appuyant sur la longueur des jours, la description d'un iceberg, la direction suivie et la vitesse, il arrive à la conclusion que, d'après le récit d'un des voyages raconté au IXe siècle dans la *Légende Latine* des périgrinations de Saint-Brandan, ce moine Irlandais, qui vivait au VIe siècle, aurait été à l'Ile Jean Mayen. Officiellement, la découverte de cette terre polaire est attribuée au navigateur hollandais dont elle porte le nom et daterait de 1611.

Nous visitâmes cette île en 1902, puis en 1912 et en 1913. Ayant eu connaissance de l'article de Beauvois (qui lui ne visita jamais Jean Mayen), nous fûmes frappés des descriptions données dans le manuscrit cité et du fait assez singulier que le hasard de l'itinéraire de notre premier voyage nous fit voir l'île sous les quatre mêmes aspects que Saint-Brandan. De

l'importante collection de photographies rapportées, nous en extrayons trois qui n'ont pas été prises intentionnellement et qui illustrent absolument la partie la plus importante du récit du voyage de Saint-Brandan dont nous donnons le résumé et des extraits.

S'étant éloignés de l'île dont ils n'avaient d'abord vu que la partie basse hérissée d'innombrables cratères alors en éruption, les dix-sept compagnons du moine, dont Saint-Malo, s'enfuirent terrorisés par ce qu'ils considéraient comme une manifestation diabolique, mais ils revinrent le lendemain et « virent, à peu de distance vers le Nord, un grand mont s'élevant très haut dans l'Océan (le Beerenberg, sommet de 2545^m), mais entre de légères nues ». Le vent les poussa alors vers le rivage. « La côte était tellement haute que l'on pouvait à peine en distinguer le sommet; elle avait la couleur du charbon et l'aspect d'un mur merveilleusement d'aplomb. Emportés par un bon vent qui les mena vers le Midi, ils virent de nouveau, en regardant derrière eux, ce mont découvert au sommet ».

Nos observations et photographies viennent donc confirmer les déductions de Beauvois et il est permis d'en conclure que la Terre de Jean Mayen située à 390 milles marins au nord-ouest de l'Islande fut découverte au VIe siècle, par Brennain Mac Finlonga, devenu Saint-Brandan, qui s'appuyant sur la prophétie d'Isaïe, qui reproche à Lucifer d'avoir voulu asseoir son trône sur la montagne de l'Alliance du côté de l'Aquilon, en fit une des portes de l'enfer.

Il semble en outre prouvé que les voyages extraordinaires de Saint-Brandan dont le navire, d'après la légende, était construit en osier recouvert de peaux tannées et graissées, ne sont pas tous de la fiction.

GÉOGRAPHIE. — *Le nouvel Atlas universel de Vivien de Saint-Martin et Schrader.* Note de M. **Frantz Schrader**, présentée par M. R. Bourgeois.

La première édition de l'Atlas universel Vivien de Saint-Martin et Schrader, éditée par la maison Hachette, avait été entreprise après la guerre de 1870-1871, dans le but d'affranchir la cartographie française du tribut qu'elle payait à la cartographie étrangère. Confiée en 1880 à la direction de M. Schrader et complètement achevée en 1911, après plus de 30 années de travail et d'efforts, elle était déjà l'objet d'une réfection active au moment où éclata la dernière guerre. L'œuvre était dès lors à reprendre

dans son ensemble. Ce travail, entrepris avec ardeur, a déjà paru en grande partie; plus de la moitié des cartes de la nouvelle édition sont imprimées ou sous presse.

La transformation du Monde et surtout de l'Europe a nécessité la réfection de presque toutes les cartes, surtout dans les parties où les dominations oppressives ont fait place à l'indépendance de peuples qui ont repris leurs langues nationales avec leur liberté.

Cette édition est, dans son ensemble, la reproduction de l'œuvre primitive comme fond. L'Atlas conserve, sauf les modifications dont nous allons parler, son caractère originel d'œuvre puisée aux sources, sans emprunts à des travaux de seconde main.

L'œuvre était déjà assez avancée à l'heure de la Victoire pour que M. le Ministre de la Guerre, partageant l'impression de M. le général Bourgeois, directeur du Service géographique de l'Armée, ait pu souscrire pour une partie de la nouvelle édition en lui accordant son patronage.

La nouvelle édition conserve les planches gravées sur cuivre et imprimées en noir pour l'édition primitive, mais elle les présente séparément en deux couleurs, noir pour le trait et la lettre, bistre pour la montagne. En dehors de cette différence d'aspect, qui augmente du reste la lisibilité des cartes, les principes qui avaient présidé à la création de la première édition ont également dirigé la seconde, avec accroissement de l'expérience acquise, mais avec le regret de ne plus retrouver parmi les collaborateurs plusieurs des ouvriers de la première heure : le lieutenant-colonel Prudent, un des maîtres incontestés de la cartographie moderne, à qui l'Atlas doit la plupart des cartes de l'Europe et la presque totalité de celles de la France; MM. E. Giffault, G. Bagge, Weinreb, V. Huot mort au Champ d'Honneur.

MM. D. Aïtoff et M. Chesneau, collaborateurs à la première édition, ont pris part également à la création de la nouvelle, ainsi que M. Ch. Bonnesseur.

La contexture de l'Atlas a gardé les caractères d'ensemble qui lui viennent de la première édition, et qui le distinguent des anciennes productions cartographiques par deux particularités principales. L'étude du dessin d'après les principes topographiques enseignés non seulement dans le cabinet, mais aussi sur le terrain, avant d'être appliqués à la cartographie; puis l'information scrupuleusement demandée aux documents originaux, et non à des traductions ou à des compilations de seconde main. Ces deux lignes de conduite, qui ont dirigé le travail dans son entier et lui

donnent son caractère fondamental, seront exposées dans la préface de l'œuvre plus en détail que nous pouvons le faire ici. Mais nous tenons à les mentionner en première place, car l'étude topographique peut seule permettre au cartographe, devenu respectueux de la vérité en consultant la nature, d'obéir non plus aux conventions, mais aux lois réelles qui règlent les formes terrestres, et de les reproduire ensuite sur la carte, dût ce progrès surprendre d'abord les lecteurs inexpérimentés.

A ce point de vue, l'étude d'une partie des Pyrénées d'Espagne par un des auteurs de l'Atlas, et le changement d'aspect qui en est résulté, peuvent servir d'exemple.

Avant tout travail de dessin ou de rédaction, chaque carte a fait l'objet d'une étude spéciale au point de vue de la projection la plus appropriée, afin d'obtenir pour le réseau des méridiens et des parallèles le minimum de déformation. Nombre de cartes de l'Atlas universel ont ainsi pris un aspect nouveau, et une beauté inaccoutumée. La carte physique de l'Asie peut être donnée comme typique à ce point de vue, et sa projection transforme l'aspect que la plupart des Atlas donnent encore à l'ensemble de cette partie du monde.

La nomenclature a été établie, pour chaque carte, sur un répertoire spécial dressé d'après les autorités les plus dignes de confiance : dictionnaires, relations ou mémoires originaux, publications géographiques, historiques, statistiques, etc.

Toujours empruntée aux sources originales, cette nomenclature a dû subir d'une édition à l'autre une transformation profonde, mais les noms nouveaux, tous choisis en connaissance de cause, ont invariablement reçu leur forme orthographique d'une transcription *directe*. A cet égard, on a suivi la seule règle qui ait paru possible et même réalisable. Tout nom étranger a été transcrit directement en caractères latins, s'il n'a qu'une forme; s'il en a deux ou plusieurs, on a inscrit d'abord la forme adoptée par l'usage français, puis, à la suite, la forme nationale actuelle. Il en est ainsi par exemple pour Presbourg (forme française). Les noms de Pressburg (forme autrichienne) et Poszony (forme hongroise) disparaissent comme désormais sans existence reconnue, et sont remplacés par *Bratislava*, forme nationale Tchéco-Slovaque. On reconnaîtra que cette façon de procéder est la seule admissible et compatible avec la réalité.

De nombreuses frontières sont encore imprécises à l'heure présente, et plusieurs de celles qui ont été fixées subiront peut-être encore des changements. Dans ces conditions, et pour ne pas retarder indéfiniment la publi-

cation de l'Atlas, il a été entendu avec le Ministère de la Guerre que les cartes seraient publiées avec les tracés de frontières existant au moment de la publication.

La transformation du Monde entier a conduit à des modifications dans le cadre ou la disposition de certaines cartes.

Le format de la précédente édition, plus vaste qu'il n'était nécessaire, a pu être sensiblement réduit par une meilleure utilisation de l'espace disponible et la suppression de quelques doubles emplois. Mais les planches gravées formant le fond de l'Ouvrage n'en ont pas moins été intégralement conservées, et les tirages ont pris un nouveau degré de clarté par l'impression en deux couleurs du trait et de la montagne, dont nous avons parlé plus haut.

Convaincu de l'impossibilité pour n'importe quelle œuvre humaine de réaliser la perfection, et ayant dû vaincre pour cette nouvelle édition des difficultés de main-d'œuvre sans précédent, nous pouvons du moins affirmer que tous nos efforts ont été faits pour que les imperfections inévitables de l'œuvre que nous présentons soient aussi peu nombreuses que possible.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les hydrates de pyridine.* Note (¹) de M. **Pariselle**, présentée par M. Haller.

On a signalé jusqu'à neuf combinaisons définies de la pyridine et de l'eau; le but de cette Note est de montrer qu'aucune des raisons invoquées pour démontrer l'existence de ces différents hydrates n'est valable en dernière analyse.

La première combinaison a été obtenue par Goldschmidt (²) sous forme d'un hydrate bouillant à point fixe et correspondant, d'après lui, à la formule $Py + 3H^2O$. En réalité, il s'agit d'un mélange de composition $Py + 3{,}35\,H^2O$. Pour le montrer d'une façon certaine, j'ai soumis ce pseudo-hydrate à un fractionnement dans le vide. Sous 20^{mm} on peut recueillir un liquide qui distille à 18° et qui correspond sensiblement à la composition $Py + 3{,}5\,H^2O$; mais, à la fin, la température s'élève et le liquide qui distille devient de plus en plus riche en pyridine.

M. Gouy (³) est partisan de l'existence de l'hydrate à $3\,H^2O$ par l'étude des

(¹) Séance du 28 février 1921.
(²) *D. Ch. G.*, t. **16**, p. 276.
(³) *Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, t. 9, 1906, p. 75.

variations des maxima électrocapillaires du mercure, au contact d'une solution de pyridine, avec les concentrations de cette solution. Il semble que l'on puisse dire seulement que la courbe des maxima électrocapillaires présente un point d'inflexion pour une concentration de 40 pour 100 en pyridine.

J'ai du reste obtenu une courbe de forme identique à celle de M. Gouy en déterminant les variations de la tension capillaire des solutions de pyridine avec la concentration. A cet effet, j'ai compté le nombre de gouttes que peut donner une pipette pour un volume déterminé de solution de pyridine. La densité des solutions variant très peu, on peut considérer, en première approximation, les tensions superficielles comme inversement proportionnelles au nombre des gouttes.

La courbe obtenue (¹) présente un point d'inflexion pour une concentration de 41 pour 100 en pyridine. La ressemblance frappante des deux courbes semble confirmer l'hypothèse de Pellat au sujet des maxima électrocapillaires, à savoir qu'ils correspondent à une différence de potentiel nulle au contact mercure-solution.

Le deuxième hydrate a été signalé par Henry dans son étude sur les hydrates d'alkylamines (²); il correspondrait à la formule $Py + H^2O$. Ayant répété ses expériences qui consistent à traiter une solution aqueuse de pyridine par du carbonate de potasse et à dessécher la couche surnageante avec du carbonate sec, j'ai obtenu un liquide qui, soumis à l'analyse, m'a donné, non une teneur de 81,4 pour 100 en pyridine, mais bien 95 pour 100. Le carbonate de potasse enlève donc la presque totalité de l'eau. Pour confirmer ce résultat, j'ai fait un mélange équimoléculaire d'eau et de pyridine et j'ai constaté que, par agitation avec du carbonate de potasse desséché, il donne deux couches.

Cinq autres hydrates : $2Py + 3H^2O$, $2Py + 5H^2O$, $Py + 5H^2O$,

---

(¹) Ainsi à 17° les nombres de gouttes obtenus pour les mélanges renfermant

100, 81,4, 59,4, 15,5, 2,5 et 0 pour 100 de pyridine

sont respectivement égaux à

413, 362, 334, 298, 247 et 194 »

D'après Ramsay, la constante capillaire de la pyridine à 17° est de 38,4; en admettant 78 comme tension de l'eau à cette température, on voit que les rapports $\frac{38,4}{78}$ et $\frac{194}{413}$ sont très voisins.

(²) *Bull. Acad. Belgique*, t. 27, p. 464.

$Py + 10H^2O$, $Py + 40H^2O$, ont été considérés par Dunstau, Thole et Hunt (¹) en construisant la courbe des coefficients de viscosité d'une solution aqueuse de pyridine en fonction de la concentration; les corps signalés correspondaient à des points anguleux. La détermination de la viscosité de différents mélanges d'eau et de pyridine à 16° m'a bien donné un maximum pour une concentration de 65 pour 100 en pyridine, le coefficient de viscosité restant sensiblement constant entre 59 et 69 pour 100, mais pas de points singuliers.

J'en arrive aux expériences de M. Baud, qui sont les plus complètes. Dans une première étude des températures de congélation (²), il a trouvé, pour la courbe de fusibilité, deux points de transition correspondant à des concentrations respectives de 55 et de 77 pour 100 en pyridine et, en s'aidant de mesures thermiques, il a conclu à l'existence de deux hydrates : $Py + 2H^2O$ et $Py + 6H^2O$.

Dans un second Mémoire (³), il ne signale qu'un point de transition pour une concentration de 70 pour 100, l'analyse des cristaux, qui se déposent à partir de ce point, correspondant sensiblement à la formule $Py + 2H^2O$.

Je pense qu'on ne peut avoir qu'une confiance limitée dans les analyses de ces cristaux qui fondent à une température de l'ordre de — 50° et les résultats contradictoires donnés par M. Baud le prouvent suffisamment. Pour ma part, j'ai repris la détermination de cette courbe de fusibilité et lui ai trouvé la forme classique correspondant aux mélanges binaires sans combinaison.

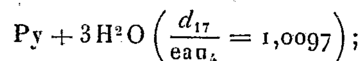
En outre, j'ai vérifié que l'on pouvait faire cesser la surfusion pour tous les mélanges, renfermant de 0 à 85 pour 100 de pyridine, en y projetant un cristal de glace, résultat qui semble anormal dans l'hypothèse de la formation de cristaux d'hydrate entre 70 et 85 pour 100.

Pour confirmer l'existence de cet hydrate à $2H^2O$, M. Baud s'appuie également sur l'étude de la contraction des mélanges d'eau et de pyridine à 0°, car il constate un maximum de densité pour une concentration de 66 pour 100 ($Py + 2,3H^2O$). Étant donnée la dilatation anormale de l'eau, au voisinage de 0°, ce résultat semble peu concluant. Il m'a paru plus rationnel d'étudier les variations de densité des solutions à des températures où l'eau présente une dilatation plus régulière et j'ai constaté que

(¹) *Chem. Soc.*, t. 91, p. 83 et 1728.
(²) *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 96.
(³) *Bull. Soc. chim.*, t. 5, 1909, p. 1022.

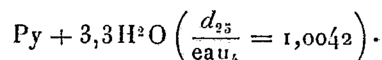
le mélange de densité maximum est d'autant moins riche en pyridine que la température est plus élevée et qu'il tend vers la composition du pseudohydrate.

A 17°, il correspond à la composition



$$Py + 3H^2O\left(\frac{d_{17}}{eau_4} = 1,0097\right);$$

à 25°, il correspond à



$$Py + 3,3H^2O\left(\frac{d_{25}}{eau_4} = 1,0042\right).$$

En résumé, bien que le dégagement de chaleur notable qui accompagne le mélange de pyridine et d'eau milite en faveur de la formation d'une combinaison, on ne peut néanmoins conclure à l'inexistence d'hydrate stable.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la quantité élémentaire d'énergie mise en jeu dans la dissolution.* Note (¹) de M. **René Audubert**, présentée par M. Paul Janet.

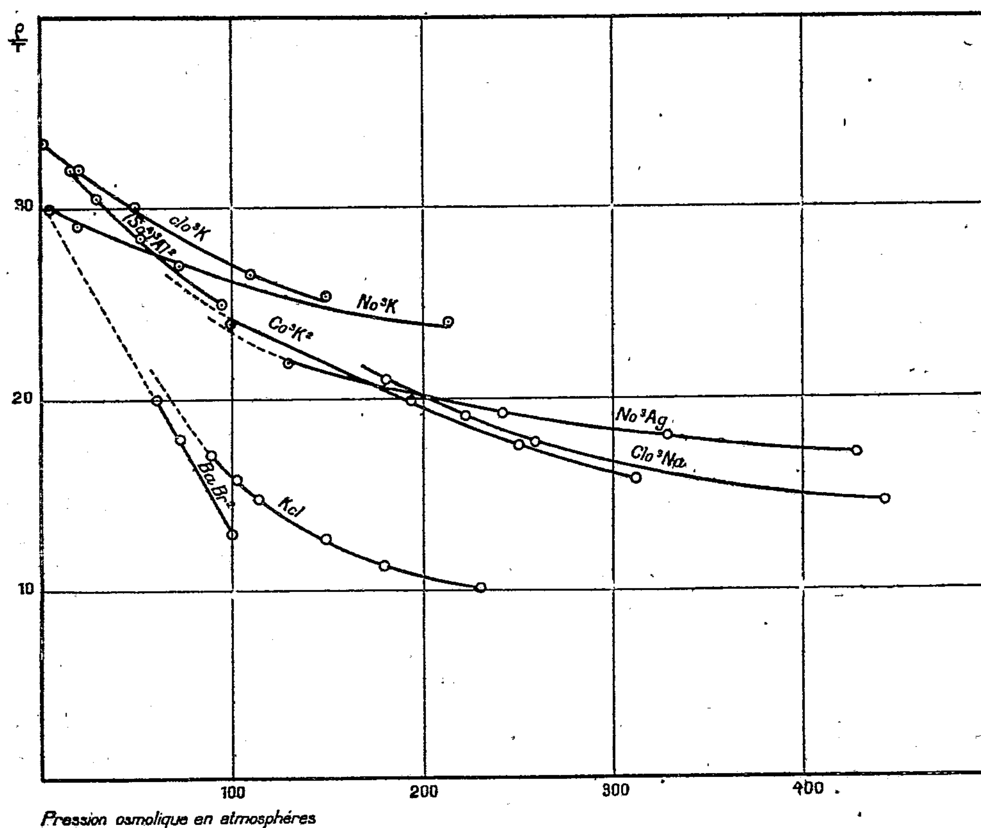
Les analogies très grandes que présentent entre eux le phénomène de la vaporisation et celui de la dissolution ont toujours amené à penser qu'ils devaient être régis par les mêmes lois. En tenant compte de cette analogie, on peut supposer qu'il existe, pour l'état moléculaire dissous, une loi équivalente à la loi de Pictet-Trouton pour l'état gazeux. D'après cette dernière, le quotient de la chaleur de vaporisation, rapportée à une molécule-gramme par la température absolue d'ébullition normale, est un nombre constant pour les liquides normaux et voisin de 21. Si l'on étend cela à la dissolution, il est évident que la température T, jouant dans ce changement d'état le même rôle de la température d'ébullition normale, est la température pour laquelle l'équilibre réalisé entre le corps et sa dissolution correspond à une concentration maxima représentant, dans la solution, une pression osmotique de 1^{atm}. En appelant ρ la chaleur latente moléculaire de dissolution et T la température qui correspond, pour l'état de saturation, à une pression osmotique de 1^{atm}, on doit vérifier que $\frac{\rho}{T}$ est constant.

Il n'est pas possible de vérifier directement ce résultat, car les températures ainsi définies ne correspondent, pour presque tous les sels, à aucune réalité expérimentale. Cependant, par extrapolation des résultats connus,

(¹) Séance du 28 février 1921.

on peut facilement les déterminer. Mais on peut encore, plus simplement, atteindre la valeur du rapport $\frac{\rho}{T}$ quand la pression osmotique π, exprimée en atmosphères, tend vers l'unité.

Il suffit en partant des nombres représentant la variation de la solubilité



avec la température de construire les courbes représentant les variations de $\frac{\rho}{T}$ avec la pression osmotique π. Comme l'indique la figure, quelques-unes de ces courbes se rapprochent très près du point correspondant à $\frac{\rho}{T} = 30$ à 32 environ pour $\pi = 1^{atm}$.

Par exemple :

Pour $NO^3K \frac{\rho}{T} = 30$ pour $\pi = 6^{atm},4$;

Pour $ClO^3K \frac{\rho}{T} = 33$ pour $\pi = 3^{atm},9$;

Pour $(SO^4)^3Al \frac{\rho}{T} = 32$ pour $\pi = 14^{atm},0$.

Les prolongements des courbes obtenues avec les autres sels (CO^3K^2, NO^3Ag, ClO^3Na, KCl, $BaBr^2$) semblent passer pour $\pi = 1$ par une valeur de $\frac{\rho}{T}$ voisine aussi de 32. On peut calculer au moyen de ces résultats, en divisant par N (nombre d'Avogadro) la valeur limite de $\frac{\rho}{T}$ exprimée en ergs, le quantum d'énergie nécessaire pour faire passer dans la dissolution une molécule du corps considéré. On trouve ainsi pour cette quantité élémentaire d'énergie le nombre 18×10^{-16}T erg.

Or M. de Forcrand a montré que, si l'on appelle L la chaleur de vaporisation d'un corps, S sa chaleur de fusion, T la température d'ébullition normale, on a la relation $\frac{L+S}{T} = 30$. Pour la dissociation de 14 chlorures ammoniacaux, M. Matignon a trouvé que le quotient $\frac{Q}{T}$ de la chaleur de dissociation par la température normale de dissociation était voisin de 30. Ces derniers résultats conduisent pour ces deux changements d'état à un quantum élémentaire voisin de 18×10^{-16}T; on est donc amené à penser qu'au point de vue des échanges d'énergie la dissociation des solides, la sublimation et la dissolution sont des phénomènes équivalents. Nous pouvons enfin conclure que la dissolution est un changement d'état à transformation discontinue correspondant à un élément d'énergie voisin de 18×10^{-16}T erg, différent par conséquent de celui qui a été calculé pour la vaporisation ([1]).

CHIMIE SPECTRALE. — *Principes de l'analyse au moyen des flammes réductrices; recherche de traces de manganèse en présence du fer ou autres substances.* Note ([2]) de M. **Jean Meunier**, présentée par M. Charles Moureu.

La méthode d'analyse par les flammes réductrices, en particulier par la flamme de l'hydrogène, dont je m'occupe depuis un certain nombre d'années ([3]), donnent des résultats pratiques, qui montrent qu'un vaste champ est ouvert à ce moyen d'investigation. Elle est d'une sensibilité telle pour déceler les composés de certains métaux : plomb, manganèse,

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 208.
([2]) Séance du 7 mars 1921.
([3]) *Association française pour l'Avancement des Sciences*, 43e session, 1914, 295, et *Bulletin de la Société chimique*, 4e série, t. 25, 1919, p. 57.

calcium, strontium, potassium, lithium, etc., qu'elle permet d'en retrouver des traces dans des substances pour lesquelles tout autre procédé est infructueux; elle permet même d'en évaluer approximativement la proportion.

Des essais aussi nombreux que variés m'ont conduit à énoncer le principe suivant : *Quand un oxyde ou un sel, entraîné dans une flamme, y subit une réduction, cette réaction est manifestée par un spectre de raies, fourni par la flamme.* Ainsi des oxydes de plomb ou de bismuth, composés extrêmement faciles à réduire, entraînés par le gaz d'éclairage, donnent, même dans une flamme faible et très peu chaude, des raies du plomb ou du bismuth; il en est de même de l'oxalate ferreux, par lui-même très réductible, mais non pour l'oxyde ferrique fortement chauffé et passé à l'état de colcotar. L'action réductrice de l'hydrogène est, on le sait, plus énergique que celle du gaz d'éclairage, aussi les spectres y apparaissent-ils plus nets et le colcotar y donne un spectre du fer magnifique, aussi beau que celui de l'oxalate ferreux. La magnésie et ses sels, carbonate, sulfate, chlorure, azotate donnent, dans la flamme de l'hydrogène, le spectre du magnésium, tandis que le pyrophosphate, qui n'est pas réductible, n'en montre aucune trace.

D'autre part, les métaux fournissent les mêmes spectres et, par suite, on serait tenté de penser que les réactions de réduction ne sont pas nécessaires pour la production des raies spectrales : l'examen attentif de la flamme suffit pour faire tomber cette objection. Dans la partie basse de la flamme, que j'ai appelée la « nappe d'allumage », les parcelles métalliques, entraînées par l'hydrogène et projetées à l'extérieur, sont reprises par l'air, qui les fait entrer de nouveau dans la flamme et les oxyde; après cela, dans le cœur de la flamme, la réduction joue son rôle et le spectre apparaît. Si l'oxyde formé n'est pas réduit, il ne se produit pas de spectre du métal, mais seulement un spectre continu d'incandescence.

Ces exemples, qu'il me serait facile de multiplier, suffisent pour établir une connexité étroite entre l'analyse spectrale et la chimie analytique proprement dite. La chimie des flammes et des réactions qui s'y accomplissent, encore à peine ébauchée, trouvera là certainement une source de documentation nouvelle. Je n'insiste pas sur ce sujet, malgré sa portée, car je désire avant tout exposer quelques-uns des résultats pratiques que j'ai obtenus.

Description du procédé. — L'hydrogène est fourni par un cylindre chargé à 150^{atm} et muni d'un mano-détendeur, au moyen duquel le débit est réglé à volonté. La matière pulvérulente, à entraîner, se trouve dans un tube de verre coudé à angle

droit, auquel on imprime des secousses et qui est relié par un tube de caoutchouc, de 15^{cm} à 20^{cm} de long, à un tube de silice maintenu vertical, formant ajutage, à l'orifice duquel l'hydrogène est enflammé. L'orifice est de $\frac{2}{10}$ de millimètre environ, la hauteur de la flamme de 12^{cm} à 15^{cm}.

Celle-ci est placée à 5^{cm} de la fente du spectrographe qui vise le niveau moyen de la flamme. L'ouverture de la fente est de $\frac{1}{100}$ ou $\frac{2}{100}$ de millimètre. Le spectrographe est un spectroscope à un seul prisme, pourvu d'une chambre photographique, avec laquelle on obtient directement des spectres de 4^{cm}, dont la longueur peut être doublée ou triplée par agrandissement, sans détriment pour leur netteté. Pour la partie du spectre comprise entre 4500 et 3600 Angströms, je me sers de plaques photographiques $4\frac{1}{2} \times 6$, au gélatinobromure d'argent, ou mieux, au gélatinoiodobromure et, pour la partie rouge du spectre, de plaques Wratten, au pinacyanol. Ces dernières sont peu sensibles pour les radiations plus réfrangibles que le rouge.

Il y a avantage, suivant les cas, à employer des plaques de sensibilité différente et à faire des poses courtes ou prolongées. On photographie jusqu'à quatre spectres sur la même plaque et chacun d'eux est accompagné de la photographie du micromètre, comprenant 250 divisions et ayant sur le cliché 4^{cm} de longueur; de la sorte, la comparaison des spectres et le repérage des raies sont très faciles.

Je vais faire connaître les résultats que j'ai obtenus en étudiant le fer et ses composés usuels. Avec des plaques à l'iodobromure d'argent, on constate l'apparition de 12 ou 13 raies du fer, en ne posant que 30 secondes seulement, 33 environ en posant 90 secondes et une soixantaine, si la pose est prolongée pendant 10 minutes et au delà.

Les raies du fer se groupent en trois séries principales : les raies extrêmes pour la première série, sont 4486 A. et 4221 ; pour la deuxième série, 3930 et 3820; pour la troisième série, 3767 et 3680.

L'ordre d'apparition de ces raies est :

3860, 3878 (situées dans la 2e série);
4376, 4383, 4427 (situées dans la 1re série);
3930, 3928, 3923, 3886, 3906, 3900, 3920 (2e série).

Les raies de la troisième série viennent ensuite, etc.

S'il est intéressant pour certaines études spectroscopiques d'avoir des spectres aussi riches en raies que possible, il est au contraire préférable, pour l'analyse chimique, d'avoir des spectres simples et réduits à leurs raies caractéristiques. Le rapprochement d'une raie avec la division de l'échelle micrométrique permet d'en faire l'attribution. Si l'on conçoit quelque doute à cet égard, il suffit, pour acquérir la certitude, de prendre un spectre avec un composé du métal que l'on suppose. C'est en opérant de la sorte que je me suis assuré que tous les spectres du fer et de ses composés

que j'avais obtenus contenaient du manganèse, et qu'il en était ainsi pour les spectres de ce métal qui ont été publiés jusqu'ici, que ce soit des spectres d'arc, d'étincelle ou de flamme.

Le manganèse est caractérisé par le triplet 4034.7, 4033.2, 4030.9, voisin du doublet 4047 et 4044 du potassium et de la raie assez forte 4045 du fer. Ce triplet du manganèse est d'une sensibilité extraordinaire et pour ainsi dire illimitée. Pour lever mes doutes (car il faut dire que j'opérais sur de l'oxalate ou de l'oxyde de fer que j'avais purifiés plusieurs fois), je photographiai un spectre du manganèse au-dessous d'un spectre du fer, la pose ayant été prolongée pendant quelques minutes, j'obtins un trait opaque et large, correspondant au triplet; avec une pose d'une minute, même opacité, en réduisant enfin la pose à quelques secondes ou à une dizaine de secousses du tube contenant la matière, les trois composantes du triplet se distinguèrent nettement à la loupe sur le cliché.

J'étais donc bien fixé sur la nature de l'impureté usuelle contenue dans le fer : c'est du manganèse. Je traitai par de l'acide acétique ou par de l'acide azotique étendu de l'oxyde de fer, préparé par calcination de l'oxalate ferreux, et je constatai, par les épreuves spectrographiques, que le triplet du manganèse diminuait pour l'oxyde traité et s'accroissait au contraire pour l'oxyde de fer provenant de l'évaporation de la solution. Finalement je réussis à obtenir, par une précipitation fractionnée de l'oxyde de fer en liqueur acide, de l'hydrate ferrique donnant des spectres d'où le triplet caractéristique était absent, et ne contenant plus de manganèse par conséquent.

CHIMIE MINÉRALE. — *Systématique et constitution des dérivés complexes des acides molybdiques.* Note [1] de **M. L. Forsén**, présentée par M. A. Haller.

J'ai montré précédemment que les molybdates peuvent être présentés comme dérivant de deux acides :

Acide molybdique......... $[Mo^3O^{12}]H^6$,
Acide métamolybdique..... $[Mo^{12}O^{42}H^6]H^6$,

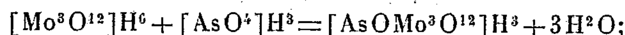
dont j'ai proposé les formules de constitution.

---

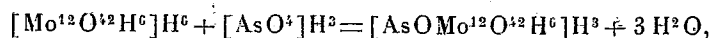
[1] Séance du 28 février 1921.

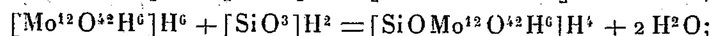
On peut grouper les acides complexes en trois séries générales dont la formation est indiquée par les exemples suivants :

I. Acides complexes orthomolybdiques :


$$[Mo^3O^{12}]H^6 + [AsO^4]H^3 = [AsOMo^3O^{12}]H^3 + 3H^2O;$$

II. Acides complexes métamolybdiques :


$$[Mo^{12}O^{42}H^6]H^6 + [AsO^4]H^3 = [AsOMo^{12}O^{42}H^6]H^3 + 3H^2O,$$


$$[Mo^{12}O^{42}H^6]H^6 + [SiO^3]H^2 = [SiOMo^{12}O^{42}H^6]H^4 + 2H^2O;$$

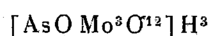
III. Acides complexes lutéomolybdiques :


$$3[Mo^3O^{12}]H^6 + [AsO^4]H^3 = AsO[Mo^3O^{12}H^5]H^3 + 3H^2O.$$

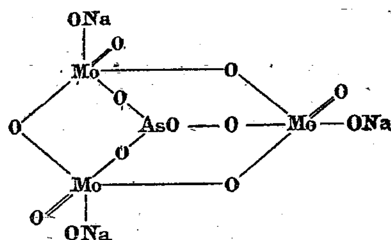
Tous ces acides complexes se forment par condensation avec élimination d'eau.

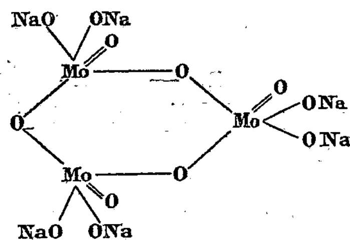
La basicité des acides complexes des séries ortho et méta (I et II) est égale à celle de l'acide molybdique (ou de l'acide métamolybdique) diminuée de la basicité de l'acide introduit dans le complexe. Par conséquent, les hydrogènes neutralisables qui interviennent dans la formation des complexes sont éliminés sous forme d'eau.

Les orthoacides complexes. — L'*acide arseniorthomolybdique*


$$[AsO\,Mo^3O^{12}]H^3$$

blanc est tribasique. En effet, ses sels tribasiques sont neutres à la phtaléine du phénol de même que les orthomolybdates :

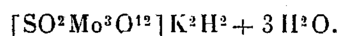




L'*acide phosphoorthomolybdique* $[PO\,Mo^3O^{12}]H^3$ n'est pas connu, mais on connaît certains de ses sels.

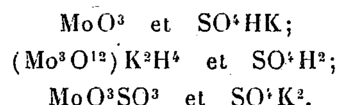
L'*acide sulfato-orthomolybdique* $(SO^2Mo^3O^{12})H^4$ n'est pas connu. J'ai préparé un nouveau sel de l'acide molybdique contenant de l'acide sulfurique dans les proportions $S^1 : Mo^3$, qui dérive de cet acide. Ce nouveau composé appartient donc à la série des orthomolybdates complexes. Le

sel le plus stable à base de potassium correspond à la composition :



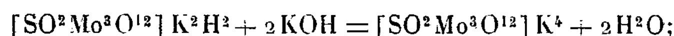
$$[SO^2Mo^3O^{12}]K^2H^2 + 3H^2O.$$

On l'obtient à partir des mélanges suivants :



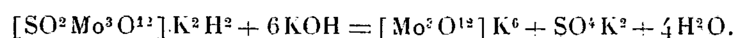
$$MoO^3 \text{ et } SO^4HK;$$
$$(Mo^3O^{12})K^2H^4 \text{ et } SO^4H^2;$$
$$MoO^3SO^3 \text{ et } SO^4K^2.$$

Ce sel perd très vite (sur P^2O^5) 4^{mol} d'eau; quand on chauffe le sel ou son anhydride, la totalité de l'acide sulfurique se volatilise et l'on obtient le trimolybdate de potassium anhydre. Les réactions de neutralisation sont : à l'hélianthine,



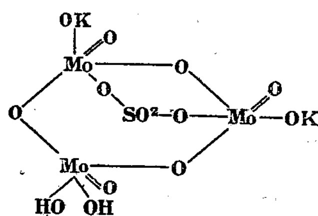
$$[SO^2Mo^3O^{12}]K^2H^2 + 2KOH = [SO^2Mo^3O^{12}]K^4 + 2H^2O;$$

à la phtaléine du phénol,



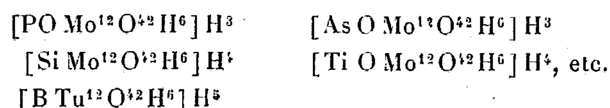
$$[SO^2Mo^3O^{12}]K^2H^2 + 6KOH = [Mo^3O^{12}]K^6 + SO^4K^2 + 4H^2O.$$

La constitution la plus probable est donc



On doit admettre que les hydrogènes des hydroxyles voisins des radicaux acides tels que SO^2 fonctionnent comme hydrogènes acides particulièrement forts.

Les métaacides complexes. — J'admets pour les acides méta complexes les formules suivantes :



$[PO\,Mo^{12}O^{42}H^6]H^3$ $\quad$ $[As\,O\,Mo^{12}O^{42}H^6]H^3$

$[Si\,Mo^{12}O^{42}H^6]H^4$ $\quad$ $[Ti\,O\,Mo^{12}O^{42}H^6]H^4$, etc.

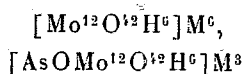
$[B\,Tu^{12}O^{42}H^6]H^5$

en accord avec leur formation par condensation.

En effet, les sels typiques des acides méta complexes sont des sels dans lesquels les hydrogènes ions mis en évidence dans les formules sont seuls neutralisés. On connaît des séries entières de sels de ce genre. Quelques faits semblent indiquer qu'on peut préparer des sels plus basiques que les

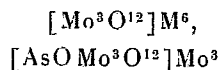
sels typiques. Dans ces sels basiques, les hydrogènes des hydroxyles doubles (H^6 du bloc complexe) doivent être neutralisés. On connaît un trop petit nombre de sels de ce genre pour que leur constitution puisse être discutée. La plupart de ces sels sont de plus amorphes.

Les relations entre les métadérivés



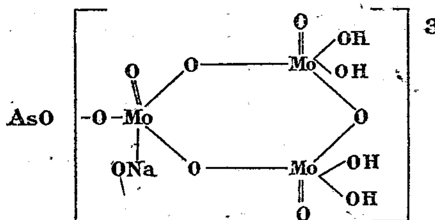
$$[Mo^{12}O^{42}H^6]M^6,$$
$$[AsOMo^{12}O^{42}H^6]M^3$$

sont les mêmes que les relations entre les orthodérivés



$$[Mo^3O^{12}]M^6,$$
$$[AsOMo^3O^{12}]Mo^3$$

Les acides lutéo complexes. — Les acides libres sont très stables. Les sels ordinaires sont tribasiques; j'admets la constitution suivante :



Par analogie avec les autres complexes, on peut supposer que les hydrogènes des hydroxyles isolés de l'acide lutéo sont neutralisés dans ces sels. Dans cette série, on connaît en outre des sels plus basiques que les sels tribasiques ordinaires. Parmi eux, les sels hexabasiques sont les plus stables. Une constitution symétrique leur convient.

Tous ces faits connus, relatifs à la quantité d'eau de constitution des composés complexes des acides molybdiques, sont en accord avec les formules proposées.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses de l'acide cyanique et de l'urée par oxydation, en milieu ammoniacal d'alcools, de phénols et d'aldéhydes.* Note de MM. **R. Fosse** et **G. Laude**, présentée par M. A. Haller.

1. L'un de nous a établi que l'urée, produit d'excrétion des végétaux comme des animaux, existe à tous les degrés d'organisation de la matière vivante et se forme artificiellement par oxydation des diverses classes de

principes naturels aux dépens, non seulement des protéiques (Béchamp, Ritter, Hofmeister, Hugounenq) et des acides aminés (Hofmeister), mais encore des hydrates de carbone, de la glycérine et de l'aldéhyde formique.

Dans ces synthèses, l'urée est précédée d'un terme intermédiaire, l'acide cyanique, dont la formation par oxydation des substances organiques, tentée en vain par plusieurs auteurs, était considérée comme irréalisable [1].

2. Protéiques, acides aminés, hydrates de carbone, glycérine, formaldéhyde, formamide et acide oxamique [2] ne sont pas les seuls corps susceptibles de produire la carbimide. Nous démontrerons que celle-ci se forme encore lorsqu'on oxyde, en présence de NH^3, divers représentants des fonctions : alcool, phénol et aldéhyde.

3. Quoique ces recherches n'aient point visé l'étude des rendements en carbimide et carbamide, nous avons cependant constaté que ceux-ci varient dans de larges limites avec la nature de la substance, le milieu oxydant et les conditions de l'expérience.

4. La présence d'un sel de cuivre [3] ou de poudre de cuivre favorise singulièrement, dans certains cas, la formation de l'acide cyanique et de l'urée.

Tandis que l'oxydation de l'éthanol et de NH^3 ne produit que $0^g,85$ d'urée pour 100^{cm^3} d'alcool après tautomérisation du cyanate d'ammoniaque, la même expérience avec cuivre conduit à $8^g,32$ d'urée pour 100^{cm^3} d'alcool.

5. Nous obtenous l'acide cyanique en traitant, en milieu ammoniacal, par MnO^4K seul ou en présence de sulfate d'ammonium, de carbonate de cuivre ou de poudre de cuivre, les corps qui suivent :

Alcools : Méthanol, éthanol, butanol.

Phénols : Phénol, *o*-crésol, naphtol A et B, pyrocatéchine, résorcine.

Aldéhydes : Éthanal, propanal, butanal.

L'identification de la carbimide a été faite par les méthodes déjà décrites : dosage de l'urée par le xanthydrol dans les liqueurs chauffées avec NH^4Cl ou non chauffées; formation de cobaltocyanate bleu et d'oxyurée donnant une coloration bleu violet avec $FeCl^3$.

---

(1) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 320, 908, 1164; t. 169, 1919, p. 91; t. 171, 1920, p. 635, 722; *Annales de l'Institut Pasteur*, 1920, p. 715-762.

(2) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 160.

(3) *Annales de l'Institut Pasteur*, 1920, p. 753.

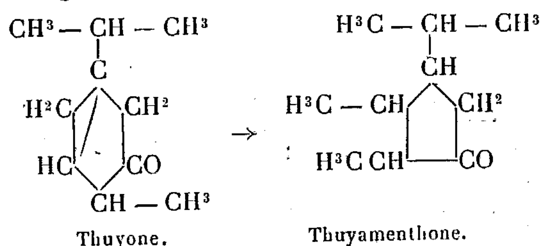
Substances.	Proportions des réactifs. Matière.	H^2O.	NH^3 concentrée.	MnO^4K. ou MnO^4Na.	Volume total.	Volume dosé.	Xanthylurée pour ce volume avant chauff.	Xanthylurée après chauff. avec NH^4Cl.	Urée pour 100g ou centimètre cube avant chauff.	Urée après chauff. avec NH^4Cl.	Réactions colorées avec précipité argentique recristallisé du cobaltocyanate.	de l'oxyurée.
Alcools :												
	cm³		cm³	g	cm³	cm³		g		g		
Méthanol et $SO^4(NH^4)^2$..	0,10	»	10	2	30	2	»	0,0097	»	20,78	»	»
Méthanol.....	1	10	10	5	50	2	traces	0,0074	traces	2,64	+	+
Éthanol......	1	5	15	9	50	2	0	0,0024	0	0,85	»	»
Éth¹ et CO^3Cu.	1	5	20	9	50	2	0	0,0115	0	4,1	+	+
Éthanol et Cu.	1	5	20	9	50	2	0	0,0232	0	8,31	+	+
Butanol et Cu.	1	5	20	8	50	2	0	0,0091	0	3,25	+	+
But¹ et CO^3Cu.	1	5	20	8	50	2	0	0,0071	0	2,53	+	+
Phénols :												
	g											
Phénol.......	0,5	20	5	8	10	5	traces	0,0182	traces	10,4	+	+
Phénol.......	0,5	»	15	8	60	2	0,0014	0,0249	1,2	21,34	+	+
o-Crésol......	0,1	5	10	2	25	2	0	0,0035	0	6,25	»	»
Naphtol A....	0,2	5	8	2	25	2	0	0,0076	0	6,77	+	»
Naphtol B....	0,1	8	10	4	20	2	0	0,0074	0	10,57	+	+
Pyrocatéchine.	1	5	15	8	50	2	0,006	0,034	2,14	12,14	+	+
Résorcine.....	1	5	15	8	50	2	0,0024	0,0282	0,85	10,07	+	+
Aldéhydes :												
	cm³											
Ethanal......	1	5	10	7	50	2	traces	0,0167	traces	5,96	+	+
Propanal.....	1	10	10	15	25	2	traces	0,0189	traces	3,37	+	+
Propanal et Cu.	1	5	10	12	50	2	traces	0,0274	traces	9,78	+	+
Buta^nal normal.	0,1	5	8	1,5	25	2	0	0,0015	0	2,6	»	»

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de la thuyamenthone.* Note de M. **Marcel Godchot**, présentée par M. Haller.

Dans une précédente Communication (¹), j'ai montré que la thuyone, soumise à l'action hydrogénante du nickel réduit et de l'hydrogène, vers 175°-180°, était susceptible de se transformer directement en thuya-

(¹) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1807.

mentone :

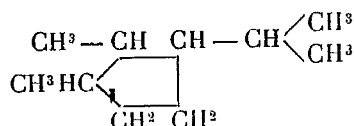


Thuyone. Thuyamenthone.

A l'aide de ce procédé, il est facile de se procurer une certaine quantité de cette dernière cétone cyclopentanique et de s'en servir comme matière première en vue d'obtenir de nouveaux dérivés cyclopentaniques.

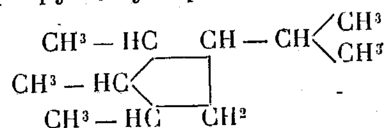
Le but de cette Note est de décrire quelques composés obtenus en partant de la thuyamentone.

Diméthyl-1.2-isopropyl-3-cyclopentane :



Ce carbure prend naissance lorsqu'on hydrogène, à 280°, par la méthode au nickel, la thuyamenthone. On constate la formation d'eau dans la réaction, le groupement CO étant remplacé par le groupement CH^2. Le diméthyl-1.2-isopropyl-3-cyclopentane, préparé ainsi, est identique à celui obtenu par M. Taboury et moi-même, à l'aide d'un autre procédé (¹); il constitue un liquide, à odeur terpénique, bouillant à 148°-149° ($d_{15} = 0,793$; $n^D_{15} = 1,4364$; R. M. : trouvée, 45,85; calculée pour $C^{10}H^{20}$, 46,03).

Triméthyl-1.2.3-isopropyl-4-cyclopentane :



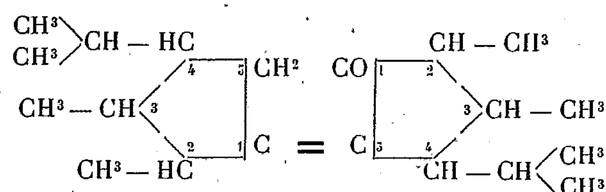
La thuyamenthone peut servir de matière première pour obtenir des carbures tétrasubstitués homologues du cyclopentane. Lorsqu'on fait réagir, en effet, les organomagnésiens sur cette cétone, on obtient, sinon l'alcool tertiaire attendu, du moins le mélange de deux carbures non saturés isomères qui en dérivent par déshydratation et qui, hydrogénés ensuite,

(¹) *Bull. Soc. chim. de France*, 4ᵉ série, t. 13, p. 601.

à 180°, par la méthode au nickel, fournissent l'unique carbure saturé correspondant.

C'est ainsi qu'avec l'iodure de méthylmagnésium, on obtient le mélange de deux triméthyl-1.2.3-isopropyl-4-cyclopentènes (Ébullition : 159°-165°; $d_{13} = 0,8113$; $n^{D}_{13} = 1,4518$; R. M. : trouvée, 50,53; calculée pour $C^{11}H^{20}$, 50,233). En hydrogénant ensuite le mélange de ces deux carbures, à 180°, par la méthode au nickel, on le transforme en un seul carbure, le triméthyl-1.2.3-isopropyl-4-cyclopentane, liquide à odeur terpénique (ébullition : 157°-158°; $d_{13} = 0,7833$; $n^{D}_{13} = 1,4326$; R. M. : trouvée, 51,05; calculée pour $C^{11}H^{22}$, 50,633).

Diméthyl-2.3-isopropyl-4-cyclopentylidènediméthyl-2.3-isopropyl-4-cyclopentanone-1 :



Cette nouvelle cétone bicyclique non saturée s'obtient en appliquant à la thuyamenthone la méthode de condensation des cétones, basée sur l'emploi de l'hydrure de calcium, que j'ai décrite en collaboration avec M. Taboury [1].

Il est assez curieux de signaler qu'en soumettant la thuyone à l'action de CaH^2, la condensation se produit avec une telle intensité qu'il se forme des produits de polymérisation trop avancée pour qu'on puisse en séparer des composés définis. Avec la thuyamenthone, au contraire, on obtient facilement une nouvelle cétone bicyclique non saturée, répondant à la formule d'une diméthyl-2.3-isopropyl-4-cyclopentylidènediméthyl-2.3-isopropyl-4-cyclopentanone-1, constituée par un liquide légèrement jaunâtre, à odeur camphrée (ébullition : 182°-184° sous 10mm; $d_{15} = 0,9123$; $n^{D}_{15} = 1,4825$; R. M. : trouvé, 90,90; calculé pour $C^{20}H^{34}O$, 89,74).

L'oxime, huileuse, est difficile à purifier; quant à la semicarbazone, je n'ai pu l'obtenir et j'attribue cet insuccès à un empêchement stérique très souvent observé dans le cas de certaines cétones cycliques substituées en ortho.

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 62 et 1168.

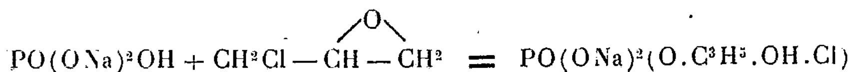
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action de l'épichlorhydrine sur le phosphate monoacide de sodium en solution aqueuse et sur la stabilité d'un diéther monoglycéromonophosphorique.* Note [1] de M. **Octave Bailly**, présentée par M. Charles Moureu.

Cette action n'a fait jusqu'à ce jour l'objet d'aucune recherche.

J'ai entrepris son étude dans l'espoir qu'elle me conduirait, par analogie avec ce que l'on sait de l'action du glycide sur le même sel dans les mêmes conditions [2], à l'obtention d'une chlorhydrine glycérophosphorique entrevue par Cavalier [3] en 1898.

Si, à une solution $\frac{N}{2,5}$ de phosphate bisodique, on ajoute de l'épichlorhydrine en proportion équimoléculaire, on obtient d'emblée une liqueur homogène. Si l'on abandonne cette liqueur à la température du laboratoire (18° environ) et qu'on la soumette de temps en temps à l'analyse (on a pratiqué ainsi cinq analyses au bout de 1, 2, 5, 12 et 22 jours), on s'aperçoit (constatation prévue) que la quantité de phosphore précipitable par le réactif ammoniacomagnésien va en diminuant régulièrement, mais que, en outre (faits imprévus), il y a mise en liberté progressive de chlorure de sodium et disparition parallèle et moléculairement égale de l'acidité phosphorique décelable à la phtaléine.

Il ressort de ces constatations que la réaction attendue :



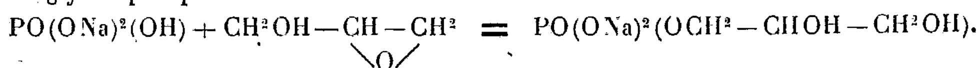
$$PO(ONa)^2OH + CH^2Cl-CH-CH^2 = PO(ONa)^2(O.C^3H^5.OH.Cl)$$

n'est pas seule entrée en jeu et que l'épichlorhydrine réagit sur le phosphate bisodique, non seulement par sa fonction oxyde d'éthylène, mais aussi par sa fonction éther-sel chlorhydrique, engendrant ainsi un diéther au sujet de la constitution duquel deux hypothèses peuvent être faites : il s'agirait, soit d'un éther mixte glycidochloroglycérophosphorique, soit d'un diéther monoglycéromonophosphorique, formés dans l'une des deux réac-

---

[1] Séance du 7 mars 1921.

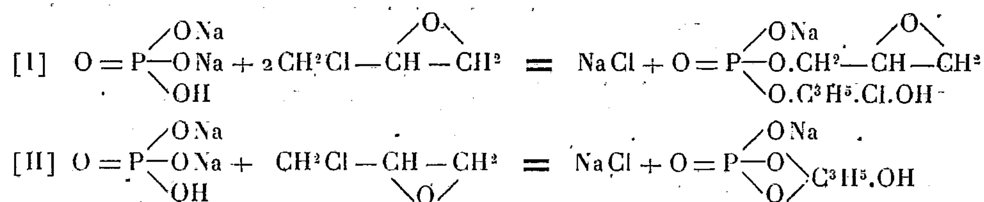
[2] Octave Bailly, *Comptes rendus*, t. **161**, 1915, p. 679. Cette action engendre l'α-glycérophosphate de sodium avec un excellent rendement :



$$PO(ONa)^2(OH) + CH^2OH-CH-CH^2 = PO(ONa)^2(OCH^2-CHOH-CH^2OH).$$

[3] J. Cavalier, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. **18**, 1898, p. 481.

tions suivantes :



La somme chlorhydrine glycérophosphorique + diéther se déduit facilement de la quantité de phosphore disparue au réactif ammoniacomagnésien, la quantité de diéther découle, d'autre part, de la quantité de NaCl mis en liberté ou de la diminution (moléculairement égale) de l'acidité phosphorique décelable à la phtaléine.

On déduit par différence de ces deux données la quantité de chlorhydrine formée. On obtient, de la sorte, les résultats consignés dans le Tableau suivant, rapportés à une molécule-gramme d'épichlorhydrine ou de phosphate bisodique mise en œuvre :

Temps.	Chlorhydrine + Diéther.	Diéther.	Chlorhydrine.
	mol-g	mol-g	mol-g
1 jour	0,3500	0,0500	0,3000
2 jours	0,4409	0,0875	0,3534
5 »	0,5608	0,1875	0,3733
12 »	0,6441	0,2750	0,3691
22 »	0,6644	0,3125	0,3519

Ces résultats, il est facile de le constater, ne permettent pas de trancher la question en faveur de l'une des deux hypothèses ci-dessus, qui cadrent l'une, aussi bien que l'autre, avec eux. Mais, si l'on vient à soumettre la liqueur à l'ébullition pendant 2 heures dans un ballon muni d'un réfrigérant à reflux et si l'on pratique une nouvelle analyse, on est conduit aux résultats ci-dessous :

	mol-g
Chlorhydrine + diéther	0,7225
Diéther................................	0,6250
D'où chlorhydrine	0,0975

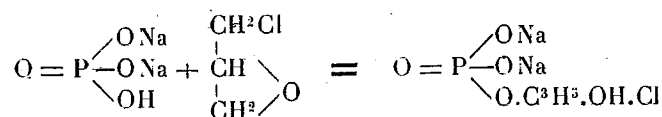
de plus, on constate que la liqueur renferme un excès de chlorure de sodium (0^{mol-g},2550) provenant de l'hydrolyse parasite d'une partie de l'épichlorhydrine, sous l'influence de l'ébullition.

Ces nouveaux résultats exigent, pour une molécule-gramme de phosphate utilisée, la mise en œuvre de 0,6250 + 0,0975 + 0,2550 = 0^{mol-g},9775

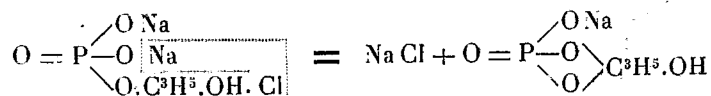
d'épichlorhydrine dans l'hypothèse de la formation de diéther glycérophosphorique; or, c'est bien sensiblement la quantité utilisée, alors qu'ils exigeraient l'utilisation de $2 \times 0,6250 + 0,0975 + 0,2550 = 1^{\text{mol-g}},6025$ d'épichlorhydrine dans l'hypothèse de la formation d'un diéther mixte qu'il convient, par suite, de rejeter définitivement.

Mais il y a plus, et le fait saute particulièrement aux yeux si l'on traduit graphiquement les résultats ci-dessus. La réaction qui donne naissance au diéther a lieu en réalité en deux temps bien distincts :

Premier temps : formation de chlorhydrine :



Deuxième temps : décomposition progressive de cette chlorhydrine avec élimination de NaCl et formation de diéther monoglycéromonophosphorique :



susceptible de répondre à l'un des deux schémas suivants :



selon la façon dont s'est effectuée, au premier temps, l'ouverture de la fonction oxyde d'éthylène.

Le schéma (A) est le plus vraisemblable par analogie avec la réaction du glycide sur PO^4Na^2H *qui conduit exclusivement à l'obtention d'acide α-glycérophosphorique*.

Un fait particulièrement intéressant découle de ce travail : *c'est la remarquable stabilité du diéther glycéromonophosphorique formé* (1), stabilité à laquelle il n'y avait pas lieu de s'attendre, puisqu'il est classiquement admis aujourd'hui que les diéthers glycéromonophosphoriques s'hydrolysent avec la plus grande facilité, *même à la température des laboratoires*. Il est donc dorénavant permis d'entrevoir la possibilité d'isoler l'un de ces corps.

(1) Puisqu'il prend naissance *à l'ébullition*.

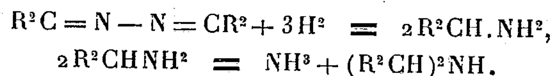
CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation d'amines d'alcools secondaires.* Note ([1]) de M. **Alphonse Mailhe**, transmise par M. Paul Sabatier.

Dans une précédente Communication ([2]), j'ai montré que l'hydrogénation des cétazines effectuée sur le nickel divisé conduit à un mélange d'amines primaires et secondaires, correspondant à des alcools secondaires :

$$R^2C = N - N = CR^2 + 3H^2 = 2R^2CH.NH^2,$$
$$2R^2CHNH^2 = NH^3 + (R^2CH)^2NH.$$

J'ai préparé ainsi un certain nombre de bases nouvelles à l'aide de cétazines de cétones symétriques RCOR. J'ai étendu la réaction à la transformation des cétazines de cétones dissymétriques RCOR' :

1° *Bis-méthylisopropylcétazine*



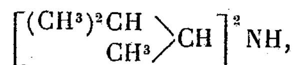
— La méthylisopropylcétone, qui bout à 93°,5, dissoute dans un excès d'alcool, est additionnée d'une quantité équivalente de sulfate d'hydrazine et de soude. Le mélange est chauffé pendant 6 heures à l'ébullition au réfrigérant ascendant. Après refroidissement, le traitement par l'eau et la soude sépare une huile qui bout à 165° à la pression ordinaire. C'est la bis-méthylisopropylcétazine.

L'hydrogénation sur le nickel divisé chauffé à 180°-200° fournit un dégagement permanent de vapeurs alcalines et un liquide d'où l'on sépare par fractionnement :

De 75° à 85°	1 partie
De 85° à 170°	1 »
De 170° à 180°	5 »
> 180°	0,5 »

La première portion donne la réaction de la carbylamine, se carbonate immédiatement à l'air. C'est l'amine primaire, *l'amino-3-méthyl-2-butane*, $(CH^3)^2CH.CH.NH^2CH^3$, qui bout à 76°-78°. Par action de l'isocyanate de phényle, elle conduit à la phénylurée ; ce sont des aiguilles, fondant à 144°.

La fraction prépondérante du produit recueilli est formée par l'amine secondaire, qui bout après rectification à 178°-180°. C'est la *bis-(métho-1-isobutyl)-amine*

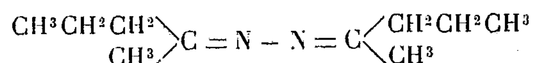


à odeur d'herbe très prononcée.

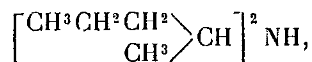
([1]) Séance du 7 mars 1921.

([2]) A. Mailhe, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1265.

2° *Bis-méthylpropylcétazine*

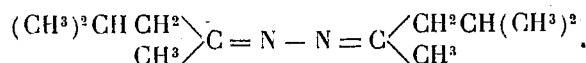


65g de méthylpropylcétone sont mélangés avec 70g de sulfate d'hydrazine et 80g de lessive de soude. Après addition d'une quantité suffisante d'alcool pour faire un liquide homogène, le mélange a été soumis pendant 7 heures à l'ébullition au réfrigérant ascendant. Après refroidissement, on ajoute de l'eau, puis de la soude en excès. La *bis-méthylpropylcétazine* se sépare. Elle bout à 198°-200°. Lorsqu'on l'entraîne en vapeurs par de l'hydrogène sur du nickel chauffé à 200°, il se dégage du gaz ammoniac. Du liquide condensé on sépare, par fractionnement, l'amine primaire, la *méthyl-1-butylamine* ou *amino-2-pentane*, $CH^3CHNH^2CH^2CH^2CH^3$, bouillant à 86°-88°; dont la phénylurée fond à 115°, et l'amine secondaire, la *bis-(métho-1-butyl)-amine*,



qui bout à 185°-188°.

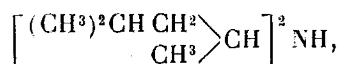
3° *Bis-méthylisobutylcétazine*



Cette cétazine se prépare dans les mêmes conditions que la précédente, à l'aide de la méthylisobutylcétone $CH^3COCH^2CH(CH^3)^2$, qui bout à 114°. C'est une huile qui passe à la distillation à 176°. Lorsqu'on l'hydrogène sur le nickel à 180°-200°, elle fournit un liquide d'où l'on peut isoler, par distillation, 3 parties d'amine primaire, la *méthyl-1-isoamylamine*, $(CH^3)^2CHCH^2CH-NH^2$, qui bout à 108°-110°, et

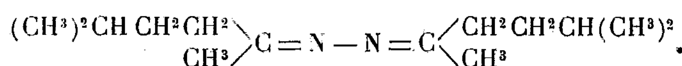


5 parties d'amine secondaire, la *bis-(métho-1-isoamyl)-amine*,



bouillant à 208°-210°. La première donne, avec l'isocyanate de phényle, une phénylurée en houppes soyeuses fondant à 108°.

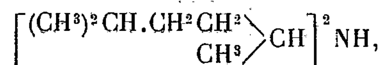
4° *Bis-méthylisoamylcétazine*



60g de *méthylisoamylcétone*, bouillant à 144°, provenant de la catalyse d'un mélange d'acide caproïque et d'acide acétique en excès sur l'oxyde de thorium, sont mélangés à 70g de sulfate d'hydrazine et 80g de lessive de soude. Après addition d'un grand excès d'alcool, pour obtenir un liquide homogène, on porte à l'ébullition pendant 6 heures au réfrigérant ascendant. On enlève ensuite la majeure partie de l'alcool par distillation jusqu'à ce que le liquide commence à se troubler. Par addition d'eau et d'un

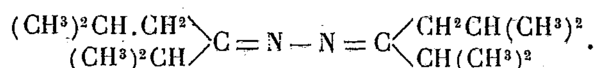
excès de lessive de soude, on sépare une huile qui, distillée dans le vide, bout à 155°-160° sous 45mm. C'est la *bis-méthylisoamylcétazine*.

Son hydrogénation s'effectue d'une manière régulière sur le nickel à 190°-200°. Il se forme un liquide limpide dont la simple distillation permet d'isoler très facilement : 1° l'amine primaire, l'*amino-5-méthyl-2-hexane*, $(CH^3)^2CH.CH^2CH^2CHNH^2CH^3$, bouillant à 137°, dont la phénylurée obtenue avec l'isocyanate de phényle, fond à 103°; 2° l'amine secondaire, la *bis(métho-1-isohexyl)-amine*

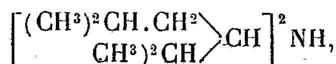


qui distille à 240°.

5° *Bis-isobutylisopropylcétazine*



Elle se prépare aisément par action du sulfate d'hydrazine sur l'isobutylisopropylcétone, en présence de soude et en milieu alcoolique à chaud. C'est une huile qui distille à 190°-195°. Lorsqu'on l'hydrogène sur le nickel à 180°-190°, on obtient un liquide dont le fractionnement fournit : 5 parties d'amine primaire, bouillant à 145°-148°; l'*isopropyl-1-isoamylamine-1*, $(CH^3)^2CH.CH^2CH.NH^2CH(CH^3)^2$ et 1 partie d'amine secondaire, la *bis-(isopropyl-1-isoamyl)-amine*,



qui bout à 245° et possède une odeur d'herbe très prononcée.

On voit que la méthode d'hydrogénation des cétazines s'applique d'une manière régulière aux cétazines d'acétones dissymétriques. Elle conduit normalement à un mélange d'amines primaire et secondaire d'alcools secondaires. La plupart des amines que j'ai obtenues, ainsi que presque toutes les cétazines, n'avaient jamais été isolées.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les couleurs d'interférence produites par les lames cristallines minces.* Note [1] de M. **Paul Gaubert**.

Pour étudier certaines questions de cristallogénie, je me suis adressé à des substances organiques et en particulier à la vanilline, qui, en cristallisant par sublimation, peut donner des cristaux excessivement minces, montrant par réflexion de vives couleurs superficielles, rappelant celle des cristaux de chlorate de potassium, observées par Herapath et étudiées par

(1) Séance du 28 février 1921.

Stokes [1] et lord Rayleigh [2]. Le but de ce travail est de déterminer les propriétés et l'origine de ces couleurs.

Les cristaux de vanilline sont monocliniques et peuvent se présenter en lames très aplaties suivant la base p (001). Habituellement, ils sont allongés suivant l'axe cristallographique b et maclés suivant la face a^1 ($\bar{1}01$). Le plan des axes optiques est perpendiculaire au plan de symétrie et presque parallèle à la face d'aplatissement p. La vibration n_p coïncide avec l'axe de symétrie du cristal, qui est optiquement négatif.

Des lames très minces de vanilline sont obtenues en chauffant la substance à une température légèrement inférieure au point de fusion, dans un cristallisoir recouvert d'un disque de verre. Examinées à la lumière naturelle, elles paraissent incolores ou présentent de belles teintes par réflexion, teintes variant d'une lame à l'autre et se modifiant avec le plan et l'angle d'incidence des rayons réfléchis. Chaque lamelle présente des caractères particuliers puisque, comme on le verra plus loin, les couleurs dépendent de son épaisseur. Mais c'est surtout avec un analyseur que les variations de couleur et les propriétés des rayons peuvent être mises en évidenee. Ainsi un cristal possédant une belle couleur verte quand l'axe de symétrie du cristal b est perpendiculaire à la section principale du nicol, est rouge quand l'axe b est parallèle à cette dernière.

Par conséquent les rayons correspondant aux vibrations vertes et rouges sont, dans le cas considéré, polarisés à angle droit, et c'est un mélange des deux rayons que l'on observe en lumière naturelle.

La même lamelle examinée par transparence est verdâtre quand l'axe cristallographique b est parallèle et rouge si cet axe est perpendiculaire à la section principale du nicol. Donc les mêmes couleurs réfléchies et transmises correspondent à des rayons polarisés dans deux plans rectangulaires.

Les rayons transmis et réfléchis par les cristaux extrêmement minces de vanilline sont donc polarisés comme ceux de certains cristaux colorés (platinocyanure de magnésium par exemple), alors que les rayons colorés réfléchis ou transmis par les cristaux de chlorate de potassium ne le sont pas, d'après les observations de Stokes [3].

L'examen des lamelles, à l'aide du microscope polarisant, montre que la

---

(1) G.-G. Stokes, *Proc. of the roy. Soc. of London*, vol. 38, 1885, p. 174.

(2) Lord Rayleigh, *Phil. Magaz.*, 5e série, vol. 26, 1888, p. 256.

(3) Cela est vrai pour la plupart des cristaux, mais les lamelles très minces de ce corps possèdent des propriétés identiques à celles de la vanilline.

Les lames de vanilline présentent fréquemment des macles polysynthétiques

vanilline est très biréfringente et que seules sont colorées, par réflexion, celles qui montrent des teintes de polarisation chromatique correspondant à un retard inférieur à $100^{\mu\mu}$. En outre, pour chacune de ces teintes, et par conséquent pour chaque épaisseur des lamelles, on observe des couleurs réfléchies et transmises particulières. Les cristaux sont si minces qu'ils plient sous leur propre poids, quand ils sont soulevés avec une aiguille. S'ils continuent à croître, les couleurs réfléchies se modifient à mesure que l'épaisseur augmente, et disparaissent quand cette dernière atteint une certaine limite.

Ces phénomènes de coloration ne s'expliquent pas avec les hypothèses émises par Stokes et lord Rayleigh pour interpréter les propriétés des lamelles de chlorate de potassium. Mais si l'on admet que les cristaux de vanilline agissent sur la lumière comme le font les lames minces des substances isotropes, l'origine des colorations variées que présentent les lamelles de vanilline et les propriétés des ondes réfléchies et transmises s'expliquent. Au lieu d'avoir l'interférence de deux rayons lumineux comme dans les lames minces isotropes, ce sont plusieurs faisceaux lumineux polarisés qui interfèrent. Par conséquent, ce phénomène qui n'avait pas encore été observé avec des lamelles aussi minces, peut se produire avec toutes les lames minces des cristaux très biréfringents convenablement orientés; ainsi je l'ai observé avec des cristaux de molybdate d'ammonium (1).

Il est à remarquer que, l'épaisseur de la lamelle étant connue, la comparaison de ses teintes réfléchies avec celles de l'échelle de Newton permet de déterminer deux indices principaux de la lame. La moyenne des résultats obtenus avec plusieurs lamelles d'épaisseur différente, mais toujours inférieure à $0^{mm},0009$, donne, pour le plus grand et le plus petit indice, 1,73 et 1,50. La détermination pourrait être faite avec une précision beaucoup plus grande si l'un des indices ou l'épaisseur pouvaient être évalués exactement.

---

suivant $a^1(\bar{1}01)$, alors elles se comportent comme un polariseur par suite de l'absorption d'un des rayons, de telle sorte qu'un cristal compris entre un des nicols et une de ces lames montre de belles teintes de polarisation chromatique.

(1) Quelques auteurs, et en particulier L. Ditscheiner [*Ueber die Farben dünner Kristallblätthen* (*Sitz. Ber. d. Wien. Akad. d. Wiss. math. nat. Kl.*, t. 73, 2e Partie, 1876, p. 180)] et E. Genzken (*Neues Jahrb. f. Min.*, Beil. Bd. 30, 1920, p. 383), ont étudié les teintes réfléchies de certaines lames minces cristallines. Mais le phénomène est différent de celui que je considère ici, produit avec des lamelles beaucoup plus minces. Les couleurs réfléchies des lames de Ditscheiner sont celles qui sont observées par transparence avec les nicols croisés.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les Bas-Champs de Picardie au nord de la Somme : la ligne de rivage actuelle*. Note (¹) de M. **A. Briquet**, présentée par M. Ch. Barrois.

La ligne de rivage des Bas-Champs de Picardie est interrompue par les estuaires de la Somme, de l'Authie et de la Canche.

Au sud de chaque estuaire (en amont par rapport au sens dominant du mouvement des courants côtiers) le rivage est constitué par un poulier qui, sous l'action de ces courants, s'avance progressivement en travers de l'estuaire : pouliers du Hourdel, de Fort-Mahon (²), du Touquet.

Au nord des estuaires (en aval) le rivage dessine une pointe sur laquelle se divise le flot, dont une partie pénètre dans l'estuaire : pointes de Saint-Quentin, du Haut-Banc, de Lornel. La pointe recule en même temps que le poulier avance : de ce mouvement résulte la déviation des trois estuaires vers le nord.

La ligne de rivage se décompose ainsi, d'amont en aval, en une succession de pouliers et de pointes, chaque pointe constituant en quelque sorte l'attache du poulier suivant. Pareillement, vers l'intérieur de chaque estuaire, la pointe sert d'attache à un poulier qu'on peut appeler interne, moins important que le poulier externe, parce qu'il est construit par le courant plus faible qui pénètre dans l'estuaire. Au nord de la Somme, les pouliers, exclusivement sableux ainsi que les pointes, ont leurs formes souvent masquées par l'épaisse couverture des dunes littorales.

Pouliers et pointes ne se déplacent pas seulement dans le sens longitudinal, parallèlement à la direction du rivage : ils sont également affectés d'un déplacement en sens transversal.

Les pointes, sous l'action érosive du flot, reculent vers l'intérieur (destruction opérée par la mer aux pointes du Haut-Banc et de Lornel : hôpital de Berck, villas de Saint-Gabriel). Ainsi apparaissent, sur l'estran et au pied des dunes rongées, la tourbe et les dépôts jadis formés à l'abri du cordon littoral [tourbe dite sous-marine et sols végétaux superposés dans

(¹) Séance du 7 mars 1921.

(²) Désigné sur les cartes sous le nom de *pointe de Routhiauville* ou de *pointe de la Dune blanche*

le sable des dunes ([1]) des pointes de Saint-Quentin et de Lornel, avec traces d'occupation humaine probablement assez récentes].

Le recul progressif des pointes vers l'intérieur, sous l'action des flots, entraîne le recul de la partie amont des pouliers attachés sur les pointes : ce dont témoigne l'érosion de la dune formée sur le poulier, parfois réduite à un mince cordon (de Berck à Merlimont). Ce recul de la pointe imprime une modification à la direction du courant côtier, qu'il dévie vers le large en aval : d'où l'accroissement vers la mer de la partie aval des pouliers, par addition de crêtes successives (surmontées de dunes). Cette croissance, combinée avec la progression en travers de l'estuaire, donne aux pouliers du nord de la Somme (Fort-Mahon, le Touquet) la même disposition digitée qu'au poulier du Hourdel, au sud de la Somme ([2]).

Les estuaires se subdivisent en estuaires secondaires : il se développe, en ce cas, des pointes et des pouliers secondaires soumis à des déplacements analogues.

Dans l'estuaire de la Somme, le banc de galets pléistocènes ([3]) de Mayocq forme une pointe qui sépare de l'estuaire proprement dit de la Somme l'estuaire de Rue, aujourd'hui colmaté. Sur la pointe s'appuient des pouliers vers le Nord et vers le Sud. Au Nord, un poulier digité, avec rangées de petites dunes, s'étale en travers de l'ancien estuaire de Rue. Au Sud, un autre poulier s'est avancé de la pointe jusqu'à l'amas de galets pléistocènes, primitivement isolé dans l'estuaire de la Somme, qui porte la partie ancienne du bourg du Crotoy : c'est un tombolo.

De l'estuaire de l'Authie l'ancien estuaire de Berck était séparé, naguère, par la pointe de la Rochelle. Estuaire et pointe ont disparu, l'un comblé, l'autre rongée par les flots; mais d'anciens pouliers restent visibles au sud de Berck et à Groffliers.

([1]) J. Gosselet, *Les galets glaciaires d'Étaples et les dunes de Camiers* (*Ann. de la Soc. géol. du Nord*, t. 31, 1902, p. 297); *Légende de la feuille de Montreuil* (*Ibid.*, t. 35, 1906, p. 7).

([2]) A. Briquet, *Les Bas-Champs de Picardie au nord de la Somme* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 467).

([3]) A. Briquet, *Sur l'âge des cordons littoraux anciens des Bas-Champs de Picardie* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 860).

MÉTÉOROLOGIE. — *Les oscillations simultanées de la température et du vent au sommet de la Tour Eiffel et leur relation avec la surface directrice (Bjerkness) d'une dépression.* Note de M. **R. Dongier.**

Dans chacun des Mémoires sur les *Orages en France* que j'ai publiés, de 1906 à 1910, dans les *Annales du Bureau Central météorologique*, j'ai consacré un chapitre à la description des circonstances atmosphériques qui accompagnaient les diverses situations orageuses. Mon attention a dû se porter de préférence sur les grains orageux; j'en ai cité ainsi un nombre considérable et je me suis efforcé de mettre en relief leurs caractères et leurs modes de propagation. Au cours de ces études, j'ai reconnu l'existence de certaines particularités qu'il m'a paru intéressant de mentionner, bien qu'elles ne fussent pas en relation directe avec les orages.

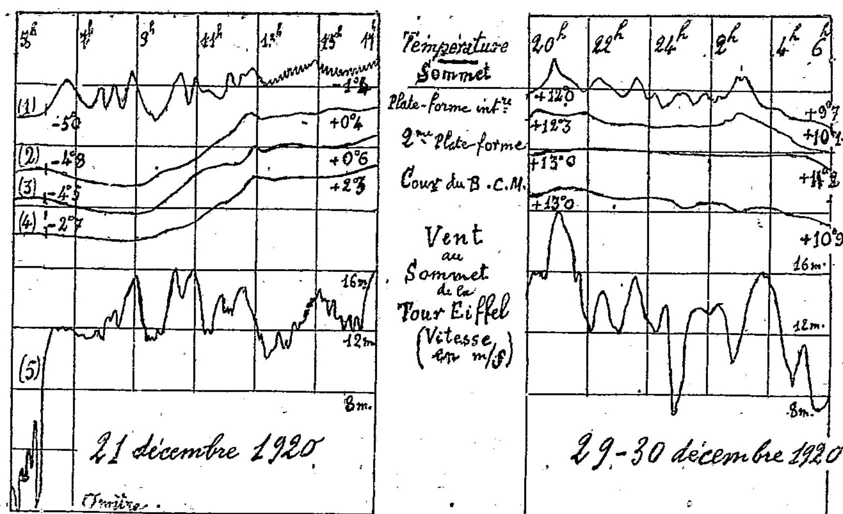
Parmi ces particularités, je m'attacherai aujourd'hui à une manifestation qui se présente fréquemment à Paris, aux environs de 300^m de hauteur; il est possible d'en déterminer la cause par l'interprétation des diagrammes de la température, de l'humidité, du vent et de la pression, recueillis aux différents étages de la Tour Eiffel, et au Bureau Central météorologique, situé dans le voisinage.

Parfois, en effet, on observe au sommet de la Tour Eiffel, sans que le baromètre en soit affecté, des oscillations simultanées et rapides de la température et de la vitesse du vent, qu'accompagne un abaissement de l'humidité. Les variations de température sont du même ordre de grandeur que dans les grains, elles atteignent quelques degrés en quelques minutes; mais, au lieu d'une baisse unique, on constate plusieurs montées et baisses consécutives. Il en est de même pour le vent.

Le premier exemple de cette nature que j'ai eu l'occasion de rapporter est celui du 25 janvier 1906; il est signalé dans le Mémoire paru, la même année, dans les *Annales du Bureau Central météorologique* (t. 1, p. 310). Parmi les cas semblables, très nombreux, qui se sont manifestés depuis lors, je vais donner deux exemples récents qui se sont présentés les 21 et 29 décembre 1920.

La figure ci-après contient les diagrammes suivants relatifs à chacune de ces dates : (1), thermogramme du sommet de la Tour Eiffel ($301^m,8$ au-dessus du sol); (2), thermogramme de la plate-forme intermédiaire ($196^m,7$ au-dessus du sol); (3), thermogramme de la seconde plate-forme

(127^m au-dessus du sol); (4), thermogramme de la cour du Bureau Central météorologique (1^m,60 au-dessus du sol). La courbe (5) est la reproduction



du diagramme de la vitesse du vent au sommet de la Tour Eiffel (305^m au-dessus du sol).

Cas du 21 *décembre*. — Nous devons ajouter quelques renseignements à ceux qui ressortent des graphiques.

Avant 6^h, l'humidité était voisine de la saturation. Lorsque le vent s'est levé et que sa vitesse est passée, en quelques minutes, d'une valeur nulle à une valeur de l'ordre de 12 m : s, l'humidité a subi une baisse notable qui s'est maintenue jusqu'à 14^h, aussi longtemps qu'ont duré les oscillations de la température et du vent; elle est revenue ensuite à la saturation.

A la terrasse du Bureau Central (18^m au-dessus du sol), le vent soufflait entre SSE et S à la vitesse de 0^m,50 par seconde; à la Tour Eiffel, sa direction était comprise entre SSW et SW, c'est-à-dire se trouvait reportée d'un demi-quadrant vers l'Ouest par rapport à celle du vent au sol.

Enfin, d'après le Bulletin international quotidien du Bureau Central météorologique, la région parisienne n'a commencé à subir l'influence de la dépression profonde, ayant son centre au nord-ouest des Iles Britanniques, qu'aux heures où se sont produites les manifestations qui nous occupent.

Cas du 29 *décembre*. — Les remarques sont de même nature que pour le 21 décembre; les manifestations se sont produites pendant la nuit, par ciel clair, ainsi que le montre le « renversement de la température », mis en évidence par l'ensemble des thermogrammes.

Ces données mettent en relief l'existence de deux courants superposés,

possédant des températures et des directions différentes. Le courant supérieur est chaud et il est animé d'une vitesse plus grande que celle du courant inférieur, de température plus basse. Ces masses ne se mélangent pas notablement, mais les frottements qu'elles exercent l'une sur l'autre provoquent des vagues qui immergent les instruments placés au sommet de la Tour Eiffel tantôt dans la masse froide du courant inférieur, tantôt dans la masse chaude du courant supérieur. La concordance entre les hausses et les baisses, que l'on observe en même temps sur la température et sur la vitesse du vent, apparaît comme la conséquence nécessaire de ces mouvements d'ascension et de descente.

L'abaissement de l'humidité que l'on constate est dû à l'apport d'air chaud vers la masse d'air froid préexistante.

La conclusion à laquelle vient de nous conduire la discussion de faits expérimentaux bien établis, à savoir l'existence d'un courant d'air chaud, mis en mouvement au-dessus des couches froides par le jeu naturel des forces qui interviennent dans une dépression, s'accorde avec les vues nouvelles que le Professeur Bjerkness (de Bergen) a émises dans ces dernières années (¹) et plus récemment (²) sur la structure des cyclones en mouvement. Les instruments de la Tour Eiffel sont donc susceptibles de marquer le passage de la surface directrice (steering surface) qui, sur le front d'un cyclone en mouvement, marque la limite du secteur chaud.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un cas de comblement brusque d'une dépression.* Note de M. **Delcambre**, présentée par M. Bourgeois.

a. Le 5 février 1921, une dépression profonde (748^{mm}) était centrée à 7^{h} sur l'extrémité ouest de la Bretagne. Elle s'est comblée sur place dans la journée du 5 février, et le 6 il n'en existe plus aucun vestige; une pointe anticyclonique détachée de l'anticyclone scandinave s'avance vers la Manche.

Ce phénomène a déjà donné lieu à une Note de M. G. Guilbert qui l'a annoncé en appliquant sa méthode. Il pouvait également être prévu d'un

(¹) J. Bjerkness, *Ueber die Fortbewegung der Konvergenz und Divergenzlinien* (*Meteor. Z.*, 1917, p. 10-11).

(²) *Ciel et Terre*, 1920, p. 237; 1921, p. 22.

façon détaillée au moyen d'une autre méthode, et il l'a été effectivement (prévision du Service des Avertissements de l'Office national météorologique).

b. Principe de la méthode de prévision barométrique employée. — La méthode employée a été créée en 1916 au Bureau météorologique militaire par le colonel Delcambre et le capitaine Schereschewsky. Elle s'appuie essentiellement sur l'étude d'une entité météorologique particulière appelée *noyau de variations barométriques* qu'elle substitue aussi complètement que possible à l'entité « dépression ».

La région où la variation totale du baromètre dans un intervalle de temps donné est une hausse constitue le noyau dit positif, correspondant à cet intervalle de temps; la région où elle est une baisse, le noyau dit négatif.

L'évolution du noyau de variations peut se faire de diverses manières :

1° Le noyau peut se déplacer d'un mouvement uniforme sans variation de sa valeur;

2° Le noyau peut aussi se déplacer en changeant de valeur;

3° Enfin, il peut évoluer sur place, en changeant progressivement de valeur.

On reconnaît le type d'évolution auquel on a affaire par la comparaison du noyau de variations à un noyau spécial, dit *noyau des tendances barométriques*, la tendance étant, comme on le sait, la variation du baromètre dans les trois heures qui précèdent une observation.

c. Prévision du 5 février pour le 6. — Le cas particulier que nous avons à exposer se rapporte à deux noyaux évoluant, l'un suivant le deuxième type, l'autre suivant le troisième type. La carte des variations du 5 février à 7^h, relative à un intervalle de 12 heures montre l'existence de deux noyaux de variations : l'un positif sur l'Irlande, l'autre négatif sur l'entrée de la Manche.

1° *Étude du noyau négatif.* — Le noyau des variations en 12 heures a une profondeur de 3^{mm} environ. Le noyau des tendances négatives correspondant est déjà anéanti. C'est là le trait qui caractérise la disparition sur place d'un noyau de variations. Une étude analogue faite 6 heures plus tôt aurait déjà conduit à la même conclusion.

2° *Étude du noyau positif.* — Le noyau des variations en 12 heures a une profondeur de 12^{mm} environ. Le noyau des tendances correspondant présente un double caractère : il est bien proportionné au noyau des variations et il est normalement excentré par rapport à ce dernier. Ce sont là les traits qui caractérisent la progression normale d'un noyau de variations.

Quant aux cartes suivantes (13h), elles montrent que le noyau positif va évoluer désormais suivant le troisième type : le noyau des tendances correspondant n'est nullement excentré. Ce sont là les caractères de l'arrêt du mouvement.

3° *Prévision résultante.* — L'étude du noyau négatif ayant mis en évidence sa disparition, la prévision s'établit à l'aide du seul noyau positif. Soient Δ_N la valeur du noyau de variation en N heures à l'heure d'observation H, Δ_{2N} la valeur du noyau de variation en 2N heures à l'heure (H + N). La loi de composition des noyaux donne entre Δ_N et Δ_{2N} la relation suivante :

$$\Delta_{2N} = \frac{3}{2}\Delta_N.$$

Dans le cas présent, on a :

$$\Delta_6 \text{ le 5 mars à } 13^h = +6^{mm},$$

$$\Delta_{12} \text{ le 5 mars à } 19^h = \frac{3}{2} \times 6 = +9^{mm},$$

$$\Delta_{24} \text{ le 6 mars à } 7^h = \frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2} \times 6\right) = +13^{mm},5.$$

Le maximum observé, 15^{mm}, a été voisin de la valeur calculée.

L'avantage particulier à la méthode des noyaux de variations est donc qu'elle permet une évaluation numérique rationnelle de la variation barométrique annoncée dans la prévision.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Scrofulariacées. Développement de l'embryon chez le* Veronica arvensis *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

L'oospore s'étire en un tube dont l'extrémité supérieure renflée vient occuper le centre du jeune tissu endospermique. C'est dans ce renflement terminal que se trouve le noyau et que se produit la première division. Elle est transversale et sépare deux cellules (*ca* et *cb*) de dimensions fort différentes (*fig.* 1). Deux segmentations, l'une verticale dans l'élément *ca*, l'autre horizontale dans l'élément *cb*, conduisent à une tétrade semblable à celle que l'on observe le plus souvent (*Myosurus*, *Capsella*, *Polygonum*, *Senecio*, etc.).

La marche des divisions dans les deux cellules supérieures de la tétrade est tout à

fait comparable à celle qui a été décrite chez les Crucifères (¹) et chez l'*Œnothera biennis* (²) : les quadrants, les octants se différencient de la même manière et donnent naissance, par des processus analogues, aux mêmes régions du corps embryonnaire. Au moment de la formation des quadrants, la cellule inférieure, *ci*, de la tétrade se segmente transversalement et c'est seulement après la constitution des octants que se trouve accomplie la séparation de la cellule intermédiaire *m*, en deux éléments super-

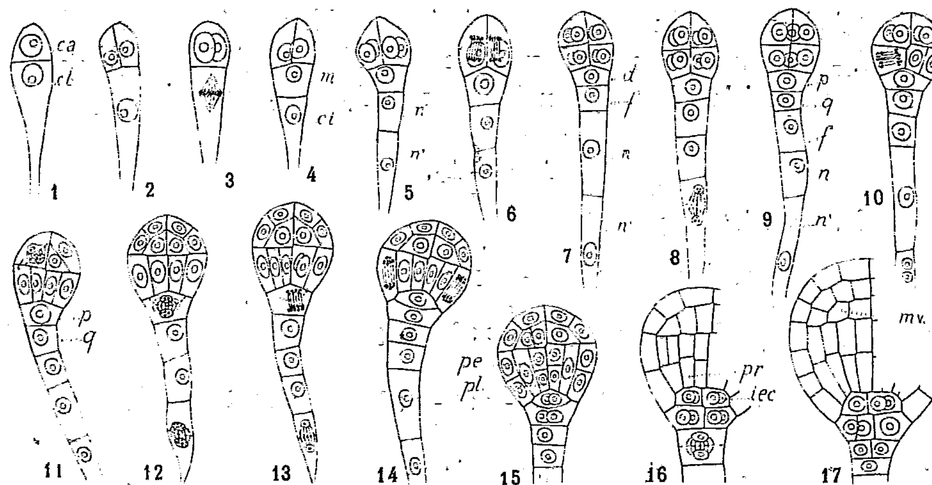


Fig. 1 à 17. — *Veronica arvensis* L. Développement du proembryon jusqu'à différenciation des principales régions du corps embryonnaire. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, les deux cellules inférieures de la tétrade; *d* et *f*, cellules-filles de *m*; *p* et *q*, cellules-filles de *d*; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *pr*, péricycle; *iec*, initiales de l'écorce; *mv*, cellule-mère du plérome cotylédonaire. G : 420.

posés, *d* et *f* (*fig.* 7). Par conséquent, pendant que quatre cellules tirent leur origine de la cellule basale, *cb*, huit sont engendrées par la cellule apicale, *ca*; autrement dit, au terme de la quatrième génération, le proembryon ne comprend que douze éléments au lieu de seize.

Peu après, la cellule *d* se segmente transversalement pour engendrer encore deux cellules superposées, *p* et *q* (*fig.* 9); c'est la cellule-fille supérieure, *p*, qui, en règle très générale, se sépare par une cloison en verre de montre venant s'appuyer sur les deux parois latérales du dermatogène de l'hypocotyle et s'individualise ainsi comme cellule hypophysaire. Les deux éléments superposés, isolés par cette cloison courbe, se segmentent par deux parois méridiennes cruciales et engendrent deux étages de

(¹) R. Souèges, *Nouvelles recherches sur le développement de l'embryon chez les Crucifères* (*Ann. Sc. nat. Bot.*, 9ᵉ série, t. 19, 1914, p. 311); *Les premières divisions de l'œuf et les différenciations du suspenseur chez le* Capsella Bursa-pastoris *Mœnch* (*Ibid.*, 10ᵉ série, t. 1, 1919, p. 1).

(²) R. Souèges, *Embryogénie des Œnothéracées. Développement de l'embryon chez l'*Œnothera biennis *L.* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 946).

quatre cellules : les quatre cellules de l'étage supérieur constituent les initiales de l'écorce, les quatre cellules de l'étage inférieur donnent naissance à la portion centrale de la coiffe. La cellule-fille inférieure, *q* (*fig.* 9), avec tous les éléments placés au-dessous, concourt à la construction d'un suspenseur, étroit, filamenteux, qui ne s'étend pas au-dessous de l'étranglement séparant l'albumen de la cavité micropylaire. Celle-ci semble tenir lieu de la vésicule haustoriale différenciée aux dépens de la cellule la plus inférieure du suspenseur chez le *Capsella Bursa-pastoris* ou chez l'*Urtica pilulifera*.

En somme, les règles du développement, chez le *Veronica arvensis*, offrent les plus étroites analogies avec celles que l'on observe chez l'*Œnothera biennis* et chez les Crucifères.

Le *Veronica* diffère cependant du *Capsella* : 1° par l'origine de l'hypophyse qui, généralement, est une descendante, dans le premier cas, au deuxième degré et, dans le second cas, au troisième degré de la cellule *m* de la tétrade; 2° par la forme du suspenseur qui est représenté chez le *Veronica* par un simple filament, alors que chez le *Capsella* la cellule inférieure du filament se transforme en une grosse vésicule micropylaire; 3° par la différence de marche des segmentations dans les deux cellules apicale et basale. Chez le *Veronica*, les divisions subissent un retard marqué dans la cellule basale, qui donne seulement quatre éléments pendant qu'il en naît huit dans la cellule apicale; chez le *Capsella*, l'équipollence des deux premiers blastomères se trouve conservée jusqu'au stade voisin de la constitution du proembryon à 16 cellules.

L'embryon du *Veronica* diffère également de celui de l'*Œnothera* : 1° par l'origine de l'hypophyse qui, chez cette dernière espèce, n'est autre que la cellule *m* de la tétrade; 2° par la forme du suspenseur qui demeure court et trapu; mais il s'en rapproche, par contre, par la vitesse inégale des segmentations dans les deux premiers blastomères. Comme ce dernier caractère se montre plus constant que les deux autres, ce serait donc au type de l'*Œnothera* qu'il conviendrait de rattacher l'embryon du *Veronica arvensis* (1).

---

(1) E. Schmidt [*Beiträge zur Entwickl. der Scrophulariaceae* (*Beih. zum bot. Centralb.*, t. 20, 1906, p. 210)], au sujet du *Veronica Chamædrys* et du *Veronica hederæfolia*, déclare que l'embryon se développe normalement. Aucune figure n'accompagne cette simple affirmation qu'il y avait tout lieu de considérer pour le moins comme prématurée, surtout après ce qu'a permis de révéler l'étude d'autres exemples soi-disant normaux.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de quelques alcaloïdes sur le* Botrytis cinerea *Pers.* Note de M. **Pierre Nobécourt**, présentée par M. Guignard.

Les tissus d'un grand nombre de plantes renferment des substances toxiques (alcaloïdes, glucosides, essences, latex, etc.), auxquelles on a souvent attribué un rôle protecteur contre les attaques des champignons parasites, quoique jusqu'ici des expériences précises sur ce sujet aient fait défaut.

Ayant entrepris un ensemble de recherches sur les causes de l'immunité ou de la prédisposition naturelle des espèces végétales vis-à-vis des champignons parasites, nous avons été amené à étudier l'action qu'exercent sur ceux-ci ces substances qui semblent susceptibles d'empêcher l'infection.

Dans la présente Note, nous nous bornerons aux résultats obtenus avec quelques alcaloïdes sur le *Botrytis cinerea* Pers. (forme conidienne du *Sclerotinia Fuckeliana* de Bary), parasite facultatif très plurivore. Le parasitisme de ce champignon sur des *Nicotiana, Cinchona* [1] avait déjà été constaté, et nous-même avions obtenu, par inoculation expérimentale, pendant l'automne dernier, une abondante croissance du *B. cinerea* sur feuilles et fruits d'*Atropa Belladonna;* mais, comme dans aucune de ces observations il n'avait été procédé au dosage des alcaloïdes dans les plantes parasitées, on ne pouvait conclure à l'inefficacité de ces substances dans la défense de ces plantes; on sait, en effet, que, selon les conditions climatériques ou culturales, la teneur des plantes en alcaloïdes est variable et peut même devenir nulle.

Nous cultivions notre champignon, dans des matras à fond plat, sur liqueur de Raulin, additionnée de quantités variables des alcaloïdes envisagés. Afin d'éviter les modifications chimiques que les alcaloïdes auraient pu éprouver par le chauffage à l'autoclave en présence des diverses substances entrant dans la composition de la liqueur de Raulin, nous procédions de la manière suivante : on stérilisait une série de matras contenant chacun 10^{cm^3} de cette liqueur à une concentration double de sa concentration normale, et, après refroidissement, on ajoutait aseptiquement à chacun d'eux la quantité convenable d'alcaloïde, dissoute dans 10^{cm^3} d'eau et stérilisée séparément.

Les ensemencements furent faits avec des conidies provenant de cultures pures sur

---

(1) L. Lutz, *Parasitisme du* Sclerotinia Fuckeliana *sur les quinquinas de culture.* (*Bull. Soc. myc. de Fr.*, t. 20).

tranches de pain, substratum très favorable au *Botrytis* qui y produit des conidiophores en abondance. Les alcaloïdes employés furent la nicotine, l'atropine, la quinine et l'aconitine. Les matras ensemencés étaient laissés à la lumière du jour et à la température du laboratoire (environ 16°).

La nicotine (à l'état libre), dissoute dans 20^{cm^3} de liquide de Raulin, en quantité variant de 25^{mg} à 500^{mg}, correspondant à des concentrations de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{25}{1000}$, n'entrave pas la végétation du *B. cinerea* qui se développe sur ces milieux en produisant d'abondants conidiophores et de nombreux sclérotes, parfois très volumineux.

Le sulfate d'atropine, ajouté à la même quantité de Raulin, à des doses allant de 20^{mg} à 400^{mg}, correspondant à des concentrations de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{20}{1000}$, ne nuit également pas au champignon qui croît avec luxuriances sur ces milieux, en produisant de nombreux conidiophores et sclérotes.

Le sulfate de quinine, en quantités variant de 20^{mg} à 200^{mg}, correspondant à des concentrations variant de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{10}{1000}$, n'empêche pas le développement du *B. cinerea*, qui produit également sur ces milieux des conidiophores abondants; en outre, des sclérotes se forment dans les cultures où la concentration est inférieure à $\frac{5}{1000}$. Mais, à la dose de 400^{mg}, c'est-à-dire à la concentration de $\frac{20}{1000}$, le développement du champignon se réduit à de petits thalles de quelques millimètres de diamètre, provenant chacun de la germination d'une spore et il ne se produit que peu de conidiophores. A la concentration de $\frac{30}{1000}$, aucun développement n'a lieu.

L'aconitine cristallisée, aux doses de 20^{mg} et 40^{mg}, correspondant aux concentrations de $\frac{1}{1000}$ et $\frac{2}{1000}$, entrave visiblement la végétation du champignon. Cependant, à la première de ces concentrations, des sclérotes peuvent encore se produire. A la dose de 80^{mg}, c'est-à-dire à la concentration de $\frac{4}{1000}$, le développement est très réduit : seules quelques conidies germent et produisent de petits thalles de faible diamètre dont la croissance s'arrête bientôt. A la concentration de $\frac{10}{1000}$, des spores germent encore, mais le développement demeure très minime. Avec $\frac{20}{1000}$ d'aconitine, la germination ne se produit plus.

En résumé, on voit que le rôle de la nicotine et de l'atropine, dans la défense contre le *B. cinerea* des plantes qui produisent ces alcaloïdes, doit être considéré comme nul, puisque ces substances ne se sont pas montrées nuisibles à ce champignon, même à des concentrations qui ne sont vraisemblablement jamais atteintes dans les tissus des Tabacs et de la Belladone. La quinine exerce une action défavorable seulement à des doses assez élevées. Par contre, l'aconitine est défavorable, même à faibles doses, et il faut s'attendre à ce que, dans les essais d'inoculation qui seront entrepris dès que la saison le permettra, l'Aconit se montre réfractaire au *Botrytis*.

Nous avons également effectué un certain nombre d'expériences avec le champignon causant la maladie appelée *Toile* et qui est une race stérile du *B. cinerea*, plus virulente que la forme conidienne [1]. Cette race stérile se

[1] BEAUVERIE, *Études sur le polymorphisme des champignons*.

montre moins résistante aux alcaloïdes essayés que la forme *Botrytis*. Elle croît encore sur Raulin additionné de $\frac{4}{1000}$ de sulfate d'atropine, mais refuse de se développer sur le même milieu additionné de $\frac{4}{1000}$ de quinine ou de $\frac{1}{1000}$ d'aconitine. Avec $\frac{12}{1000}$ de nicotine, elle végète encore bien, mais avec $\frac{25}{1000}$, la croissance est lente et minime. Ces résultats permettent d'escompter une immunité complète de l'aconit envers la Toile, ainsi qu'une forte résistance du tabac à la même maladie.

Outre leur application à la pathologie végétale, les recherches précédentes peuvent présenter un certain intérêt au point de vue de la Biologie générale. Il convient, en effet, de remarquer la résistance du *B. cinerea* envers les alcaloïdes et de la comparer à ce que l'on connaît jusqu'ici de l'action de ces substances sur les autres êtres vivants.

La toxicité des alcaloïdes pour les animaux supérieurs est bien connue et la résistance relative de certaines espèces animales (lapin, rat, etc.), due vraisemblablement à la rapidité de l'élimination du poison, ne saurait être comparée à la résistance du *Botrytis* qui vit, s'accroît et fructifie en ayant ses cellules constamment baignées par des solutions alcaloïdiques.

Les animaux inférieurs sont également très sensibles à ces substances [1].

Par contre, chez les végégaux supérieurs, il résulte des expériences de Réveil et de Marcacci [2], que, si la quinine est nuisible, la nicotine et l'atropine sont indifférentes ou même favorables : Réveil qualifie l'atropine de *véritable engrais*.

Des expériences avec l'aconitine n'ont, à notre connaissance, pas encore été tentées sur les végétaux supérieurs, mais nous venons de voir que cette substance, considérée par les toxicologues comme le plus violent des poisons, laissait cependant encore notre *Botrytis* croître à la concentration de $\frac{1}{1000}$ et germer à celle de $\frac{10}{1000}$.

Les végétaux (phanérogames ou champignons) sont donc beaucoup moins sensibles aux alcaloïdes que les animaux. Ils semblent même pouvoir utiliser comme aliments certaines de ces substances. Toutefois, ce dernier point, encore insuffisamment élucidé, demande de nouvelles recherches.

---

(1) Ainsi, d'après Prowazeck : *Giftwirkung und Protozoenplasma* (*Arch. f. Protistenk.*, t. 18), un infusoire, le *Colpidium Colpoda* Ehrb., est tué en 1 heure par la quinine à $\frac{1}{10000}$ et en 20 minutes par l'atropine à $\frac{1}{200}$.

(2) P.-O. Réveil, *De l'action des poisons sur les plantes;* Marcacci, *Sur l'action des alcaloïdes dans le règne végétal et animal* (*Archives italiennes de Biologie*, t. 9).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variation des acides organiques au cours de la pigmentation anthocyanique.* Note de M[lle] **Denise Kohler**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1910, R. Combes [1] a montré que les organes dans lesquels les pigments anthocyaniques se forment fixent plus d'oxygène que les organes non pigmentés. Le même fait a été ensuite constaté par E. Rosé et par G. Nicolas. L'apparition des anthocyanes est donc corrélative de l'accélération des phénomènes d'oxydation.

En 1913, R. Combes, ayant isolé des feuilles vertes d'*Ampelopsis hederacea* un pigment jaune appartenant au groupe des phéno-γ-pyrones, obtint, par réduction de ce pigment, une anthocyane identique à celle qui se forme dans les feuilles rouges de la même plante. Il en déduisit que l'hypothèse suivant laquelle les anthocyanes résulteraient de l'oxydation de corps préexistants devait être abandonnée, et il conclut que la formation des pigments anthocyaniques apparaissait comme un phénomène de réduction. Ces résultats et cette opinion furent ensuite confirmés par Willstätter, Everest, Willstätter et ses élèves, et, récemment encore, par Kurt Noack.

Les phénomènes d'oxydation observés pendant la pigmentation ne portent donc pas sur les générateurs de l'anthocyane. R. Combes [2] pensa alors que l'oxygène se fixe sur d'autres substances, qui, en s'oxydant, créent précisément un milieu réducteur à la faveur duquel se forment les pigments anthocyaniques. Reprenant cette hypothèse, G. Nicolas [3] suppose que les substances qui s'oxydent ainsi tendent à la formation d'acides organiques. On sait, en effet, que cette formation se fait avec une grande fixation d'oxygène.

Les travaux de Wiesner et Kraus, ceux de Nicolas, qui ont étudié l'acidité des tissus, semblent montrer qn'il y a un rapport entre cette acidité et la présence d'anthocyane.

A la suite de l'opinion émise par Nicolas, cette question des relations qui existent entre la formation des acides organiques et la pigmentation anthocyanique apparaît particulièrement intéressante à résoudre, car elle se rattache étroitement à la genèse des anthocyanes. Il m'a semblé nécessaire d'aborder cette question avec une technique différente de celle qui a été

(1) R. Combes, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 1186; t. 157, 1913, p. 1002 et 1454.

(2) R. Combes, *Rev. gén. de Botanique*, t. 30, 1918.

(3) G. Nicolas, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 130-132.

adoptée jusqu'ici. En effet, comme l'ont montré Berthelot et André, la détermination de l'*acidité* d'un tissu ne rend pas compte de sa *teneur en acides organiques;* cette teneur ne peut être évaluée que par la détermination des acides organiques libres d'une part, et des acides organiques combinés d'autre part. De plus, pour évaluer exactement les acides organiques libres, on ne peut se contenter du titrage acidimétrique du liquide d'épuisement des tissus; les liquides d'épuisement contiennent, en effet, en outre des acides organiques, un grand nombre de corps capables de se combiner aux alcalis : tanins, composés phénoliques, anthocyanes en particulier. Il est donc nécessaire de séparer les acides organiques afin de les doser seuls; j'ai utilisé le phénomène de dialyse pour effectuer cette séparation. Enfin, il m'a semblé indispensable de suivre, dans un végétal donné, les variations des acides organiques, au fur et à mesure de l'apparition de l'anthocyane, par plusieurs dosages successifs.

J'ai opéré sur des corolles de la variété violette de *Cobœa scandens*, sur des feuilles d'*Ampelopsis tricuspidata*, et sur des tigelles de *Polygonum Fagopyrum*. Pour chacun de ces organes, j'ai effectué deux séries d'expériences. Dans la première série, j'ai suivi les variations de la teneur en acides organiques dans des organes se pigmentant sur la plante. Dans la seconde, afin d'obtenir des résultats qui soient à l'abri des phénomènes de migration, j'ai suivi ces variations dans des organes se pigmentant après avoir été détachés de la plante. Je réunis dans le Tableau suivant quelques-uns des résultats que j'ai obtenus; ces résultats sont exprimés en milligrammes d'acide acétique, et rapportés à 1^{g} de substance sèche.

	Organes en relation avec la plante. Acides organiques			Organes détachés de la plante. Acides organiques		
	libres.	combinés.	totaux.	libres.	combinés.	totaux.
Formation d'anthocyane dans les corolles (*Cobœa scandens*) :						
Pas du tout d'anthocyane	11,7	32,4	44,1	»	»	»
Traces très faibles d'anthocyane	15,9	30,3	46,2	15,9	30,3	46,2
Coloration violette intense	20,7	41,2	61,6	14,0	32,9	46,9
Formation d'anthocyane dans les feuilles (*Ampelopsis tricuspidata*) :						
Pas du tout d'anthocyane	23,5	130,1	153,6	23,5	130,1	153,6
Feuilles à demi colorées	32,1	135,1	167,2	26,0	124,6	150,6
Feuilles complètement colorées	27,2	154,1	181,3	»	»	»
Formation d'anthocyane dans des tigelles développées à l'obscurité, puis colorées à la lumière (*Polygonum Fagopyrum*) :						
Tigelles d'obscurité, jaunes	108,1	67,1	175,2	60,1	79,1	139,2
Tigelles de lumière, rouges	114,5	51,8	166,3	53,5	57,7	111,2

L'examen de ce Tableau montre que :

I. Chez des organes en relation avec la plante, tantôt la formation de l'anthocyane est corrélative d'une augmentation des acides organiques, (corolles de *Cobœa scandens*, feuilles d'*Ampelopsis tricuspidata*), tantôt, au contraire, la pigmentation anthocyanique est accompagnée d'une diminution des acides organiques, (tigelles de *Polygonum*).

II. Chez des organes détachés de la plante, la formation de l'anthocyane n'a jamais été corrélative d'une augmentation de la teneur en acides organiques.

Ce sont surtout les résultats relatifs à la pigmentation d'organes détachés de la plante, et préservés ainsi des émigrations ou des immigrations de substances, qui doivent être considérés. Or, ces résultats montrent que, dans ces conditions, la pigmentation anthocyanique n'est pas accompagnée d'une augmentation des acides organiques.

Peut-être ne peut-on pas encore déduire de ces faits que la formation de l'anthocyane n'est pas corrélative de la formation des acides organiques; la *teneur* en acides organiques n'exprime en effet que la résultante de la *formation* et de la *destruction* de ces acides; il est possible que la formation soit accélérée au moment de la pigmentation, mais que la destruction soit également activée, ou bien dans les cellules en voie de pigmentation, ou bien dans les cellules voisines.

PHYSIOLOGIE. — *Sur un mode de défense naturelle contre les infections microbiennes chez les Invertébrés.* Note de MM. **E. Couvreur** et **X. Chahovitch**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note récente ([1]), M. Paillot, abandonnant les idées qu'il a d'abord défendues, d'une production par les insectes d'anticorps bactériolytiques, anticorps dont il avait même localisé la production dans les macronucléocytes ([2]), conclut que la bactériolyse peut se faire en dehors de toute activité cellulaire et qu'il existe une immunité humorale naturelle chez les insectes. Il a constaté en effet que, quand on introduit *in vitro* dans du sang centrifugé de la chenille de l'*Agrotis segetum* une culture de

([1]) Paillot, *Mécanisme de l'immunité humorale chez les insectes* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 397).

([2]) Voir particulièrement Paillot, *L'immunité acquise chez les insectes* (*C. R. Soc. biol.*, 1920, n° 2).

B. melomonthæ non liquefaciens, un certain nombre de microbes se résolvent en fines granulations.

I. Dès l'année dernière, nous avons fait, au cours d'un travail qui se poursuit encore actuellement, et relatif aux procédés de défense chez les Invertébrés contre les infections microbiennes, des constatations conduisant aux mêmes conclusions sur des chenilles et nymphes de *Bombyx* (*Sericaria*) *mori*, par des procédés à notre avis, d'ailleurs, plus démonstratifs. Les résultats devaient être publiés seulement avec l'ensemble du travail, mais la Note de M. Paillot nous fait une nécessité d'en donner immédiatement connaissance.

Les expériences faites en juin 1920 portent sur le colibacille et le bacille pyocyanique, microbes dont la vitalité est facile à déceler, chez le premier par le virage au jaune canari qu'il produit dans des bouillons colorés au rouge neutre, chez le second par la belle fluorescence verdâtre qui caractérise ses cultures.

22 juin 1920 : A. *Première expérience.* — On laisse en contact pendant 24 heures une goutte de culture de bacille pyocyanique avec quelques centimètres cubes de sang de ver à soie recueilli par la section d'une fausse patte (¹), puis on ensemence un tube de bouillon ordinaire avec ce mélange. Un anneau un peu verdâtre se développe en haut du tube, mais on n'a pas dans ce dernier la fluorescence ordinaire.

Deuxième expérience. — Analogue à la précédente, sauf que le contact de la culture avec le sang a été de 48 heures. Pas de fluorescence.

Donc, des cultures de bacille pyocyanique, laissées de 24 à 48 heures en contact avec du sang de ver à soie ont perdu leur vitalité.

B. Des expériences faites à la même date avec le colibacille, en mélangeant la culture au sang du ver, n'ont pas donné de résultats nets. Nous nous proposons de les reprendre au cours de cette année.

29 juin 1920. — On recommence les expériences du 22 juin avec le liquide cavitaire de chrysalides de vers à soie.

A. Les résultats pour le bacille pyocyanique ont été identiques aux précédents : un contact de la culture avec le liquide cavitaire pendant 24 heures seulement suffisait à la tuer. On n'obtenait en effet aucune fluorescence en ensemençant du bouillon avec la culture ainsi traitée.

B. Les résultats avec le colibacille ont été également très nets. On laisse en contact pendant 24 heures une goutte de culture de colibacille avec quelques centimètres cubes de liquide cavitaire de chrysalide de ver à soie. Au bout de ce temps on ensemence avec ce mélange du bouillon ordinaire au rouge neutre. Il ne se produit aucun virage de ce rouge.

(¹) Le sang n'a pas été centrifugé, nous avons constaté en effet que dans ce sang la phagocytose est nulle.

Nous pouvons donc conclure que le sang du ver à soie et le liquide cavitaire de la chrysalide du *Sericaria mori* ont une action destructive très marquée sur certains microbes.

II. Puisque dans cette Note nous prenons date, nous ajouterons que des cultures de colibacille et de bacille pyocyanique mises en contact avec du sang d'escargot en vie estivale (juin 1920) ont été tuées, et que l'ensemencement après ce traitement, pour la recherche du coli, n'a pas fait virer le rouge neutre et, pour la recherche du pyocyanique, n'a pas fait apparaître la fluorescence.

III. Nous ajouterons, enfin, que des expériences analogues tentées avec le suc digestif du ver à soie et le suc digestif de l'escargot ont donné les mêmes résultats.

Conclusions. — Le sang d'une part, le suc digestif d'autre part, chez certains Invertébrés, sont destructeurs de microbes. Ceux du moins que nous avons étudiés plus spécialement, à cause de la facilité de leur recherche (colibacille, bacille pyocyanique), sont tués par un contact plus ou moins prolongé avec ces liquides.

PHYSIOLOGIE. — *Classement morphologique de* 50 *athlètes, champions. Vérification métrique par la radioscopie.* Note de M. **Alfred Thooris**, présentée par M. d'Arsonval.

50 athlètes, observés au point de vue morphologique, ont été répartis en longilignes et brévilignes, suivant qu'ils présentaient une prédominance *prononcée* du tronc ou des membres. La prédominance *discrète* a été réservée aux médiolignes. Parmi eux, Renaud a retenu mon attention par la hiérarchisation harmonieuse de ses appareils; il a huit têtes et rappelle les plus beaux modèles antiques. Je l'ai choisi comme standard morphologique.

Pouvait-on, en mesurant la charpente osseuse sous-jacente, vérifier métriquement un semblable classement? Le recours aux mesures radioscopiques et percentuelles m'a paru, en la circonstance, d'autant plus opportun qu'elles étaient homogènes et comparables.

Le réticule de l'écran [1], placé sur le trajet normal du rayon et tangentiellement

[1] M. Bonté m'a aidé de son expérience technique.

à l'ombre squelettique, permet d'avoir des points de mesure dont les distances déterminent quatre lignes remarquables : trois verticales : acromio vertex ou longueur du balancier, acromio trochanter ou longueur du tronc, et trochanter calcanéum ou longueur de la fourche; une horizontale : biacromion ou largeur du train supérieur.

En prenant la longueur de la fourche comme caractère dominant, j'ai obtenu deux catégories d'athlètes : 1° *plus hauts*, 2° *plus bas de terre* que le standard morphologique, devenu étalon métrique. Je l'ai préféré à l'homme moyen qui a l'inconvénient de varier avec le nombre des sujets.

I. — Hauts de terre. Longilignes. (*Tronc court.*)

Hauts de plus de 1 *pour* 100.

A balancier long : Heuet, Guisset, Ch. Denis, Poulenard, *de Nys*.
A balancier court : Burtin, *André*, *Guillemot*.

Hauts de moins de 1 *pour* 100.

A balancier long : Favet, Mouton, Pouliquen, *Delvart*, Valet, *Ledoux*.
A balancier court : *Keyser*, Dosolm, Vignaud, Côte, Pernot.

II. — Bas de terre. Bréviligines [1].

Bas de plus de 1 *pour* 100.

Tronc plus court de plus de 1 *pour* 100. — A balancier long : *Cadine*, Christophe.
Tronc plus court de moins de 1 *pour* 100. — A balancier long : Durand, Deconninck, Gajan, Lalyman, *Pouilley*, Vibert, Langrenay. (Médiolignes.)
Tronc plus long de plus de 1 *pour* 100. — Train supérieur plus large (uppermen) : A balancier long : Wigger, Damiens, Meister, Bernardon.
A balancier court : Grany.
Tronc plus long de plus de 1 *pour* 100. — Train supérieur moins large : A balancier long : *G. Carpentier*, François, Vasseur.
A balancier court : de Saint-Cyr.
Tronc plus long de moins de 1 *pour* 100. — Train supérieur plus large : A balancier long : *Sergent*, *Deriaz*.
Train supérieur moins large : A balancier long : Teyssedou, Brunet, Galzin.

Bas de moins de 1 *pour* 100.

Tronc plus court de plus de 1 *pour* 100. — A balancier long : *Pélissier*, Saulnier (uppermen).
Tronc plus court de moins de 1 *pour* 100 : L. Damiens, Nicolas.
Tronc plus long de plus de 1 *pour* 100. — A balancier court : *Kolehmainen*, Hobanx.
Tronc plus long de moins de 1 *pour* 100. — A balancier long : Médiolignes : *Arnaud*, Picard.

---

[1] Sauf les deux sous-groupes signalés comme Médiolignes.

L'examen de cette classification métrique donne lieu aux observations suivantes :

I. *Il y a concordance, chez les athlètes observés, entre les mesures radioscopiques et les proportions morphologiques. Le fait qu'il y a des bréviligne à tronc court n'infirme pas le rôle de la prédominance du tronc dans la définition morphologique du bréviligne. Le tronc diminue de longueur sans doute, mais il augmente de largeur : la diminution de la ligne verticale est compensée par l'augmentation de la ligne horizontale. La prédominance du tronc est donc maintenue par l'élargissement du train supérieur caractéristique des* uppermen.

II. *La concordance n'est pas influencée par la stature. Le longiligne n'est pas nécessairement grand, ni le bréviligne petit. L'ultra-longiligne Heuet* (tronc −5,2) *mesure* 1^{m},648 *et l'ultra-bréviligne de Saint-Cyr* (tronc +2,36) *atteint* 1^{m},798 *de taille radioscopique.*

III. *La concordance des mesures squelettiques et des proportions morphologiques est-elle complétée par une concordance de la forme et de la fonction?*

Le travail musculaire par intensité de la contraction, correspondant à des leviers et à des muscles courts, caractériserait ainsi le bréviligne ; le travail par amplitude de la contraction, correspondant aux leviers et muscles longs, caractériserait le longiligne. Or G. Carpentier, boxeur, et Kolehmainen, coureur, ont des leviers courts et des muscles longs : ils travaillent en amplitude. Damiens, voltigeur, et Saulnier, leveur de poids, ont les leviers du train supérieur longs et les muscles courts ; Louis Damiens, porteur, a un balancier long et les muscles de la nuque et du cou manifestement courts : ils travaillent en intensité. La part que le genre d'exercice pratiqué prend dans le jeu des proportions et des mesures paraît donc négligeable, du moins dans la limite de l'évolution individuelle. L'athlète s'adonne à tel sport parce que sa forme l'y prédispose et ce n'est pas du sport où il s'exerce que cette forme tient son caractère. Il est ainsi permis de faire des réserves au sujet de systèmes d'éducation physique qui prétendent imposer aux jeunes gens la pratique de certains mouvements, sous prétexte de changer leur forme, au lieu de les engager à la pratique des mouvements qui conviennent le mieux à leur forme.

Il semble qu'il y ait lieu de voir dans cette première étude l'amorce d'une véritable zootechnie humaine.

ENTOMOLOGIE. — Apterina pedestris *Meig*. *Les muscles du vol chez certains Diptères à ailes rudimentaires ou nulles*. Note de M. **L. Mercier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Apterina (*Borborus*) *pedestris* Meig., Diptère de la famille des *Borboridæ*, est caractérisé par ses ailes rudimentaires qui sont à peine plus longues que le scutellum. Ce curieux Insecte est considéré comme très rare; cependant, son aire de distribution est vaste, on a signalé son existence dans l'Europe centrale et septentrionale, en Sibérie.

J'ai eu l'occasion de découvrir, en janvier dernier, une colonie très prospère d'*A. pedestris* au pied de la falaise qui s'étend entre Luc-sur-Mer et Lion (Calvados). Ces Insectes étaient réfugiés sous des algues rejetées par le flot et déjà en voie de décomposition. Ils vivaient là en compagnie de nombreuses espèces de Diptères maritimes à ailes normalement développées.

Il m'a paru intéressant d'étudier la structure anatomique du thorax d'*A. pedestris*, particulièrement en ce qui concerne les muscles du vol, comparativement à celle d'une espèce affine normalement ailée et à celle de certains Diptères à ailes rudimentaires ou nulles.

Je vais, tout d'abord, faire une étude comparative de la structure anatomique du thorax d'*A. pedestris* et de celle de *Borborus equinus* Fall., espèce affine à ailes normalement développées et volant bien.

L'étude de coupes transversales du mésothorax de *B. equinus* montre la disposition anatomique propre à tous les Diptères ailés. Au centre de la coupe, au-dessus du tube digestif, on voit les sections des muscles vibrateurs longitudinaux. Chacun de ces muscles est formé de six faisceaux superposés. Latéralement, on observe d'autres muscles dont la direction est sensiblement perpendiculaire à celle des précédents. Les faisceaux les plus internes correspondent aux muscles vibrateurs transversaux de Janet. Les muscles vibrateurs longitudinaux et transversaux sont par excellence les muscles du vol; ils possèdent une structure particulière, bien connue des histologistes, et qui les a fait qualifier de muscles atypiques par rapport aux autres muscles du corps ou muscles ordinaires.

En dehors de chacun des muscles vibrateurs transversaux, il existe un autre muscle dorso-ventral qui, d'une part, s'étale en une large insertion sur le côté du scutum et, d'autre part, s'insère sur la branche correspon-

dante de la furca mésathoracique. Ces muscles, qui possèdent la structure des muscles ordinaires, agissent comme moteurs des pattes.

Enfin, il existe des mucles de mise en place des ailes et d'autres muscles moteurs des pattes.

L' étude de coupes correspondantes du thorax d'*A. pedestris* montre :

1° Que les muscles vibrateurs longitudinaux et transversaux ont disparu;

2° Que les muscles dorso-ventraux moteurs des pattes sont plus développés que chez *B. equinus*;

3° Que les muscles de mise en place des moignons alaires persistent.

La disparition des muscles vibrateurs longitudinaux et transversaux est totale. Sur les coupes, leur emplacement est occupé par du liquide cavitaire coagulé et par des troncs trachéens dilatés en grandes vésicules. Ces vésicules correspondent aux trachées qui, chez *B. equinus*, alimentent les muscles vibrateurs. Il est vraisemblable d'admettre que ces trachées, n'ayant pas été gênées dans leur développement par la présence des muscles, ont pu prendre une grande expansion. D'ailleurs, il en est de même des adipocytes formant la lame adipeuse dorsale appliquée contre le scutum. Ces cellules ne sont pas plus nombreuses que chez *B. equinus*; mais elles sont beaucoup plus volumineuses et leurs caractères cytologiques (nombre des noyaux, abondance des enclaves) révèlent un métabolisme beaucoup plus intense. Peut-être existe-t-il une relation entre le grand développement des trachées et l'activité cellulaire des adypocytes.

Chez *A. pedestris* les muscles dorso-ventraux, moteurs des pattes, sont sensiblement plus volumineux que chez *B. equinus*. Parallèlement, les prolongements aliformes de la furca mésathoracique, sur lesquels se trouvent leurs insertions ventrales, sont aussi plus développés.

Le renfoncement de la musculature des pattes nous explique l'agilité d'*A. pedestris* et réalise une compensation protectrice qui supplée, dans une certaine mesure, à la perte de la faculté du vol.

En résumé, les résultats de cette étude comparative des muscles thoraciques chez une forme ailée (*B. equinus*) et chez une forme à ailes rudimentaires (*A. pedestris*) concordent avec les observations de Massonnat (1909) [1] sur les Diptères pupipares.

Mais, si l'on étudie comparativement la structure anatomique du thorax d'*A. pedestris* et celle de certains Pupipares comme *Melophagus* (ailes nulles) et *Cratœrhina* (ailes rudimentaires), on constate des différences qui méritent

(1) E. Massonnat, *Contribution à l'étude des Pupipares* (*Thèse*, Lyon, 1909).

de retenir l'attention. En effet, tandis que chez *A. pedestris* on ne trouve plus trace des muscles vibrateurs longitudinaux et transversaux, Massonnat a constaté que chez *Melophagus* et *Cratærhina* les muscles transversaux seuls ont complètement disparu et qu'il persiste encore des rudiments des muscles longitudinaux. Il faut donc admettre qu'il n'y a pas toujours un parallélisme absolu entre le degré d'atrophie des ailes et celui des muscles du vol. Ceci concorde d'ailleurs avec mes observations sur *Chersodromia hirta* (¹) et avec celles de Ferrière et de Brocher sur la Nèpe où, en particulier, les muscles du vol peuvent avoir disparu alors que les ailes sont encore normalement développées.

D'autre part, chez *Melophagus* et *Cratærhina*, les muscles vibrateurs longitudinaux sont partiellement remplacés par des adipocytes. L'existence de ce tissu adipeux n'est pas sans éveiller dans l'esprit l'idée d'un rapprochement avec les colonnes d'adipocytes qui, chez les reines de Fourmis venant de perdre leurs ailes, se substituent aux faisceaux musculaires (Janet, 1907) (²). Or, chez *A. pedestris*, ce tissu adipeux de remplacement fait complètement défaut.

Ces différences sont suffisantes pour montrer combien est complexe cette question de la disparition des muscles du vol. Ici encore, nous retrouvons ce dualisme qui préside à l'atrophie des organes et qui ne cesse pas d'être embarrassant pour les partisans à outrance de la théorie de l'usage et du non-usage. Pourquoi, dans certains cas des organes disparaissent-ils totalement, alors que dans d'autres cas il en persiste des rudiments?

EMBRYOGÉNIE. — *Sur l'action qu'exerce l'acide sulfurique concentré sur les œufs de* Bombyx mori. Note de M. A. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Des recherches assez nombreuses ont déjà été faites relativement à l'action exercée par l'acide sulfurique concentré, tant sur les œufs fécondés que sur les œufs non fécondés de *Bombyx mori*. Il semble résulter des travaux de Duclaux (1876) et d'autres auteurs que si les œufs fécondés des races univoltines sont soumis pendant 1 ou 2 minutes à cette action,

---

(¹) L. Mercier, *Variation dans le nombre des fibres des muscles vibrateurs longitudinaux chez* Ch. hirta *Walk.* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 933).

(²) C. Janet, *Anatomie du corselet et histolyse des muscles vibrateurs, après le vol nuptial, chez la reine de la Fourmi* (Imprimerie Ducourtieux, Limoges, 1907).

alors qu'ils sont nouvellement pondus, ils se comportent comme des œufs d'été, c'est-à-dire produisent des vers au bout de 10 à 12 jours au lieu de les produire au bout de 9 ou 10 mois. Mais d'expresses réserves doivent être faites sur ce point. On sait que les œufs des races univoltines donnent naturellement assez souvent naissance, au bout de 10 à 12 jours, à des Bivoltins accidentels, c'est-à-dire ne diffèrent pas, dans ce cas, des œufs d'été. Or ce point de vue ne semble pas avoir été pris, jusqu'ici, en considération. De plus, l'action dont il s'agit semble inconstante. « Je n'ai pas obtenu beaucoup de Vers par ce moyen, ayant opéré sur une graine trop âgée », dit l'un des auteurs de l'excellent *Traité sur le Ver à soie* de Maillot et Lambert (page 81, édition de 1906).

Pour ce qui est de l'action de SO^4H^2 concentré sur les œufs non fécondés, les expériences de Tichomiroff (1886 et 1902) et de Kellog (1907) ont démontré son efficacité. Mais ici encore il importe de ne pas perdre de vue que, sans aucun traitement, un pourcentage d'œufs, qui peut être très élevé, peut présenter *naturellement* des changements de coloration indiquant un développement parthénogenésique pouvant aller jusqu'à un stade fort avancé. Les auteurs qui ne tiennent pas compte de ce fait attribuent à l'effet de l'acide sulfurique ce qui est, en partie tout au moins, dû à une cause différente.

Enfin si l'on examine les explications proposées au sujet du mécanisme même de l'action dont il s'agit, on tombe dans la même incertitude. Pour Tichomiroff, l'œuf non fécondé est « excité » quand on le plonge dans SO^4H^2.

Pour Lœb (1911) l'action de SO^4H^2 rendrait la membrane de l'œuf plus perméable à l'oxygène. On sait que, dans sa théorie visant à expliquer la parthénogenèse expérimentale, cet auteur accorde une part importante aux phénomènes d'oxydation qui se produisent dans l'œuf au début du développement embryonnaire.

Pour Delage et Goldsmith, au contraire, ce serait l'influence « déshydratante et caustique » de l'acide qui agirait.

Au cours de recherches faites pendant les sept dernières années, aussi bien sur les œufs fécondés que sur les œufs non fécondés, j'ai constaté que SO^4H^2 concentré agit sur ces derniers, non seulement quand on applique le traitement alors qu'ils sont pondus depuis un très court espace de temps, ce qui vérifie les résultats obtenus par Tichomiroff et Kellog, mais encore quand on opère sur les œufs pondus depuis plusieurs jours et même depuis plusieurs semaines. Sous l'action de l'acide sulfurique concentré, agissant

pendant un temps variant de 1 à 2 minutes et suivi d'un lavage de 2 minutes à l'eau distillée, beaucoup de ces œufs, qui sont restés jaunes comme au moment ou ils sont pondus, ne tardent pas à entrer en activité. Au bout de 2 ou 3 jours, ils commencent à subir les changements de coloration qui caractérisent les stades embryonnaires postérieurs à la formation de l'amnios et de la séreuse. J'ai observé ce phénomène un très grand nombre de fois chez les diverses races que j'ai étudiées, aussi bien dans la ponte unique des races univoltines (où il n'y a normalement que des œufs d'hiver) que dans la dernière ponte des races bivoltines ou polyvoltines (laquelle aussi est composée d'œufs d'hiver).

Il s'ensuit donc que, même à une date éloignée de 20 à 25 jours de l'instant où ils ont été pondus, les œufs non fécondés qui n'ont pas changé naturellement de teinte, sont encore vivants et capables de rentrer en activité.

En ce qui concerne l'action de SO^4H^2 sur les œufs fécondés, je n'ai obtenu aucun effet ni sur des œufs pondus depuis 18 heures, ni sur des œufs traités au moment de la ponte, ni sur des œufs pondus depuis 5 à 7 mois. Dans les œufs traités avant le moment où le changement de coloration paraît, ce changement ne fut ni avancé ni retardé (par rapport aux œufs témoins). Dans les œufs traités après le changement en question, l'époque de l'éclosion larvaire ne fut ni avancée ni reculée.

Les conclusions principales de mes recherches sont les suivantes :

1° Il est exact que l'immersion des œufs non fécondés de *Bombyx mori* dans SO^4H^2 concentré influe sur certains d'entre eux qui ne changeraient pas naturellement de coloration. Mais cette influence se fait sentir non seulement sur des œufs nouvellement pondus, mais aussi sur des œufs beaucoup plus âgés (au moins 20 à 25 jours).

L'aptitude à la parthénogenèse persiste donc pendant longtemps dans des œufs qui, en apparence, sont restés à l'état dans lequel ils ont été pondus;

2° Dans les conditions de concentration, de température et de temps où il agit sur les œufs non fécondés, SO^4H^2 concentré est sans action sur les œufs fécondés pondus nouvellement, ou depuis 18 heures, ou depuis 5 à 7 mois;

3° Quand ils sont plongés dans l'acide sulfurique, les œufs de Bombyx perdent de leur coloration jaune. Il semble que leur chorion subisse quelque modification dans sa structure et devienne plus opaque. Ce fait semblerait appuyer la théorie de Loeb rappelée ci-dessus. Toutefois, il

n'est pas prouvé que des traces d'acide sulfurique ne puissent pénétrer dans le vitellus et jouer le rôle que leur attribuent Delage et Goldsmith ou quelque rôle analogue à celui des catalyseurs.

MÉDECINE. — *Modifications apportées au rythme de l'imbibition du tissu musculaire et de la peau par l'adjonction de lipoïdes à des solutions stanneuses.* Note [1] de M. **H. Drouin**, présentée par M. d'Arsonval.

C'est dans le but de vérifier si le renforcement de l'activité thérapeutique de l'étain par l'adjonction de lipoïdes à des solutions stanneuses [2] n'était pas dû à un renforcement de l'absorption cellulaire, que j'ai entrepris les recherches qui font l'objet de la présente Note.

J'ai choisi comme protocole d'expérience celui qu'ont suivi J. Loeb, Overton, Fletcher, Laugier et Bénard, Mayer et Schæfer, Wessberge dans leurs études du mécanisme des échanges cellulaires; c'est-à-dire, l'observation des variations de poids présentées par les tissus immergés dans des solutions diverses.

Pour chaque série de pesées, les tissus, muscles ou peau, provenant d'un même animal (cobaye) et de poids sensiblement égaux, étaient plongés dans des solutions stanneuses simples, stanneuses-lipoïdes phosphorés, stanneuses-lipoïdes cholestérinés, stanneuses-complexe lipoïdique.

Nos expériences ont porté sur le métastannate de soude et l'iodure d'étain en solution aqueuse à 1^{mg} d'étain par centicube. Les solutions étain-lipoïdes phosphorés contenaient $0^g,004$ de lipoïdes phosphorés par centicube; les solutions étain-cholestérine, $0^g,001$ de cholestérine par centicube; les solutions étain-complexe, $0^g,004$ du complexe par centicube.

Muscle. — *Métastannate de soude simple.* — Imbibition très rapide (maximum en 6 heures), intense (132,5 pour 100 du poids initial), instable (perte de $\frac{1}{3}$ en 6 heures, de $\frac{1}{2}$ en 30 heures; retour au poids initial en fin d'expérience (170 heures).

Métastannate-phosphatides. — Imbibition lente (maximum en 70 heures), intense (131,4 pour 100), durable (perte de 31,4 pour 100 en fin d'expérience).

Métastannate-cholestérine. — Imbibition lente (maximum en 86 heures), modérée (70,6 pour 100), durable (perte de 18,9 pour 100 en fin d'expérience).

Métastannate complexe. — Imbibition lente (maximum en 60 heures), très modérée (54,3 pour 100), maintenue sans perte jusqu'en fin d'expérience.

---

[1] Séance du 7 mars 1921.

[2] Hudelo-Montlaur et Drouin, *Du renforcement de l'action de certains médicaments par l'adjonction de lipoïdes* (*Soc. méd. Hôpitaux*, 25 octobre 1918).

Iodure d'étain simple. — Imbibition lente (maximum en 82 heures), très modérée (50 pour 100), durable (perte de 8,6 pour 100).

Iodure-phosphatides. — Imbibition lente (maximum en 82 heures), très intense (166,6 pour 100), durable (perte de 12,4 pour 100).

Iodure cholestérine. — Imbibition lente (maximum en 82 heures), d'intensité moyenne (85,7 pour 100), maintenue sans perte jusqu'en fin d'expérience.

Iodure complexe. — Imbibition très lente (maximum en 160 heures), d'intensité moyenne (85,7 pour 100), maintenue sans perte.

Peau. — *Métastannate de soude simple.* — Imbibition rapide (maximum en 18 heures), intense (132,5 pour 100), peu durable (45,5 pour 100 perdus 6 heures après, 101,5 pour 100 en fin d'expérience).

Métastannate-phosphatides. — Imbibition rapide (maximum en 24 heures), peu intense (63,7 pour 100), très durable (perte totale de 13,5 pour 100).

Métastannate cholestérine. — Imbibition lente (maximum en 48 heures), peu intense (55,5 pour 100), très durable (perte de 8,2 pour 100).

Métastannate complexe. — Imbibition lente (maximum en 36 heures), peu intense (47,7 pour 100), maintenu sans perte.

Iodure simple. — Imbibition assez rapide (maximum en 24 heures), très peu intense (32,4 pour 100), très durable (perte de 2 pour 100).

Iodure-phosphatides. — Imbibition lente (maximum en 82 heures), intense (111 pour 100), très durable (perte de 1 pour 100).

Iodure cholestérine. — Imbibition lente (maximum en 82 heures), assez intense (95 pour 100), durable (perte de 12,3 pour 100).

Iodure complexe. — Imbibition très lente (maximum en 148 heures), intense (101,1 pour 100), durable (perte de 9,9 pour 100).

Le rythme de l'imbibition se montre considérablement modifié par l'adjonction de lipoïdes.

Pour le *muscle* plongé dans les diverses solutions à base de métastannate, on voit que dans la solution nue l'imbibition est brutale, instable ; dans la solution additionnée de phosphatides, l'imbibition est au contraire progressive et bien plus durable; la cholestérine à dose moindre a un effet modérateur encore plus marqué; du mélange des deux lipoïdes résulte une combinaison des effets modérateurs et protecteurs dont le résultat est de retarder le moment où le maximum est atteint, de réduire ce maximum et de le maintenir en plateau jusqu'à la fin de l'expérience.

Pour les solutions à base d'iodure, ce qui prédomine, quelle que soit la nature du lipoïde, c'est le phénomène de renforcement; ce renforcement est intense avec les phosphatides, il est encore marqué avec les lipoïdes cholestérinés, mais ce qui caractérise surtout ceux-ci, c'est leur rôle modérateur par rapport aux phosphatides, la combinaison de ces deux effets se retrouve dans le complexe dont la courbe est intermédiaire.

Avec la *peau* plongée dans les diverses solutions à base de métastannate, nous retrouvons le phénomène de modération quant à la rapidité et quant à l'intensité de l'imbibition : effet modérateur plus marqué pour la cholestérine et qui se retrouve avec un chiffre intermédiaire dans le complexe. Enfin, une des caractéristiques de cette série de pesées, c'est le maintien sans perte de l'augmentation de poids pour les fragments immergés dans les solutions lipoïdiques. Avec l'iodure, ce qui domine, c'est l'allongement de la durée de l'accroissement de poids et le renforcement de l'imbibition; comme dans les autres expériences, l'augmentation maximum est intermédiaire pour le complexe, mais ici, c'est celui-ci qui se montre le plus actif vis-à-vis de l'allongement de la courbe ascendante.

Voici les quelques conclusions qui me paraissent se dégager de ces expériences :

I. Quelle que soit la solution stanneuse à laquelle on s'adresse, le rythme de l'imbibition du tissu musculaire et de fragments cutanés se trouve modifié par l'adjonction de lipoïdes à ces solutions.

II. Ces modifications sont différentes suivant le sel, le lipoïde et le tissu.

III. Avec le métastannate de soude, les lipoïdes, quels qu'ils soient, jouent un rôle de modération et de régulation de l'imbibition. Avec l'iodure, ils ont une action de renforcement en même temps que de régulation.

IV. D'une façon générale et sauf réserves de détail, il semble que le rôle de renforcement doive particulièrement être attribué aux lipoïdes phosphorés, tandis que le rôle modérateur et régulateur reviendrait surtout aux lipoïdes cholestérinés.

V. Quoi qu'il en soit, l'effet du complexe lipoïdique correspond dans ses grandes lignes à la combinaison des actions respectives de composants.

VI. La nature du tissu n'intervient que très peu pour modifier la marche générale du phénomène, cependant il est à noter que l'imbibition de la peau paraît en général plus lente et un peu moins intense que celle du muscle, toutes choses égales d'ailleurs.

MÉDECINE. — *Un appareil simple pour mesurer la tension superficielle.* Note [1] de M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

La méthode, dite *stalagmométrique*, a été appliquée en principe par Ammann en 1902, puis introduite, sous une forme simplifiée, par Traube.

---

[1] Séance du 7 mars 1921.

Les chiffres, obtenus par cette méthode simple et rapide, sont malheureusement sujets à de fortes causes d'erreurs :

1° L'évaporation : la goutte se forme en effet à l'atmosphère libre et pour les substances volatiles l'écart est considérable; il fallait donc modifier l'appareil de Traube pour que la goutte puisse se former dans une atmosphère ayant la tension de la vapeur du liquide examiné.

2° Le nombre de gouttes augmente d'une façon notable lorsque la température s'élève; une nouvelle modification était donc nécessaire pour effectuer les mesures à la température constante.

3° Enfin il y a encore une source d'erreur notable inhérente à l'appareil lui-même : Traube, pour éviter les erreurs dues à l'évaporation, a élargi l'orifice inférieur du tube capillaire pour augmenter le volume de la goutte, de sorte qu'un appareil d'une capacité d'environ 8^{cm^3} donne une cinquantaine de gouttes d'eau à 15°. Pour mesurer les fractions d'une si grande goutte, l'appareil possède des divisions, mais ces divisions, établies pour l'eau distillée, sont inexactes pour les substances d'une tension superficielle différente; il faut donc établir des corrections pour chaque cas.

Ajoutons que l'appareil est d'un remplissage délicat.

Nous avons cherché à construire un appareil, basé sur le principe de Tate, car ce principe permet une mesure rapide de la tension superficielle, mais en même temps d'éviter les sources d'erreur précipitées, imputables à l'appareil de Traube. De plus, nous nous sommes proposé de faire un appareil peu volumineux, peu coûteux, exact, facile à manipuler et capable, entre les mains des médecins, au lit même du malade, de donner des mesures justes de la tension superficielle. D'autre part, en y apportant certaines modifications (la température constante, pression constante, enregistrement automatique des gouttes, etc.), d'en faire, au laboratoire, un appareil précis de physique.

Description de l'appareil. — Une petite pipette, de capacité de 1^{cm^3}, se raccorde à sa partie supérieure à un petit réservoir, séparé de la pipette par un robinet de l'appareil; immédiatement au-dessus de ce robinet, le réservoir est légèrement étranglé. Entre le réservoir et la partie sphérique de la pipette se trouve un petit trou, permettant le remplissage par le haut et le placement de l'appareil dans un vase clos. Au-dessus de la partie sphérique les divisions permettent de fixer le point de départ de la première goutte tombante à compter; les divisions de dessous le font de même pour la dernière goutte. A sa partie inférieure, constituée par une capillaire de $0^{mm},3$ de diamètre, la pipette est deux fois recourbée, de façon à siphonner légèrement le liquide et de dévier l'axe de l'appareil pour permettre de placer à l'intérieur un appareil enregistreur.

La partie inférieure de la pipette est effilée pour amincir la paroi; elle

est bien rodée pour éviter le mouillage. L'orifice est soigneusement poli et horizontal.

Cette pipette, la partie essentielle de l'appareil, est fixée dans un bouchon en caoutchouc et placée dans une jaquette; d'un côté de la pipette se trouve un thermomètre et, de l'autre, un tube de verre recourbé à angle droit, muni d'un robinet libre.

Pour permettre l'enregistrement automatique du nombre des gouttes, l'appareil est muni d'un contact électrique spécial.

Mode d'emploi. — Le nombre de gouttes de l'appareil à 15°C. est de 20 par centimètre cube d'eau pure à 15°C. Pour faire une mesure de la tension superficielle, on met dans la jaquette un peu de liquide à examiner; on place la pipette au moyen de bouchon de caoutchouc dans la jaquette et l'on ouvre le robinet libre. On met dans l'étranglement un peu de coton hydrophile ou de coton de verre, mouillé préalablement dans le liquide à examiner, et l'on verse ce liquide dans le réservoir. En ouvrant le robinet de l'appareil, le liquide filtré passe dans la pipette et la remplit jusqu'au niveau du trou. A ce moment, on ferme le robinet libre; le liquide commence à s'écouler par l'orifice capillaire effilé; on ferme le robinet libre; le liquide cesse de s'écouler. On note la température au bout de quelques minutes et, en ouvrant de nouveau ce robinet, on précise le point de départ de la première goutte à compter. Le nombre de gouttes de l'eau distillée écoulée entre les deux marques (N), divisé par N', le nombre de gouttes obtenu avec la substance examinée et multiplié par la densité de cette substance D et 73 (tension la plus probable de l'eau en dynes) donne la tension superficielle de la substance examinée):

$$\alpha = \frac{N}{N'} \times D \times 73 \text{ (en dynes-cm).}$$

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches expérimentales sur le virus de l'herpès.* Note de M. **Georges Blanc**, présentée par M. Roux.

Des recherches entreprises à l'Institut Pasteur d'Athènes sur l'herpès m'avaient amené à faire un rapprochement entre le virus de cette affection banale et le virus isolé par Levaditi Harvier dans l'encéphalite épidémique. Un récent travail de ces auteurs [1] paraît apporter un tel appui à ce point de vue, que je crois devoir ne pas différer la publication des résultats que j'ai obtenus.

L'herpès, qu'il soit ou non accompagné de fièvre et quel que soit son

[1] C. Levaditi et P. Harvier, *Recherches expérimentales sur l'encéphalite épidémique* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 84, 1921, p. 300).

siège, semble bien être la manifestation cutanée d'un même virus. En effet, Löwenstein et Doerr ont pu reproduire sur la cornée du lapin une maladie typique et transmissible en série en partant de divers cas d'herpès. J'ai repris ces études et je suis arrivé aux conclusions suivantes :

Le contenu de la vésicule d'herpès inoculé à l'œil du lapin donne à cet animal une affection typique, caractérisée par de la kératite, de l'herpès de la cornée, une conjonctivite intense, accompagnée d'une abondante suppuration. Cette affection est transmissible en série, le lapin y est très sensible et réagit en deux jours et quelquefois moins. Le virus est filtrant. Le pus de l'œil, toujours aseptique, inoculé dans le cerveau du lapin, lui donne une encéphalite mortelle en quelques jours, décelable par ses caractères cliniques et anatomo-pathologiques. Cette encéphalite est reproduisible en série par passage sous-dure-mérien de lapin à lapin ou de lapin à cobaye. Si l'on inocule un lapin à l'œil avec le cerveau d'un lapin mort d'encéphalite herpétique, on reproduit la kératite caractéristique. Il me suffira, pour illustrer ces données, de l'histoire d'un des virus que j'étudie actuellement.

Le 20 janvier, je prélève le contenu d'une vésicule d'herpès sur un enfant atteint d'une éruption typique de la commissure labiale gauche. Cette éruption date de trois jours, il n'y a pas de fièvre ni de malaise général. Deux lapins sont inoculés le même jour avec le contenu de la vésicule, tous deux sur la cornée de l'œil gauche. Après 48 heures ils présentent une très violente réaction : conjonctivite, herpès et kératite. Plusieurs passages sont obtenus de lapin à lapin par inoculation du virus oculaire à l'œil sain. Le 4 février, un peu de virus de l'œil d'un des lapins malades, dilué dans de l'eau physiologique, est inoculé sous la dure-mère d'un lapin neuf : forte élévation de température, mort d'encéphalite au sixième jour avec les symptômes suivants :

Le 8 février, à $2^h 30^m$, le lapin est agité, il tourne avec rapidité, ses mouvements sont désordonnés, il se cogne aux parois de la cage. Par moments il s'arrête, sa respiration est haletante, la tête et le haut du corps sont animés d'un tremblement continu. A d'autres moments l'animal se raidit, lève la tête, puis les pattes antérieures et se dresse, puis il retombe, il a du trismus, grince des dents. On note une salivation très abondante qui mouille le museau et tout le poitrail. A $3^h 30^m$ l'animal tombe dans une sorte de léthargie de courte durée, il se couche sur le flanc, ferme les paupières, puis se relève et repart dans son mouvement circulaire. La température, qui était très élevée les jours précédents (41°), tombe à 38°,9; enfin l'animal se calme, seule persiste la respiration haletante et le tremblement. Le lendemain matin, la crise reprend plus violente, l'animal saute, tombe, se roule sur lui-même; le trismus est très accentué. Enfin, à $10^h 30^m$, l'animal se raidit, membres inférieurs et postérieurs en extension forcée, la température tombe à 35°, il meurt à $10^h 35^m$.

L'inoculation de matière cérébrale sous la dure-mère d'un autre lapin reproduit la maladie avec mort plus rapide; les ensemencements restent

stériles. L'inoculation du même virus sur la cornée d'un lapin redonne une kératite transmissible.

L'expérience suivante montre que le virus est filtrant : le 5 février, un lapin atteint de kérato-conjonctive herpétique est curetté fortement, et le produit de curettage dilué dans 6^{cm^3} d'eau physiologique. Un lapin est inoculé à l'œil avec cette dilution, puis le virus, additionné d'eau de conduite, est filtré à la bougie L_1. Le filtrat, inoculé à un lapin neuf, reproduit dans le même laps de temps que le virus non filtré une kératite typique transmissible en série. Le filtrat reste stérile sur les milieux de culture usuels.

En résumé, l'herpès est une maladie infectieuse. Le virus, suivant le lieu d'inoculation, donne une kératite ou une encéphalite, toutes les deux transmissibles en série. Le virus est filtrant. Tous ces caractères sont superposables à ceux mis en évidence par Levaditi et Harvier dans le virus de l'encéphalite épidémique. La moindre virulence par scarification de la cornée que j'observe dans mes expériences semble séparer ces virus [1]. Cette différence doit tenir à une propriété neurotropique plus grande acquise par le virus de l'encéphalite épidémique, propriété que peut-être notre virus acquerrera par passage sur encéphales de lapins.

M. P. Lecomte du Nouy adresse un Mémoire intitulé : *Remarques sur certaines séries homologues de la série grasse.*

M. Louis Maillard adresse un Mémoire intitulé : *Mise au point des hypothèses cosmogoniques nébulaires.*

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

---

[1] On sait que Doerr, parfois, a observé sur les lapins inoculés à l'œil avec le virus de l'herpès des troubles nerveux quelquefois suivis de mort.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de décembre 1920.

Les sous-marins allemands, par M. Laubeuf. Paris, Delagrave, 1920; 1 fasc. 25^{cm}.

Les plantes en médecine. Le seigle et l'ergot, par Albert Garrigues. Paris, Gaston Doin, 1921; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. P. Termier.)

Recherches géologiques dans la région Cantabrique, par Louis Mengaud. Toulouse, Vve Bonnet, 1920; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. H. Douvillé.)

Deuxième contribution à l'étude expérimentale de la houle, par le vice-amiral Arago. Extrait des *Annales hydrographiques*, 1919. Paris, Imprimerie nationale, 1919; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. E. Bertin.)

Cours d'Astronomie; partie générale élémentaire, par Maurice Alliaume. Louvain, Uystpruyst-Dieudonné. Paris, Gauthier-Villars, 1920; 1 vol. 23^{cm}.

Mécanique moderne; ses nouveaux principes sur mouvement, frottement, travail, résistance des matériaux, par E.-A. Vallée. Évreux, Henri Devé, 1920; 1 vol. 25^{cm}.

Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre, par Édouard Goursat. Paris, J. Hermann, 1921; 1 vol. 25^{cm}.

Les nouvelles unités légales de mesures industrielles, par Ch. Lallemand. Extrait de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an* 1920. Paris, Gauthier-Villars, 1920; 1 fasc. 16^{cm}.

Les problèmes de l'Océan, par A. Berget. Paris, Ernest Flammarion, 1920; 1 vol. 16^{cm}. (Présenté par S. A. S. le Prince de Monaco.)

Life Movements in Plants, par Sir J.-C. Bose. (Transactions of the *Bose Research Institute, Calcutta*). Calcutta, Bengal Government Press; vol. I, 1918; vol. II, 1919; 2 vol. $21^{cm},5$. (Présenté par M. L. Mangin.)

Le platine et les gîtes platinifères de l'Oural et du Monde, par Louis Duparc et Marguerite-N. Tikonowitch. Genève, Société anonyme des éditions de Sonor, 1920; 1 vol. et 1 atlas 29^{cm}.

Cours de Physique mathématique de la Faculté des Sciences; tome III : *Compléments aux théories de la chaleur, de la lumière, etc., aperçus de philosophie naturelle*, par J. Boussinesq. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25^{cm}.

Traité de Chimie analytique appliquée, par V. Villavecchia, traduit et annoté par P. Nicolardot. Paris, Masson, 1919 et 1921; 2 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. E. Lindet.)

Nº 11.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 14 Mars 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTIONS.

PLIS CACHETÉS.

CORRESPONDANCE.

N° 11.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

34466 — 3-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55
Le Gérant : E. Thouzellier.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 12 (21 Mars 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

Article 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

Article 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

Article 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

Article 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

Article 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 MARS 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques, la prochaine séance aura lieu le mardi 29 mars.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Recherches sur l'atmosphère des étoiles. Reconnaissance de la couche supérieure dans quelques étoiles et comparaison avec le Soleil.* Note de MM. **H. Deslandres** et **Burson**.

Dans une Note précédente du 21 février (¹), nous avons signalé cinq étoiles dont le spectre montre bien distinctes les raies brillantes H_2 et K_2 du calcium, caractéristiques de la couche moyenne de l'atmosphère. Une seule de ces étoiles appartient au type G des étoiles solaires et peut être rapprochée immédiatement de notre Soleil. Ce dernier offre aussi les mêmes raies brillantes H_2 et K_2, mais moins brillantes par rapport au fond relativement sombre de la large raie noire K_1; et une dispersion notablement plus grande est nécessaire avec le Soleil.

Les quatre autres étoiles sont du type spectral, désigné par la lettre K, qui, dans l'évolution normale, succède au type solaire (²).

La dispersion employée dans cette recherche est faible (24^{mm} entre H_γ

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 405.

(²) La lettre K désigne à la fois une raie noire du spectre solaire et un type particulier d'étoiles dans la classification d'Harvard. Pour éviter la confusion, la lettre sera précédée du mot *raie* dans le premier cas et du mot *type* dans le second.

de l'hydrogène et K du calcium avec le spectrographe à fente et 18^{mm} avec la chambre prismatique), et les raies brillantes H_2 et K_2 de la couche moyenne ont été vues simples. Nous avons ajouté qu'une dispersion plus forte les montrerait vraisemblablement doubles ainsi que dans le Soleil, avec, au milieu, la petite raie noire H_3 ou K_3 qui représente la couche supérieure.

Or, en poursuivant la recherche toujours avec la même dispersion et la même chambre prismatique, nous avons reconnu deux étoiles, ci-dessous désignées, qui ont montré nettement les raies noires centrales H_3 et K_3.

Noms des étoiles.	Type spectral.	Éclat.	Appareil employé.	Dates des épreuves.	Remarques sur les raies du calcium.
ε Gémeaux...	G_5	0,13	Cb. prism.	11 mars 1921	H_2 et K_2 brillantes et doubles, et au milieu H_3 et K_3.
α Orion.....	Ma	1,10	Id.	8, 9 et 10 mars 1921	H_3 et K_3 larges et bien visibles.

Le Tableau est disposé comme celui de la Note précédente.

L'étoile ε Gémeaux est la deuxième du type G, qui montre les raies brillantes H_2 et K_2; et elle est la première qui montre les raies H_3 et K_3 de la couche supérieure. Cette étoile présente donc les mêmes divisions spectrales que le Soleil, mais avec un appareil beaucoup moins puissant.

L'étoile α Orion est la première du type M qui offre le même phénomène, et l'on rappelle que les types G, K et M se suivent dans l'évolution normale. Les raies H_3 et K_3 sont particulièrement larges dans cette étoile, presque aussi larges que H_2 et K_2.

Les épreuves correspondantes de la petite chambre prismatique ont été agrandies de manière à avoir la même dispersion que les épreuves spectrales du Soleil avec le grand spectrohéliographe, épreuves qui montrent nettement séparées les raies H_2 et H_3, K_2 et K_3. Or la comparaison conduit à ce résultat que les raies H_3 et K_3 des étoiles ε Gémeaux et α Orion sont environ cinq fois plus larges que dans le Soleil. La couche supérieure de l'atmosphère dans ces étoiles a une densité plus forte ou une excitation électrique plus grande.

Cette Note est seulement préliminaire et les détails de la recherche seront exposés dans un Mémoire ultérieur.

MÉCANIQUE. — *Sur la détermination expérimentale du mouvement d'un solide quelconque.* Note de M. **L. Lecornu.**

Les Notes récentes de M. G. Lippmann (séance du 7 mars) et de M. Émile Picard (séance du 14 mars) m'ont conduit à rechercher quels renseignements un observateur placé sur une planète de forme et de composition quelconques pourrait, au moyen du gyroscope de Foucault, se procurer au sujet du mouvement de ce solide.

L'appareil permet de repérer plusieurs directions absolument fixes formant, par exemple, un trièdre trirectangle. Ceci fait, on est en mesure d'observer la rotation apparente de ce trièdre par rapport à des axes liés à la planète et d'en déduire, à toute époque, la direction de l'axe instantané de rotation. Dans la suite du temps, ledit axe paraît décrire un cône du second degré, dont les axes sont parallèles aux axes principaux d'inertie issus du centre de gravité de la planète. Ceux-ci se trouvent ainsi déterminés en direction. On en déduit, pour un instant quelconque, les rapports des composantes p, q, r de la rotation variable ω suivant les axes principaux. Si l'on possède d'autre part une horloge marchant uniformément (l'unité de temps restant arbitraire), on peut mesurer p, q, r et ω.

Il est même, théoriquement, possible d'obtenir davantage. Soient A, B, C les moments centraux d'inertie. Ayant p, q, r en fonction du temps, les équations connues du mouvement d'un solide libre autour de son centre de gravité fournissent, en l'absence supposée de couples dus à des actions extérieures, les rapports de A, B, C. Si l'on calcule ensuite les rapports des quantités Ap, Bq, Cr, on a les paramètres directeurs de l'axe du moment cinétique; le plan du maximum des aires, perpendiculaire à cet axe, se trouve du même coup déterminé en direction; une vérification expérimentale consisterait à s'assurer, au moyen du gyroscope, que l'orientation absolue de ce plan demeure invariable.

ÉLECTRICITÉ. — *Interprétation, par la cohésion diélectrique, d'une expérience célèbre de Sir J.-J. Thomson.* Note de M. **E. Bouty.**

En 1893, Sir J.-J. Thomson, excitant par induction la luminescence d'un gaz raréfié, avait cru pouvoir conclure de son expérience que les gaz raréfiés possèdent une conductivité moléculaire de nature électrolytique, compa-

rable à celle d'une dissolution d'acide sulfurique de conductivité maximum [1].

J'ai prouvé, en 1899, qu'à aucun degré de raréfaction les gaz ne possèdent la plus légère trace de conductivité. En effet, si, entre les armatures planes d'un condensateur à lame d'air, on introduit un récipient contenant un électrolyte même aussi mauvais conducteur que de l'eau distillée, de l'alcool absolu ou tout autre diélectrique liquide *pur du commerce*, on observe un accroissement de capacité du condensateur qui peut atteindre par exemple 50 pour 100, quelque faible que soit la différence de potentiel des plateaux. Dans les mêmes conditions une ampoule à gaz raréfié ne produit rien, quel que soit le degré de raréfaction.

Si toutefois on augmente progressivement l'intensité du champ, à partir d'un certain *champ critique*, la charge ou la décharge du condensateur provoque soudainement la luminescence du gaz, et l'on observe l'accroissement de capacité, manifestant que le gaz est devenu conducteur. Cette conductivité ne préexistait pas. Elle est l'effet d'une action électromotrice suffisante pour vaincre la *cohésion diélectrique* du gaz et produire, aux dépens de ses molécules, des ions gazeux de signe contraire [2].

Comment convient-il maintenant d'interpréter l'expérience si ingénieuse de J.-J. Thomson? Il nous faut recourir aux lois de la cohésion diélectrique que j'ai établies par une quinzaine d'années de recherches, de 1899 à 1914 [3].

Opérant toujours sur des colonnes gazeuses cylindriques, dont l'axe est dans la direction du champ électrostatique et comprises entre deux parois planes, diélectriques ou conductrices, j'ai trouvé qu'au moins pour des colonnes de hauteur e suffisante, à la pression p et à la température T, la force électromotrice minimum E, à établir entre les deux extrémités de la colonne pour des pressions supérieures à celle qui correspond au minimum de E, tend asympotiquement vers une limite représentée par la formule binome

$$E = A\left(\frac{pe}{T}\right) + B, \qquad A = aT_0, \tag{1}$$

(1) J.-J. Thomson, *Recent researches in Electricity and Magnetism*, 1893, p. 92 et suiv.

(2) E. Bouty, *Les gaz raréfiés sont-ils des électrolytes?* (*Comptes rendus*, t. 139, 1899, p. 152).

(3) Mes expériences sur la cohésion diélectrique ont fait l'objet d'un grand nombre de Notes aux *Comptes rendus* et de Mémoires plus développés, insérés dans le *Journal de Physique*, les *Annales de Chimie et de Physique*, etc.

dont le premier terme est proportionnel à une constante spécifique du gaz, sa *cohésion diélectrique a*, et à la masse du gaz en expérience ou, si l'on veut, au nombre de molécules intéressées par l'effluve; le terme constant B peut *a priori* dépendre de la nature des parois, et révèle un effet de surface, superposé à l'effet de masse.

L'emploi d'une force électromotrice d'induction, dans l'expérience de J.-J. Thomson, permet de supprimer la discontinuité introduite par les parois, et d'observer ainsi un phénomène plus pur (anneau luminescent uniforme). L'effet de masse du gaz subsiste seul. Le second terme de la formule (1) doit disparaître. Si l'on adopte alors l'idée d'une conductivité préexistante du gaz, on est amené à lui assigner une conductivité moléculaire bien déterminée, comme l'a fait Thomson.

J'avais dès longtemps projeté de reprendre l'expérience de J.-J. Thomson en la simplifiant. Le récipient à gaz aurait reçu la forme d'un tore; j'aurais remplacé la décharge oscillante de la bouteille de Leyde, par une décharge continue. La force électromotrice inductive aurait été fournie par ma batterie de petits accumulateurs, et la spirale ou bobine plate inductrice aurait été placée autour du tore, dans son plan moyen. Le tore avait été soufflé dès 1900; mais depuis lors je n'ai jamais pu trouver le temps de monter l'expérience projetée et de réaliser les mesures comparatives que j'avais en vue. Je serais heureux que quelque jeune physicien voulût bien exécuter ce travail sous ma direction. J'ai tout lieu de croire que l'interprétation intuitive de l'expérience de J.-J. Thomson, telle que je viens de l'exposer, serait confirmée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénations catalytiques sur le cuivre.* Note [1] de MM. **Paul Sabatier** et **Bennosuke Kubota.**

L'un de nous a indiqué antérieurement dans une série de travaux publiés avec M. Senderens (1900 à 1905), puis avec M. Mailhe (1909), que le cuivre peut être substitué au nickel comme catalyseur dans un certain nombre d'hydrogénations directes, telles que celles des dérivés nitrés, des nitriles et des carbylamines, de divers composés éthyléniques ou acétyléniques, ainsi que des aldéhydes ou acétones forméniques [2].

---

(1) Séance du 14 mars 1921.

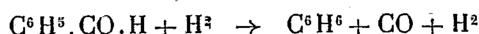
(2) P. Sabatier, *La catalyse en Chimie organique*, 2e édition, p. 190-196.

Son utilisation n'ayant pas été établie dans un assez grand nombre de cas, nous avons pensé qu'il serait utile de compléter l'étude de cet emploi, et nous avons l'honneur, dans la présente Note, d'exposer quelques résultats relatifs à des matières organiques possédant des résidus carbonyles, aldéhydes et acétones aromatiques, quinone, anhydride phtalique.

Nous avons dans tous les cas employé le cuivre violacé léger, préparé en réduisant très lentement par l'hydrogène au voisinage de 200° l'hydrate noir *tétracuivrique*.

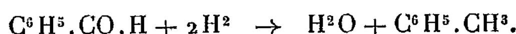
Aldéhyde benzoïque. — On sait que l'hydrogénation directe réalisée sur le nickel entre 210° et 250° fournit, non de l'alcool benzylique, mais seulement du toluène et du benzène, partiellement hydrogénés eux-mêmes en méthylcyclohexane et cyclohexane (1).

Pratiquée sur le cuivre, l'hydrogénation n'a lieu que lentement au-dessus de 350°, la réaction principale étant :



$$C^6H^5.CO.H + H^2 \rightarrow C^6H^6 + CO + H^2$$

accompagnée dans une certaine mesure de la réaction :



$$C^6H^5.CO.H + 2H^2 \rightarrow H^2O + C^6H^5.CH^3.$$

On condense un mélange de toluène et de benzène, ce dernier représentant plus de la moitié.

Contrairement à ce qui se passe avec le nickel, l'oxyde de carbone libéré n'est pas transformé en *méthane*, mais subsiste tout entier.

On serait tenté d'attribuer la réaction dominante à un dédoublement pur et simple de l'aldéhyde benzoïque au contact du métal, sans intervention active de l'hydrogène, selon un mécanisme très manifeste avec le nickel seul (2):



$$C^6H^5.CO.H \rightarrow CO + C^6H^6.$$

Mais nous avons vérifié qu'à la même température, l'opération réalisée sans hydrogène ne donne lieu qu'à une séparation tout à fait négligeable de benzène : la présence d'hydrogène dans le système est certainement efficace.

Acétones aromatiques. — On sait que l'hydrogénation des acétones aromatiques, réalisée rapidement sur un nickel d'activité réduite, ou au-dessus de 250° sur un nickel quelconque, se borne à y remplacer l'oxygène acétonique par H^2 et conduit à l'hydrocarbure (3). Il en est de même au-dessus

(1) P. Sabatier et Senderens, *Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 301.

(2) P. Sabatier et Senderens, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, t. 4, 1905, p. 474.

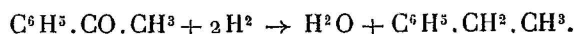
(3) Darzens, *Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 868.

de 300° pour les acétones diaryliques (1). Dans les deux cas, un nickel actif et sain, agissant à température plus basse, transforme en outre les hydrocarbures aryliques en hydrocarbures cyclohexaniques.

L'un de nous a déjà indiqué avec M. Murat que la *benzophénone*, $C^6H^5.CO.C^6H^5$, hydrogénée sur le cuivre vers 350°, se change régulièrement en *diphénylméthane* $C^6H^5.CH^2.C^6H^5$ (2).

Nous avons opéré sur l'acétophénone, l'éthylphénylcétone, et sur une dione, la benzoylpropanone.

L'*acétophénone*, $C^6H^5.CO.CH^3$, soumise à l'hydrogénation directe sur le cuivre à 350°, est transformée *lentement*, mais régulièrement et sans complications en *éthylbenzène* bouillant à 135° :

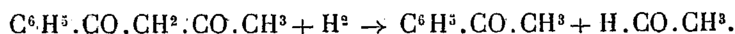


$$C^6H^5.CO.CH^3 + 2H^2 \rightarrow H^2O + C^6H^5.CH^2.CH^3.$$

Un résultat analogue est obtenu avec l'*éthylphénylcétone* $C^6H^5.CO.C^2H^5$, qui est changée lentement en propylbenzène $C^6H^5.CH^2.CH^2.CH^3$ bouillant à 158°. La réaction est semblable à celle que fournit le nickel à 300°, mais n'a lieu que plus lentement.

La *benzoylpropanone*, $C^6H^5.CO.CH^2.CO.CH^3$, hydrogénée par l'un de nous avec M. Mailhe, sur le nickel à 200°, a fourni principalement du *butylbenzène*. Mais cette formation est accompagnée d'une certaine scission en deux tronçons, $C^6H^5.CO$ et $CH^2.CO.CH^3$, qui, s'hydrogénant chacun pour son propre compte, donnent respectivement du *toluène* et de la propanone, transformée elle-même en *alcool propylique* (3).

Les résultats sont différents avec le cuivre à 350°. La benzoylpropanone (qui fond à 60° et bout à 261°) est totalement détruite, et l'on recueille une proportion très importante d'*acétophénone*, en beaux cristaux blancs, fondant à 20°, bouillant à 200°. Elle est accompagnée d'aldéhyde et d'alcool éthyliques, et d'un peu d'eau et d'éthylbenzène. La réaction principale est :



$$C^6H^5.CO.CH^2.CO.CH^3 + H^2 \rightarrow C^6H^5.CO.CH^3 + H.CO.CH^3.$$

L'acétophénone formée est légèrement hydrogénée avec formation d'eau et d'éthylbenzène; l'éthanal est partiellement changé en alcool.

Benzoquinone. — L'hydrogénation des vapeurs de benzoquinone, $C^6H^4O^2$, réalisée sur le cuivre à 300°, conduit presque exclusivement à

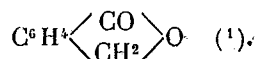
(1) P. Sabatier et Murat, *Ann. Chim.*, 9e série, t. 4, 1915, p. 263.

(2) P. Sabatier et Murat, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 761.

(3) P. Sabatier et Mailhe, *Comptes rendus*, t. 145, 1907, p. 1126.

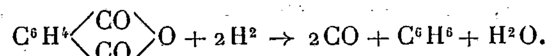
l'*hydroquinone*, $C^6H^4(OH)^2$, en cristaux blancs fondant à 169°, très solubles dans l'eau, et dont la solution traitée par le chlorure ferrique fournit de la quinhydrone en aiguilles brillantes vert foncé. La seule complication est la production d'un peu d'eau et de phénol.

Anhydride phtalique, $C^6H^4\langle{}^{CO}_{CO}\rangle O$. — On sait que l'hydrogénation sur le nickel à 200° le transforme quantitativement en *phtalide*



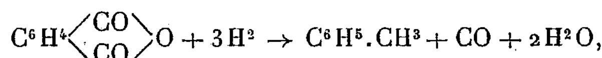
$$C^6H^4\langle{}^{CO}_{CH^2}\rangle O \quad (1).$$

Réalisée sur le cuivre à 350°, l'hydrogénation fournit tout d'abord une scission avec production de benzène et d'oxyde de carbone, selon la formule :



$$C^6H^4\langle{}^{CO}_{CO}\rangle O + 2H^2 \rightarrow 2CO + C^6H^6 + H^2O.$$

Mais elle ne tarde pas à fournir un produit solide, très peu soluble dans l'eau froide, soluble dans l'eau chaude, d'où il cristallise en aiguilles blanches fondant à 74° : c'est le *phtalide*, qui réduit aisément le permanganate de potassium. La réaction principale qui le fournit est accompagnée d'une réaction accessoire :



$$C^6H^4\langle{}^{CO}_{CO}\rangle O + 3H^2 \rightarrow C^6H^5.CH^3 + CO + 2H^2O,$$

qui donne de l'eau et du toluène, et dégage une certaine dose d'oxyde de carbone, facile à caractériser dans les gaz issus de l'appareil.

M. **Quénu** présente un Volume de M. **Auguste Broca**, intitulé : *Chirurgie de guerre et d'après-guerre*.

Dès le début de la guerre, l'Institut de France a pensé qu'il ne suffisait pas que chacun de ses membres apportât à la Défense nationale toute son activité et toute sa science, mais qu'il devait un témoignage direct de sa sollicitude et de sa reconnaissance aux soldats blessés en défendant la Patrie. De ce noble sentiment est né l'hôpital de l'Institut, l'hôpital auxiliaire 265, installé dans l'Hôtel de Thiers, place Saint-Georges, et dont le professeur **Auguste Broca** fut nommé chirurgien.

Le Livre que je présente aujourd'hui a été écrit par M. Broca à l'aide de

(1) Godchot, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 1, 1907, p. 243.

documents puisés dans trois services hospitaliers; l'hôpital 265 entre dans ce compte pour 841 blessés de guerre. L'Ouvrage a pu être édité, grâce à une libérale subvention de l'Institut, il est doublement juste qu'hommage en soit fait par M. Broca à l'Institut tout entier.

La plupart des blessures de guerre sont décrites dans le Livre de M. Broca, au moins à la période où il lui était possible de les observer; 545 figures illustrent le texte.

L'Ouvrage comprend deux Parties principales : l'une de chirurgie de guerre proprement dite, l'autre de chirurgie d'après-guerre. Celle-ci est peut-être la plus originale et l'on y retrouve à chaque pas la spéciale compétence de l'auteur en orthopédie. Deux grands Chapitres, parmi les sequelles des blessures de guerre sont particulièrement développés : les troubles articulaires d'origine mécanique et l'ostéomyélite traumatique prolongée. Les premiers ne comprennent pas seulement les lésions articulaires proprement dites, mais toutes les altérations périarticulaires des parties molles, peau, tissu cellulaire et muscles, et encore celles des diaphyses osseuses voisines. L'ostéomyélite traumatique prolongée a fait le désespoir des chirurgiens, elle a été la cause de ces fistules interminables et de ces complications infectieuses tardives que nous avons tous observées à la fin de la guerre. Une bonne étude anatomoclinique en est donnée par M. Broca avec de nombreuses radiographies, à l'exécution desquelles notre confrère M. Hamy n'a pas été étranger.

Les thérapeutiques préventive et curative y sont bien étudiées.

Le Volume se termine par des conseils aux experts des centres de réforme et par l'exposé des principes qui doivent régir la prothèse des amputés et la rééducation des mutilés.

L'intérêt du Livre de M. Broca est grand, parce qu'il a pu, grâce à l'évacuation de ses blessés sur des filiales, les suivre ou les retrouver à la période tardive; il est grand surtout parce que c'est un Livre vécu dont les nombreux documents pourront servir plus tard à ceux qui, peut-être, hélas! auront encore à soigner des blessés de guerre.

M. E. **Roux** fait hommage à l'Académie, au nom de Mme **Olga Metchnikoff**, d'un Ouvrage intitulé : *Vie d'Élie Metchnikoff* (1845-1916).

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

Conseil international de recherches : union géodésique et géophysique internationale : section d'océanographie physique. *Bulletin* n° 1. (Présenté par S. A. S. le prince de Monaco.)

Hôpital de l'Institut de France. *Chirurgie de guerre et d'après-guerre*, par Auguste Broca. (Présenté par M. Quénu.)

Détermination des positions géographiques par les méthodes des hauteurs égales, par F.-J. Duarte.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Deux conséquences de l'équation aux dérivées fonctionnelles qu'on tire de la représentation conforme.* Note de M. **Gaston Julia.**

1. $Z = f_A(z)$ étant la fonction analytique qui fournit la représentation conforme de C, courbe fermée analytique, sur le cercle trigonométrique Γ, on a

$$\log f_A(B) = -[g(A, B) + i\gamma(A, B)],$$

$\gamma(A, B)$ étant une fonction harmonique de B, conjuguée de $g(A, B)$, relativement à B.

J'ai donné précédemment [1] l'équation qui définit la variation de $\log f_A(B)$ lorsque le contour C varie. On peut en tirer une équation intéressante pour la variation de $\gamma(A, B)$ qui est, au signe près, l'argument de $f_A(B)$. Il suffit de partir de

$$(1) \qquad \delta \log f_A(B) = -\frac{1}{2\pi}\int_C \frac{f_A(B) + f_A(z)}{f_A(B) - f_A(z)} |f'_A(z)|^2 \, \delta n \, ds,$$

en observant que

$$\frac{d g(A, M)}{dn_M} = -\frac{d\gamma(A, M)}{ds_M} = |f'_A(z)|.$$

Donc

$$\delta\gamma(A, B) = \frac{1}{2\pi}\int_C \left[\frac{d\gamma(A, M)}{ds_M}\right]^2 \mathfrak{I}\left(\frac{b+Z}{b-Z}\right) \delta n \, ds$$
$$= -\frac{1}{\pi}\int_C \left[\frac{d\gamma(A, M)}{ds_M}\right]^2 \mathfrak{I}\left(\frac{Z}{Z-b}\right) \delta n \, ds.$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 568.

Dans le plan Z, si l'on désigne par ϖ l'angle $\widehat{OZb}$, par α l'angle $\widehat{bZb_1}$ $\left[b_1 = \frac{1}{b_0}\right]$,

$$\mathfrak{F}\left(\frac{Z}{Z-b}\right) = -\frac{\sin\varpi}{|z-b|} = -\frac{\sin\alpha}{|b_1 - b|} = \frac{-\sin\alpha}{2\,\mathrm{sh}[g(A, B)]},$$

puisque $|b| = \frac{1}{|b_1|} = e^{-g(A, B)}$.

D'autre part, α s'introduit facilement dans $f_B(z) = Z_1 = \frac{Z-b}{Z-b_1}\frac{1}{|b|}$ *si l'on convient que* $f_B(A)$ *soit réel et positif*, c'est-à-dire $\gamma(B, A) = 0$.

Alors, en effet,

$$\gamma(B, M) = \arg\frac{Z-b_1}{Z-b} = \alpha,$$

et l'on a finalement

$$(2) \qquad \delta\gamma(A, B) = \frac{1}{2\pi\,\mathrm{sh}[g(A, B)]}\int_C \left[\frac{d\gamma(A, M)}{ds}\right]^2 \sin[\gamma(B, M)]\,\delta n\,ds.$$

2. Mais on peut en outre, de l'équation (1), tirer une solution remarquable de l'équation

$$(3) \qquad \delta\Phi(U, V) = \int_C \Phi(U, M)\Phi(M, V)\,\delta n\,ds,$$

donnée par M. Hadamard. On introduit une fonction auxiliaire $\zeta = f_\Omega(z)$, Ω point intérieur à C, distinct de A et B :

$$\alpha = f_\Omega(A), \qquad \beta = f_\Omega(B);$$

$$Z = \frac{\zeta - \alpha}{\alpha_0\zeta - 1}e^{i\theta} \qquad (\theta \text{ constante réelle convenable}).$$

Alors

$$\begin{aligned}\delta\log f_A(B) &= \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\delta Z\,dZ}{Z^2} - \frac{1}{\pi i}\int_\Gamma \frac{\delta Z\,dZ}{Z(Z-b)} \\ &= -\frac{1}{\pi i}\Big\{\int_\Gamma [\delta\log(\zeta-\alpha) - \delta\log(\alpha_0\zeta - 1)] \\ &\qquad \times [d\log(\zeta-\beta) - d\log(\alpha_0\zeta-1)]\Big\} \\ &\qquad + \text{une fonction ne dépendant pas de B.}\end{aligned}$$

Cette fonction c'est $\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\delta Z\,dZ}{Z^2}$.

Différentiant les deux membres qui sont *analytiques en* B, il vient

$$(4) \quad \begin{aligned}\delta\frac{d}{dB}\log f_A(B) &= \delta\frac{d}{dB}\left[\log\frac{\beta-\alpha}{\alpha_0\beta - 1}\right] \\ &= -\frac{1}{\pi i}\int_\Gamma [\delta\log(\zeta-\alpha) - \delta\log(\alpha_0\zeta-1)]\,d\left[\frac{d}{dB}\log(\zeta-\beta)\right].\end{aligned}$$

$\log f_A(B) = \log(\beta - \alpha) - \log(\alpha_0\beta - 1) + i\theta$ *n'est pas une fonction analytique du point* A, c'est la somme d'une fonction analytique de A $[\log(\beta-\alpha)]$ et d'une fonction analytique *de* A_0, conjugué de A, $[-\log(\alpha_0\beta - 1)]$.

En différentiant (4) *par rapport à l'affixe* A_0 (qui, avec l'affixe A, fournit les *deux coordonnées isotropes* de A), on a, en revenant à C,

$$-\delta\frac{d^2}{dA_0\,dB}\log(\alpha_0\beta - 1) = +\frac{1}{\pi i}\int_C \frac{d^2}{dA_0\,dz}\log(\alpha_0\zeta - 1)\frac{d^2}{dz\,dB}\log(\zeta - \beta)\,\delta z\,dz.$$

Sur C on a $\zeta = \frac{1}{\zeta_0}$, ζ_0 conjugué de C, et $\frac{d\zeta_0}{dz_0} = -\frac{1}{\zeta^2}\frac{d\zeta}{dz}\frac{dz}{dz_0}$;

$$\frac{dz_0}{dz}\delta z\,dz = i\,\delta n\,ds$$

et

$$\frac{d^2}{dz\,dB}\log(\zeta - \beta) = -\frac{d^2}{dz_0\,dB}\log(\zeta_0\beta - 1)\frac{dz_0}{dz},$$

ce qui donne

$$(5)\qquad \delta\frac{d^2}{dA_0\,dB}\log(\alpha_0\beta - 1) = -\frac{1}{\pi}\int_C \frac{d^2}{dA_0\,dz}\log(\alpha_0\zeta - 1)\frac{d^2}{dz_0\,dB}\log(\zeta_0\beta - 1)\,\delta n\,ds.$$

Par conséquent,

$$(6)\qquad \Phi(A_0, B) = -\frac{1}{\pi}\frac{d^2\log(\alpha_0\beta - 1)}{dA_0\,dB} = -\frac{1}{\pi}\frac{d^2\log f_A(B)}{dA_0\,dB},$$

fonction analytique de A_0 *et* B, vérifie l'équation (3) :

$$\delta\,\Phi(A_0, B) = \int_C \Phi(A_0, M)\,\Phi(M_0, B)\,\delta n\,ds.$$

Il en est de même de

$$\Phi(A, B_0) = -\frac{1}{\pi}\frac{d^2\log(\alpha\beta_0 - 1)}{dA\,dB_0} = -\frac{1}{\pi}\frac{d^2\log f_A^0(B_0)}{dA\,dB_0},$$

$f_A^0(B_0)$ conjuguée de $f_A(B)$. Ce sont de vraies solutions de (3). Et si l'on remarque que

$$g(A, B) = -\frac{1}{2}\left[\log\frac{\beta - \alpha}{\alpha_0\beta - 1} + \log\frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha\beta_0 - 1}\right],$$

on vérifie aisément que, en désignant par x, y les coordonnées cartésiennes de A par x', y' celle de B, on a

$$2\frac{d^2}{dA_0\,dB}\log(\alpha_0\beta - 1) = \left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x'} - i\frac{\partial}{\partial y'}\right)g(A, B)$$

et

$$2\frac{d^2}{dA\,dB_0}\log(\alpha\beta_0 - 1) = \left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x'} + i\frac{\partial}{\partial y'}\right)g(A, B)$$

et l'on voit que $\Phi(A, B_0)$ et $\Phi(A_0, B)$ sont les deux solutions

$$-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial}{\partial x}\pm i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial y'}\pm i\frac{\partial}{\partial y'}\right)g(A, B)$$

que M. Hadamard a données récemment pour l'équation (3).

Si, au lieu de différentier (4) par rapport à A_0, on différentie par rapport à A, on obtient une équation nouvelle, quoique très analogue à (3).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros des fonctions entières d'ordre infini*. Note de M. **G. Valiron**.

Je me propose de démontrer une propriété générale des zéros des fonctions entières d'ordre infini, en relation avec le théorème de M. Picard, qui se déduit facilement de propriétés connues. Je me réfèrerai souvent au livre de M. Blumenthal, *Principes de la théorie des fonctions entières d'ordre infini*, que je désignerai par B.

$f(z)$ étant une fonction holomorphe dans un cercle de rayon 1, $M(r)$ son module maximum pour $|z|=r$, posons :

$$\log M(r)=V(X), \qquad X=\frac{1}{1-r},$$

$V(X)$ est une fonction croissante continue définie pour $X>1$, si elle ne reste pas inférieure à X^p (p fini), $f(z)$ est dit *d'ordre infini*. Je me placerai dans ce cas. On peut alors définir l'ordre $\mu(X)$ en appliquant à la fonction $e^{V(X)}$ les raisonnements que l'on fait dans le cas d'une fonction entière (B., p. 43); on aura

$$V(X)\leqq X^{\mu(X)}, \qquad V(X)>X^{\mu(X)^{1-\delta}},$$

la première inégalité ayant lieu quel que soit X, la seconde pour des X indéfiniment croissants (δ tend vers zéro) et $\mu(X)$ étant une fonction type.

Le théorème de M. Jensen montre que $n(r)=N(X)$ étant le nombre des zéros de $f(z)$ pour $|z|\leqq r$, on a

$$\int_0^r \frac{n(x)}{x}\,dx=\int_1^X \frac{N(x)}{x(x-1)}\,dx<V(X)-K<X^{\mu(X)^{1+\delta}},$$

d'où

$$N(X)\frac{X'-X}{X'^2}<X'^{\mu(X')^{1+\delta}},$$

et, en prenant $X'=X+\frac{1}{\mu(X)}$ et tenant compte de la croissance typique,

$$N(X)<X^{\mu(X)^{1+\delta}}$$

[dans le cas de l'ordre fini, $\mu(X) = \rho$, on trouve seulement $N(X) < X^{1+\rho+\delta}$].

Soient $a_n = r_n e^{i\varphi_n}$ le zéro de rang n, $b_n = e^{i\varphi_n}$, et $\rho(X)$ l'exposant de convergence de la suite des nombres $X_n = \frac{1}{1-r_n}$, le produit infini de M. Picard (*Traité d'Analyse*, 2e édition, t. 2, p. 150, et *Comptes rendus*, t. 92, 1881, p. 690-692).

$$P(z) = \prod_1^\infty E\left(\frac{a_n - b_n}{z - b_n}, p_n\right) \qquad \left[E(u, p) = (1-u)\, e^{u + \ldots + \frac{u^p}{p}}\right],$$

où l'on prend pour p_n la partie entière de $\rho(X_n)^{1+2\varepsilon}$, est convergent. Le logarithme du module du facteur de rang n est moindre que $\left(\frac{X}{X_n}\right)^{p_n}$, on a donc sans nouveaux calculs (B., p. 55,60)

$$\log|P(z)| < X^{\rho(X)^{1+\delta}}.$$

Pour le minimum de $|P(z)|$, le calcul de M. Blumenthal peut être simplifié, N étant le nombre défini par l'égalité (8B) (B., p. 55), on voit que

$$\log|P(z)| > -X^{\rho(X)^{1+\delta}} + \sum_1^N \log\left|\frac{z-a_n}{z-b_n}\right|,$$

donc, d étant la plus petite des différences $|X - X_n|$, on a

$$\log|P(z)| > (1 - \log d)\, X^{\rho(X)^{1+\delta}}$$

[ces inégalités sont vraies même si $\rho(X) = \rho = \text{const.}$]. Les inégalités entre le module de la fonction et celui, $M_1(r)$, de la dérivée subsistent aussi, l'inégalité (1) (B., p. 90) donne ici

$$M_1(r) = e^{V_1(X)} < \frac{X'^4}{(X'-X)^2} e^{V(X')}.$$

L'ordre de la dérivée est donc le même que celui de la fonction; même conclusion pour la partie réelle $A(r) = e^{W(X)}$, l'égalité (6) page 93 donnant

$$e^{V(X)} < 3\frac{X'^2}{X'-X} e^{W(X')}.$$

Les conclusions que l'on tire de ces diverses propositions subsistent donc sans modification : une fonction $f(z)$ d'ordre $\mu(X)$ est de la forme

$$f(z) = e^{g(z)} P(z),$$

chaque facteur du second membre étant d'ordre $\mu(X)$ au plus, et si l'ordre

$\rho(X)$ de $P(z)$ est moindre que μ (c'est-à-dire si $\rho^{1+\gamma} < \mu$, $\gamma > 0$), le premier facteur est d'ordre $\mu(X)$; le minimum d'une fonction d'ordre μ vérifie la même inégalité que celui d'un produit canonique; le produit d'une fonction f d'ordre μ par une fonction f_1 d'ordre μ_1 moindre que μ est d'ordre μ. Dans cette dernière proposition, on doit faire intervenir la relation entre $A(r)$ et $M(r)$ dans le cas de l'ordre μ_1 fini, cette relation est moins précise que dans le cas de l'ordre infini, mais il n'en résulte pas d'inconvénient.

La démonstration du théorème de M. Picard par la méthode de M. Borel (*Acta math.*, t. 20) reste donc valable pour une fonction $f(z)$ d'ordre infini : *l'exposant de convergence* ρ *des zéros de* $f(z) - a$ *ne peut être constamment inférieur à l'ordre* μ *que pour une seule valeur* a.

Une transformation simple donne de suite le résultat que j'avais en vue. Soient $F(Z)$ une fonction entière d'ordre infini $\mu(R)$ et α un nombre quelconque compris entre 0 et 2π. K étant un nombre fixe et très grand, il existe au moins un angle d'ouverture $\frac{\alpha}{K}$ dans lequel $F(Z)$ est encore d'ordre $\mu(R)$ (j'entends par là que le logarithme du maximum du module dans le secteur angulaire intérieur au cercle $|Z| \leqq R$ est égal à $R^{\mu(R)^{1-\delta}}$ en une suite de points allant à l'infini); supposons qu'un tel angle ait pour bissectrice l'axe réel positif et posons

$$F(Z) = f(z), \qquad Z = (1-z)^{-\frac{\alpha}{\pi}},$$

$f(z)$ sera holomorphe dans le cercle $|z| \leqq 1$ et d'ordre au moins égal à $\mu\left(\frac{X^{\frac{\alpha}{\pi}}}{K_1}\right)$, K_1 étant un nombre fixe supérieur à 1, mais aussi proche de 1 que l'on veut pourvu que K soit assez grand. L'ordre des zéros de $f(z) - a$ ne pourra donc être inférieur à cet ordre que pour une seule valeur a, et en passant de nouveau à la fonction $F(Z)$ on obtient ce complément au théorème de Picard-Borel :

$F(Z)$ *étant d'ordre infini* $\mu(R)$, *il existe au moins un angle d'ouverture donnée* α *tel que l'ordre des zéros des fonctions* $F(Z) - a$ *qui sont intérieurs à cet angle ne puisse être inférieur à* $\mu\left(\frac{1}{K_1}R\right)$ *que pour une seule valeur* a.

Il faut observer que, lorsque la croissance de $\mu(R)$ ne présente pas de grosses irrégularités et lorsque $\mu(R) < R^p$, p étant fixe, on a

$$\mu\left(\frac{R}{K_1}\right) = \mu(R)^{1+\delta},$$

le résultat obtenu dans l'angle α est le même que celui donné par M. Borel

dans tout le plan. Pour les croissances plus rapides, cela n'est plus vrai si l'on se borne au résultat énoncé, mais il n'est pas douteux que la propriété subsiste.

On peut remplacer l'angle α par un domaine limité par des spirales égales et il est clair que l'on a en même temps des renseignements sur les zéros des fonctions qui ne sont holomorphes que dans un tel domaine. Dans le cas de l'ordre fini, le résultat fourni par la méthode précédente n'est pas satisfaisant.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Procédé d'évaporation, de concentration et de dessiccation de toutes substances organiques ou minérales.* Note de MM. **A. Sartory, L. Scheffler, P. Pellissier** et **C. Vaucher**, présentée par M. L. Guignard.

Le principe sur lequel repose le procédé dont il s'agit est le suivant :

Soumettre les substances à traiter à un courant d'air privé d'humidité et porté à une température voisine de zéro, et en tout cas incapable de provoquer une altération quelconque des éléments constituant ces substances.

Nous l'avons réalisé en faisant circuler un fluide gazeux (le plus souvent l'air) en circuit fermé, dans un appareil spécial dont le dessin est donné ci-contre.

Cet appareil, ou étuve, se compose d'un long couloir *a* où circule le fluide gazeux desséchant (air) et à l'intérieur duquel est disposé un arbre *c* animé d'un mouvement de rotation et sur lequel sont montées des claies *f*, en treillis métallique destinées à recevoir les matières à traiter. Le mouvement de rotation de ces claies à l'intérieur du courant d'air desséchant assure le contact régulier, complet et continu de l'air avec toutes les surfaces des claies où sont disposées les substances à traiter.

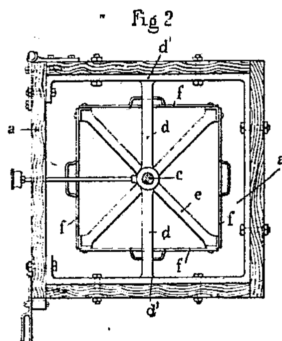
Lorsqu'il s'agit de matières fluides, les claies peuvent à volonté demeurer fixes.

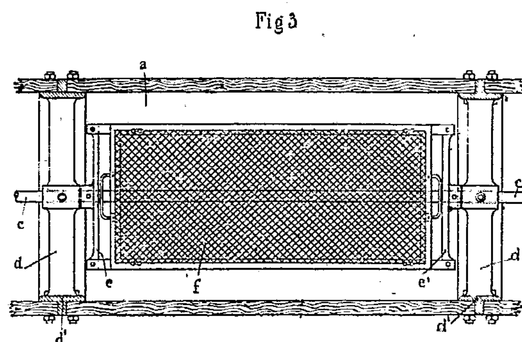
Le courant d'air est obtenu à l'aide d'un ventilateur puissant (h) dont la *buse* h' de refoulement aura la même section que le tube constituant l'enveloppe extérieure de l'étuve, et dont l'orifice d'aspiration h^2 sera en communication avec un appareil destiné à fournir l'air sec.

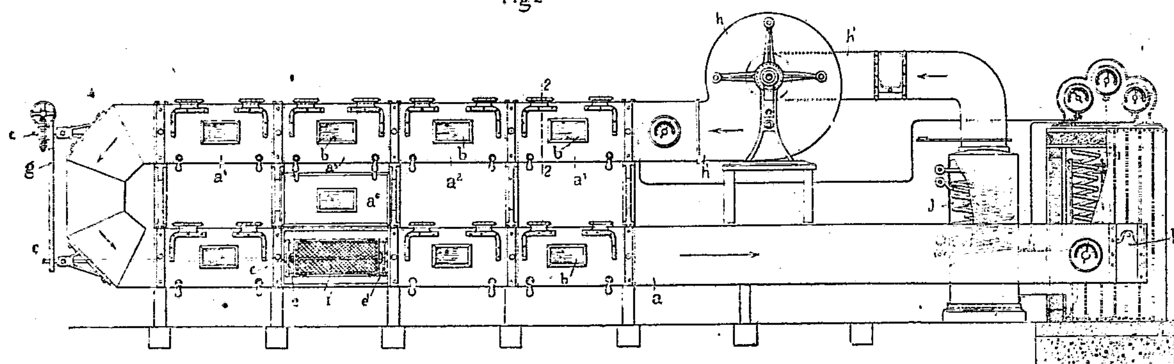
Le courant d'air engendré par le ventilateur travaille donc en circuit fermé et de la façon suivante :

Dans une première chambre (l) où est disposé un réseau frigorifique, l'air se

refroidit à une température T_0, aussi basse que possible, et acquiert un état hygrométrique ou de saturation de vapeur d'eau correspondant à cette température T_0. Il passe ensuite, par le conduit approprié, dans une deuxième chambre (j) où il se







réchauffe au contact de serpentins de circulation de vapeur. L'air acquiert ainsi la température T supérieure à T_0 convenablement choisie pour les matières à traiter, tout en gardant à cette température T l'état hygrométrique de l'air à T_0. Cet air quitte la deuxième chambre j pour être mis en circulation par le ventilateur (h) dans le tube $a\ a'\ a''$ ... contenant les matières à dessécher et peut ainsi se charger d'une quantité de vapeur d'eau correspondant à la différence de l'état de saturation entre T_0 et T.

Le procédé ci-dessus exposé étant réalisé, on peut régler le fonctionnement de l'appareil suivant les substances à traiter. A titre d'exemple, nous choisissons le cas suivant :

1° Enlever à 15^{kg} de viande fraîche son eau de constitution, soit 80 pour 100 de son poids, à une température qui ne puisse altérer la nature du produit.

2° L'appareil fournissant 10 heures de travail effectif, doit pouvoir traiter 3 fois la quantité sus-énoncée.

3° La température optima pour assurer la conservation d'un produit organique tel que la viande est de + 5°.

Le problème revient à calculer : 1° la quantité d'air qu'il convient de faire circuler et 2° le nombre de calories négatives et positives qu'il sera nécessaire de produire.

L'appareil travaille sur un réseau frigorifique amenant l'air à — 8°, puis le même air privé de son humidité, est réchauffé à + 5°. Dans ces conditions le calcul, vérifié par l'expérience, conduit aux résultats suivants :

1° Le courant d'air doit mobiliser 1300^{m^3} d'air à l'heure, soit $21^{m^3},5$ par minute;

2° Le frigorifère doit produire en chiffres ronds 9000 frigories-heures;

3° La surface de chauffe doit produire 5000 calories-heures.

En résumé, cet exemple concret permet de concevoir d'une façon précise le fonctionnement de l'appareil.

Nous avons déjà réalisé avec ledit appareil le desséchement de nombreuses substances d'origine animale ou végétale.

Nous montrerons, dans des Communications ultérieures, que notre procédé n'altère en rien les qualités d'ordres divers qui appartiennent aux différentes substances traitées.

PHYSIQUE. — *Sur le modèle d'atome de Bohr et les spectres corpusculaires* [1]. Note de MM. **Maurice** et **Louis de Broglie**, présentée par M. E. Bouty.

Le modèle d'atome de Bohr, dont le succès pour l'explication des spectres lumineux a été si remarquable, comporte une charge centrale positive autour de laquelle gravitent des électrons sur certaines trajectoires stables qui ont reçu les noms d'anneaux K, L, M, etc. en allant du centre vers la périphérie. Pour extraire un électron d'un de ces anneaux il faut lui fournir une énergie W_K, W_L, etc., et si ce travail est emprunté à un rayonnement périodique, la théorie des quanta exige que le produit $h\nu$ de la constante de Planck par la fréquence ν de ce rayonnement soit au moins égal à W_K, W_L.

Il n'est pas sans intérêt d'examiner d'un peu plus près ce à quoi l'on doit s'attendre, au point de vue des vitesses des électrons extraits, si l'on admet

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 274 et 527.

que l'absorption d'énergie à la radiation se fait par quanta $h\nu$ et que l'on doive, pour obtenir la vitesse de l'électron à la sortie de l'atome, retrancher le travail d'extraction correspondant à l'anneau intéressé.

Une radiation de fréquence ν, assez élevée, par exemple, pour que son quantum soit supérieur au travail d'extraction à partir de l'anneau K d'un radiateur qu'elle vient atteindre, pourra donner des électrons K, L, M,... possédant à la sortie de l'atome des énergies $h(\nu - \nu_K)$, $h(\nu - \nu_L)$, $h(\nu - \nu_M)$, ...

Si l'on recueille le spectre corpusculaire des vitesses des électrons émis, on devra trouver une ligne correspondant à chacune de ces énergies.

Dans le cas où le radiateur serait frappé par un spectre continu de rayons ayant une limite supérieure de fréquences ν, les lignes précédentes deviendraient des bandes à bord net du côté des grandes vitesses corpusculaires.

Le radiateur émet aussi ses rayons X de fluorescence K, L, M et ces rayons correspondront à l'expulsion d'électrons L, M, N,... possédant le quantum des rayons de fluorescence, diminué de l'énergie W_L, W_M nécessaire à la sortie de l'atome.

Si le radiateur est enveloppé d'un écran mince d'un autre corps dont les anneaux de Bohr soient K', L', M', les radiateurs de fluorescence du premier radiateur exciteront les radiations corpusculaires du second et l'on aurait ainsi (pour la raie α par exemple) des électrons ayant les énergies $h\nu_{\alpha K} - W_{K'}$, $h\nu_{\alpha K} - W_{L'}$, etc. Ces termes correctifs pouvant être plus grands ou plus petits que ceux qui correspondraient au premier radiateur seul, suivant la position mutuelle des deux radiateurs dans la série de Mendéléeff; les raies du spectre corpusculaire ainsi observé paraîtront donc en avance ou en retard par rapport à leur position quand le premier radiateur est excité.

Dans quelle mesure l'expérience justifie-t-elle ces prévisions?

Les expériences et les mesures que l'un de nous poursuit actuellement sur les spectres magnétiques corpusculaires mettent en évidence des raies qui correspondent aux raies K de fluorescence des corps illuminés; quantitativement, il semble bien que leur quantum corresponde à celui des rayons de fluorescence, moins le travail de sortie W_L conformément à ce qui vient d'être exposé.

Les considérations précédentes feraient également prévoir des raies décalées de l'énergie W_M; or, comme précisément la différence des fréquences des raies α et β est égale à $W_L - W_M$, cela donnerait deux nouvelles raies dont la première coïnciderait avec la seconde du système précédent,

soit en tout trois raies distinctes; en se reportant à une Communication précédente ([1]) on voit que cela peut interpréter les apparences observées.

Il y a en plus des bandes à bords nets du côté des grandes vitesses corpusculaires, leurs arêtes paraissent liées au quantum des raies contenues dans la radiation excitatrice (raies K du tungstène ou du platine) avec une correction de l'ordre de grandeur des énergies W_K ou W_L des anneaux de Bohr des radiateurs employés; mais ce phénomène a encore besoin d'être étudié et l'on ne s'explique pas bien en particulier pourquoi ce sont des bandes et non des raies; jusqu'à présent nous n'avons pas obtenu de raies corpusculaires isolées correspondant aux raies du faisceau de rayons X excitateur.

Enfin des expériences avec un radiateur A recouvert d'un radiateur A′ donnent bien des raies correspondant aux deux radiateurs (Kang Fu Hu avait déjà obtenu un résultat analogue pour l'argent et l'étain); la comparaison de la position des raies correspondant au radiateur A, couvert ou non du radiateur A′, est difficile parce que les raies deviennent très faibles et diffuses et demande encore des recherches; mais elle a semblé, conformément aux vues précédentes, pouvoir fournir des raies qui sont tantôt en avance, tantôt en retard sur celles du radiateur A seul.

On ne peut affirmer que ces deux derniers points soient définitivement élucidés, mais nous avons voulu signaler les conséquences qui paraissent rationnellement se déduire de l'atome de Bohr, ainsi que l'état actuel de la comparaison entre l'expérience et la théorie sur ces points à la fois délicats et importants.

THERMODYNAMIQUE. — *Étude énergétique d'un système de courants. Conditions de stabilité de l'équilibre.* Note de M. **Félix Michaud**, présentée par M. E. Bouty.

Dans une récente Communication ([2]), nous avons étudié le premier groupe d'équations auquel conduit la théorie énergétique d'un système de courants. Nous allons aborder aujourd'hui l'étude du second groupe, et nous terminerons par l'examen des conditions de stabilité de l'équilibre.

1. Les équations différentielles du second groupe renferment des dérivées qui contiennent chacune les deux facteurs d'un même terme de l'énergie.

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 527.
([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 586.

Rappelons que les dérivées du premier groupe étaient, au contraire, prises *en croix*, c'est-à-dire en combinant les facteurs de deux termes de l'énergie.

J'ai proposé d'appeler ces nouvelles équations : *équations du théorème de Reech généralisé*, parce qu'elles se réduisent à la formule classique de Reech dans le cas très particulier d'un système thermo-élastique constitué par un gaz. Leur nombre est très considérable; il est égal à $(n-1).2^n$, n étant le nombre des *extensités* variables du système. Des règles mnémoniques simples permettent heureusement de les écrire aisément et sans calcul (¹).

Lorsqu'on applique ces règles au cas d'un système de courants, on trouve un ensemble d'équations, pour la plupart nouvelles, et dont je me bornerai à présenter seulement les principales.

Considérons d'abord le cas de deux circuits fixes, plongés dans un milieu maintenu à température et pression constantes. Conservons les notations utilisées dans la Note précédente. On obtient l'équation

$$\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial i_1}\right)_{\Phi_2}\left(\frac{\partial\Phi_2}{\partial i_2}\right)_{i_1}=\left(\frac{\partial\Phi_2}{\partial i_2}\right)_{\Phi_1}\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial i_1}\right)_{i_2},$$

$\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial i_1}\right)_{i_2}$ et $\left(\frac{\partial\Phi_2}{\partial i_2}\right)_{i_1}$ sont les coefficients de self-induction des deux circuits. On voit que leur rapport est égal au rapport des coefficients de variations de flux pris, pour chaque circuit, en maintenant constant le flux qui traverse l'autre circuit.

Prenons maintenant un seul circuit, placé dans un milieu de volume constant ou sous une pression constante; nous aurons

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial i}\right)_{s}\left(\frac{\partial s}{\partial \mathrm{T}}\right)_{i}=\left(\frac{\partial s}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\Phi}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial i}\right)_{\mathrm{T}}.$$

On en déduit que le rapport des capacités calorifiques à courant constant et à flux constant est égal au rapport des coefficients de self-induction isothermique et isentropique.

Considérons enfin un circuit fixe, parcouru par un courant constant, en présence d'un circuit ayant un degré de liberté, parcouru par un courant variable; le tout placé dans un milieu maintenu à température et pression constantes. On aura l'équation

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial i}\right)_{\mathrm{X}}\left(\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial x}\right)_{i}=\left(\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial x}\right)_{\Phi}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial i}\right)_{x},$$

(¹) *Énergétique générale*, p. 116 et 153.

$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial i}\right)_x$ et $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial i}\right)_X$ sont les coefficients de self-induction du second circuit lorsqu'on laisse ce circuit fixe et lorsqu'on le déplace de telle sorte que, malgré la variation du courant, la force qui s'exerce entre les deux circuits reste constante. Le rapport de ces deux coefficients est égal au rapport des deux coefficients de variation de la force en fonction de la distance lorsqu'on laisse le courant constant et lorsqu'on le fait varier de manière à maintenir constant le flux qui traverse le circuit mobile.

2. Les conditions de stabilité de l'équilibre sont données par les dérivées partielles qui figurent dans les équations précédentes, prises en laissant constants les facteurs d'intensité de tous les autres termes de l'énergie. Ces dérivées sont toujours de même signe; elles sont positives quand l'équilibre est stable, négatives quand l'équilibre est instable [1]; enfin quand l'équilibre est indifférent, elles s'annulent ou deviennent infinies suivant que le facteur d'intensité figure au numérateur ou au dénominateur.

Ainsi, par exemple, dans le cas de deux circuits mobiles plongés dans un fluide homogène, les dérivées partielles

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{P, i_1, i_2, X, X', \ldots}, \quad \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial i_1}\right)_{P, T, i_2, X, X', \ldots}, \quad \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial i_2}\right)_{P, T, i_1, X, X', \ldots}$$

sont toujours de même signe et deviennent simultanément infinies : la capacité calorifique et les coefficients de self-induction *à facteurs d'intensités constants*, c'est-à-dire, en particulier, en laissant constantes les forces qui s'exercent entre les circuits, sont positifs quand l'équilibre est stable, négatifs quand l'équilibre est instable et infinis pour l'équilibre indifférent.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Actions mutuelles (apparentes) d'aimants et courants plongés dans un liquide magnétique.* Note de M. **H. Chipart**, présentée par M. L. Lecornu.

Donnons quelques applications de la règle énoncée dans une précédente Note [2]. Pour fixer les idées nous supposerons *paramagnétique* ($\mu > 1$) le liquide dans lequel sont plongés les aimants et courants.

I. *Actions mutuelles de conducteurs non magnétiques parcourus par des courants et plongés dans un liquide magnétique de perméabilité* μ.

---

(1) *Loc. cit.*, p. 191.
(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 589.

Ces actions sont μ fois plus grandes que celles qui s'exerceraient entre conducteurs diamagnétiques placés dans le vide, parcourus par les mêmes courants, ces nouveaux conducteurs ayant tous même perméabilité $\frac{1}{\mu}$.

A la limite, lorsque les dimensions transversales des conducteurs U′, U″, ... tendent vers zéro, l'influence des propriétés qu'il faut attribuer aux nouveaux conducteurs U'_1, U''_1, ... s'évanouit, en sorte qu'on parvient à cet énoncé donné jadis par Maxwell dans un cas particulier (¹).

Les actions mutuelles de courants linéaires varient proportionnellement à la perméabilité du liquide dans lequel ils sont plongés.

Le même énoncé s'applique aux nappes de courant, étant sous-entendu que les deux côtés de la nappe sont baignés par le liquide.

II. *Actions mutuelles d'aimants permanents plongés dans un liquide magnétique de perméabilité μ.*

Ces actions sont μ fois plus grandes que celles qui s'exerceront entre *aimants diamagnétiques* U'_1, U''_1, ... placés dans le vide, ces nouveaux aimants possédant à la fois une aimantation permanente $\frac{1}{\mu}J'$ et une aimantation induite $\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)\frac{\mathcal{H}'}{4\pi} = -\frac{\varkappa}{\mu}\mathcal{H}'$.

A la limite, lorsque l'une au moins des trois dimensions de l'aimant tend vers zéro, l'influence des aimants placés à son voisinage s'évanouit : à chaque aimant U′ appartenant au système S on pourra faire correspondre dans le système S_μ un aimant U'_1 dont on calculera la distribution en imaginant qu'on ait supprimé tous les autres corps U″, U‴, ... L'aimant U'_1 ainsi défini, et dont on peut dorénavant supposer que l'aimantation a été rendue permanente, s'appellera l'*homologue* de l'aimant U′. Une définition analogue s'appliquerait à un corps aimanté parcouru par des courants permanents. Nous obtenons en définitive cette loi asymptotique :

Lorsque l'une au moins des dimensions de chacun des aimants permanents U′, U″, ..., *plongés dans le liquide magnétique de perméabilité μ, tend vers zéro, les actions mutuelles de ces aimants deviennent μ fois plus grandes que celles qui s'exerceraient entre leurs homologues* U'_1, U''_1, ..., *placés dans le vide.*

Formons les équations que doivent vérifier les composantes de l'aimantation $J_1(x, y, z)$ de l'homologue U'_1 d'un aimant permanent donné U′. Désignant par $J(x, y, z)$ l'aimantation permanente de U′, le vecteur J_1

(¹) Maxwell, *On physical Lines of Force.*

devra satisfaire à l'équation vectorielle (1) :

$$(1) \qquad \mu J_1 = J - \varkappa \mathcal{H},$$

$\mathcal{H}$ désignant le champ magnétique créé par cette aimantation $J_1(x, y, z)$, c'est-à-dire le vecteur

$$(1') \qquad \mathcal{H}(x, y, z) = -\text{gradient} \int_{U'} \left(J'_{1x} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} + J'_{1y} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} + J'_{1z} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \right) d\varpi'.$$

Pour l'*ellipsoïde uniformément aimanté*, la détermination de l'aimant homologue se rattache au problème classique de Poisson : aimantation par influence d'un ellipsoïde placé dans un champ uniforme. Rapportons l'ellipsoïde U' à ses trois axes, de longueurs $2a$, $2b$, $2c$, et désignons par A, B, C les constantes positives qui figurent dans l'identité (2), vérifiée en tout point (x, y, z) intérieur à l'ellipsoïde U' :

$$(2) \qquad \int_{U'} \frac{d\varpi'}{r} + \frac{1}{2}(Ax^2 + By^2 + Cz^2) = \text{const.},$$

la solution du système (1), (1') sera contenue dans les formules (3) :

$$(3) \qquad (\mu - \varkappa A) J_{1x} = J_x, \qquad (\mu - \varkappa B) J_{1y} = J_y, \qquad (\mu - \varkappa C) J_{1z} = J_z.$$

Tout ellipsoïde uniformément aimanté admet donc comme homologue un ellipsoïde uniformément aimanté.

Pour l'ellipsoïde uniformément aimanté suivant un de ses axes (Ox par exemple), nous insisterons sur deux cas asymptotiques qui méritent d'attirer plus particulièrement l'attention :

Premier cas asymptotique : aiguille aimantée. — Longueur a finie, section πbc infiniment petite.

Le gradient de $\int_{U'} \frac{d\varpi'}{r}$ devenant infiniment petit en même temps que le volume U', on a

$$(4) \qquad Aa = 0, \qquad \text{d'où} \qquad J_1 = \frac{1}{\mu} J.$$

Deuxième cas asymptotique : feuillet magnétique. — Longueurs b et c finies, longueur a infiniment petite.

On a $Bb = Cc = 0$, d'où, en utilisant l'équation de Poisson $A + B + C = 4\pi$:

$$(5) \qquad A = 4\pi, \qquad J_1 = J;$$

résultat applicable à un feuillet quelconque : en tout point intérieur à un tel feuillet on a $\mathcal{H} = -4\pi J_1$; l'équation (1) se réduit donc à $J_1 = J$.

Les formules (4) et (5) entraînent les lois suivantes :

1° *Les actions mutuelles de deux aiguilles aimantées sont inversement proportionnelles à la perméabilité* μ *du liquide dans lequel elles sont plongées.*

Cet énoncé est également dû à Maxwell ([1]).

Dans ce cas particulier, la loi fictive $F = \frac{1}{\mu} \frac{mm'}{r^2}$ fréquemment invoquée par les physiciens fournit un résultat exact. Cette loi se trouve complètement en défaut dans les exemples suivants :

2° *Les actions mutuelles de deux feuillets magnétiques sont proportionnelles à* μ.

3° *L'action d'un feuillet sur une aiguille aimantée est indépendante de* μ.

Dans ces deux derniers énoncés on peut remplacer les feuillets par des courants linéaires ou par des nappes de courants.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le mécanisme des échanges d'énergie dans le passage électrochimique d'un atome à l'état d'ion.* Note ([2]) de M. **René Audubert**, présentée par M. Paul Janet.

Un calcul exposé dans une précédente Note ([3]) montre que l'on peut déterminer le quantum élémentaire d'énergie intervenant dans la vaporisation, en considérant le travail nécessaire pour vaporiser une molécule comme effectué contre les forces de cohésion, et en l'exprimant par une variation d'énergie superficielle. On peut arriver à des résultats intéressants en examinant du même point de vue les phénomènes qui se produisent dans la dissolution d'une électrode dans la solution d'un de ses sels. On peut imaginer que le travail nécessaire pour produire cette transformation se compose de deux termes : un terme w relatif au travail nécessaire pour arracher un atome à la surface de l'électrode, et un terme w' relatif au travail mis en jeu dans le passage de cet atome à l'état d'ion. Si l'on considère la transformation d'un atome-gramme de l'électrode, le principe de conservation de l'énergie se traduit par l'équation

$$\varepsilon Q n = N w + N w',$$

dans laquelle ε représente la tension de dissolution de l'électrode, Q un faraday, n la valence de l'ion considéré et N la constante d'Avogadro. Le travail d'ionisation Nw' peut être exprimé par la relation $Nw' = Jq$, J étant l'équivalent mécanique de la calorie et q la chaleur d'ionisation d'un atome-

([1]) Maxwell, *On Physical Lines of Force.*

([2]) Séance du 14 mars 1921.

([3]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 375.

gramme de l'élément considéré. On a donc, en définitive,

$$\varepsilon Q n = N\varpi + Jq.$$

Dans cette équation le terme Jq doit être précédé du signe + ou — suivant que le passage de l'atome à l'état d'ion se fait avec absorption ou dégagement de chaleur. Mais l'énergie d'arrachement $N\varpi$ peut être calculée, comme cela a déjà été montré, en partant de la chaleur de vaporisation. Le principe de conservation de l'énergie appliqué à la vaporisation donne, en effet, en appelant L la chaleur latente d'une molécule-gramme :

$$JL = N\varpi + RT.$$

Les chaleurs de vaporisation de quelques métaux ont été déterminées par A. Wehnelt et Musceleanu ([1]). Les énergies d'arrachement ainsi calculées correspondent aux températures d'ébullition, mais on peut par extrapolation effectuer la correction de température en utilisant les coefficients de température des tensions superficielles des métaux ([2]).

On peut alors calculer ε au moyen de l'équation

$$\varepsilon Q n = N\varpi + Jq.$$

On trouve, ainsi que le montre le Tableau suivant, des valeurs concordant en signes et en valeurs absolues à celles que fournit l'expérience, excepté pour le cadmium et l'hydrogène :

Métaux.	Chaleur de vaporisation par gramme.	ε (calculé) en volts.	ε (observé).
Mg	1700	+1,08	+1,20
Cd	181	très petite	+0,14
Zn	366	+0,30	+0,46
Bi	161,5	−1,00	−0,67
Hg	63,5	−0,77	−0,93
H	»	très petite	−0,277

Le même résultat peut être appliqué aux anions et le calcul conduit encore à des résultats satisfaisants.

	ε (calculé).	ε (observé).
Br	+1,10	+1,27
I	+0,54	+0,79
O	+1,43	+1,39

([1]) *Tables annuelles des constantes et données numériques*, vol. 3, 1912.

([2]) H. Freundlich, *Kapillarchemie*.

En tenant compte des considérations exprimées précédemment, le travail d'arrachement met en jeu de l'énergie d'une manière discontinue par éléments de 11×10^{-6} T erg. Le travail d'ionisation Jq correspond à un échange discontinu par fractions de $h\nu$ (¹), h étant la constante de Planck et ν la fréquence du rayonnement actif; mais en utilisant la relation $\lambda_M T = 0,3$, on obtient comme quantum $6,55 \times 10^{-16}$ T erg.

Il est donc naturel de penser que des phénomènes en apparence différents comme la dissolution, la sublimation et le passage électrochimique d'un atome à l'état d'ion sont semblables au point de vue énergétique; ils se produisent tous par processus énergétique discontinu correspondant à un quantum voisin de 18×10^{-16} T erg.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Retrait au séchage des kaolins et des argiles.* Note (²) de M. **A. Bigot**, présentée par M. Haller.

Th. Schlœsing (³) a démontré que les kaolins et les argiles renferment des proportions variables de particules colloïdales qui se gonflent au contact de l'eau, reprennent au séchage leur volume normal en se contractant et forment une sorte de réseau dur et serré autour des autres particules inertes qui les accompagnent.

Nous avons mesuré les retraits linéaires et les pertes d'eau pendant le séchage de diverses matières : kaolins, argiles, bauxites, silices d'infusoires, etc. A cet effet, on se sert de moules en plâtre, ou de moules métalliques dont les dimensions intérieures permettent de fabriquer des éprouvettes de $100^{mm} \times 30^{mm} \times 30^{mm}$. Les matières à étudier, réduites en poudre fine, additionnées d'eau en proportion convenable, sont transformées soit en pâte molle, soit en pâte ferme, soit en poudre humide; ce sont les trois états sous lesquels on façonne les matières premières dans l'industrie céramique.

Les éprouvettes en pâte molle sont exécutées à la main dans les moules en plâtre; on les retire dès que le moulage est achevé; les éprouvettes en pâte ferme ou en poudre humide sont faites dans les moules métalliques, à des pressions variables.

(¹) J. Perrin, *Lumière et Matière* (*Ann. de Phys.*, janvier-février, 1919, p. 33).
(²) Séance du 14 mars 1921.
(³) *Comptes rendus*, t. 78, 1874, p. 1468.

Au sortir des moules, les pièces sont pesées et mesurées, on les fait sécher lentement en contrôlant fréquemment leur longueur et leur poids; celles qui ont été pressées en poudre humide perdent du poids et ne prennent pas de retrait. Les autres perdent du poids et prennent d'abord du retrait, puis le retrait cesse avant que la pièce ne soit sèche.

Dans les pâtes molles et dans les pâtes fermes, une partie de l'eau a servi à gonfler les colloïdes, elle disparaît pendant le retrait; c'est l'eau *colloïdale*, l'autre partie remplit les vides qui existent entre les particules, c'est l'eau *interposée*; l'évaporation de l'eau colloïdale doit être menée lentement, pour éviter les gerçures; dès que le retrait cesse, on peut faire sécher rapidement les pièces.

Le quartz, le talc, le feldspath, etc., en poudre fine, et agglomérés en pâte molle, ne prennent pas de retrait au séchage, et tombent en poussière; ils n'ont pas de plasticité colloïdale.

Les kaolins, les argiles, les bauxites, etc., façonnés en pâte molle, prennent du retrait et durcissent au séchage; ils ont alors la plasticité colloïdale. Mais cette plasticité ne se développe qu'en présence de l'eau; si le façonnage est fait avec du pétrole, les éprouvettes en kaolin, argile, bauxite, etc. ne prennent pas de retrait au séchage.

Dans la présente Note, la description des expériences est limitée à celles qui ont été faites en pâte molle avec :

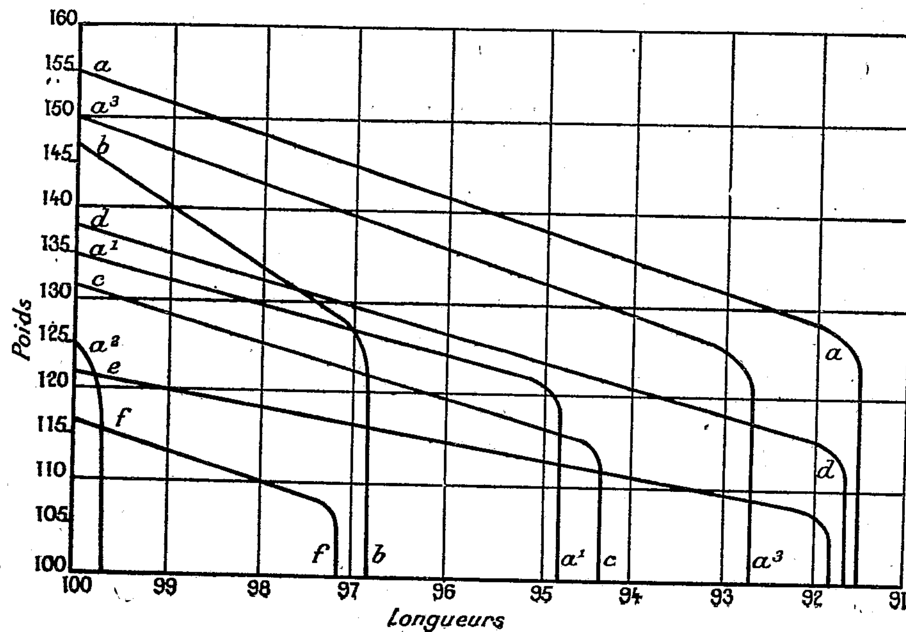
a. Le kaolin des Eyzies (Dordogne);
b. Le kaolin de Plémet (Côtes-du-Nord);
c. L'argile blanche de Saint-Aignan (Loir-et-Cher);
d. L'argile de Ransbach (Westervald);
e. L'argile rouge du Tronquay (Calvados);
f. Un sable argileux du Tronquay.

Nous y avons joint les essais suivants, faits avec le kaolin des Eyzies, en faisant varier la température et la pression :

a^3. Kaolin des Eyzies en pâte molle à 50°;
a^1. Kaolin des Eyzies en pâte ferme à la pression de 170^{kg} par centimètre carré;
a^2. Kaolin des Eyzies en pâte ferme à la pression de 370^{kg} par centimètre carré.

Les courbes ci-jointes représentent les retraits linéaires et les pertes d'eau pendant le séchage à l'air libre, que l'on termine à 110°. Les chiffres ont été établis en ramenant à 100 le poids des éprouvettes sèches ainsi que leur longueur au sortir des moules.

Les kaolins *a* et *b* ont à peu près la même composition chimique; en pâte molle, l'eau de plasticité est de 27,5 pour 100 pour le premier, et 20 pour 100 pour le second; leur eau interposée est la même : 27,5 pour 100.



La silice libre contenue dans les argiles a pour effet de prendre la place d'un certain nombre de particules colloïdales et de particules neutres; elle rend la matière moins plastique et moins poreuse.

On peut chiffrer la plasticité en divisant le poids de l'eau colloïdale par le poids de l'eau totale absorbée et en multipliant ce quotient par le retrait (voir le Tableau ci-dessous).

	a.	*a*¹.	*a*².	*a*³.	*b*.	*c*.	*d*.	*e*.	*f*.
Perte au feu	14	-	-	-	13,25	9,10	9,25	4,70	2,05
SiO^2 combinée	46,40	-	-	-	46,90	31,75	37,10	19,56	14,52
SiO^2 libre	-	-	-	-	-	30,30	16,20	48,24	70,48
Al^2O^3	38,13	-	-	-	38,73	26,45	30,86	16,30	6,60
Fe^2O^3	0,86	-	-	-	0,52	1,35	1,24	8,30	4,55
CaO, MgO	0,40	-	-	-	0,42	0,72	1,54	0,28	0,15
K^2O, Na^2O	-	-	-	-	0,47	0,28	4,01	2,18	1,05
Eau de plasticité (pour 100)	27,5	11,8	3	21	20,50	16	23	14	9
Eau interposée »	27,5	22,2	21	24	27,50	15	15	8	8
Eau totale »	55	34	24	48	48	31	38	22	17
Retrait »	8,5	5,1	0,30	7,20	3,10	5,60	8,10	8,10	2,70
Plasticité colloïdale	4,25	1,78	0,03	3,60	1,30	2,91	4,92	5,16	1,42

L'élévation de température (courbe a^3), celle de la pression (courbes a^1 et a^2) diminuent en même temps l'eau colloïdale et l'eau interposée; mais la diminution de l'eau interposée est très faible, si on la compare à celle de l'eau colloïdale.

GÉOLOGIE. — *Les terrasses alluviales de la Nive et leurs rapports avec l'abri moustérien d'Olha* (B.-Pyr.). Note [1] de M. E. PASSEMARD, transmise par M. Ch. Depéret.

Dans une précédente Note [2], j'ai exposé les résultats de mes fouilles dans l'*abri moustérien supérieur* d'*Olha* et j'ai montré l'évolution de l'industrie à travers deux faunes distinctes, l'une tempérée avec *Rh. Mercki* et cerf dans le bas, l'autre froide avec *E. primigenius*, *Rh. tichorhinus* et renne dans le haut.

La couche archéologique la plus inférieure étant constituée par du sable et des cailloux roulés d'origine fluviatile, il m'a paru nécessaire d'essayer de relier cette formation à une des terrasses de la Nive toute voisine.

La notation *ap* de la feuille de Bayonne qui correspond au sable des Landes doit être modifiée. On ne peut, après les travaux de Blayac sur cette formation, songer à la maintenir dans la vallée de la Nive et dans la partie qui la relie à la mer. Il faut la remplacer par des alluvions anciennes.

La rivière ayant actuellement atteint un profil d'équilibre, il est possible de grouper ces alluvions en terrasses définies par leurs altitudes relatives.

1° Terrasse de 15^m-17^m, très nette derrière la gare de Cambo-les-Bains, à l'entrée d'Ustaritz, à la cathédrale de Bayonne, et à la Ville-en-Bois.

Le replat alluvial d'Ustaritz considéré par Stuart-Menteath comme déterminant une terrasse de 10^m n'est en réalité qu'un lambeau découpé par l'érosion dans le niveau de 15^m-17^m.

2° Terrasse de 26^m-34^m. Elle est jalonnée par des surfaces également très nettes, à Arnaga inférieur, au Séminaire de Larressore, à Halsou et à Micoteau.

3° Terrasse de 40^m-57^m. C'est la plus nette. Elle domine la vallée et peut être suivie presque sans interruption (Cambo-les-Bains, Larressore, Jatxou, Arruntz, Villefranque, Châteaux d'Urdains et de la Boule-du-Monde, Saint-Pierre d'Irube.

4° Terrasse de 80^m-95^m. Il faut noter, légèrement en arrière de la précédente, trois hautes surfaces garnies de cailloux roulés, comprises entre 80^m-95^m (altitude relative) à la Chapelle-Saint-Sauveur, Faldaracon, l'arbre Berrogain.

---

(1) Séance du 14 mars 1921.

(2) E. PASSEMARD, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1069.

La composition des alluvions est la même pour tous les niveaux; les grès triasiques et les quartzites ordoviciens dominent.

5° Cailloutis élevés. A 142^m d'altitude relative à la Bergerie, au-dessus de Cambo, existe un cailloutis que je considère comme d'origine fluviatile où dominent les grès blancs et les quartz.

De la Nive à la mer, il est possible de suivre sans discontinuité vers la Négresse et vers Bidart des surfaces à cailloux roulés, en tous points semblables à celles de la vallée de la Nive et qui paraissent faire suite, en s'abaissant, au niveau de 80^m-95^m.

Vers Biarritz, au contraire, c'est au niveau de 40^m-57^m qu'elles paraissent se rattacher.

Conclusions. — Je n'ai pas retrouvé de ligne de rivage ancienne. Les niveaux de 40^m-57^m et de 80^m-95^m ont, vers l'amont, une pente un peu plus forte que celle de la Nive actuelle. Ces deux faits peuvent s'expliquer en admettant que les anciennes lignes de rivage se trouvaient très loin à l'Ouest et ont été détruites par le rapide recul de la cote.

La couche archéologique la plus inférieure d'Olha est à une altitude relative de 12^m et se rattache à la terrasse de 15^m-17^m.

Elle correspond au dernier alluvionnement d'une crue, à l'époque où le ruisseau ravinant la nappe de 15^m-17^m pour tailler son lit actuel atteignit pour la dernière fois la cote 12.

Les altitudes de nos niveaux sont assez voisines de celles données par Depéret, de Lamothe, Chaput pour les formations alluviales, par Gignoux et de Lamothe pour les lignes de rivage, pour que l'on puisse les en rapprocher.

Il est certain par exemple que notre nappe de 15^m-17^m est la même que celle de 15^m-20^m (basse terrasse).

Comme cette dernière, elle donne une industrie de type moustérien et correspondrait à la dernière grande extension glaciaire, würmienne de Penck, mais en raison de la situation très méridionale de la région, très « Ibérique », elle renferme *Rh. Mercki* au lieu de *Rh. tichorhinus*.

Si l'on ajoute que la grotte magdalénienne de Bouheben, signalée par Detroyat (1), était à peine à quelques mètres au-dessus de la Nive; que l'industrie de la Ballastière de Micoteau (2) qui provient du limon supérieur

(1) A. Detroyat, *Notice sur les stations de l'âge de la Pierre, découvertes jusqu'ici autour de Bayonne* (*Bull. Soc. Sc. et Lettres de Bayonne*, 1877-1878).
(2) E. Passemard, *Bull. Soc. Préh. Franç.*, décembre 1920.

de la terrasse de 26^m-34^m, est très voisine de celle des couches inférieures d'Olha, que la dent d'*E. intermedius* d'Arruntz (1), si son origine est bien prouvée, ne peut provenir que du lavage de la terrasse de 40^m-47^m, on réunit un faisceau de faits qui se complètent parfaitement.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la brume sèche.* Note de M. **Ph. Schereschewsky**, présentée par M. R. Bourgeois.

La brume et le brouillard constituent, avec les grains, les trois plus grands dangers qui menacent le vol des avions. L'étude météorologique de la visibilité a pourtant été peu approfondie.

La brume sèche a été distinguée depuis longtemps du brouillard. A la vérité il faut distinguer deux types principaux de brume sèche : l'une, légère, accompagnant les périodes de très beau temps; l'autre, d'intensité variable, mais qui peut obliger à maintenir un éclairage artificiel au milieu de la journée.

C'est ce dernier type de brume que nous avons étudié. Il est particulièrement dangereux pour l'Aviation.

1. *L'intensité de la brume sèche est maxima au voisinage du sol.* — Ce fait est souvent tellement marqué que le sommet de la Tour Eiffel est plus nettement visible que sa base. Le brouillard ne présente presque jamais cette particularité.

2. *Épaisseur de la couche de brume.* — Le brouillard stable forme comme une couche répandue sur le sol et dont la surface supérieure, située en général à quelques centaines de mètres seulement, est nettement limitée. Ces faits s'établissent en explorant les couches inférieures de l'atmosphère au moyen d'un barothermohygromètre, emporté par un ballon captif. La brume sèche est répartie sur une épaisseur beaucoup plus grande et qui paraît de l'ordre de 2000^m. Dans une étude entreprise en ballon dirigeable nous avons constaté que, même dans le voisinage du zénith, la diminution de la brume peut n'être que progressive au cours de l'ascension.

3. *Absorption de la lumière.* — La brume sèche laisse surtout passer les rayons rouges, et ce phénomène de l'absorption est intense dans ses couches inférieures. En dirigeable, on peut observer simultanément le Soleil par

(1) Stuart-Menteath, *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 642. — Welsch, *Anthropologie*, t. 28, n° 3, 1917.

vision directe et par réflexion sur l'eau d'une rivière. A une altitude à peine supérieure à 300^m et pour des rayons frappant l'eau sous une incidence d'environ 60°, le disque solaire est jaune paille par vision directe et rouge orangé par réflexion. (Ascension du 3 novembre 1920.)

4. *Circonstances météorologiques de l'apparition de la brume sèche.* — Ce point est naturellement le plus essentiel à étudier.

a. Circonstances nuageuses. — Le caractère fondamental de la brume sèche est son association avec certains types d'alto-cumulus.

La classification internationale est trop lâche pour désigner avec précision ces types particuliers. Elle permet de les ranger assez arbitrairement soit avec les alto-cumulus ordinaires, soit avec les strato-cumulus. Ce sont, en fait, des bancs isolés ou des couches continues d'alto-cumulus en forme de dallage ou de forme ovoïde.

L'association de la brume, qui est pourtant surtout localisée au sol, avec ces masses nuageuses dont l'altitude est d'environ 2000^m présente, dans certains cas, une forme particulièrement frappante. Quand les bancs d'alto-cumulus brumeux sont assez clairsemés dans le ciel, ce qui a lieu en particulier dans la période finale des systèmes nuageux, la visibilité au sol peut présenter des irrégularités notables suivant la direction dans laquelle on vise : dans les directions qui ne coupent pas, à petite distance, des bancs importants d'alto-cumulus, la visibilité est moyenne; si, au contraire, le plan de visée en coupe un banc, la visibilité peut s'abaisser à quelques centaines de mètres.

Il semble qu'il y ait alors comme une colonne de brume qui descend sous le banc d'alto-cumulus et vient s'écraser sur le sol où elle présente une intensité maxima. Nous citerons à cet égard une observation faite récemment dans la région lyonnaise (25 février 1921). La visibilité dans la direction du Nord-Est, où il n'y avait au ciel que quelques nappes de cirrus, était d'environ 5^{km}. Dans la direction du Sud et du Sud-Ouest, où se trouvaient des bancs importants d'alto-cumulus, la visibilité était mauvaise et variable et généralement inférieure à 1^{km}.

b. Circonstances isobariques. — Les bancs d'alto-cumulus distincts brumeux se présentent toujours dans les régions de variations barométriques faibles (moins de 5^{mm} en 12 heures). Il y a trois types de variations barométriques faibles : les oscillations lentes du régime anticyclonique, les oscillations capricieuses des régimes orageux, enfin les oscillations dont nous voulons parler et qui sont comme un écho affaibli des noyaux de courbes d'égales variations barométriques qui parcourent des régions éloignées.

Ces noyaux de variations se divisent eux-mêmes en deux classes : les uns sont négatifs, les autres sont de simples sillons creusés dans des zones de variations positives.

Dans le cas du 25 février 1920, par exemple, un noyau de variations négatives se déplaçait à travers le nord des Iles Britanniques, la mer du Nord et le sud de la Scandinavie (environ 6^{mm} de baisse en 12 heures). Son bord extrême balayait la France par un prolongement très faible (environ 1^{mm} de baisse en 12 heures) orienté du Nord-Ouest au Sud-Est, abordant le Pas-de-Calais vers 7^h et atteignant les Alpes à 18^h.

Il est curieux de remarquer que les couches d'alto-cumulus accompagnant les faibles noyaux de variations dont nous parlons ne laissent tomber qu'une pluie très fine et en quantité insignifiante. Il semble que la chute de pluie y soit remplacée par une chute de brume : la localisation de la brume sous les couches d'alto-cumulus que nous signalons plus haut, ainsi que l'écrasement de cette brume sur le sol, viennent encore à l'appui de cette manière de voir.

BOTANIQUE. — *Les phénomènes nucléaires de la cinèse hétérotypique chez le* Lobelia urens *et chez quelques Campanulacées*. Note de M. L. Armand, présentée par M. Gaston Bonnier.

Mes recherches ont porté sur *Lobelia urens* L., *Campanula Rapunculus* L., *Campanula Trachelium* L., *Campanula rotundifolia* L., *Specularia Speculum* Alph. D. C. et *Jasione montana* L.

Noyau au repos. — A ce stade le noyau renferme sous une membrane mince, plongées dans le suc nucléaire incolore, des nucléoles en nombre variable et un réseau périphérique. Ce dernier est formé d'une trame de linine peu ou à peine colorable qui supporte de gros blocs irréguliers et très colorés de chromatine, placés surtout aux angles du réseau chez *Campanula Rapunculus* et *Campanula Trachelium*. Chez *Campanula rotundifolia*, *Specularia Speculum* et *Jasione montana*, la chromatine forme des plaquettes minces placées sur le trajet des filaments lininiens. Chez *Lobelia urens*, la chromatine est en granules à peu près réguliers, disposés en file unique sur la trame du réseau.

Stade leptotène. — A ce stade, le réseau se condense, rétracte ses anastomoses et se transforme en filaments libres plus gros et plus chromatophiles que les éléments du réseau, dont ils ont du reste la structure particulière. Nous n'avons jamais observé de rapprochement intime longitudinal, deux par deux, de ces éléments.

Stade du synapsis. — Nous l'avons toujours observé dans nos préparations. Il consiste dans la condensation des filaments leptotènes et leur rétraction autour du nucléole. Au début, chez *Lobelia urens*, on trouve des filaments épaissis mélangés à d'autres filaments minces qui vont se contracter à leur tour. Chez *Campanula Trachelium* et *Campanula rotundifolia*, au milieu de filaments minces enchevêtrés, on observe de gros amas de chromatine disséminés sans ordre. Chez *Specularia Speculum* et *Jasione montana*, les filaments leptotènes sont pelotonnés énergiquement sans autre changement. Plus tard, dans toutes nos espèces, la masse synaptique est un amas dans lequel on observe aucune différenciation.

Stade du spirème. — Le spirème dégagé de la masse synaptique est discontinu et en forme de gros cordons libres, indivis longitudinalement. Leur structure est semblable pour toutes nos espèces : granules de chromatine plus ou moins réguliers unis par de la linine.

Stade de deuxième contraction synaptique. — Ce stade, qui se manifeste par une orientation et une condensation des tronçons du spirème, qui prennent la forme de boucles à convexité externe, les extrémités des branches revenant vers le nucléole, se rencontre dans nos objets avant le stade *strepsinema.* Il est peu marqué chez *Campanula Trachelium*, plus accentué chez *Lobelia urens* et bien caractérisé chez nos autres espèces.

Stade du strepsinema. — Ce stade, caractérisé par la division longitudinale de chaque tronçon spirématique en deux moitiés, débute pour nos espèces à la fin de la deuxième contraction synaptique et s'achève ultérieurement.

Formation et formes des chromosomes. — Les chromosomes définitifs se forment par un épaississement graduel de chacune des branches jumelles du strepsinema. Chez *Jasione montana*, *Campanula Trachelium* et *Specularia Speculum*, on observe dans chaque branche chromosomique une ligne claire longitudinale, qui disparaît plus tard et qui est une indication de la division longitudinale anaphasique des chromosomes filles. Les formes des chromosomes varient; à côté des formes classiques en V, X, Y, nous avons observé chez *Specularia Speculum* des formes pseudo-ternes et pseudo-quaternes; chez *Lobelia urens* des formes en γ et en anneau et des formes en tenaille chez *Jasione montana*.

Insertion des chromosomes. — Pour les espèces étudiées, l'insertion a toujours lieu au fuseau en superposition, chaque branche chromosomique se dirigeant vers un pôle différent.

Division anaphasique des chromosomes. — Elle s'accomplit avant l'arrivée aux pôles pour *Campanula Trachelium* et *Campanula Rapunculus*; au tassement polaire pour *Lobelia urens*; seulement à la télophase pour les autres espèces.

En résumé, pour les espèces que nous avons étudiées :

1° Les filaments leptotènes ne s'accolent pas par paires longitudinales.

2° Le spirème est simple longitudinalement. Il est discontinu et formé de tronçons séparés. Il est l'analogue d'un système somatique à n éléments au lieu de $2n$.

3° La deuxième contraction synaptique est constante.

4° Les chromosomes définitifs proviennent de la condensation des branches jumelles du strepsinema et se forment selon le processus parasyndétique; de plus, ils s'insèrent au fuseau en superposition.

5° Les chromosomes-filles se divisent longitudinalement en deux moitiés, soit à l'anaphase, soit un peu plus tard pour donner les branches chromosomiques de la deuxième cinésie.

AGRONOMIE. — *Utilisation des tiges de diverses plantes annuelles en vue de la production de l'énergie mécanique nécessaire aux travaux agricoles de la vallée du Niger.* Note de M. **Charles Audebeau Bey**, présentée par M. Roux.

Depuis quelque temps, l'attention se porte vers les possibilités de la culture cotonnière irriguée dans les plaines bordant le Niger. L'insuffisance de la main-d'œuvre dans ces contrées conduira à l'emploi de machines sur une grande échelle. L'utilisation de charbon, de pétrole, de benzine ou de mazout ne saurait être envisagée, le grand éloignement des ports de l'Océan rendant le coût de ces combustibles prohibitif. L'usage de bois d'arbres provenant du débroussement ne pourrait être, d'autre part, que d'une assez faible durée.

Il sera possible de pratiquer une culture industrielle telle que celle du cotonnier et des cultures intercalaires, en utilisant seulement les tiges de diverses plantes faisant partie de l'assolement, ainsi que nous allons le montrer. Nous prendrons pour base les données pratiques moyennes obtenues à l'Administration des Domaines de l'État Égyptien, au cours de plusieurs années, et nous supposerons, à titre d'exemple, une exploitation agricole de 2000^{ha}, dont le tiers cultivé en cotonniers.

A. *Labourage* (¹). — On comptera sur une quantité d'énergie de 160000 chevaux-heures avec un double labour croisé à 0,17 de profondeur, de la superficie cultivée en cotonniers et un simple labour de terres avec cultures d'assolement.

B. *Égrenage et pressage du coton.* — La quantité d'énergie sera d'une centaine de mille chevaux-heures, avec l'usage de presses puissantes, dites *Steampress*, pour réduire l'encombrement des balles.

(¹) Ch. Audebeau Bey et Victor Mosséri, *Le labourage en Égypte* (*Institut d'Égypte*, mars 1916).

C. *Atelier de réparations.* — Une quantité de 100000 chevaux-heures environ sera suffisante à cet effet.

D. *Éclairage électrique des fermes.* — On peut compter sur une cinquantaine de mille chevaux-heures. Le total de l'énergie qui fait l'objet des paragraphes ci-dessus s'élève à 410000 chevaux-heures environ.

Voici la production moyenne annuelle de déchets végétaux :

	T
Bois de cotonnier (660^{ha} à 1500^{kg})................	990
Graines de cotonnier (660^{ha} à 730^{kg})..............	482 (¹)
Tiges de mil (660^{ha} à 2500^{kg}..........................	1650
Autres produits sur les 660^{ha} restants.............	200
Total................	3322

L'emploi de gazogènes alimentant des moteurs à gaz pauvre permettra d'obtenir facilement un million de chevaux-heures effectifs, en tenant compte de l'énergie requise par le coupage du bois de cotonnier avec un appareil *ad hoc*, de l'allumage quotidien, des pertes et des imprévus. C'est un minimum. Mais nous préférons nous placer dans les conditions les plus défavorables, avec des tiges conservant une certaine humidité.

L'emploi de transmissions électriques actionnant les divers appareils énumérés précédemment réduira l'énergie disponible à 650000 chevaux-heures environ. L'usage d'un intermédiaire tel que l'électricité ne serait guère dispendieux, une usine centrale permettant de réduire le personnel, la consommation d'huile, les frais d'amortissement et d'entretien du matériel. On ne saurait, d'ailleurs, accoupler directement un gazogène à un appareil de labour par exemple.

La quantité d'énergie à recueillir sur les arbres des dynamos réceptrices est, on le voit, bien supérieure à celle requise pour les travaux énumérés ci-dessus. Elle permettrait de faire face à diverses autres opérations agricoles qui pourraient être effectuées mécaniquement : décorticage du mil, traction électrique entre les centres des domaines agricoles, etc. Nous ne parlerons pas du battage du blé, du riz, dans le cas de culture de ces céréales, l'énergie mécanique nécessaire pour le battage étant très inférieure à celle qui serait produite par l'incinération des pailles en gazogène.

On ne saurait songer cependant à l'emploi de tiges des plantes annuelles pour l'élévation de l'eau d'arrosage des champs à semer en cotonniers et en autres plantes d'assolement. Elles ne suffiraient pas pour assurer les arro-

(¹) Déduction faite des semences.

sages et les besoins dont il a été parlé. L'irrigation pérenne par gravitation s'impose dans la vallée du Niger, afin de ne pas grever les produits de frais trop élevés par rapport à ceux des autres pays cotonniers.

La question de l'emploi de produits végétaux annuels a fait l'objet d'essais de la part de M. Wells, en Égypte. L'Administration des Domaines de l'État Égyptien se livre à des expériences à ce sujet.

Un gazogène fonctionne chez elle depuis deux ans, exclusivement avec de la paille de fèves. Les efforts sont portés vers l'élimination du goudron.

Pour résumer, l'utilisation de combustibles végétaux, obtenus gratuitement du sol chaque année, serait un véritable bienfait pour la vallée du Niger.

Cet emploi pourrait prendre aussi un grand développement en bien d'autres centres, où la culture du cotonnier n'est pas destinée à s'acclimater, mais où les cultures annuelles donnent une proportion de déchets végétaux suffisante pour recueillir une quantité d'énergie mécanique importante.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hydrolyse du méthyl-d-mannoside α par les ferments solubles.* Note de M. **H. Herissey**, présentée par M. L. Guignard.

Le méthyl-*d*-mannoside α a été préparé à l'état cristallisé et pur par van Ekenstein; il est facilement hydrolysable par les acides minéraux étendus et bouillants. Son dédoublement biochimique, par l'action d'un ferment soluble, n'a été envisagé, à ma connaissance, que par Em. Fischer; cet auteur, après avoir conclu tout d'abord que le méthylmannoside restait inattaqué par les ferments de la levure et par l'émulsine (1894) a trouvé ensuite qu'après une longue influence de ce dernier ferment on pouvait observer une faible hydrolyse (1895).

Je me suis proposé de rechercher une source, suffisamment active et d'obtention facile, du ferment hydrolysant des *d*-mannosides α, de la *d-mannosidase* α, suivant la nomenclature consacrée.

Le méthyl-*d*-mannoside α nécessaire à ces essais a été préparé suivant la méthode de Fischer, en chauffant le *d*-mannose avec de l'alcool méthylique absolu, contenant moins de $\frac{1}{100}$ d'acide chlorhydrique sec. Après recristallisations suffisantes, je l'ai obtenu tout à fait pur, de pouvoir rotatoire $\alpha_D = +79°,18$ ($v = 15^{cm^3}$, $l = 2$, $p = 1^g,2218$, $\alpha = +12°54'$).

Le méthyl-*d*-mannoside ne réduit pas la liqueur cupro-potassique; comme, par dédoublement, il fournit, pour 100, 92,73 de *d*-mannose qui, lui, est réducteur et pos-

sède un pouvoir rotatoire sensiblement égal à $+ 14^\circ,2$, il en résulte que son hydrolyse est aisément constatable et facilement mesurable par les variations du pouvoir réducteur et de la rotation optique de ses solutions mises en expérience.

J'ai d'abord trouvé, en accord avec Fischer, que l'émulsine des amandes contient, en petite quantité, de la *d*-mannosidase α. En solution aqueuse à 1^g pour 100^{cm^3}, additionnée de $0^g,50$ d'émulsine des amandes, j'ai constaté, en effet, après 15 jours, à 32°, un dédoublement s'élevant à 18 pour 100 du méthylmannoside mis en œuvre. L'action de l'émulsine est donc réelle; mais elle est faible et, de ce fait, pratiquement peu utilisable.

Le liquide fermentaire d'*Aspergillus niger* obtenu en laissant séjourner de l'eau distillée, pendant 3 jours, à 15°-18°, sous une culture arrivée à maturité, ne contient que des traces infinitésimales de mannosidase; en 18 jours, à 32°, le dédoublement n'atteint pas 5 pour 100.

Le mycélium du champignon, employé en nature, après dessiccation et pulvérisation (2^g pour 100^{cm^3} de solution de mannoside au centième), a provoqué en 78 jours, à 32°, un dédoublement de 46,09 pour 100.

Les macérés aqueux de levure de bière basse se sont montrés complètement inactifs. La levure entière desséchée est, par contre, faiblement hydrolysante.

Les meilleurs résultats d'hydrolyse ont été obtenus en utilisant comme source de ferment les semences germées de luzerne. On fait germer des graines de luzerne de Provence à l'étuve, à 25°-30°, après trempage de quelques heures dans l'eau. La germination est suffisamment avancée, en moins de 48 heures; les graines germées sont alors rapidement desséchées à une température inférieure à 45° et le produit desséché est ensuite passé au moulin, de façon à obtenir une poudre homogène et facilement maniable.

J'ai expérimenté avec des macérés aqueux obtenus soit avec cette poudre de luzerne germée et desséchée, soit avec la graine de luzerne germée, mais non desséchée. Je me suis servi aussi du précipité obtenu par addition d'alcool aux macérés précédents. J'ai obtenu, avec les macérés eux-mêmes, des résultats positifs, témoignant d'une hydrolyse notable du mannoside (32,83 pour 100, par exemple, en 14 jours, à 15°-18°, avec un macéré correspondant, pour 100^{cm^3}, à 5^g de poudre de luzerne germée desséchée). Par contre, le précipité obtenu par l'alcool possède seulement une activité insignifiante.

Les résultats les meilleurs ont été constatés dans les expériences avec la poudre de luzerne germée et séchée elle-même, employée telle quelle, dans la proportion de 4 à 5^g pour 100^{cm^3} de solution aqueuse de méthylmannoside. Par exemple, dans une expérience, j'ai observé, en 36 jours, un dédoublement de 71,60 pour 100; dans une autre expérience, le dédoublement s'élevait à 94,73 pour 100 après 49 jours.

En résumé, la source la plus avantageuse de *d*-mannosidase α paraît actuellement constituée par la semence de luzerne germée. Il est intéressant de remarquer qu'il s'agit du produit qui contient déjà la *séminase*, ainsi définie : le ferment soluble (ou ensemble de ferments solubles) qui détermine la transformation des hydrates de carbone de réserve de l'al-

bumen corné des Légumineuses en sucre assimilable. Or, on sait que ces hydrates de carbone sont, pour une grande part, constitués précisément par des mannanes, c'est-à-dire par des hydrates de carbone qui, comme les mannosides, donnent par hydrolyse du *d*-mannose.

Il est vraisemblable de penser que la *d*-mannosidase α doit se rencontrer non seulement dans la graine de luzerne, mais aussi dans de nombreuses autres graines de Légumineuses ou d'autres familles végétales à albumen corné.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les causes de variation de la teneur en zinc des animaux vertébrés : influence de l'âge.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **R. Vladésco**, présentée par M. Roux.

Nous avons attiré l'attention, dans une Note récente, sur la grande variabilité de la teneur en zinc des organes du cheval et nous avons émis l'hypothèse que cette variabilité devait être en rapport avec la mobilité et le rôle physiologique du métal (¹).

Partant de cette hypothèse, nous avons entrepris de rechercher quelle est la cause ou quelles sont les causes dont dépendent les différences de richesse en zinc de l'organisme. Nous avons commencé par examiner l'influence de l'âge.

Il fallait naturellement nous attendre à rencontrer ici, comme première difficulté, l'interférence possible de plusieurs causes réunies de variation dont l'une pouvait l'emporter en importance sur celle que nous voulions déterminer. Afin d'amoindrir autant que possible les effets de cette interférence, nous nous sommes procurés des séries d'animaux élevés ensemble et soumis au même régime. Nous avons, d'autre part, étendu nos recherches à plusieurs espèces très différentes.

Les résultats que nous publions aujourd'hui se rapportent aux Vertébrés : le lapin et le cobaye, élevés par nous au laboratoire; la souris, provenant des élevages de M. le Dr Borrel, à l'Institut d'hygiène de Strasbourg; la poule, originaire du poulailler de l'Institut Pasteur, à Garches; l'ide (*Idus orfus* V. C.) et la tanche, des aquariums de la Maison Dagry; enfin, nous avons joint à cette collection d'animaux dont nous connaissions l'origine, l'âge et le mode d'alimentation, deux harengs d'un même lot de pêche, d'âge inconnu mais de taille très inégale.

Tous ces animaux, sauf bien entendu les harengs, ont été tués par le chlo-

(¹) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 474.

roforme ; on les a nettoyés avec soin à la surface, puis, quand ils étaient devenus rigides, pour ne pas perdre le sang, on les a divisés et mis à sécher à l'étuve. On n'a pas manqué de vider, dans tous les cas, le tube digestif. Quand la dessiccation a été complète, on a pulvérisé à part chaque animal ou, lorsque les individus étaient trop petits, chaque groupe d'animaux, en se servant d'un mortier de porcelaine. Les poils et les plumes ont été enlevés au début des opérations, séchés et pesés séparément. Il n'aurait pas été possible d'en obtenir le mélange homogène avec le reste du corps. Pour la suite des expériences, on en a ajouté une portion aliquote à la poudre d'organes. Les dosages de zinc ont porté ainsi sur des échantillons moyens du corps de chaque espèce quand les individus étaient de grande taille, sur le corps entier ou un mélange de plusieurs corps quand les individus étaient plus petits. La méthode suivie a été la même que pour les organes du cheval (1).

Espèces.	Age.	Poids d'un individu (2).	Zn pour 100 de matière fraîche.
		g	mg
Souris (10 individus)	3 jours	2,55	3,5
» (12 »)	2 semaines	4,41	2,8
» (6 »)	3 »	3,98	3,0
» (3 »)	2 mois	12,36	2,5
» (5 »)	1 an	11,74	3,5
» (2 »)	2 ans	21,15	4,2
Lapin (2 embryons)	»	10,5	4,4
» (8 »)	»	34	3,1
Lapin	9 jours	116,5	4,0
»	1 mois	408	4,5
»	2 »	1111	4,4
»	4 »	2828	4,9
Cobaye	4 jours	75	2,3
»	adulte	592	5,6
Poule	1 an	1605	31,4
»	2 ans	1390	8,7
»	3 »	1735	7,7
»	4 »	1645	3,2
»	5 »	2585	9,3
Ide (5 individus)	7 mois	5	14,2
Ide	19 »	79	3,6
»	33 »	284	1,8
Tanche (5 individus)	7 mois	8,02	6,0
» (2 »)	19 »	13,7	8,1
Tanche	33 »	47,8	8,8
»	7 ans	706	3,1
Hareng	»	69	2,2
»	»	122	5,0

(1) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 29, 1921, p. 53.

(2) Lorsque l'expérience porte sur plusieurs individus à la fois, nous donnons le poids moyen.

La conclusion la plus générale, mais non absolue, qui se dégage de ces résultats est que *la teneur du corps en zinc présente un maximum dans le jeune âge.* C'est du moins ce qui ressort d'une manière frappante des résultats obtenus avec les séries bien espacées de souris et de poules, ce que l'on voit encore nettement quand on compare les chiffres fournis par l'*Idus Orfus.*

Chez le lapin, où la teneur en zinc varie très lentement, nous n'avons pas encore pu étendre assez nos expériences pour connaître la courbe représentative du phénomène.

D'autre part, il apparaît que chez le cobaye, le hareng et la tanche, ce n'est pas au moment de la naissance, mais après une certaine période de développement que l'on trouve le chiffre de zinc le plus élevé.

Ces premières conclusions sont différentes de celle que S. Giaya a formulée l'année dernière en rapportant les résultats de ses recherches toxicologiques (¹). Selon lui, la proportion de zinc « augmente avec l'âge du sujet ». Faisons remarquer, avant d'aller plus loin, que cette conclusion, appliquée à l'homme, repose sur l'analyse des viscères et non sur celle du corps entier; ensuite, qu'elle ne semble pas aussi nette quand on examine la série entière des résultats publiés par S. Giaya (²) que la sélection donnée par lui dans les *Comptes rendus*. La série entière présente des irrégularités analogues à celles que nous avons rencontrées nous-mêmes chez les animaux.

Ces remarques faites, il est possible, et même probable, que la richesse en zinc, après avoir atteint une valeur maxima à la naissance ou quelque temps après, diminue graduellement, se fixe plus ou moins autour d'un minimum, et recommence à croître au moment de la vieillesse. Déjà, dans les séries d'expériences portant sur la souris et sur la poule, nous voyons apparaître chez les individus les plus âgés un relèvement très appréciable de la teneur en zinc. Nos résultats, arrivés à ce point, se raccorderaient alors avec ceux de S. Giaya.

(¹) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 906.
(²) *Thèse de Pharmacie*, Paris, 1920.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation de l'urée dans le foie après la mort.* Note de M. R. Fosse et de Mlle N. Rouchelman, présentée par M. E. Roux.

1. La circulation artificielle, dans le foie, de sang, seul (de Cyon) (1) ou additionné de carbonate d'ammonium (Schrœder) (1), donne naissance à l'urée.

2. Mais le foie, même lavé, produit la carbamide (Ch. Richet) : « sans qu'on puisse faire intervenir une circulation quelconque par le sang, chargé de carbonate d'ammoniaque ou d'oxygène ». Ce phénomène est intimement lié à l'existence d'un ferment soluble : la diastase uréopoiétique de Richet (1).

3. Comme ces résultats ont été acquis par des dosages d'urée avec l'hypobromite, plusieurs auteurs ont cherché à vérifier l'identité du corps engendré par le foie. Des produits de l'autolyse aseptique de cet organe, Gottlieb (1) isole une substance qu'il considère comme étant probablement l'urée : parce qu'elle se dissout dans l'alcool éthéré, dégage de l'azote par l'hypobromite et précipite avec le nitrate mercurique. Schwartz (1) arrive aux mêmes résultats par la méthode de Mörner-Sjoqvist. D'après Lœwy (1), ce n'est point l'urée qui apparaît dans l'autolyse du foie, mais un acide aminé, très voisin de ce corps, dérivant du glycocolle, soluble dans l'alcool éthéré, dégageant de l'azote avec l'hypobromite et refusant de précipiter, contrairement à l'urée, en présence du nitrate mercurique, de l'acide azotique et de l'acide oxalique. Lambling (2) en conclut qu'il s'agit de l'urée *ou d'une substance très voisine*. Les méthodes d'identification et de dosage de l'urée par le xanthydrol confirment pleinement les résultats des expériences de Ch. Richet.

4. *Démonstration de la formation de l'urée par le foie après la mort.* — Le foie d'un chien, saigné à blanc, est broyé et la pulpe introduite par portions de 20g environ, dans des flacons tarés. Après détermination exacte de l'augmentation du poids, on ajoute dans chaque vase la même proportion de chloroforme, mélange par agitation, on bouche et l'on abandonne à la température ordinaire (été). L'arrêt de l'autolyse et la désalbumination ont été obtenus en ajoutant du réactif Tanret, deux fois plus concentré en iodo-

---

(1) Ch. Richet, *Dictionnaire de Physiologie*. Article *Foie*, p. 686 et suiv.

(2) Lambling, *Précis de Biochimie*, 2e édition, p. 339.

mercurate que celui employé par le sang, à raison de 1^{cm^3} par gramme de pulpe. Après mélange et centrifugation on recueille des liqueurs telles, qu'une quantité donnée correspond à un même poids de foie. Un volume de filtrat reçoit un volume d'acide acétique et du xanthydrol (1^g pour 200^{cm^3} de mélange), dissous *à froid au moment de l'expérience*, dans 10 parties d'acide acétique. La xanthylurée, essorée après plusieurs heures, est épuisée à la soude chaude pour éliminer le glycogène.

	Durée de l'autolyse.	Poids de foie.	Iodo-mercurate acétique (vol.).	Xanthylurée pour 20^{cm^3}, liq. désalbum.	Urée pour 1000^{cm^3}, liq. désalbum.	Rapport de l'urée après autolyse à l'urée du témoin.
	h	g	cm³	g	g	
Témoin...	0	23,13	23,13	0,01	0,0714	»
Exp. 1....	66	24,08	24,08	0,06	0,428	6
Exp. 2....	114	23,85	23,85	0,058	0,414	5,7

Des résultats semblables nous ont été donnés par la pulpe de foie, fluorée, placée à l'étuve.

5. *Abolition, par chauffage, de la propriété que possède le foie de former de l'urée.* — On place à l'étuve, à 37°-40°, deux lots de vases bouchés contenant même poids de foie de chien, broyé, fluoré à $\frac{1}{200}$, l'un d'eux ayant été préalablement placé 20 minutes dans l'eau bouillante. La méthode, qui vient d'être décrite, établit que l'urée n'augmente point dans le foie cuit, tandis qu'elle s'élève notablement dans le foie non coagulé, où sa quantité peut devenir 6,7 fois supérieure à celle du témoin cuit.

	Chauffage à + 37°. Durée.	Xanthylurée pour 25^{cm^3}, liq. désalbum.	Urée pour 1000^{cm^3}, liq. désalbum.	Rapport de l'urée après autolyse à l'urée du témoin.
	h	g	g	
Foie cuit............	0	0,04	0,22	»
Foie cuit............	47	0,037	0,21	»
Foie cru............	23	0,15	0,85	3,8
Foie cru............	47	0,21	1,2	5,4
Foie cru............	5j	0,26	1,48	6,7

PHYSIOLOGIE. — *Grossesse et phénomènes de choc anaphylactique.* Note (¹) de MM. **Auguste Lumière** et **Henri Couturier**, présentée par M. Roux.

Au cours d'expériences poursuivies depuis plusieurs mois sur le choc anaphylactique chez le cobaye, nous avons observé que certains sujets

(¹) Séance du 7 mars 1921.

préparés au sérum de cheval demeuraient insensibles à l'injection déchaînante intra-cardiaque qui, en moins de trois minutes, déterminait invariablement la mort de la plupart des animaux de la même série.

La sensibilisation avait cependant été pratiquée de la même manière et la dose seconde administrée dans les mêmes conditions, tous les cobayes du même lot ayant été traités, en somme, d'une façon aussi identique que possible.

Supposant que cette résistance exceptionnelle au choc pourrait peut-être relever de dispositions individuelles, nous avons aussitôt fait cette curieuse constatation que les animaux qui n'avaient point réagi étaient tous invariablement des femelles en gestation.

Pour vérifier l'influence de la grossesse sur les phénomènes de choc, nous avons choisi, parmi les cobayes antérieurement soumis à la même injection préparante de sérum de cheval, des mâles puis des femelles fécondées, qui ont reçu indistinctement dans le cœur gauche $0^{cm^3},6$ de ce sérum. Dans ces conditions, tous les mâles meurent en quelques minutes alors que les femelles ne présentent au bout de ce temps qu'un peu de prurit, sans aucun autre symptôme.

Après l'accouchement, l'état de sensibilisation réapparaît chez les femelles préparées qui présentent dès qu'elles sont délivrées, tous les accidents de la crise anaphylactique lorsqu'elles reçoivent l'injection déchaînante.

Prenant ensuite un autre lot d'animaux neufs, composé de la même manière, et injectant dans le cœur gauche 1^{cm^3} de suspension barytique utilisée dans nos recherches précédentes [1], nous avons vu tous les mâles mourir en quelques minutes à la suite du choc anaphylactoïde habituel, alors que les femelles en état de grossesse n'ont présenté aucun accident. Une seule femelle, chez laquelle on avait pratiqué une saignée de quelques centimètres cubes cinq heures auparavant, a accusé, sous l'action de la dose d'ordinaire sûrement mortelle pour les mâles, des troubles passagers assez intenses qui n'ont duré que quelques minutes; mais ce cas ne semble pas infirmer la généralité des résultats signalés plus haut parce qu'il s'est précisément rapporté à une femelle dont la gestation était tout à son début.

D'autre part, cherchant à déterminer les relations qui peuvent exister entre la crise épileptique et le choc anaphylactique, nous avons injecté dans le cœur gauche des cobayes mâles de 1^{cm^3} à 2^{cm^3} de sérum de malades atteints

---

(1) Auguste Lumière et Henri Couturier, *Sur le choc provoqué par l'introduction de substances insolubles dans la circulation* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1172).

de mal comitial et provoqué ainsi des accidents épileptiformes caractéristiques graves pouvant se terminer par la mort quand la dose est suffisante.

Sans attendre d'avoir poussé plus avant notre étude sur les rapports de l'anaphylaxie avec l'épilepsie, nous devons pour l'instant mentionner que ces mêmes injections de sérum d'épileptique pratiquées chez les femelles pleines n'entraînent que des troubles insignifiants et, la plupart du temps même, aucun accident [1].

Nous nous sommes demandé si (dans le cas des injections intra-cardiaques tout au moins) cette singulière immunité des femelles en état de gestation, aussi bien contre le choc anaphylactique que contre les chocs barytique et épileptique, dépendait d'une propriété spécifique de leur sérum et, pour le vérifier, nous avons saigné un certain nombre de ces femelles, puis ajouté leur sérum aux doses déchaînantes d'antigène qui ont été injectées à des mâles. Nous avons constaté que cette addition n'a eu aucun effet de préservation; il en a été de même quand le sérum a été administré soit avant, soit après l'injection seconde.

L'immunité ne semble donc pas résider dans des modifications humorales qui surviendraient pendant la grossesse et son mécanisme pourrait plutôt être recherché dans une diminution de l'aptitude aux phénomènes réflexes ou dans une variation des réactions nerveuses.

ZOOLOGIE. — *Sur des otolithes subfossiles de Poissons du Sahara méridional et leur signification.* Note [2] de M. **Jacques Pellegrin**, transmise par M. E. Perrier.

Des études récentes montrent que le régime hydrographique du Sahara était jusqu'à une époque relativement très proche fort différent de ce qu'il est aujourd'hui. Des fleuves importants sillonnaient la surface du *Grand désert*, des lacs, des marais en jalonnaient l'étendue. La physionomie générale de ce vaste réseau fluvial vient d'être esquissée dans ses grandes lignes par R. Chudeau [3]. On imagine aisément combien devait être

(1) Ces faits sont sans doute à rapprocher des profondes modifications qui surviennent au cours de la grossesse des femmes épileptiques dont les crises peuvent parfois être complètement supprimées pendant toute la gestation.

(2) Séance du 14 mars 1921.

(3) R. Chudeau, *L'hydrographie ancienne du Sahara* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 459).

abondante et variée la faune aquatique qui peuplait tous ces cours d'eau. En réalité, ainsi que je l'ai montré (¹), certains vestiges en subsistent encore aujourd'hui; des Reptiles comme les Crocodiles, des Batraciens, plusieurs espèces de Poissons, ont réussi à se maintenir en quelques points d'eau tant du Sahara central, qu'occidental ou oriental. Pour les Mollusques fluviatiles, L. Germain a fait des observations analogues.

Bien plus nombreux encore sont les restes subfossiles, fragments osseux de Poissons ou coquilles de Mollusques aquatiques, qu'on rencontre en des localités fort diverses du Sahara et qu'on peut rapporter à des formes vivant encore actuellement dans les lacs ou rivières du Sud et de l'Est : Sénégal, Niger, Tchad ou Nil.

L'année dernière j'étudiais ici-même (²) des ossements de Poissons recueillis au Sahara oriental par la mission dirigée par le lieutenant-colonel Tilho, dans la région aujourd'hui complètement desséchée désignée par lui sous le nom de *Pays-Bas du Tchad* et je montrais que la présence de grands Poissons comme les *Lates* ou Perches du Nil et de divers Siluridés ne s'expliquait que par l'existence récente en ces lieux de vastes lacs d'eau douce. Des constatations analogues, comme on va le voir, peuvent être faites aussi dans le Sahara méridional.

On trouve assez souvent dans les terrains bordant les rives du Niger des otolithes de Poissons. Ces « pierres de l'oreille » dont l'aspect extérieur rappelle grossièrement une coquille de Brachiopode sont de dimensions notables, certaines mesurant parfois 22^{mm} sur 25^{mm} et appartiennent certainement à des espèces de grande taille vivant dans le fleuve. E. Priem, qui a étudié et figuré deux de ces otolithes recueillis aux environs de Tombouctou par R. Chudeau et communiqué par M. Douvillé, les rapporte à un Siluridé comme l'indiquent, écrit-il (³), « les stries concentriques, les stries rayonnantes de la face externe et le sulcus à peine indiqué par une légère dépression sur la face interne ». Cette assimilation est exacte, mais il me paraît possible d'arriver à une détermination encore beaucoup plus précise. Si l'on envisage, en effet, les Poissons de la famille habitant aujourd'hui le Niger, la forme des otolithes permet d'éliminer les espèces du groupe des *Clarias* et des *Synodontis* et de les attribuer, sans crainte d'erreur, à des Siluridés de la section des Bagrinés. Or, dans celle-ci, seuls les genres *Bagrus*, *Clarotes*, *Auchenoglaris* et *Arius* renferment des espèces atteignant 1^{m} ou presque. C'est probablement à ce dernier

(¹) J. Pellegrin, *Les Vertébrés aquatiques du Sahara* (*Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 972) et *Sur la faune ichthyologique du Sahara oriental* (*Op. cit.*, t. 168, 1919, p. 961).

(²) J. Pellegrin, *Sur des ossements subfossiles de Poissons des Pays-Bas du Tchad et leur signification* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 206).

(³) Priem, *Sur des Poissons fossiles et en particulier des Siluridés du Tertiaire supérieur et des couches récentes d'Afrique* (*Mém. Soc. géol. Fr. : Paléont.*, t. 21, 3e série, 1914, Mém. 49, p. 13, fig. 1 et 2).

genre (¹) dont une espèce, *Arius gigas* Boulenger qui remonte le Haut-Niger, mesure jusqu'à $1^m,15$ de longueur, qu'il y a lieu de rapporter ces échantillons.

Cette assimilation une fois bien établie, on comprend l'intérêt qui peut s'attacher à la découverte d'otolithes semblables en des points du Sahara méridional fort éloignés du Niger actuel. Or, le fait n'est pas rare, ainsi qu'a bien voulu me le signaler R. Chudeau qui a rencontré des otolithes un peu à l'ouest de Bou Djebeha dans l'Azaouad à 200^{km} au nord-nord-est de Tombouctou.

J'ai pu examiner également d'autres échantillons du laboratoire de Géologie du Muséum récoltés en plein Sahara, dans la région de Kidal (Adrar des Iforas) (²), à 500^{km} environ à l'est de Tombouctou, par M. Huchery, adjoint des affaires indigènes. Nul doute que de pareils otolithes ou des ossements de Poissons ne soient signalés dans un grand nombre d'autres localités sahariennes.

La présence d'otolithes subfossiles de grands Siluridés d'espèces actuelles, en divers points aujourd'hui plus ou moins arides et desséchés du Sahara méridional, vient confirmer l'hypothèse de l'existence en ces régions de grands cours d'eau, seuls capables d'héberger des Poissons de dimensions considérables. Incontestablement en ces lieux existaient à une époque peu reculée de vastes affluents du Niger dont le cours d'ailleurs devait être assez différent de ce qu'il est aujourd'hui.

ZOOLOGIE. — *Sur les réactions chimiotactiques du flagellé « Chilomonas ».* Note de M. E. Fernandez Galiano, présentée par M. Edmond Perrier.

Garrey (³) étudia l'influence des acides sur les *Chilomonas* en déposant quelques gouttes du liquide de culture contenant les protozoaires sous une lamelle, au bord de laquelle il plaçait le bout ouvert d'un tube capillaire contenant l'acide à essayer. Garrey constata que, à l'exception de certains acides organiques vis-à-vis desquels les *Chilomonas* se montraient inconstants, ces protozoaires se rassemblaient en formant un anneau autour de la

(¹) Les *Arius* sont des grands Siluridés répandus dans les régions tropicales de l'Ancien et du Nouveau Continent; ils vivent tantôt dans les eaux marines le long des côtes et dans les estuaires, tantôt dans les eaux douces.

(²) Au sujet de l'emplacement de ces localités, cf. R. Chudeau, *Excursion géologique au nord et à l'est de Tombouctou* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, t. 15, 1915, p. 110, fig. 10).

(³) Garrey, *The effect of ions upon the aggregation of flagellated Infusoria* (*Amer. Journ. of Physiol.*, vol. 3, 1900).

goutte acide. Cet anneau fut obtenu par Garrey avec toutes les solutions aqueuses d'acide quelle que fût leur concentration : les *Chilomonas* ne pénétraient jamais dans la goutte acide.

Les expériences de Garrey ont été reprises par Jennings et Moore [1], qui ont observé à leur tour que si la solution était relativement concentrée (à $\frac{1}{50}$ pour 100, par exemple) les *Chilomonas* se disposaient en anneau autour de la goutte acide; mais, par contre, si la solution était très étendue ($\frac{1}{100}$ pour 100, par exemple), ils se rassemblaient dans l'intérieur de la goutte; ils montraient donc un tactisme positif vis-à-vis de la faible solution acide. Étant donné que lesdits auteurs ont obtenu les mêmes résultats avec toute espèce d'acides (sauf, naturellement, que la concentration nécessaire pour provoquer le tactisme positif n'était pas la même pour tous les acides), ils sont arrivés à cette conclusion que les *Chilomonas* montrent un tactisme positif vis-à-vis des acides faibles. Ce fait que Garrey aurait obtenu des résultats différents a été expliqué par Jennings et Moore en supposant que ledit expérimentateur avait négligé d'éliminer l'acide carbonique provenant de la respiration des protozoaires avant d'introduire la goutte acide et, par conséquent, les réactions observées par Garrey seraient le résultat de la différence entre l'action sur les flagellés de l'acide essayé et celle de l'acide carbonique dissous dans le milieu de culture.

Afin de constater si la différence des résultats obtenus par les auteurs cités était due, en effet, à la présence ou à l'absence de l'acide carbonique dans le milieu de culture, j'ai exécuté deux séries d'expériences [2]. Pour la première, j'ai fait pénétrer l'acide à essayer dans la préparation, sans enlever au préalable l'acide carbonique; pour la deuxième, avant chaque expérience, j'ai employé la méthode conseillée par Jennings et Moore pour l'élimination de l'acide carbonique qui consiste à insuffler de l'air à plusieurs reprises à l'aide d'une pipette dans quelques gouttes du liquide de culture contenant les protozoaires qu'on veut observer. Une fois que la goutte de l'acide à essayer a été introduite, la pipette a été tout de suite retirée. Les acides essayés sont le chlorhydrique, l'azotique et le sulfurique

---

(1) JENNINGS et MOORE, *Studies on reactions to stimuli in unicellular organisms. VIII. On the reactions of Infusoria to carbonic and other acids, with special reference to the causes of the gatherings spontaneously formed* (*Amer. Journ. of Physiol.*, vol. 6, 1902).

(2) FERNANDEZ GALIANO, *Contribución al estudio de las reacciones quimotácticas del flagelado* Chilomonas (*Bol. de la R. Soc. españ. de Hist. Nat.*, t. 20, 1920).

étendus dans de l'eau distillée à plusieurs degrés de concentration (entre 1 pour 100 et 1 pour 20000).

Les résultats fournis par notre première série d'expériences sont d'accord avec ceux obtenus par Garrey, c'est-à-dire que toujours les *Chilomonas* se rassemblent en anneau autour de la goutte acide. Par contre, les résultats fournis par la deuxième série d'expériences sont d'accord avec ceux obtenus par Jennings et Moore, puisque les flagellés forment un anneau autour de la goutte d'une solution acide relativement concentrée (acide chlorhydrique à 1 pour 1000, par exemple), tandis qu'ils se rassemblent dans l'intérieur de la goutte si la solution devient très étendue (acide chlorhydrique à 1 pour 5000, par exemple). Il en résulte, d'accord avec les conclusions de Jennings et Moore, que les réactions observées par Garrey sont dues à l'interférence de l'influence de l'acide essayé avec celle de l'acide carbonique contenu dans la préparation, ce qui doit toujours arriver puisque les *Chilomonas* demeurant dans les cultures ordinaires montrent un tactisme positif vis-à-vis de l'acide carbonique, aussi bien qu'il a été démontré par lesdits auteurs.

J'ai pareillement constaté que les *Chilomonas* se rassemblent dans de l'eau distillée, contrairement à ce que Jennings et Moore [1] avaient observé, savoir que lesdits flagellés se conduisent d'une façon tout à fait neutre vis-à-vis de l'eau pure. En effet, si l'on fait couler de l'eau distillée de la pipette pendant une demi-minute à peu près, on voit que les *Chilomonas* reculent au contact de la surface de la goutte; mais au fur et à mesure que le mélange s'opère entre le liquide de la préparation et l'eau de la pipette, les flagellés envahissent doucement la goutte d'eau jusqu'à ce qu'ils l'occupent totalement pour s'y agglomérer. Par contre, si la pipette est rapidement retirée de façon à n'en faire sortir qu'une faible quantité d'eau, la réaction devient tellement effacée qu'elle peut faire croire que les *Chilomonas* se comportent d'une façon neutre vis-à-vis dudit liquide.

J'ai aussi observé, quand il s'agit d'introduire une assez grande quantité d'acide *très étendu* dans le milieu où les protozoaires demeurent, ce qu'on peut réussir en laissant la pointe de la pipette assez longtemps sous la lamelle, que les *Chilomonas* montrent d'abord une réaction négative vis-à-vis du liquide introduit (c'est-à-dire ils reculent au contact de la surface de la goutte introduite), et au fur et à mesure que l'acide se mêle avec le milieu de cul-

(1) Jennings et Moore, *loc. cit.*

ture de la préparation, ils reculent sur des points de plus en plus rapprochés du centre de la goutte jusqu'à ce qu'ils l'occupent entièrement. Les *Chilomonas* montrant en même temps un tactisme négatif vis-à-vis du milieu de culture, on arrive à ce résultat final qu'ils se rassemblent dans la goutte acide.

Nous arrivons au même résultat lorsque l'acide est étendu à 1 pour 3000, par exemple lorsque sa dilution devient plus grande (à 1 pour 5000, à 1 pour 10000, à 1 pour 20000, etc.), sans qu'on n'aperçoive d'autre différence que plus l'acide est étendu, plus l'envahissement de la goutte devient rapide.

Résumé : aussi bien si la pipette contient de l'acide très étendu que si elle renferme de l'eau distillée, *pourvu que dans les deux cas on fasse couler le liquide de la pipette pendant un temps assez long* (une demi-minute, par exemple), on peut observer que la réaction se développe en présentant les trois étapes suivantes (¹) : 1° phase de recul des protozoaires au contact du liquide de la pipette; 2° rassemblement des animaux sous la forme d'un anneau autour de la goutte introduite; 3° accumulation des flagellés dans l'intérieur de celle-ci. Dans le cas où la pipette contient de l'acide très étendu et si on la laisse très peu de temps sous la lamelle de façon à n'en faire couler qu'une faible quantité, les deux premières phases se passent rapidement, ce qui nous permet d'expliquer ce fait que Jennings et Moore n'aient pas observé que la phase finale, c'est-à-dire l'accumulation des *Chilomonas* dans la goutte introduite. Il en résulte que les *Chilomonas* demeurant dans leur milieu de culture ordinaire, ne montrent un tactisme positif ni pour l'eau distillée ni pour les acides étendus, mais pour le mélange de l'eau ou de la solution acide faible avec le milieu de culture.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *La défense des animaux groupés vis-à-vis des agents nocifs.* Note de Mme **Anna Drzewina** et M. **Georges Bohn**, présentée par M. Henneguy.

Dans deux Notes précédentes (²), au sujet de l'action nocive de l'argent colloïdal ou de l'eau douce sur les *Convoluta*, et de l'action de l'argent colloïdal sur les Infusoires, nous avons montré l'importance du nombre des animaux traités sur les résultats de l'expérience. En effet, toutes choses

(¹) Fernandez Galiano, *loc. cit.*

(²) A. Drzewina et G. Bohn, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1023, et t. 172, 1921, p. 485.

égales d'ailleurs, les individus isolés sont infiniment moins résistants que les individus groupés. Nous avons cherché à voir si cette conclusion s'applique à d'autres groupes d'animaux, et à serrer de plus près le problème. Les larves de *Rana fusca* se sont montrées à cet égard un matériel de choix.

Nous avons fait de nombreuses expériences en série, sur plusieurs pontes, et sur des stades de plus en plus âgés, depuis des embryons à l'éclosion (6^{mm} à 7^{mm}) jusqu'à des têtards de 20^{mm} environ (température : 17° à 18°). Il est à remarquer dès l'abord que la sensibilité à l'argent colloïdal décroît rapidement avec l'âge, de sorte que, suivant les stades, il faut employer des solutions faibles, 1 à 2 gouttes d'argent colloïdal pour 25^{cm^3} d'eau, ou plus fortes : 5 gouttes.

Une expérience typique, et qui réussit infailliblement, est la suivante. On a une série de petits cristallisoirs contenant, pour 25^{cm^3} d'eau, 1 goutte de collargol; dans l'un on place une cinquantaine d'embryons de *Rana*, de 7 à 8^{mm}; dans les autres, on n'en place que deux par cristallisoir. Déjà au bout de 15 minutes, on reconnaît que les individus isolés par deux sont attaqués beaucoup plus brutalement que les groupés. Au microscope, on voit des cellules se détacher en grand nombre de la peau qui apparaît comme rongée ou bien hérissée de cellules qui y adhèrent encore; les individus groupés ne présentent rien de comparable à ce semis énorme. Le contraste ne fait que s'accentuer : après 3 à 4 heures, les isolés sont inertes, après 6 heures, ils sont décomposés; au contraire, les individus groupés restent en vie, et le lendemain, toujours dans la solution, ils réagissent et nagent. Avec des individus plus âgés, et des doses plus fortes, l'issue est la même : de façon constante, sur les 50 groupés, tous survivent; sur les 50 isolés, tous succombent.

On ne peut pas attribuer ce résultat à ce que l'épuisement du colloïde serait plus grand dans un cas que dans l'autre. Nous avons dit que le contraste est frappant dès le début; mais il y a mieux. Nous décantons la solution où depuis 24 heures séjournent une cinquantaine d'embryons, et dont la teinte révèle la présence du colloïde; nous y ajoutons le même nombre de gouttes que la veille, 1 par exemple, et nous y plaçons deux embryons neufs du même âge. Ceux-ci survivent, alors que des individus témoins, placés dans une solution neuve à 1 goutte de collargol, succombent, comme c'est la règle pour les isolés. Il semble ainsi que, attaquées par le colloïde, les larves émettent, *rapidement*, une substance (ou des substances) qui a pour effet de les protéger. Quand les individus sont groupés, la défense est efficace; quand ils sont isolés, ils sont détruits, car le taux de la substance émise n'est pas suffisant pour arrêter à temps l'attaque. Cependant, petit à petit, il s'en accumule assez pour préserver, dans une certaine mesure, deux individus neufs qu'on introduirait, 24 heures après, dans la solution décantée,

même si elle est renforcée par l'adjonction d'un certain nombre de gouttes de colloïde.

Nous nous sommes demandé si l'eau où séjournent de nombreuses larves de *Rana*, ou bien l'eau des pontes, ne renfermerait pas une substance excrétée et qui protégerait contre l'action du collargol. En effet, des solutions faites avec ces eaux sont moins nocives que celles faites avec l'eau du robinet, mais sont loin de protéger aussi efficacement que les solutions de collargol où déjà a eu lieu une attaque. En établissant une série de solutions dans ces diverses conditions : solutions au collargol où avaient séjourné des individus groupés, ou des individus isolés, solutions faites avec l'eau des pontes, avec de l'eau fraîche, etc., on obtient une gradation remarquable des effets, et l'on peut prédire ceux-ci à l'avance.

Voici encore une expérience qui vient à l'appui de l'hypothèse de substances protectrices. Nous l'avons faite sur des têtards operculisés de 15^{mm} à 20^{mm} qui, comme nous l'avions déjà constaté l'an dernier, sont peu sensibles au collargol. Deux têtards placés dans un petit cristallisoir de 4^{cm} de diamètre, contenant 25^{cm^3} d'eau additionnée de 5 gouttes de collargol, vivent pour ainsi dire indéfiniment. Mais si on les place dans un cristallisoir de 10^{cm} de diamètre, avec 10 fois plus d'eau, le taux de la solution restant le même, ils meurent en moins de 24 heures, comme si la substance hypothétique, diluée dans une grande masse d'eau, ne constituait plus une protection convenable.

De toutes façons, il est important de noter que le volume du liquide ait ici une si grande influence sur son « pouvoir toxique ».

Nous cherchons à préciser la nature des substances protectrices, et à voir en particulier si elles sont spécifiques. Dès maintenant, les faits que nous apportons nous paraissent présenter un réel intérêt, tant pour la physiologie que pour la biologie générale. Ils sont susceptibles, par exemple, d'expliquer les groupements si curieux de certains organismes, les *Convoluta* entre autres, sur des espaces restreints.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur le mode de développement des tumeurs dites* mixtes *et des cylindromes de la région de la face*. Note [1] de MM. **Alezais** et **Peyron**, présentée par M. Quénu.

L'histogenèse des tumeurs parabuccales chez l'homme montre entre les épithéliums et les éléments de la série conjonctive, une continuité qui,

[1] Séance du 14 mars 1921.

après avoir été longtemps méconnue, a ensuite servi de base à la théorie de l'origine endothéliale de ces tumeurs. Cette dernière a été elle-même démontrée inexacte par les recherches de Krompecher et par les nôtres ([1]), qui ont mis en évidence l'évolution connective des épithéliums. Le Mémoire apporté par l'un de nous en collaboration avec P. Masson ([2]) a exposé les caractères régionaux de cette histogenèse et en particulier ses analogies avec celles des ébauches adamantines et des adamantinomes. Les recherches poursuivies depuis lors nous permettent aujourd'hui de rattacher ces particularités, en apparence spéciales, aux processus généraux de l'évolution des épithéliums réticulés et en particulier du tissu notochordal. Notre étude synthétique est basée sur l'examen de 60 tumeurs dont 10 présentent le type du cylindrome. Les épithéliomes pavimenteux purs, improprement désignés sous le terme de *branchiomes*, ne sont pas compris dans ce nombre.

Dans la plupart des tumeurs mixtes, l'étude de la topographie histologique montre l'effilochage caractéristique des amas épithéliaux en un réseau d'éléments étoilés que nous avons décrit avec P. Masson. Mais l'évolution de cette lignée épithéliale, de même que celle des tissus chordal et adamantin, ne peut être interprétée de façon satisfaisante que par une étude spéciale des exoplasmes; celle-ci en dehors des colorants habituels, du tissu conjonctif, peut être faite à l'aide de la thionine du Giemsa et de l'éosine-orange-toluidine de Dominici. Ces dernières méthodes révèlent au niveau des éléments épithéliaux de type malpighien souvent très net, un liséré exoplasmique ou intercellulaire dont l'élargissement, lié à celui des vacuoles, constitue par places des flaques irrégulières. Ces dernières s'incorporent ensuite et progressivement à des travées de substance amorphe ou fibrillaire dont la nature collagène n'est pas douteuse. Les éléments cellulaires ainsi isolés présentent une série de modifications consécutives confirmant le rôle biologique actif de l'épithélium dans cette évolution qui conduit finalement à des éléments étoilés ou cartilagineux.

Dans les corps cellulaires isolés ou en syncytium apparaissent des vacuoles dont la confluence détermine la séparation d'un exoplasme et d'un endoplasme. Le premier est destiné soit à s'incorporer dans la substance fondamentale, soit à persister comme capsule cartilagineuse; le second constitue le corps cellulaire définitif. Ainsi se constituent en particulier des éléments cartilagineux étoilés rappelant ceux du cartilage céphalique des mollusques céphalopodes.

Un processus de même ordre conduit à la disposition caractéristique du cylindrome, mais ici la genèse des substances amorphes aux dépens des exoplasmes s'effectue simultanément à la périphérie et à l'intérieur de masses épithéliales à l'état

([1]) Alezais et Peyron, *Développement d'éléments connectifs aux dépens d'éléments épithéliaux dans les tumeurs de la face* (*C. R. Soc. de Biologie*, 1909).

([2]) Masson et Peyron, *Spécificité cellulaire et tumeur mixte* (*Association française pour l'étude du cancer*, avril 1914).

statique. Au lieu d'observer l'effilochage caractéristique de la tumeur mixte, on trouve d'une part des gaines périphériques et de l'autre des formations intra-épithéliales (corps oviformes de Malassez). L'opinion de Malassez, qui les considérait comme un tissu muqueux envahissant à extension centripète par rapport aux amas épithéliaux, est inexacte. Nous avons pu nous assurer que ce processus est identique à celui de la genèse des gaines de la notochorde aux dépens de son épithélium périphérique. Les corps oviformes primitivement indépendants du stroma résultent de la fusion d'abord irrégulière de lisérés exoplasmiques voisins en un reticulum constitué par des fibrilles radiaires en continuité avec l'exoplasme originel. Ultérieurement ce reticulum différencie une partie centrale dont les travées sont généralement perpendiculaires aux précédentes et de nature collagène. L'axe conjonctif ainsi configuré entre secondairement en connexion avec le stroma préexistant qui lui sert de support.

Le rapprochement que nous venons d'établir entre la tumeur mixte et le cylindrome est corroboré par ce fait que les deux dispositions peuvent coexister. Il est également confirmé par la présence dans certains cylindromes d'épithéliums étoilés de type adamantin, analogues à ceux de certaines tumeurs mixtes, et particulièrement favorables pour suivre l'évolution des exoplasmes. Ces notions d'histogenèse laissent de côté la question de l'origine adulte ou embryonnaire de ces tumeurs que nous ne voulons pas envisager ici. Elles sont à rapprocher des faits apportés dans le cancer expérimental par l'étude de la stroma-réaction qui est peu favorable à l'hypothèse d'un rôle actif du tissu conjonctif dans l'évolution des tumeurs épithéliales.

La séance est levée à 16 heures et demie.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 7 mars 1921.)

Note de *Lucien Daniel*, A propos des greffes de Soleil sur Topinambour :

Page 612, ligne 22, *au lieu de* qui le rappelle, *lire* qui les appelle.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1921.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, prince souverain de Monaco. Fascicule LVII : *Larves d'Actiniaires*, par Ch. Gravier; fascicule LVIII : *Études d'Anatomie comparée sur les Poissons*, par Joseph Nusbaum-Hilarowicz. Imprimerie de Monaco, 1920; 2 vol. 42^{cm}. (Présenté par S. A. S. le Prince de Monaco.)

Note sur la purification et l'amélioration des cotons égyptiens, par M. Victor-M. Mosséri. Le Caire, Imprimerie de l'Institut français d'Archéologie orientale, 1920; 1 fasc. 24^{cm}. (Présenté par M. H. Lecomte.)

L'industrie chimique française pendant la guerre, par A. Haller. Extrait du *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale*, novembre-décembre 1920. Paris, 1920; 1 fasc. 27^{cm}.

Flore complète illustrée en couleurs de France (Alsace et Lorraine comprises), Suisse et Belgique, par Gaston Bonnier. Fascicules 31 à 40. Paris, E. Orlhac; 10 fasc. 32^{cm},5.

Énergétique générale, par Félix Michaud. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. Bouty.)

Notice sur les titres et travaux scientifiques de Paul Lévy. Paris, 1920. (Présentée par M. J. Hadamard.)

Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux îles Loyalty : Botanique, par Hans Schinz et A. Guillaumin; vol. I, fasc. 1. Berlin, Wiesbaden, C. W. Kreidel, 1920; 1 fasc. 28^{cm},5. (Présenté par le Prince Bonaparte.)

Contribution à l'étude des relations existant entre les circulations atmosphériques, l'électricité atmosphérique et le magnétisme terrestre, par Alfred Vialay. Paris, Dunod, 1920; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. G. Lemoine.)

Éléments d'Électrotechnique générale, par E. Barré. Paris, Étienne Chiron, 1921. 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. Blondel.)

(*A suivre.*)

N° 12.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 21 Mars 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CORRESPONDANCE.

34466 — 3-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55
Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 14 (4 Avril 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET C[ie], IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont prié de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 AVRIL 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

L'Académie des Sciences vient d'avoir la douleur de perdre un de ses Correspondants les plus distingués, M. le colonel **Vallier**, décédé à Versailles le 29 mars 1921.

M. Vallier, entré à l'École Polytechnique en 1869, en était sorti dans l'artillerie. Ses remarquables travaux de balistique extérieure l'avaient fait élire Correspondant de l'Académie en 1895.

Il fut longtemps membre de la Commission de Gavre qui, dans un champ de tir situé près de Lorient, fait depuis beaucoup d'années de nombreuses expériences avec les plus puissantes pièces d'artillerie.

Sarrau, dans son Rapport sur les travaux de M. Vallier, insistait sur la difficulté considérable des problèmes relatifs à la courbe balistique, même lorsqu'on ne considère qu'un point matériel. La difficulté réside à la fois dans l'interprétation des équations du mouvement et dans la détermination préalable d'une expression représentant la résistance de l'air en fonction de la vitesse dans toute l'étendue concernant la pratique. Cette difficulté s'accroît lorsque l'on considère, au lieu d'un point, un solide présentant une forme ogivale, forme de tous les projectiles actuels.

Les commissions spéciales se sont efforcées depuis longtemps d'établir, à l'aide des seules données fournies par l'observation, des relations empiriques entre les vitesses initiales, les angles de départ et les portées. C'est ainsi qu'elles dressent les tables de tir pour le service réglementaire de l'artillerie.

Le problème théorique n'en conserve pas moins une grande importance, surtout pour les projets de nouveaux canons plus puissants que les anciens. Ces recherches permettent d'ailleurs, surtout pour les canons de gros calibres, de ne pas multiplier des expériences toujours très coûteuses.

Aussi ces études théoriques ont été abordées en France et à l'étranger par de nombreux savants : en France, en particulier, M. le général Didion avait été un précurseur dans cet ordre d'idées. M. Vallier proposa d'abord pour le projectile ogival une formule nouvelle de la résistance de l'air en s'appuyant sur d'anciens travaux d'Athanase Dupré : il montra que cette formule concorde avec les expériences connues à cette époque. Il introduisit ensuite cette expression de la résistance de l'air dans les équations balistiques et il en déduisit les formules permettant de calculer les divers éléments du tir et d'en vérifier l'accord avec l'expérience : cet accord est satisfaisant, notamment pour les canons français de 24^{cm}.

M. Vallier compléta ces recherches de diverses manières en vue des applications et donna des indications très nettes sur les méthodes expérimentales qu'il convient d'employer pour dresser les tables de tir. On y reconnaît à la fois l'habileté mathématique de l'auteur et sa préoccupation d'en faire profiter la pratique.

On sait que dans ces dernières années un de nos Correspondants, M. le comte de Sparre, s'est occupé avec succès de ces mêmes questions pour les pièces nouvelles à très longue portée.

Le nom de M. le colonel Vallier restera associé à ceux de ces officiers d'élite sortis de l'École Polytechnique qui appliquent toutes les ressources d'une solide éducation scientifique au perfectionnement de notre armement national, en ne séparant jamais les recherches théoriques des questions pratiques. La dernière guerre a montré combien la France peut être fière de son artillerie.

ZOOLOGIE. — *Sur un Ouvrage relatif à la Faune française.* Note de M. E.-L. Bouvier.

Un volume relatif à la « Faune française » vient d'être publié par l'Office faunistique de la Fédération française des Sciences naturelles. Cet Ouvrage, consacré aux *Échinodermes*, est dû à la plume de M. le professeur R. Kœhler, qui connaît mieux que personne les animaux de ce groupe. Comme chacun des volumes de la future collection, il permettra d'iden-

tifier aisément toutes les espèces françaises du groupe dont il traite, et renferme à cet effet un bref exposé des caractères de ce groupe, des Tables dichotomiques très claires, des descriptions spécifiques concises, de nombreuses figures et des notions intéressantes sur l'éthologie de chaque espèce. On n'avait jamais rien tenté de semblable en France, rien qui fût à la fois simple et scientifique, c'est-à-dire propre à favoriser sûrement le goût de la Zoologie; les botanistes avaient des flores, les zoologistes ne possédaient rien qui pût les aider à la connaissance des faunes.

C'est la première fois que se manifeste, par un résultat évident, l'efficacité des groupements scientifiques qui se sont établis depuis la guerre sous les auspices de notre Académie; et c'est à l'Académie elle-même qu'on doit ce résultat, puisque c'est grâce aux subsides des fonds Bonaparte et Loutreuil que la jeune Fédération des Sciences naturelles a pu se mettre immédiatement au travail. Si, comme je l'espère, l'Académie soutient encore quelque peu cette œuvre, l'Office faunistique de la Fédération pourra bientôt marcher sans secours au moyen de la vente des volumes offerts au public. Je pense vous présenter dans quelques semaines celui des Oiseaux et l'on prépare actuellement celui des Insectes orthoptères; d'autres seront mis ensuite sur le chantier.

Il faut exprimer de la gratitude à M. de Beauchamp, professeur à la Faculté de Dijon, qui a bien voulu accepter la direction de l'Office faunistique. C'est une lourde charge qui exige de l'activité, de la méthode, de profondes connaissances et un réel désintéressement; il s'en acquitte à merveille et mérite, de ce fait, la reconnaissance des zoologistes.

OPTIQUE. — *Sur le calcul du coma.* Note (¹) de M. G. Gouy.

Le calcul publié récemment (²) suppose que l'onde émise du point A_1 de l'axe est, comme toujours, à peu près sphérique quand elle vient former son foyer. L'expression du coma, exacte quand l'aberration suivant l'axe est nulle, est seulement très approchée quand cette aberration est sensible.

Il est bon d'évaluer cette approximation. On obtient exactement la courbe tracée par les rayons passant par les points G, en multipliant le diamètre δ du cercle dans le plan des xy, ainsi que le second terme de l'abscisse x_0,

(¹) Séance du 29 mars 1921.

(²) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 632.

par le facteur

$$1 - \sin u_2 \frac{dR}{dr},$$

où R désigne la longueur du rayon lumineux entre le point C_2 et l'axe, les autres notations restant les mêmes.

Ce facteur diffère très peu de l'unité ([1]); ainsi, par exemple, pour une lentille simple d'ouverture $\frac{f}{15}$, l'erreur relative est de un ou deux millièmes. A plus forte raison pourra-t-on la négliger pour un instrument mieux corrigé.

GÉOLOGIE. — *Sur un nouvel exemple de striage du lit fluvial.* Note de M. MAURICE LUGEON.

Il y a quelques années, en parcourant les rives de la Yadkin, dans la Caroline du Nord, je découvris, au lieu dit les « Falls », près Whitney, dans la région de la pénéplaine appalachienne, des stries singulières, uniquement localisées sur la roche du lit majeur de la rivière ([2]).

J'ai pu montrer que ce phénomène, jusqu'alors non signalé, était un nouveau mode d'érosion fluviale donnant lieu à de fines sculptures comparables à celles produites par les actions éoliennes sur les roches des régions soumises à la mitraille des grains de sable transportés par le vent. Plus tard, j'ai fait remarquer que ce burinage était semblable à celui exécuté sur les pointeaux et aubes des turbines par l'eau chargée de matières siliceuses en suspension ([3]).

Ce mode spécial d'érosion fluviale ne peut être reconnu que si un certain nombre de conditions sont réunies, à savoir tout d'abord l'existence d'une roche enregistreuse à pâte très fine, comme par exemple une roche éruptive pétrosiliceuse ou un calcaire compact; puis, pendant les crues, un apport important de matières fines en suspension, de nature siliceuse; aussi peu que possible de matériaux roulés qui, par leur choc plus violent, s'opposent au fin burinage; des variations considérables de débit; enfin, une vallée

([1]) Il faut considérer l'onde aussi loin de son foyer que le permettent les données du problème.

([2]) *Sur un nouveau mode d'érosion fluviale* (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 582).

([3]) *Le striage du lit fluvial* (*Ann. de Géographie*, 23e-24e année, n° 132, 15 novembre 1915, p. 385).

assez large, mais ayant encore la forme de gorge ou de cañon, pour qu'il puisse s'établir un lit majeur rocheux en banquette dominant le niveau d'étiage de 1^m à quelques mètres.

En débit d'étiage ou en débit moyen les mouvements tourbillonnaires sont dominants; ce sont les agents constructeurs des marmites de géant du lit mineur (1).

Au moment de la crue, alors que s'exécute une *chasse* considérable de matériaux en suspension, l'écoulement reste en partie tourbillonnaire dans le lit mineur, mais tend à se transformer en mouvement rectiligne, qui est en tout cas à peu près général sur le lit majeur, ainsi qu'en témoigne la rareté des marmites. A ce moment les grains de sables suspendus, entraînés en filets linéaires, burinent la banquette de ce lit majeur et ils y sculptent de fines stries droites ou légèrement ondulées, parallèles entre elles, ou bien, si un obstacle vertical s'y présente, formant des figures rayonnantes qui partent d'une cupule comme celles que j'ai figurées dans mon Mémoire sur l'érosion de la Yadkin et qui sont donc les mêmes que redoutent les hydrauliciens sur les aubes des turbines.

En examinant avec attention les rivières à transport de matériaux grossiers, on arrive presque toujours à trouver sur la banquette du lit majeur les empreintes délicates du burinage, mais faut-il déjà bien connaître le phénomène. Je l'ai vu dans le cañon urgonien du Rhône; je n'ai jamais pu l'observer dans les torrents alpins.

Mais une rivière française, la basse Ardèche, devait me révéler le phénomène dans toute sa splendeur, sans toutefois atteindre la beauté des stries de la Yadkin.

Dans sa région inférieure, entre Vallon et Saint-Martin, l'Ardèche s'écoule profondément, encaissée en cañon dans les calcaires urgoniens. C'est une rivière dont les débits présentent des variations considérables et bien connues. A l'étiage, il ne s'écoule guère que 2^{m^3} à 4^{m^3} d'eau limpide,

(1) Le mouvement tourbillonnaire n'agit latéralement sur l'escarpement du lit majeur que par l'agrandissement du rayon des marmites latérales du lit mineur. Le tunnel de dérivation de la rive droite du Rhône à Bellegarde, sans radier ni revêtement, débitant 60^{m^3}, en exploitation depuis de nombreuses années, ne présente des effets tourbillonnaires que dans le radier. Les marmites y ont jusqu'à 4^m de profondeur. *Les piedroits sont absolument intacts*, présentant encore des arêtes rocheuses aiguës dues au battage au large par les explosifs. Tout se passe comme si le long des piedroits un coussinet d'eau presque rigide agissait comme un revêtement. Cette observation peut présenter un certain intérêt pour les constructeurs de tunnels hydrauliques à écoulement libre. Elle mérite d'être connue.

alors que pendant les crues un flot opaque pouvant atteindre 7000$^{m^3}$ se précipite dans l'étroit sillon. Il y a relativement peu de matériaux grossiers; les galets, qui sont nuls dans la Yadkin, forment cependant des atterrissements importants. Il existe toutefois une parenté manifeste de variations de régime entre les deux rivières. La pente du cañon est d'environ 1 pour 1000, alors que, celle de la Yadkin dépassant localement 6 pour 1000, les *chasses* y sont donc plus violentes, d'autant que le débit peut atteindre 3000$^{m^3}$; en conséquence le mouvement linéaire est en quelque sorte plus ordonné et le burinage plus intense.

Dans l'Ardèche, si l'on remonte la rivière de 2^{km} à 3^{km} à partir de Saint-Martin, soit en amont du hameau de Sauze, on peut voir sur les calcaires urgoniens compacts du lit majeur les stries du burinage fluvial admirablement dessinées en une multitude de points, mais qui sont toujours en relation avec les méandres. Lorsque, par l'habitude facile à acquérir de savoir où se trouve la zone de courant maximal dans les méandres, on voit sur la banquette des surfaces ayant souvent plusieurs centaines de mètres carrés entièrement couvertes de ces stries délicates. Il est à noter qu'elles sont toujours orientées avec la plus grande des rigueurs, parallèlement aux filets de l'eau en crue, c'est-à-dire non nécessairement parallèlement à la rive du lit mineur. Ainsi, en aval de l'angle saillant d'un méandre, au point où la ligne de courant abandonne le lit mineur pour passer sur le majeur, les stries sont obliques à la rivière et forment avec elle, en direction d'écoulement, un angle aigu; puis, plus bas, elles deviennent parallèles et rentrent enfin vers l'axe de la rivière, mais en s'effaçant peu à peu, parce que la puissance de la chasse diminue. La roche est alors uniquement polie avec cette patine, au toucher si spécial, qui caractérise les roches corrodées par l'action éolienne.

Ainsi, non seulement les exemples répétés de l'Ardèche montrent bien qu'aux périodes de grande crue le mouvement tourbillonnaire se remplace par un mouvement linéaire sur la roche, mais encore le striage permet de connaître exactement le déplacement, par rapport à lui-même, du fil de l'eau lorsque la rivière passe de l'étiage à la crue.

Sir **George Greenhill**, élu Correspondant pour la Section de Mécanique, adresse des remercîments à l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Mémoires concernant l'Histoire naturelle de l'Empire chinois par des Pères de la Compagnie de Jésus.* Tome VI. Premier cahier : *L'Herbier de Zi-Ka-wei. Herborisations dans le Kiang-sou en* 1918. (Présenté par M. H. Lecomte.)

2° Léon Bertrand. *Histoire de la formation du sous-sol de la France.* I. *Les anciennes mers de la France et leurs dépôts.* (Présenté par M. Termier.)

3° Joseph Lévine. *Atlas météorologique de Paris.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation aux dérivées fonctionnelles analogue à l'équation de M. Hadamard.* Note de M. **Gaston Julia.**

1. J'ai montré précédemment [1] qu'à partir de l'équation

$$(1) \qquad \delta \log f_A(B) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f_A(B)+f_A(z)}{f_A(B)-f_A(z)}\left[\frac{f'_A(z)}{f_A(z)}\right]^2 \delta z\, dz,$$

où $f_A(z)$ fournit la représentation conforme de la courbe analytique fermée C sur le cercle trigonométrique $|Z| = 1$, on pouvait former une solution de l'équation

$$(2) \qquad \delta\Phi(U, V) = \int_C \Phi(U, M)\,\Phi(M, V)\,\delta n\, ds$$

due à M. Hadamard.

On peut, à partir de (1), obtenir une équation présentant avec (2) des caractères d'analogie remarquables et s'y ramenant par un changement de la fonction inconnue.

On introduit $\zeta = f_\Omega(z)$, Ω intérieur à C et distinct de A et B ; $\beta = f_\Omega(B)$, $\alpha = f_\Omega(A)$, et, *en différentiant* (1) *par rapport à* B, il vient

$$(3) \quad \delta \frac{d}{dB}\log f_A(B) = \delta \frac{d}{dB}\left[\log \frac{\beta-\alpha}{\alpha_0\beta-1}\right]$$
$$= -\frac{1}{\pi i}\int_\Gamma [\delta \log(\zeta-\alpha) - \delta \log(\alpha_0\zeta-1)]\, d\left[\frac{d}{dB}\log(\zeta-\beta)\right].$$

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 738.

Si maintenant, on différentie par rapport à *l'affixe* A *du point* A, il vient

$$(4)\qquad \partial \frac{d^2}{dA\,dB}\log(\beta-\alpha) = -\frac{1}{\pi i}\int_\Gamma \frac{d^2}{dA\,dz}\log(\zeta-\alpha)\frac{d^2}{dz\,dB}\log(\zeta-\beta)\,\partial z\,dz,$$

et si l'on pose

$$(5)\qquad -\frac{1}{\pi i}\frac{d^2}{dA\,dB}\log(\beta-\alpha) = \Phi(A, B) = -\frac{1}{\pi i}\frac{\frac{d\alpha}{dA}\frac{d\beta}{dB}}{(\alpha-\beta)^2},$$

$\Phi(A, B)$ est une fonction *analytique des deux points* A, B, *symétrique par rapport à ces deux points*, et satisfaisant à l'équation

$$(6)\qquad \partial\Phi(A, B) = \int_C \Phi(A, M)\,\Phi(M, B)\,\partial z\,dz.$$

L'équation (6) diffère de l'équation (2) de M. Hadamard par la substitution de $\partial z\,dz$ à $\partial n\,ds$.

2. En désignant par α_M l'angle avec Ox de la demi-tangente positive en M au contour C, on a

$$\partial z\,dz = i\,e^{2i\alpha_M}\,\partial n\,ds$$

et

$$\frac{d}{ds_M} = e^{i\alpha_M}\frac{d}{dz};$$

(4) s'écrit alors

$$\partial \frac{d^2}{dA\,dB}\log(\beta-\alpha) = -\frac{1}{\pi}\int_C \frac{d^2}{dA\,ds_M}\log(\zeta-\alpha)\frac{d^2}{ds_M\,dB}\log(\zeta-\beta)\,\partial n\,\partial s.$$

Imaginons une série de contours qui se déforment, suivant une *loi déterminée*, de façon à passer en A et B au cours de leur variation; si α_A et α_B sont les angles correspondant aux demi-tangentes en ces points aux contours qui y passent, on aura immédiatement, à cause de

$$\frac{d}{ds_A} = e^{i\alpha_A}\frac{d}{dA} \qquad \text{et} \qquad \frac{d}{ds_B} = e^{i\alpha_B}\frac{d}{dB},$$

$$\partial \frac{d^2}{ds_A\,ds_B}\log(\beta-\alpha) = -\frac{1}{\pi}\int_C \frac{d^2}{ds_A\,ds_M}\log(\zeta-\alpha)\frac{d^2}{ds_M\,ds_B}\log(\zeta-\beta)\,\partial n\,\partial s,$$

c'est-à-dire que

$$\Phi(A, B) = -\frac{1}{\pi}\frac{d^2}{ds_A\,ds_B}\log(\beta-\alpha)$$

satisfait à l'équation (2) de M. Hadamard.

3. Il est visible que

$$-\frac{1}{\pi i}\frac{d^2}{dA\,dB}\log(\beta-\alpha) = \frac{1}{2\pi i}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x'} - i\frac{\partial}{\partial y'}\right)g(A, B)$$

est la solution (5) de (6) (x, y coordonnées cartésiennes de A; x', y' celles de B).

En sorte que

$$\begin{aligned}\Phi(A, B) &= -\frac{1}{\pi}\frac{d^2}{ds_A\,ds_B}\log(\beta-\alpha) \\ &= -\frac{1}{\pi}\frac{d^2}{dA\,dB}\log(\beta-\alpha)\,e^{i(\alpha_A+\alpha_B)} \\ &= \frac{1}{2\pi}\left[\left(\frac{\partial}{\partial x}-i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x'}-i\frac{\partial}{\partial y'}\right)g(A, B)\right]e^{i(\alpha_A+\alpha_B)}\end{aligned}$$

est la nouvelle solution de l'équation (2) de M. Hadamard. Cette solution n'échappe pas à la critique, adressée à $-\frac{1}{2\pi}\frac{d^2 g(A, B)}{dn_A\,dn_B}$, d'exiger la connaissance, *a priori*, d'une loi de déformation pour le contour C. Il faut aussi mentionner la solution conjuguée

$$\Phi_0(A, B) = \frac{1}{2\pi}\left[\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x'}+i\frac{\partial}{\partial y'}\right)g(A, B)\right]e^{-i(\alpha_A+\alpha_B)}.$$

4. Les considérations du n° 2 sont valables pour toute solution de l'équation (6). Si $\Phi(A, B)$ est une solution quelconque de (6), on constatera sans peine que

$$\Psi(A, B) = i\Phi(A, B)\,e^{i[\alpha_A+\alpha_B]}$$

est une solution de l'équation (2) et réciproquement. L'équation (6) n'est donc pas essentiellement distincte de l'équation de M. Hadamard, cependant elle paraît se présenter tout naturellement lorsqu'on étudie des solutions qui sont fonctions analytiques des variables complexes A et B.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination des fonctions présentant certain caractère complexe de résolubilité.* Note [1] de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

J'ai donné dans ma dernière Note les conditions définissant la classe des fonctions résolubles $(2, s)$. Il résulte de ces caractères que la différence de deux fonctions de cette espèce est encore une fonction de la même nature. Nous allons en déduire que, si *deux fonctions résolubles* $(2, s)$ *admettent sur une épaisseur pleine la même dérivée seconde ordinaire-approximative, la différence* G *de ces deux fonctions est linéaire.*

En effet, la dérivée seconde ordinaire-approximative (nous la désignerons par $G''_{o.a.}$) de G existe et est o sur une épaisseur pleine.

[1] Séance du 21 mars 1921.

Tout d'abord, en appliquant le quatrième caractère à l'ensemble parfait P constitué par le continu (les σ et les σ' n'existent donc pas), nous trouvons que l'ensemble des points H au voisinage desquels la dérivée ordinaire G' (ou G'_0) de G est inexistante ou discontinue en certains points, ou non résoluble dans certains intervalles, cet ensemble H est non dense. Sur un segment s sans points communs avec H, G'_0 possédant, sur une épaisseur pleine, une dérivée approximative nulle, est constant. G est linéaire sur s.

Si donc G n'est pas linéaire, l'ensemble L des points au voisinage desquels G est non linéaire, L est non dense.

En vertu du deuxième caractère des fonctions résolubles $(2, s)$, si G est linéaire sur deux segments ayant une extrémité commune, G est linéaire sur le segment réunissant les deux. Donc L est parfait. G'_0 existe et est constant sur tout intervalle contigu à L, et par suite (2ᵉ caractère) sur tout *segment* contigu à L. Nous distinguons trois cas :

1° L contient une portion P ne possédant aucun segment spécial propre. Alors (4ᵉ caractère de G) P contient une portion P_1 sur la totalité de laquelle G'_0 existe, est continue et est résoluble. Comme la variation de G'_0 sur chaque contigu à P_1 est nulle, ainsi que, sur une pleine épaisseur de P_1, la dérivée approximative de G'_0, G'_0 est constant sur P_1, donc sur le segment des extrémités de P_1. P_1 n'appartient donc pas à L, ce qui est contraire à l'hypothèse.

2° L contient une portion Q dont chaque point est intérieur à une infinité de segments spéciaux de L (donc de Q). On détermine dans Q une portion Q_1 telle que les nombres $\omega(\sigma)$ formés avec G et les segments spéciaux de Q_1 forment une série convergente (3ᵉ caractère).

On en déduit, en négligeant les segments spéciaux supérieurs à un nombre ε aussi petit qu'on le veut, que la différence des valeurs de G'_0 sur deux contigus quelconques à Q_1 est nulle. Enfin, la variation de G sur Q_1 étant nulle [d'après la convergence des $\omega(\sigma)$], G est linéaire entre les extrémités de Q_1, ce qui est encore impossible si Q_1 est dans L (¹).

3° Sont partout denses sur L, à la fois les points appartenant à une infi-

(¹) Les conséquences tirées dans cette étude du troisième caractère des fonctions résolubles $(2, s)$ subsisteraient si on le remplaçait par le caractère suivant moins restrictif.

Quel que soit l'ensemble parfait P possédant une infinité de segments spéciaux σ, les points de P au voisinage desquels la somme est non bornée des quantités $\omega(\sigma)$ relatives à des segments σ en nombre quelconque deux à deux extérieurs l'un à l'autre, ces points forment un ensemble non dense sur P.

nité de segments spéciaux de L, et les points de L appartenant seulement à un nombre limité de tels segments. On peut déterminer (3e et 4e caractères de G) une portion R de L telle que, d'une part la série des nombres $\omega(\sigma)$ relative aux segments spéciaux de R et à G est convergente, d'autre part, quels que soient, parmi les précédents, les segments σ' en nombre fini négligés, et les segments σ'' demeurant, G'_0 existe, est continu et résoluble sur l'ensemble (fermé) $R(\sigma')$ des points de R appartenant aux seuls σ''. La dérivée approximative de G'_0 étant par hypothèse nulle sur une épaisseur pleine, il en résulte que la variation de G'_0 entre deux points de $R(\sigma')$ s'obtient uniquement en totalisant les variations de G'_0 sur les segments contigus à $R(\sigma')$. D'après la convergence de la série $\omega(\sigma)$, on peut négliger suffisamment de segments σ' pour que la somme des variations absolues de G'_0 sur les segments contigus à $R(\sigma')$ soit inférieure à un nombre positif ε quelconque donné d'avance. On en déduit que G'_0 existe et est constant sur R et sur ses contigus, ce qui achève de démontrer l'impossibilité de l'existence de L.

Donc, si f est donnée et si l'on sait l'existence sur une épaisseur pleine d'une identité du type $f = \mathcal{F}''_{0,a,}$, $\mathcal{F}$ étant une fonction résoluble $(2, s)$ et inconnue, $\mathcal{F}$ est déterminée par f, à l'addition près d'une fonction linéaire arbitraire.

L'intégration $T_{2,s}$ ou totalisation symétrique du second ordre sera précisément l'opération permettant de remonter de f à $\mathcal{F}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le théorème de M. Landau et les fonctions multiformes.* Note de M. **Théodore Varopoulos**, présentée par M. Hadamard.

1. En 1904, M. Landau a démontré (1) le théorème suivant :

Soit une fonction analytique

$$\mu(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m + \ldots$$

régulière à l'origine, pour laquelle

$$a_1 \neq 0:$$

il existe un cercle

$$|x| < R(a_0, a_1)$$

(1) *Ueber eine Verallgemeinerung des Picardschen Satzes* (*Sitzungberichte der Academie der Wissenschaften*, 1904, p. 1118-1133).

dont le rayon dépend seulement de a_0, a_1, *et non des autres coefficients* $a_2, a_3, \ldots, a_m, \ldots,$ *à l'intérieur duquel la fonction* $\mu(x)$ *possède un point singulier ou prend au moins une fois l'une des valeurs zéro et un.*

2. En utilisant une méthode indiquée par M. Rémoundos dans son Mémoire ([1]) « *Sur les fonctions entières ou algébroïdes* », je me propose d'étendre ce nouvel ordre d'idées à une classe de fonctions $u = \varphi(x)$ multiformes dans le voisinage du point $x = 0$, très étendue, définies par une équation de la forme

$$F(x, u) = A_0(x) + A_1(x)u + A_2(x)u^2 + \ldots + A_{n-1}(x)u^{n-1} + P(x, u);$$

les coefficients peuvent être singuliers pour $x = 0$ et même non uniformes dans le voisinage de ce point.

La seule hypothèse que nous faisons ici est celle qui concerne la fonction $P(x, u)$ laquelle doit avoir la même valeur $q(x)$ pour $u = 0$ et $u = 1$

Supposons que dans un cercle $|x| < r$ la fonction $u = \varphi(x)$ ne prenne ni la valeur zéro, ni la valeur un : il est évident que les deux fonctions

$$F(x, 0) = A_0(x) + q(x)$$
$$F(x, 1) = A_0(x) + A_1(x) + \ldots + A_{n-1}(x) + q(x) = F(x, 0) + A_1(x) + \ldots + A_{n-1}(x)$$

ne s'annulent pas à l'intérieur du cercle $|x| < r$, et, par conséquent, nous aurons la même chose pour la fonction

$$\frac{F(x, 1)}{A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x)} = 1 + \frac{F(x, 0)}{A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x)}$$

si nous nous plaçons dans le cas où la fonction

$$A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x)$$

est finie, dans le cercle $|x| < r$, bien entendu.

Posons

$$\sigma(x) = -\frac{F(x, 0)}{A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x)}:$$

la fonction $\sigma(x)$ dans le cercle $|x| < r$ ne prend ni la valeur zéro, ni la valeur un; alors si $\sigma(x)$ est régulière pour $x = 0$,

$$\sigma(x) = \gamma_0 + \gamma_1 x + \gamma_2 x^2 + \ldots + \gamma_m x^m + \ldots,$$

et si $\gamma_1 \neq 0$ il existe, en vertu du théorème de M. Landau, un cercle

$$|x| < R(\gamma_0, \gamma_1)$$

([1]) *Annales de l'École Normale supérieure de Paris*, 3e série, t. 30, 1913, p. 388-393.

à l'intérieur duquel la fonction $\sigma(x)$ ou bien possède un point singulier, ou bien prend au moins une fois l'une des valeurs zéro et un, et, par conséquent, le nombre $R(\gamma_0, \gamma_1)$ est plus grand que le rayon r du cercle

$$|x| < r.$$

Alors, si le rayon r est égal ou plus grand que $R(\gamma_0, \gamma_1)$ à l'intérieur du cercle $|x| < r$, il existe au moins un point singulier de la fonction $\sigma(x)$ ou bien elle prend au moins une fois l'une des valeurs zéro et un : c'est-à-dire qu'à l'intérieur du cercle $|x| < r$ il existe ou bien au moins un infini de la fonction

$$A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x),$$

ou bien au moins une racine d'une au moins des équations

$$\varphi(x) = 0, \qquad \varphi(x) = 1.$$

Nous arrivons donc à l'énoncé suivant :

Théorème. — *Soit une fonction multiforme $u = \varphi(x)$ définie par une équation de la forme*

$$F(x, u) = A_0(x) + A_1(x)u + A_2(x)u^2 + \ldots + A_{n-1}(x)u^{n-1} + P(x, u) = 0$$

avec la condition

$$P(x, 0) = P(x, 1) = q(x).$$

Si la fonction

$$\sigma(x) = -\frac{F(x, 0)}{A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x)}$$

est régulière en $x = 0$:

$$\sigma(x) = \gamma_0 + \gamma_1 x + \gamma_2 x^2 + \ldots + \gamma_m x^m + \ldots$$

et si nous avons $\gamma_1 \neq 0$, il existe un cercle

$$|x| < R(\gamma_0, \gamma_1)$$

dont le rayon dépend seulement de γ_0, γ_1, à l'intérieur duquel ou bien la fonction $\sigma(x)$ possède un point singulier, ou bien la fonction $u = \varphi(x)$ prend au moins une fois l'une des valeurs zéro ou un, ou bien il existe au moins un point où la fonction

$$A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x)$$

prend une valeur infinie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries de Dirichlet.*
Note de M. **Fritz Carlson**, présentée par M. Hadamard.

Dans la théorie des séries de puissances on démontre le théorème suivant : *Soit $f(x) = \Sigma a_n x^n$ régulière et bornée pour $|x| < 1$; alors la série $\Sigma |a_n|^2$ converge; en posant $|f(x)| \leqq M$ pour $|x| < 1$ on aura*

$$\sum_0^\infty |a_n|^2 \leqq M^2.$$

Je veux établir le même théorème pour les séries de Dirichlet les plus générales

$$(1) \qquad f(s) = \sum_1^\infty a_n e^{-\lambda_n s}; \qquad \lambda_{n+1} > \lambda_n, \qquad \lambda_n \to \infty.$$

Théorème I. — *Supposons la série (1) convergente pour une valeur finie de s ou, plus généralement, sommable par les moyennes typiques e^{λ_n} en un point fini s et d'un ordre fini $\varkappa$. Supposons la fonction $f(s)$ régulière et bornée pour $\sigma > 0$. Alors la série $\Sigma |a_n|^2$ converge; en posant $|f(s)| \leqq M$ pour $\sigma > 0$ on aura*

$$\sum_1^\infty |a_n|^2 \leqq M^2.$$

Démonstration. — Soit $\delta > 0$ arbitrairement petit. D'après la théorie de la sommation des séries (1), on a

$$(2) \qquad f(2\delta + it) = \sum_{\lambda_n < \omega} a_n e^{-\lambda_n(2\delta + it)}(1 - e^{\lambda_n - \omega})^\varkappa + O(e^{-\delta\omega})$$

uniformément en t. On en déduit pour la quantité conjuguée

$$(3) \qquad \bar{f}(2\delta - it) = \sum_{\lambda_n < \omega} \bar{a}_n e^{-\lambda_n(2\delta - it)}(1 - e^{\lambda_n - \omega})^\varkappa + O(e^{-\delta\omega}).$$

Multiplions membre à membre les deux formules (2) et (3) :

$$(4) \quad |f(2\delta + it)|^2$$
$$= \sum_{\lambda_n > \omega} |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta}(1 - e^{\lambda_n \omega})^{2\varkappa}$$
$$+ \sum_{\lambda_n < \omega} \sum_{\lambda_n < \omega}{}' a_n \bar{a}_m e^{-(\lambda_n + \lambda_m)2\delta - (\lambda_n - \lambda_m)it}(1 - e^{\lambda_n - \omega})^\varkappa (1 - e^{\lambda_m - \omega})^\varkappa + O(e^{-\delta\omega})$$
$$= A + B + C.$$

Choisissons x fonction de ω de telle manière que

$$\lim_{\omega=\infty} x = \infty; \qquad \sqrt{x} > 2\,h(\omega)\Big(\sum_{\lambda_n<\omega} |a_n|\Big)^2,$$

$h(\omega)$ désignant la plus grande des quantités

$$1 : (\lambda_n - \lambda_{n-1}), \qquad \lambda_n < \omega.$$

Dans (4), multiplions les deux membres par dt et intégrons le long d'un intervalle de longueur x. Comme

$$\frac{1}{x}\Big|\int B\,dt\Big| < \frac{1}{\sqrt{x}}, \qquad \frac{1}{x}\Big|\int C\,dt\Big| = O(e^{-\delta\omega}),$$

nous aurons

$$(5) \qquad \left|\frac{1}{x}\int |f(2\delta + it)|^2\,dt - \sum_{\lambda_n<\omega} |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta}(1 - e^{\lambda_n-\omega})^{2\varkappa}\right| < \frac{1}{\sqrt{x}} + O(e^{-\delta\omega}).$$

Soit $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit, ν un entier quelconque. Nous pouvons choisir ω suffisamment grand pour que

$$\sum_1^\nu |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta} < (1+\varepsilon)\sum_1^\nu |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta}(1 - e^{\lambda_n-\omega})^{2\varkappa}$$
$$< (1+\varepsilon)\sum_{\lambda_n<\omega} |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta}(1 - e^{\lambda_n-\omega})^{2\varkappa},$$

et que, dans (5),

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + O(e^{-\delta\omega}) < \varepsilon.$$

Donc

$$\sum_1^\nu |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta} < (1+\varepsilon)\Big(\varepsilon + \frac{1}{x}\int |f|^2\,dt\Big) = (1+\varepsilon)(\varepsilon + M^2).$$

On en conclut

$$\sum_1^\nu |a_n|^2 e^{-4\lambda_n\delta} \leqq M^2$$

pour tout ν et pour tout $\delta > 0$. C. Q. F. D.

Remarque. — Pour $\lambda_n = n$ nous retrouvons le théorème pour les séries

de puissances. Donc il n'existe aucun nombre $p < 2$ tel que la série

$$\sum |a_n|^p$$

soit nécessairement convergente (théorème de M. Carleman).

Signalons quelques conséquences qu'on peut tirer de notre théorème en le combinant avec l'inégalité de Cauchy

$$\left(\sum |\alpha_\nu \beta_\nu|\right)^2 \leqq \sum |\alpha_\nu|^2 \sum |\beta_\nu|^2.$$

Théorème II. — *Si la série* (1) (*supposée sommable*) *représente une fonction régulière et bornée pour* $\sigma > 0$, *on aura*

$$|a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n| \leqq M\sqrt{n}.$$

Si, de plus, les exposants λ_n *vérifient la condition*

$$e^{-(k+\varepsilon)\lambda_n} = O(\lambda_{n+1} - \lambda_n), \qquad k \geqq 0,$$

la série (1) *converge absolument pour* $\sigma > \frac{k}{2}$.

Pour $\lambda_n = \log n$ $(k = 1)$, ce théorème a été démontré par M. Bohr.

Enfin, considérons deux séries

$$(6) \qquad f(s) = \sum_1^\infty a_n e^{-\lambda_n s}, \qquad g(s) = \sum_1^\infty b_n e^{-\lambda_n s},$$

toutes les deux sommables et représentant des fonctions régulières et bornées pour $\sigma > 0$. Tout d'abord, on en conclut la convergence de la série

$$\sum |a_n b_n|.$$

Ensuite, en substituant à la relation (3) celle qui correspond à la fonction $g(s)$, et en répétant les considérations précédentes, on arrivera à l'addition suivante au théorème de la moyenne de M. Hadamard :

Théorème III. — *Supposons les séries* (6) *sommables et les fonctions* $f(s)$ *et* $g(s)$ *régulières et bornées pour* $\sigma < 0$. α *et* x *désignant des quantités réelles, on a*

$$\lim_{x=\infty} \frac{1}{x} \int_\alpha^{\alpha+x} f(\sigma + it)\, g(\sigma - it)\, dt = \sum_1^\infty a_n b_n e^{-2\lambda_n \sigma}$$

uniformément en α *et en* σ *pour* $\sigma \geqq \delta > 0$.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Reid faites à l'Observatoire de Bordeaux (Équatorial de* $0^m,38$). Note de M. **H. Godard**.

Dates 1921.	★	>* ΔR.	ΔP.	Nombre de comp.	Gr.
		m s	′ ″		
Mars 30	1	+0.33,78	−6.13,9	12 : 6	9,5
» 30	2	−1. 9,45	+0.20,0	20 : 5	9,5
» 31	3	+0.35,75	−5.42,8	20 : 10	9,5
» 31	4	−0.19,48	+0.57,9	20 : 10	9,5
Avril 1	5	+1.12,69	−3. 0,4	24 : 6	9,5
» 1	6	−1. 6,82	+4.27,3	24 : 6	9,5
» 1	7	+0.24,06	−3.15,9	4 : 4	9,5

Positions apparentes de la comète.

Dates 1921.	Temps moyen de Greenwich.	R apparente.	Log. fact. parallaxe.	DP apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Mars 30	15.48.48,0	20.23.39,58	$\bar{1},572_n$	97.47.30,9	$0,820_n$
» 30	16. 9.39,6	20.23.40,39	$\bar{1},544_n$	97.46.49,0	$0,824_n$
» 31	16. 8.52,5	20.24.14,11	$\bar{1},544_n$	96.50.17,0	$0,822_n$
» 31	16.31.44,5	20.24.14,81	$\bar{1},511_n$	96.49.18,2	$0,826_n$
Avril 1	15.50.30,7	20.24.48,11	$\bar{1},561_n$	95.51.49,9	$0,817_n$
» 1	15.50.30,7	20.24.47,85	$\bar{1},561_n$	95.51.48,2	$0,817_n$
» 1	16.19.25,6	20.24.48,17	$\bar{1},516_n$	95.50.30,7	$0,821_n$

Positions des étoiles de comparaison.

★	Gr.	R moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	DP moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1	9,1	20.23. 5,07	+0,73	97.53.52,5	−5,3	A.G. Wien-Ott., 7258
2	8,7	20.24.49,12	+0,72	97.46.24,3	−5,3	A.G. Wien-Ott., 7272
3	7,9	20.23.37,61	+0,75	96.56. 4,9	−5,1	A.G. Wien-Ott., 7261
4	9,1	20.24.33,54	+0,75	96.48.25,4	−5,1	A.G. Wien-Ott., 7269
5	7,1	20.23.34,64	+0,78	95.54.55,1	−4,8	A.G. Wien-Ott., 7260
6	9,2	20.25.53,91	+0,76	95.47.25,7	−4,8	A.G. Wien-Ott., 7281
7	8,5	20.24.23,44	+0,77	95.53.51,4	−4,8	A.G. Wien-Ott., 7268

Remarques. — Le 30 mars, la comète est voisine d'une étoile de grandeur 10,5 qui rend l'observation difficile. Ciel voilé de cirrus. Le 1er avril, la Lune, assez voisine de la comète, gêne l'observation. La dernière observation a été obtenue en mesurant l'angle de position et la distance.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Reid* (1921 *a*), *faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Besançon.* Note de M. **P. Chofardet**, transmise par M. B. Baillaud.

Dates. 1921.	Temps moyen de Besançon.	ΔR.	ΔP.	Nombre de compar.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Dist. polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mars 30..	16.30.49	−0.16,91	+ 2.31,3	12:9	20.23.39,65	$9,491_n$	97.46.44,8	$0,838_n$	*a*
» 31..	16.13.59	+0.35,13	− 5. 3,2	12:9	20.24.13,49	$9,510_n$	96.50.56,6	$0,833_n$	*b*
Avril 1..	15.50.19	+1.11,84	− 2. 5,3	12:9	20.24.47,24	$9,535_n$	95.52.44,9	$0,827_n$	*c*

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	R 1921,0.	Réduction au jour.	P 1921,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a........	8,6	20.23.55,84	+0,72	97.44.18,7	− 5,2	A.G. Wien-Ottakring, 7263.
b........	7,9	20.23.37,61	+0,75	96.56. 4,9	− 5,1	id. 7261.
c........	7,1	20.23.34,63	+0,77	95.54.55,1	− 4,9	id. 7260.

Remarques. — Par la présence de la Lune, encore au dernier quartier, la comète, estimée au moins de 9ᵉ grandeur, apparaît comme un amas nébuleux, sensiblement rond et large de 2′ à 3′, avec condensation centrale bien définie, mais floue.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Reid, faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon.* Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates 1920.	Temps moyen de Lyon.	Δα.	Δδ.	Nombre de compar.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mars 28..	16. 3. 8	−0.11,16	− 4.34,8	8:8	20.22.32,02	−9,552	−9.32.39,3	+0,827	1
Mars 28..	16.40.28	−0.10,18	+ 5.47,7	6:8	20.22.33,00	+9,500	−9.31.26,4	+0,835	1
Mars 30..	16. 8.43	−0.17,29	− 3.12,8	8:8	20.23.39,27	−9,535	−7.47.26,2	+0,825	3
Mars 31..	16.13.22	−0.20,76	− 2.29,8	8:8	20.24.13,52	−9,524	−6.50.50,1	+0,823	4

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	α moyenne, 1921,0.	Réduction au jour.	δ moyenne, 1921,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1......	9,3	20.22.42,50	+0,68	− 9.37.19,8	+ 5,7	rapportée à 2
2......	7,2	20.24. 9,37		− 9.37.58,3		A.-G. Wien-Ott. 7265
3......	8,6	20.23.55,84	+0,72	− 7.44.18,7	+ 5,3	A.-G. Wien-Ott. 7263
4......	9,1	20.24.33,54	+0.74	− 6.48.25,4	+ 5,1	A.-G. Wien-Ott. 7269

Remarques. — La comète est circulaire, de moins de 1′ de diamètre, avec condensation centrale; éclat total $9^m,5$.

ANÉMOMÉTRIE. — *Sur la comparabilité des anémomètres.*
Note de M. C.-E. **Brazier**, présentée par M. Georges Lemoine.

Si l'on détermine à plusieurs reprises, sur des intervalles de temps de l'ordre d'une heure, le rapport des vitesses moyennes de rotation de deux anémomètres de types différents, placés au voisinage l'un de l'autre dans le vent naturel, on trouve que les nombres obtenus varient considérablement d'une expérience à l'autre. Même en se bornant aux mesures dans lesquelles la vitesse moyenne de rotation de l'un des instruments est sensiblement la même, on trouve fréquemment des différences de 20 pour 100 entre les rapports du nombre de tours d'un anémomètre Robinson, par exemple, à celui que fournit simultanément un anémomètre Richard.

Ces différences, qui ne s'expliquent pas par l'influence mutuelle des deux anémomètres, ne paraissent pas attribuables au fait que le moment d'inertie de la partie tournante n'est pas le même pour les deux appareils. Il suffit, en effet, d'enregistrer la vitesse instantanée du moulinet Richard pendant les expériences pour se rendre compte qu'il n'existe pas de relation nette entre la variabilité de la vitesse angulaire de ce dernier et les variations que l'on constate dans le rapport des nombres de tours effectués par les deux instruments dans le même laps de temps.

La question s'éclaire d'un jour nouveau, si l'on considère la manière dont se comportent les anémomètres dans des courants d'air inclinés. Les mesures que j'ai effectuées à ce sujet ont été en majeure partie publiées dans les *Annales du Bureau Central Météorologique* (¹). Je me contenterai, dans cette Note, d'exposer les résultats qui en découlent au point de vue de l'anémométrie pratique.

Si, pour diverses inclinaisons du vent, on forme le rapport de la composante horizontale de la vitesse des filets d'air, calculée d'après les indications de l'anémomètre, à la composante horizontale réelle, voici ce que l'on trouve pour les types les plus employés.

(¹) *Recherches expérimentales sur les moulinets anémométriques* (*Annales du Bureau Central météorologique*, t. 1, 1914. Paris, Gauthier-Villars, 1921). — Voir également *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 610, et t. 171, 1920, p. 1227.

Rapport de la valeur mesurée à la valeur réelle de la composante horizontale de la vitesse du vent pour divers types d'anémomètres (1).

i	D'.	X.	E.	H_1.	I.	O.	P.	B.
0°	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	1,02	1,00	0,99	0,98	0,95	1,02	0,87	0,98
20	1,20	1,07	1,07	1,00	0,95	1,12	0,97	0,97
30	1,34	1,18	1,21	1,11	1,00	1,24	1,19	0,91
40	1,39	1,37	1,32	1,25	1,17	1,22	1,59	0,84
50	1,35	1,80	1,35	1,35	1,41	1,11	1,93	0,76
60	1,05	2,48	1,26	1,31	1,65	1,09	1,34	0,61
70	négat.	2,34	0,00	0,42	1,80	0,56	0,00	0,49
80	négat.	2,10	négat.	négat.	-	-	-3,85	0,00

i, inclinaison du vent sur l'horizon; D', anémomètre tubulaire de Dines; X, plaque carrée de 25cm de côté (2); E, anémomètre à moulinet Robinson, diamètre des coupes 61mm,5, distance des centres des deux hémisphères opposés 402mm; H_1, anémomètre à moulinet Robinson, mêmes coupes que le précédent, distance des centres de deux coupes opposées 122mm; I, anémomètre à moulinet Robinson, mêmes coupes que les précédents, mais fixées directement sur le moyeu, distance des centres de deux coupes opposées 79mm; O, anémomètre à ailettes hémicylindriques disposées perpendiculairement aux bras, hauteur des ailettes 68mm, diamètre 70mm,5, distance des axes de deux ailettes opposées 229mm,5; P, anémomètre à ailettes hémicylindriques exactement semblables à celles du précédent, mais disposées radialement, distance séparant les bords extérieurs de deux ailettes opposées 310mm; B, anémomètre à moulinet Richard.

Je rappellerai tout d'abord que les anémomètres sont établis pour fournir la composante horizontale des mouvements aériens et qu'ils sont constitués, soit par des ajutages s'orientant dans un plan horizontal et reliés à un dispositif manométrique (anémomètre de Dines), soit par une plaque verticale ou un moulinet à axe horizontal orienté face à la direction d'où souffle le vent (anémomètre à plaque normale, anémomètre Richard), soit enfin par des moulinets assujettis à tourner dans un plan horizontal (anémomètre à ailettes hémisphériques ou hémicylindriques).

Dans ces conditions, les principales conclusions auxquelles conduit l'examen des nombres contenus dans le Tableau ci-dessus sont les suivantes :

1° *Les divers types d'anémomètres, même parfaitement étalonnés au laboratoire, ne peuvent fournir des indications comparables entre elles que si*

(1) Vitesse du courant d'air, 15 m : sec.

(2) D'après un graphique de G. Eiffel, *Aérophile* 15 juin, 1911, p. 271.

l'inclinaison des mouvements complexes de l'air constituant le vent naturel reste inférieure à 10°.

2° *Dans une installation où les remous à composante verticale accentuée sont fréquents :*

a. Les indications des anémomètres genre Richard sont *trop basses*, tandis que celles des autres instruments sont généralement *trop élevées*.

b. L'excès des nombres obtenus avec les anémomètres Robinson est d'autant plus accentué que le rapport du diamètre des coupes à celui du moulinet est plus faible.

c. Les instruments dont les indications se rapprochent le plus de la réalité sont les anémomètres genre Richard et les Robinson à bras courts (rapport du diamètre des coupes à celui du moulinet compris entre 0,5 et 0,8).

d. Jusqu'à des inclinaisons de l'ordre de ± 50° on peut obtenir à 5 pour 100 près la valeur de la composante horizontale du vent en employant simultanément les anémomètres B et H_1 et en prenant la moyenne des nombres qu'ils fournissent.

e. Si l'installation anémométrique ne doit comporter qu'un seul instrument, il y aura avantage à employer le moulinet Richard ou à son défaut un moulinet Robinson genre H_1.

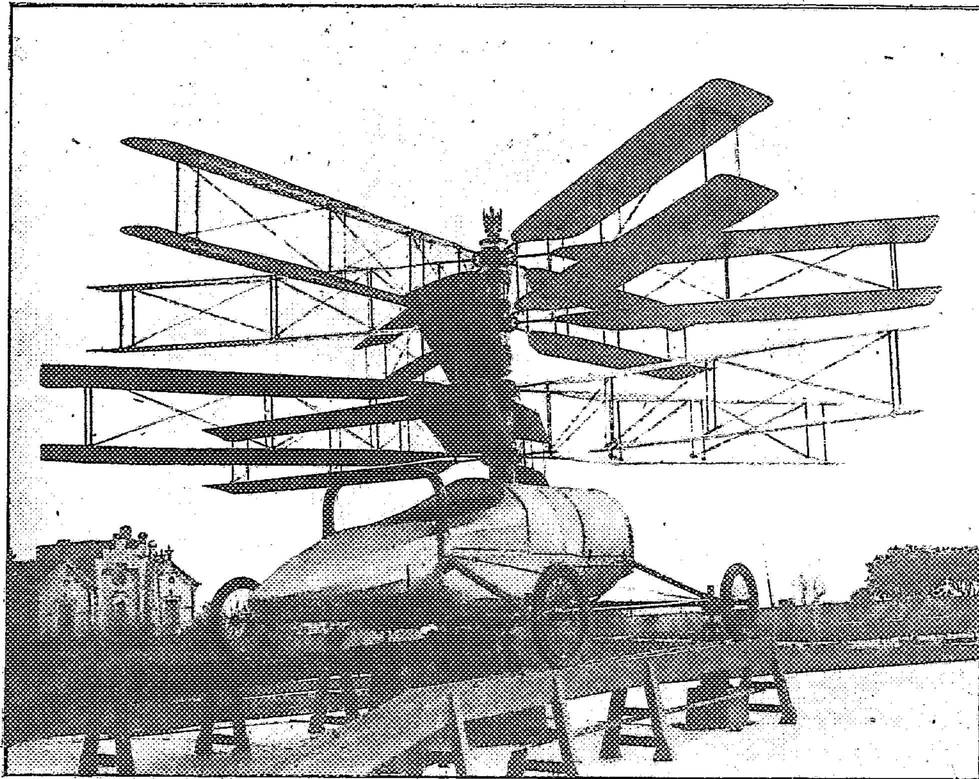
f. Le procédé d'étalonnage consistant à comparer dans le vent naturel des anémomètres de types différents, dont l'un a été taré au laboratoire, ne peut fournir que des conclusions qui, vraisemblablement, ne sont valables que dans les conditions où la comparaison a été faite.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les résultats des essais récents d'un hélicoptère.* Note de M. Pescara, présentée par M. Paul Painlevé.

L'appareil essayé est composé d'une nacelle renfermant le siège du pilote, un moteur de 60 HP Hispano-Suiza, les commandes, et surmontée de deux hélices biplanes de $6^m,40$ de diamètre, à 6 pales chacune, tournant en sens inverse autour d'un axe commun. La force motrice leur est transmise par l'intermédiaire d'un embrayage qui actionne le pignon d'une couronne dentée conique solidaire du moyeu de l'hélice inférieure.

Les moyeux des deux hélices sont accouplés par un différentiel dont les satellites ont leurs axes solidaires d'un tube central encastré dans la nacelle, lequel sert ainsi d'axe et de soutien aux deux hélices. Tous les organes tournants sont montés sur roulements à billes.

Chaque hélice est constituée par six petits biplans formant poutre rigide sur les membrures de laquelle sont montés les plans. Ces plans peuvent tourner autour des membrures tubulaires sous l'action d'une commande spéciale qui permet donc de varier simultanément l'incidence de toutes les pales. Chaque pale est munie également d'un dispositif de gauchissement différentiel périodique qui permet d'excentrer la poussée de l'hélice dans une direction déterminée, sous la commande d'un « *manche à balai* ».



Enfin cette manœuvre de gauchissement peut aussi s'effectuer différentiellement entre les hélices, en augmentant partiellement l'incidence de toute une hélice, et diminuant partiellement l'incidence de l'autre hélice, sous l'action d'un volant placé sur le manche à balai.

Le but des essais était la vérification de la poussée et des couples fournis par les hélices, ainsi que de la manière dont les commandes se comportaient. A cet effet, une piste d'essai a été aménagée, munie d'une balance hydraulique qui permet la mesure de tous les efforts auxquels l'appareil

est soumis pendant la rotation des hélices. Les résultats des essais ont été les suivants :

Vitesse de rotation des hélices	1,7 t : s
Poids soulevé moyen	360^{kg}
Vitesse de rotation du moteur	1500 t : m
Puissance fournie par le moteur	36 HP
Qualité sustentatrice du système sustentateur, environ	2,5
Couple d'inclinaison maximum obtenu	100^{kgm}
Couple de rotation dépassant	50^{kg} : m

Ces résultats représentent les moyennes d'expériences soigneusement enregistrées au cours de très nombreux essais (cent quatre, huit heures de fonctionnement) effectués sous le contrôle de MM. les capitaines Huguet et Letourneur, de la *Section technique aéronautique.*

D'autre part, l'appareil n'a eu à subir aucune réparation durant toute la période des essais ; les commandes obéissent parfaitement à tous les régimes.

La valeur 2,5 obtenue pour la qualité a été sensiblement dépassée, elle a atteint 2,8 dans les expériences qui ont eu lieu, quelques jours plus tard, devant la Commission militaire espagnole.

Déduction faite de 10 à 12 pour 100 de pertes dues au ventilateur, au silencieux, aux transmissions, etc., la valeur de la qualité atteint le chiffre remarquable de 4 environ.

On peut en conclure que le problème de la stabilité dans tous les sens, de la montée et de la descente, dans un appareil hélicoptère, est résolu au point de vue mécanique.

Note de M. **Paul Painlevé** *sur la Communication précédente.*

Le problème de l'hélicoptérie a été l'objet, durant ces derniers mois, de recherches et d'expériences précises, qui permettent d'espérer une prochaine et complète réalisation. Par plusieurs Notes que nous lui avons communiquées, M. Breton et moi, l'Académie a déjà eu connaissance des calculs et expériences remarquables de M. Œmischen. De son côté, et d'une manière entièrement indépendante, M. Pescara poursuit, depuis plusieurs années, l'étude d'un hélicoptère de son invention, dont il a soigneusement étudié les organes, les commandes et la stabilité. En particulier, la descente verticale, moteur éteint, serait résolue, d'après les expériences de M. Pescara, grâce au principe dénommé par lui principe de l'*autofreinage des hélices*.

Le paradoxe apparent de ce principe mérite qu'on s'y arrête. Lorsque, sur un navire en marche, on rend une hélice folle sur son axe, elle adopte presque instantanément un régime où elle se visse dans l'eau comme dans un écrou, et l'eau n'exerce plus sur elle qu'une résistance insignifiante, qui serait exactement nulle si l'hélice était une surface hélicoïdale parfaite et parfaitement lisse. Le même phénomène se produit si l'hélice, folle autour de son axe, est abandonnée sans vitesse dans l'air, l'axe *vertical :* l'appareil descendrait avec une vitesse croissante W, en tournant avec une vitesse angulaire ω sensiblement égale à $\frac{W}{h}$ (si $2\pi h$ désigne le pas de l'hélice). Mais supposons que, dès que ω a atteint une valeur voulue, on efface (par une manœuvre convenable) le gauchissement et l'inclinaison des pales, de façon à les aplatir sur un plan horizontal; les résistances de l'air sur les pales ont alors une résultante verticale ascendante qui peut équilibrer le poids de l'appareil.

D'une façon précise, imaginons une pale horizontale *parfaitement lisse*, qui descend avec une vitesse verticale constante W dans l'air immobile, et en même temps tourne avec une vitesse angulaire ω autour d'un axe vertical fixe, dont la distance r à la pale est grande. Si l'on applique la loi du sinus, la résistance de l'air sur la pale est verticale ascendante, et proportionnelle au produit $W\sqrt{W^2+\omega^2 r^2}$; plus ω serait grand, plus la force sustentatrice serait grande et le mouvement se poursuivrait de lui-même. En réalité, il n'en est pas ainsi à cause des frottements de l'air sur la pale et de l'épaisseur de la pale; pour que le régime se maintienne de lui-même, il faut donner à la pale une petite inclinaison de façon que la réaction totale de l'air qui n'est point normale à la pale, mais légèrement inclinée sur la pale, en sens inverse de sa rotation, soit verticale; pour W donné, il existe alors une valeur optima de ω pour laquelle la sustentation de l'hélice est maxima. Ce ne sont là, bien entendu, que des vues simplistes, et seule l'expérience peut déterminer les conditions optima de la sustentation, la meilleure forme des pales, etc. Ces conditions d'autofreinage, d'une importance capitale, le gauchissement optimum des pales et les commandes de ce gauchissement ont été étudiées ingénieusement et minutieusement par M. Pescara, en faisant varier l'inclinaison, la forme et l'incurvation des pales. L'emploi des hélices de l'appareil en route horizontale ou en descente oblique a fait également l'objet de mesures et d'essais précis. Les résultats obtenus sont des plus encourageants, notamment en ce qui concerne la sécurité de l'hélicoptère.

PHYSIQUE. — *L'évolution de la méthode graphique.* Note de M. **Marage**, présentée par M. d'Arsonval.

Marey avait amené la méthode graphique à un grand degré de perfection et le tambour à levier a rendu, dans tous les laboratoires de physiologie, d'inappréciables services.

Cependant Marey s'était rendu compte que les divers appareils n'étaient pas comparables entre eux et qu'un même tambour, à quelques mois de distance, ne redonnait pas les mêmes tracés quand il était pourtant placé dans des conditions identiques.

Il en était résulté la proposition que Marey avait faite au Congrès de Physiologie de Cambridge d'unifier les instruments de recherches, et la fondation de l'Institut Marey qui avait pour but d'arriver à cette unification.

Mon but dans cette Note est de montrer comment, sans prétendre à cette unification, que les circonstances rendront longtemps difficile, on pourrait arriver à rendre les résultats comparables.

Deux cas se présentent :

Premier cas. — *Inscription de vibrations lentes* (unité de temps, la minute). — Par vibrations lentes j'entends celles dont l'unité de temps employée est la minute.

Les causes d'erreurs proviennent :

a. De la longueur et du diamètre intérieur des tubes de transmission entre les tambours;

b. De la hauteur et du diamètre de la chambre d'air;

c. De la membrane vibrante;

d. Du levier.

a. Il est facile d'indiquer la longueur et le diamètre des tubes; ceci est important, car il y a toujours un retard dans la transmission qui est d'autant plus grand que les tubes sont plus longs.

b. Il serait de même très possible d'unifier la hauteur et le diamètre de la chambre à air.

c. La membrane vibrante est le plus souvent en caoutchouc : la nature de cette substance et par conséquent ses propriétés élastiques sont essentiellement variables non seulement avec le caoutchouc employé, son épais-

seur, sa tension, mais encore avec l'âge de la membrane; suivant le milieu où le tambour se trouve, la membrane se transforme plus ou moins vite; tant que l'on emploiera des lames de caoutchouc, il me semble impossible d'unifier les appareils.

d. Le levier est peut-être la partie de l'instrument qui engendre le plus d'erreurs, car sa longueur, son poids, la résistance de la plume inscrivante sont essentiellement variables. Le 22 avril 1882, M. d'Arsonval présentait à la Société de Biologie un inscripteur par jet gazeux qui supprimait tout frottement. En 1889 [1] j'ai supprimé la résistance de la plume en remplaçant le levier par un tube effilé en verre aussi léger que possible dans lequel je faisais passer un courant d'eau; le noir de fumée n'était enlevé que là où l'eau frappait directement le papier.

Vingt-neuf ans plus tard, le 30 décembre 1918, M. Louis Lumière [2] proposait également de remplacer la plume inscrivante par un jet gazeux agissant à distance chimiquement sur un papier convenablement sensibilisé.

Deuxième cas. — *Inscription de vibrations rapides* (unité de temps, la seconde). — J'appelle vibrations rapides celles qui ont pour unité de temps la seconde : elles peuvent être audibles ou inaudibles suivant que leurs vibrations sont ou non comprises entre 16 et 33000 vibrations par seconde.

En prenant des précautions tout à fait spéciales on peut arriver à les inscrire avec un tambour à levier modifié; mais les résultats obtenus par les différents expérimentateurs ne sont pas comparables; les tracés d'une même source sonore varient avec la membrane, sa nature, sa tension, sa surface, avec le volume de la chambre à air; enfin avec le levier.

Il faut donc transformer complètement le tambour inscripteur; supprimer la membrane en caoutchouc et la remplacer par une membrane en liège ayant quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur, et surtout remplacer le levier matériel par un rayon lumineux; avec les papiers extra-sensibles que nous possédons on peut facilement inscrire toutes les vibrations sonores; les manipulations sont moins compliquées qu'avec la méthode graphique ordinaire; dans l'appareil que j'emploie le rayon réfléchi est immédiatement mis au point sur le papier sensible; le petit miroir plan, qui suit tous les mouvements de la membrane, est plus léger que la chaîne des osselets de

---

(1) Note sur un nouveau sphygmographe, récompensé par la Faculté de Médecine.
(2) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 1068.

l'oreille (6^{cg}); le papier sort développé et fixé de l'instrument de telle sorte qu'il n'y a aucune manipulation à faire; les tracés sont aussi fins que les tracés obtenus avec le noir de fumée.

Avec cette technique, pour fixer les conditions d'une expérience, il suffit d'indiquer la nature de la membrane vibrante.

Ce dispositif peut naturellement servir pour les vibrations lentes.

Conclusions. — Pendant la guerre on a fait grand usage de la méthode graphique; il serait utile de reprendre les idées émises par Marey au Congrès de Cambridge et de rendre comparables entre eux les résultats obtenus par les nombreux expérimentateurs qui emploient ces procédés.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'étincelle du fer et du cobalt dans l'ultraviolet extrême.* Note de MM. **L.** et **E. Bloch**, présentée par M. E. Bouty.

Nous avons fait connaître précédemment [1] le spectre d'étincelle du nickel dans la région de Schumann. Nous donnons ici les spectres d'étincelle du fer et du cobalt dans la même région. Le spectre du cobalt a déjà été mesuré par nous [2] jusqu'à la longueur d'onde 1873 et complété jusque vers 1828 par Takamine et Nitta [3]. Mac Lennan, Ainslie et Fuller [4] ont observé dans le spectre d'arc du cobalt quatre raies entre 1850 et 1670 U. A., dont aucune ne concorde nettement avec celles que donne le spectre d'étincelle. Pour le fer, nous n'avons connaissance d'aucune mesure certaine de longueurs d'onde dans l'ultraviolet extrême.

Le spectre du cobalt et celui du fer sont extrêmement riches en raies dans la région qui nous occupe, mais ces raies sont généralement faibles (f.); de plus le pouvoir séparateur de notre prisme ne permet pas toujours de résoudre des groupes de raies très rapprochées. On s'explique ainsi que sur notre liste un grand nombre de raies soient marquées comme diffuses (d.) ou larges (l.), beaucoup d'entre elles sont probablement doubles (dou.) ou multiples (mul.).

Les huit dernières raies de la liste du cobalt ont été obtenues par extrapolation et peuvent présenter de légères erreurs systématiques.

---

(1) L. et E. Bloch, *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 320.

(2) L. et E. Bloch, *Journ. de Phys.*, t. 4, 1914, p. 622.

(3) *Mem. of the Coll. of Sci.*, Kyoto Imp. Univ., t. 2, 1917, p. 117.

(4) *Proc. Roy. Soc.*, t. 95, 1919.

Fer.

Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.
2	1844,5	d.	1	1686,3	d.	1	1598,5	
1	1838,0		1	1683,8	t. f.	1	1597,8	
1	1827,3	dou.	1	1680,8	dou.	1	1596,1	
1	1818,6	t. d.	1	1678,7	t. d.	1	1594,7	
1	1813,6	»	1	1675,9	t. d.	1	1592,1	
1	1808,4	»	2	1673,2		1	1590,3	f. d.
1	1802,3	»	2	1670,9		1	1588,1	»
1	1797,1	»	1	1668,4	f. d.	1	1585,4	»
1	1792,0		2	1662,4	mul.	1	1583,4	
3	1786,3	d.	1	1659,5		1	1580,8	
1	1776,3	t. d.	1	1653,7	t. d.	1	1578,9	t. f.
1	1771,9		1	1652,8	t. d.	1	1577,2	»
2	1769,7	t. d.	2	1647,2		1	1575,2	»
1	1765,0	t. f.	1	1645,3		1	1572,7	»
2	1762,2		1	1643,6		1	1571,3	
1	1760,1		2	1641,9		1	1570,3	
1	1758,5		3	1640,0		1	1568,4	d.
1	1756,7		1	1638,3		1	1566,7	
1	1753,6		1	1645,8		1	1565,6	
1	1751,7		1	1634,2		1	1564,0	
1	1749,9		1	1632,6		1	1562,9	
1	1747,4	t. f.	2	1631,1		1	1561,6	
1	1738,4	t. l.	1	1629,2		1	1560,5	
1	1735,6	»	2	1626,5	t. l.	1	1559,1	
1	1732,5	»	1	1625,5		1	1557,4	mul.
1	1731,1	»	1	1623,6		1	1556,4	
2	1724,6	»	2	1621,5		1	1552,7	mul.
3	1718,0	»	1	1618,5	dou.	1	1550,2	?
2	1713,4	t. d.	1	1616,9		1	1544,3	t. f.
1	1711,6		1	1615,2	t. f.	2	1542,4	d.
2	1710,0	t. d.	1	1614,3	t. f.	2	1538,6	d.
1	1707,7		1	1613,2		1	1537,0	
2	1702,3	d.	1	1611,7		1	1535,4	
1	1700,8	»	1	1609,1	d.	1	1534,1	
1	1699,0	»	2	1607,7	d.	2	1532,5	t. l.
1	1697,3	»	1	1606,1		1	1531,7	
1	1695,0	»	1	1605,0		1	1530,3	
1	1691,0	»	1	1603,5				
2	1687,9	»	2	1601,4	t. d.			

Cobalt.

Int.	λ.	Obs.
2	1845,5	t. d.
3	1835,1	
3	1830,5	d. l.
1	1825,5	
2	1823,1	
2	1821,2	
1	1818,5	l.
2	1812,6	mul.
1	1808,2	f.
2	1804,4	l. d.
1	1800,4	t. f.
2	1797,8	
1	1791,6	
4	1790,4	l.
1	1789,0	
3	1786,9	l.
3	1782,6	
1	1781,4	
1	1780,0	
1	1777,1	
5	1772,8	
1	1769,8	
1	1768,2	
5	1760,0	
1	1756,3	t. f.
1	1754,2	t. f.
2	1751,5	d.
1	1748,0	t. f.
1	1739,0	
1	1735,8	
1	1733,0	
1	1730,2	
1	1726,3	
3	1723,6	
1	1720,1	
2	1718,0	
2	1715,9	
4	1707,2	
2	1702,8	
2	1698,3	
3	1696,1	
1	1693,5	t. f.
1	1691,7	t. f.
2	1689,6	d.
2	1686,9	d.
3	1683,2	l.
1	1679,8	
1	1677,3	
1	1674,2	dou.
1	1672,9	
1	1670,7	t. f.
1	1668,7	t. f.
2	1666,7	
2	1665,6	
2	1661,4	
1	1658,8	
1	1652,8	d.
1	1647,8	d.
2	1645,8	
2	1642,4	
1	1641,0	
1	1639,3	
2	1636,5	
1	1633,2	
3	1631,8	
2	1628,2	d.
1	1625,9	t. f.
3	1624,5	
2	1622,7	
1	1621,0	d.
2	1618,8	d.
1	1615,8	t. f.
1	1614,1	t. f.
3	1612,2	
1	1609,3	d.
2	1607,6	
2	1606,7	
1	1603,9	l. f.
3	1601,2	
1	1599,4	
2	1596,8	t. l.
2	1594,5	
2	1593,1	
1	1590,4	t. f.
1	1588,0	»
1	1586,0	»
3	1583,2	d. à g.
3	1581,9	
1	1581,1	t. f.
3	1579,8	
1	1578,3	
3	1576,8	
3	1575,7	
2	1574,2	l.
2	1572,4	d.
1	1571,3	
1	1570,2	t. f.
1	1567,4	d.
1	1564,9	d.
1	1563,2	d.
1	1558,9	t. f.
1	1557,4	d.
1	1555,2	dou.
2	1552,8	
1	1545,8	t. f.
1	1544,2	t. f.
3	1542,2	
1	1540,8	
1	1539,2	
2	1538,0	
1	1537,1	
2	1535,4	
3	1534,1	
1	1532,4	t. f.
1	1530,9	f. d.
1	1529,5	
2	1528,5	
2	1526,4	
2	1525,6	
2	1524,1	
1	1523,2	
2	1521,7	
1	1520,6	
2	1513,2	
1	1511,6	
1	1507,7	

Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.
2	1505,6		1	1495,2	t. f.	2	1468,4	l.
1	1504,5	t. f.	2	1492,1		2	1465,6	»
3	1502,3		1	1490,4		2	1462,6	»
2	1500,8	d.	1	1486,8		1	1459,5	
2	1499,0	d.	1	1475,8		1	1455,6	
1	1497,2	t. f.	1	1472,8				

CHIMIE PHYSIQUE. — *Kaolins, argiles, bauxites, etc. Variations de volume sous l'action de la chaleur.* Note de M. A. **Bigot**, présentée par M. A. Haller.

Dans une Note précédente ([1]), nous avons décrit les variations de volume de quelques kaolins et argiles sous l'effet d'un séchage lentement réglé. Nous nous proposons d'exposer ici quelques-uns des résultats que nous avons obtenus en chauffant des éprouvettes en bauxite, en kaolin, en argile, etc., jusqu'aux températures où elles se ramollissent, se déforment et s'affaissent sous leur propre poids, ces températures étant considérées actuellement comme celles des points de fusion.

Les matières à essayer sont réduites en poudre impalpable, passant au tamis de soie n° 200 (200 mailles au pouce linéaire), on les humecte pour les transformer en poudre humide, on les place dans des moules métalliques de 100^{mm} de longueur et 30^{mm} de côté, et on les comprime à la pression de 500^{kg} par centimètre carré. Les pièces, en sortant du moule, ont pris un léger allongement, qui varie de 0,6 à 1 pour 100. On mesure leur longueur, on les chauffe ensuite à 100°, puis à 200°, et ainsi de suite de 100 en 100 degrés jusqu'à la température de fusion. Après chaque opération de chauffage, on détermine la longueur des éprouvettes.

Nous bornons les descriptions de cette Note aux matières suivantes :

b. Une bauxite blanche de Maussanne (Bouches-du-Rhône), qui ne contient pas de silice libre.

r. Une bauxite rouge de Brignoles (Var), qui renferme de la silice libre.

k. Le kaolin des Eyzies (Dordogne), qui ne contient pas de silice libre.

g. Une argile à grès de la Nièvre, qui renferme de la silice libre.

s. Un mélange à parties égales de kaolin des Eyzies et de silice des galets.

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 755.

Nous avons établi les courbes de leur variation de longueur avec les changements de température, en ramenant à 100 la longueur initiale (*fig.* 1).

Courbe b. — La bauxite de Maussanne commence à prendre du retrait vers 800°. Ce retrait est lent jusqu'à 1200°. A partir de 1200° jusqu'à 1360°, il est rapide. Il

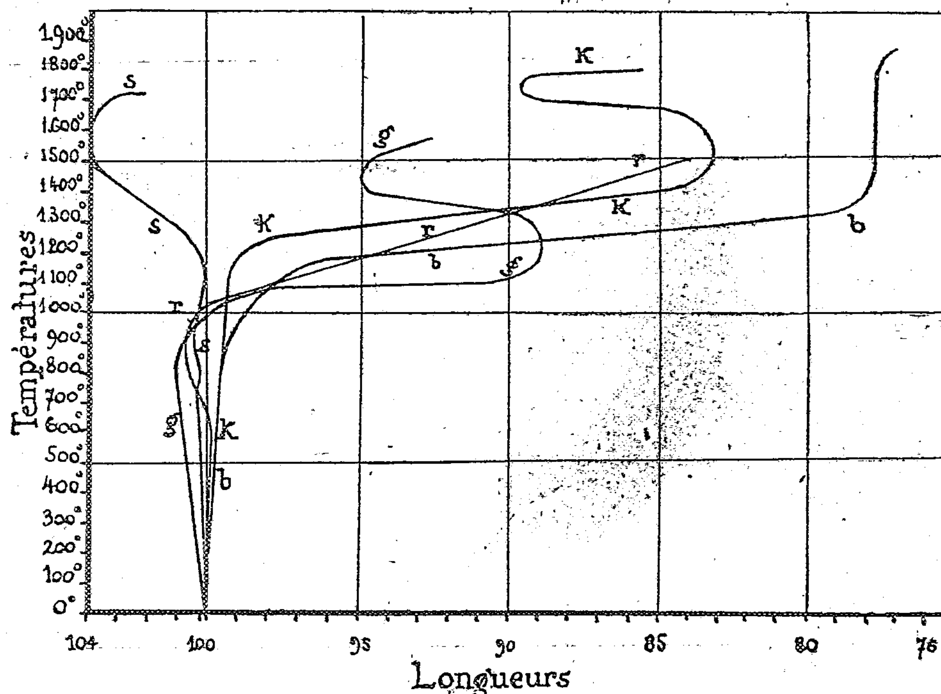


Fig. 1.

se ralentit entre 1400° et 1750°, et enfin il s'accélère vers le point de fusion qui varie entre 1900° et 1920°. La fusion de cette bauxite au cubilot ou au four électrique provoque la formation de cristaux abondants de sillimanite, $SiO^2Al^2O^3$, qui sont infusibles à 2000°.

Courbe r. — La bauxite rouge contient de la silice libre qui se gonfle à partir de 600°, mais ce gonflement est faible; à 1000°, il a disparu; cette bauxite prend ensuite un retrait important et se fissure au fur et à mesure que la température s'élève. A partir de 1500°, on voit apparaître des cristaux de corindon dont la quantité s'accroît à mesure que l'on approche de la fusion.

Courbe k. — Le kaolin des Eyzies prend du retrait à partir de 700° jusqu'à 1650°; au-dessus de cette température, il se gonfle si le chauffage est rapide, puis il prend de nouveau du retrait en approchant de sa température de fusion qui est d'environ 1790°.

Courbe g. — L'argile à grès de la Nièvre, qui commence d'abord à se gonfler jusqu'à 850°, prend du retrait jusque vers 1250°; au delà, elle se gonfle jusqu'à 1450°, puis elle diminue de volume.

Courbes. — Le mélange de kaolin des Eyzies et de silice des galets en poudre

impalpable donne paissance à trois gonflements successifs, l'un vers 700°, l'autre vers 950°, et le troisième plus important à partir de 1250° jusqu'au moment où l'on approche de la température de fusion.

Ce dernier gonflement est produit à la fois par la dilatation de la silice et du kaolin. Après avoir été porté à cette température, le mélange s'est tellement gonflé qu'il a perdu toute cohésion et est devenu friable.

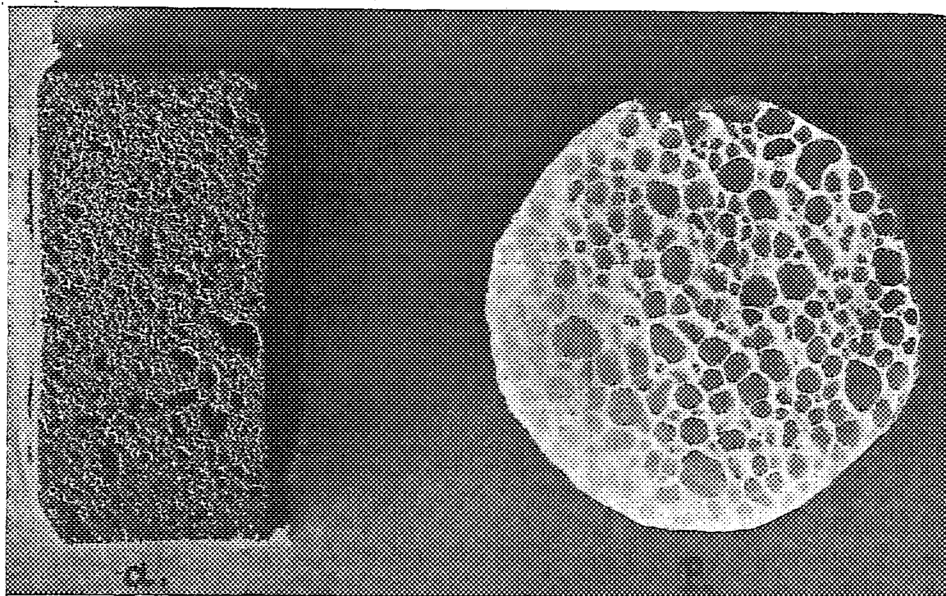


Fig. 2

De ces expériences on peut conclure :

1° Les bauxites, kaolins et argiles qui ne contiennent pas de silice libre commencent à prendre du retrait au-dessous de 1000°.

2° Toute argile, toute bauxite qui se gonfle au-dessous de 1000° contient de la silice libre.

3° Les argiles et les kaolins chauffés rapidement se boursouflent avant d'atteindre leur température de fusion. Les bauxites ne présentent pas ce boursouflement. Le gonflement est dû à la volatilisation de silice ou de silicates, ou d'autres acides ou sels minéraux qui se dégagent au moment où la matière se ramollit et se vitrifie; ces éléments forment en se volatilisant des vésicules emprisonnés dans la masse qui se gonfle sous leur pression.

Nous avons étudié particulièrement le gonflement des argiles, et d'autres silicates, et nous avons réalisé au moyen d'un certain nombre d'entre eux la reproduction de pierres ponces artificielles, dures, imperméables, dont la densité apparente est inférieure à l'unité. Nous donnons à titre d'exemple

la composition de deux ponces artificielles, *a* et *p*, et la photographie de leur coupe agrandie de moitié. *a* est un schiste ardoisier qui s'est gonflé à 1150°, et *p* est une porcelaine qui a été portée rapidement à la température de 1450° (*fig.* 2).

	a.	*p.*
Perte au feu	4,47	5,53
SiO^2	53,40	64,45
Al^2O^3	26,67	23,08
Fe^2O^3	9,40	0,25
CaO, MgO	2,75	2,10
K^2O, Na^2O	3,18	3,63
P^2O^5	»	0,90

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les phénomènes électriques accompagnant le déplacement des métaux.* Note (1) de M. **Barlot**, présentée par M. A. Haller.

Nous avons décrit dans une précédente Note les phénomènes observés quand on étudie le déplacement des métaux dans une lame liquide d'une solution d'électrolyte (2). L'examen des « lignes de cristaux » montre des répulsions très nettes et semble indiquer l'action de forces électriques. Un certain nombre d'expériences nous ont permis de préciser cette influence.

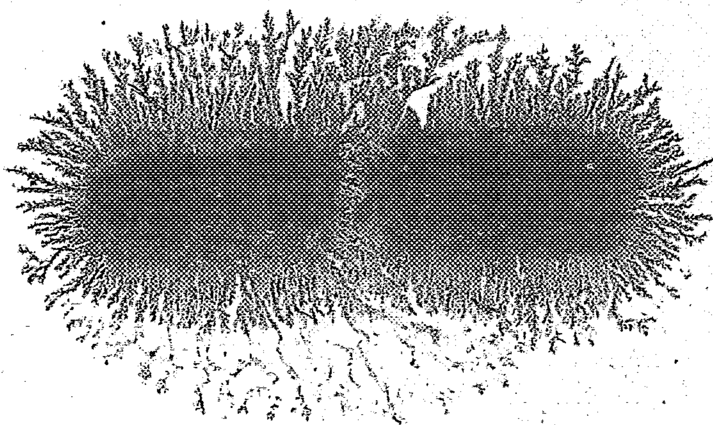
Le système formé de deux fragments de zinc et d'une solution de chlorure cuivrique donne normalement deux « spectres métalliques » symétriques avec une ligne neutre rectiligne; si l'on applique une force électromotrice supplémentaire (1 à 2 volts) en reliant chaque fragment de zinc à un pôle d'un générateur, les « spectres » obtenus sont dissymétriques, la ligne neutre est déviée et prend une forme parabolique; c'est naturellement au pôle négatif que la précipitation est la plus abondante. La photographie 1 a été faite avec le système zinc-chlorure de cadmium; la déviation de la ligne neutre est très visible. Si la force électromotrice est suffisante, on n'a de dépôt métallique que sur le zinc relié au pôle négatif.

On peut obtenir des dendrites métalliques sans faire intervenir autre chose qu'une force électrique; c'est ce que montre l'expérience faite avec deux fragments de cuivre sur du chlorure cuivrique; le dépôt, qui ne se

(1) Séance du 29 mars 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 378.

forme qu'au pôle négatif, est constitué par des « lignes de cristaux » identiques à celles des cas précédents.



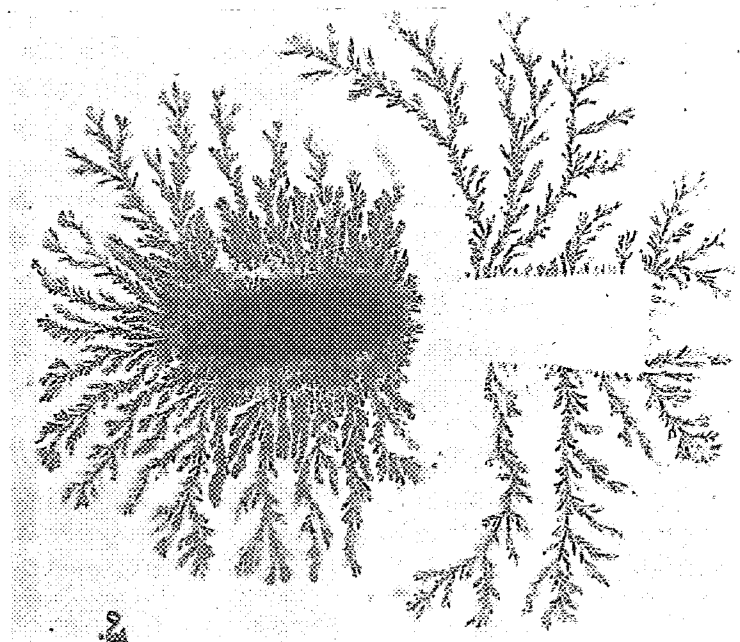
1

Nous avons aussi utilisé le dispositif suivant : un fragment de zinc et un fragment de cuivre reliés entre eux extérieurement par un fil de cuivre sont placés sur du chlorure cuivrique; le cuivre se dépose d'abord uniquement sur le zinc, puis au bout de quelques heures (en utilisant une solution cuivrique deux fois normale) les dendrites apparaissent sur le cuivre; l'aspect obtenu (photographie 2) semble indiquer que le second dépôt (celui de droite sur la photographie) est de signe contraire du précédent; les « lianes de cristaux » issues du cuivre tendent à envelopper celles partant du fragment de zinc. Le dépôt métallique sur le cuivre ne se produit que lorsque la concentration des ions $\overset{++}{Zn}$ par rapport à celle des ions $\overset{++}{Cu}$ atteint une certaine valeur, et l'on peut retarder ou accélérer cette précipitation par addition de quelques gouttes de chlorure cuivrique ou de chlorure de zinc.

Des expériences faites dans les mêmes conditions avec le système Zn-Cd-$CdCl^2$ ont donné des résultats identiques.

Certaines observations nous ayant conduit à penser que l'action de la pesanteur était à peu près nulle, nous avons pu mettre en évidence l'ensemble du champ électrique, qui accompagne le déplacement, par l'expérience suivante : deux minces fragments de zinc sont placés sur un grand nombre de feuillets imbibés de solution (30 à 40) et recouverts d'une égale quantité. Après un jour ou deux de contact, lavage complet et

séchage, il suffit de séparer les différentes feuilles pour avoir en coupe l'aspect du dépôt métallique à n'importe quelle hauteur. L'examen de ces coupes montre que les « lignes de cristaux » sont comparables aux lignes de force que donneraient deux centres électriques de même nom, et s'étendent normalement au zinc dans toutes les directions.



Nous attribuons la formation des « spectres métalliques » à l'action du champ électrique produit par le métal le plus électronégatif; cette action tend à orienter les ions positifs de l'électrolyte suivant les lignes de force; ces ions sont soumis d'autre part aux forces de cristallisation; quand ils passent à 'état métallique ordinaire, les dessins formés sont le résultat de ces deux actions.

Si l'action d'un champ nouveau intervient, on peut s'attendre à un aspect différent; si l'on remplace le verre par une lame métallique électropositive par rapport au métal de l'électrolyte, le champ électrostatique produit par la tension de dissolution du métal de la plaque exerce sur les ions positifs une action uniforme; en fait, avec un tel systéme on n'obtient pas de dendrites, mais un dépôt continu avec des stries fermées dont les fragments de zinc occupent le centre.

GÉOLOGIE. — *Sur un important mouvement orogénique au début du Crétacique dans la Kabylie des Babors.* Note (¹) de M. Ehrmann, transmise par M. Ch. Depéret.

Les sédiments crétaciques dans la Kabylie des Babors, en particulier sur les flancs des chaînes liasiques et jurassiques, sont non seulement transgressifs sur le Trias, le Lias, le Jurassique, mais se montrent sous un faciès mixte bathyal et littoral extrêmement curieux, et qui n'a jamais été encore signalé dans la région tellienne.

Les dépôts crétacés dans la chaîne des Babors débutent par des schistes de coloration et d'aspect très variables, sans stratification régulière, grumeleux ou finement détritiques, avec reprise assez fréquente d'éléments triasiques (quartz bipyramidés, etc.). La sédimentation devient ensuite de plus en plus régulière et calcaire (calcaires marneux, schistes marno-calcaires) avec intercalation de nombreux bancs de conglomérats à éléments parfois très volumineux de Trias, Lias et Jurassique. Ces conglomérats sont très puissants (300^m) sur le flanc nord du Djebel Imoulentaour-Adrar N'Fad (1700^m) où l'oued Acif Ikrouanc entaille perpendiculairement ces couches et permet d'en relever une bonne coupe. Ailleurs (oued Agrioum), ce sont de nombreux bancs d'épaisseur variable intercalés dans les schistes bathyaux.

Il s'agit donc bien d'un faciès mixte à la fois bathyal et littoral, car toute une faune de bélemnites et ammonites du Crétacé inférieur se trouve aussi bien dans les schistes marno-calcaires que dans les conglomérats, et parfois même, presque uniquement dans ces derniers (²). J'ai trouvé ce Crétacé détritique autour du Djebel Arbalou (1317^m), promontoire liasique qui se dresse, isolé, à l'ouest de Bougie ainsi qu'au nord même de cette ville, au-dessus du Marabout de Sidi Touati. Il est également important de noter de beaux exemples de « ripple-marks » sur les surfaces gréso-schisteuses du Crétacé inférieur, à la ferme Lambert, située sur le flanc ouest du promontoire liasique du cap Aokas. Les observations ci-dessus sont intéres-

---

(¹) Séance du 29 mars 1921.

(²) Parmi les formes les plus abondantes je citerai : *Kilianella Roubaudi* d'Orb., *Neocomites neocomiensis* d'Orb., *Holcostephanus hispanicus* Mallada, *Lissoceras Grasi* d'Orb., etc.

santes et démontrent que les chaînes de la Kabylie des Babors étaient esquissées et en parties émergées au début du Crétacé, et, fait intéressant, avec une orientation générale Est-Ouest, sensiblement analogue à l'orientation actuelle. D'autre part, j'ai également pu observer des faciès détritiques à travers tout le Crétacé, ce qui indiquerait que les mers crétacées ont pénétré dans les couloirs étroits et profonds des synclinaux ou anticlinaux érodés ([1]).

Les éléments arrachés aux îles et îlots plus ou moins allongés de l'Est à l'Ouest ont donc été immédiatement entraînés dans les profondeurs : d'où cette anomalie de faciès des dépôts devenus bathyaux quoique à caractère littoral.

Ainsi, la constitution orogénique de cette partie de la Kabylie s'affirme dès le Crétacé, pour se poursuivre sans apparence de modifications importantes à travers les époques ultérieures, donnant à ces chaînes un caractère autochtone.

OCÉANOGRAPHIE. — *La circulation océanique et la densité des eaux.* Note de M. **J. Thoulet**, présentée par S. A. S. le prince Albert de Monaco.

Les courants marins sont la résultante d'une infinité de causes d'importance variable parmi lesquelles les principales sont le vent, la rotation terrestre et les deux actions antagonistes de la chaleur qui, d'une part, dilate l'eau et la rend ainsi plus légère et, d'autre part, l'évapore, concentre les sels qu'elle contient et par conséquent l'alourdit. Ces deux dernières influences sont caractérisées par une unique variable, la densité *in situ*, c'est-à-dire le poids du décimètre cube d'eau de mer dans les conditions mêmes de température, de salinité et même de pression quand il s'agit d'eaux profondes où l'échantillon se trouvait, alors qu'on l'a récolté pendant qu'il jouait dans la nature le rôle que l'océanographe cherche précisément à élucider. La densité *in situ* donnant le total de l'addition algébrique, il faut se garder d'en isoler les deux éléments constituants, température et salinité. Avec sa densité *in situ*, l'échantillon est en quelque sorte vivant,

---

([1]) F. Ehrmann, *Du Trias et de son rôle tectonique dans la chaîne des Babors* (*Comptes rendus Soc. Géol. Fr.*, 7 février 1921).

tandis que sa densité normale à zéro le caractérise à l'état mort, tel qu'il serait dans un flacon à côté d'autres échantillons également en flacons dont il importerait de le distinguer.

L'évaluation prompte et précise de la densité *in situ*, par un procédé d'application facile, simultanément en divers points superficiels ou profonds d'un même courant, sur une quantité d'eau aussi petite que possible dans le cas d'eaux profondes est le but que l'on doit s'efforcer d'atteindre. Ces desiderata sont satisfaits par l'emploi d'un procédé indirect consistant à prendre, à bord, à la température ambiante l'indice de réfraction de l'échantillon au moyen d'un réfractomètre convenable (le meilleur est celui de Abbe et surtout celui du modèle dit *plongeur*) et à passer ensuite de cette donnée, à l'aide de tables et d'un graphique spécial, à la valeur de la densité *in situ* et, si on le juge nécessaire, à celles de la densité normale, de la salinité et de la chloruration. L'opération tout entière exige à peine quelques minutes et fournit la densité cherchée avec une approximation de 1 à 2 unités de la 4e décimale.

J'avais autrefois tracé et publié un graphique donnant immédiatement la variation de la densité avec la température pour plusieurs échantillons types de densité déterminée d'eaux de mer. Privé par la guerre de ce document, j'ai adopté les Tables dressées par Knudsen dans le même but et je les ai mises, elles aussi, sous la forme plus commode de graphique.

Tenant à employer le même graphique pour les densités et pour les indices et ne possédant point de laboratoire pour mesurer, aux diverses températures, les indices des échantillons types de Knudsen, en faire le tableau et en tracer les courbes, j'ai demandé à M. Vaurabourg de se charger de ce travail. Il a bien voulu accepter cette tâche beaucoup plus délicate qu'on ne le croirait. Grâce au graphique actuel, les déterminations se font dans toutes les conditions désirables.

Comme exemple, en me servant des données recueillies à bord du *Challenger*, j'ai dressé par isopycnes deux cartes de l'Atlantique Nord, l'une superficielle, l'autre par 300 brasses (549^m) de profondeur. En ne prenant que la 3e décimale dans la valeur des densités, elles ont suffi à vérifier les lois déjà connues formulées par Buchanan et relatives à la circulation océanique. Elles montrent surtout avec une grande netteté la colonne verticale sous-marine qui établit la communication entre les eaux de surface et les eaux profondes dans leur mouvement, d'abord centripète, puis centrifuge, et complète de cette façon le cycle de la circulation océanique.

Pour obtenir des notions plus précises et plus étendues sur la question il n'est plus désormais nécessaire que de mesurer un nombre plus considérable d'échantillons et surtout de se mettre d'accord pour opérer les prélèvements d'eau dans les mêmes plans parallèles à la surface. On dressera ainsi avec des densités *in situ* par un véritable nivellement le relief isopycne instable de la surface de la mer, celui plus constant de ses profondeurs, tous deux analogues au relief permanent des continents par isohypses et au relief par isobares de l'atmosphère, le plus instable de tous obtenus l'un et l'autre par le baromètre.

OCÉANOGRAPHIE. — *Densités et indices des eaux de mer.* Note de M. C. **Vaurabourg**, présentée par S. A. S. le prince Albert de Monaco.

Les méthodes habituelles de mesure de la densité ne sont guère praticables à bord des navires, l'aréomètre même ne peut servir que pour les échantillons de surface parce qu'il nécessite un litre de liquide. On avait recours à la mesure chimique de la salinité comportant des burettes et liqueurs titrées. M. Thoulet voulant remplacer cette méthode indirecte par la mesure de l'indice de réfraction, j'ai étudié, à sa demande, la relation entre la densité des eaux de mer et les indices de réfraction à différentes températures.

J'ai constitué huit eaux de mer artificielles par dilution ou concentration d'eau de mer naturelle puisée au large de Monaco et mesuré, pour toutes les températures comprises entre 0° et 33°, les indices de réfraction, par rapport à l'air et pour la raie D, de ces eaux. Par interpolation il est facile, connaissant l'indice à une température donnée, de calculer la densité de l'eau de mer considérée à une température quelconque.

Le tableau ci-après résume les résultats obtenus et montre la correspondance avec les densités. Ces dernières sont empruntées à M. Knüdsen. Les mesures d'indices ont été exécutées avec le réfractomètre Féry à cuve chauffable pour les températures supérieures à la température ambiante et avec le réfractomètre Leiss à immersion pour les températures inférieures jusqu'à 0°.

De l'examen des résultats on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Pour une eau de mer donnée, la variation d'indice avec la température est environ 2 fois et demie plus faible que la variation correspondante de la densité.

2° A température constante, la variation d'indice est environ 4 fois plus faible que la variation correspondante de la densité avec la concentration en sels.

3° Pour une température donnée, l'indice est proportionnel à la densité prise à 0°. Autrement dit : n_t et ν_t étant les indices à $t°$ d'une eau de mer quelconque et d'une eau type, l'eau distillée par exemple, d_0 et δ_0 les densités respectives à 0°, on a

$$n_t - \nu_t = K(d_0 - \delta_0),$$

le coefficient K étant variable avec la température. Si l'on trace sur un graphique les isothermes représentant les variations de l'indice en fonction de la densité à 0°, on obtient un faisceau de droites divergentes dont le coefficient angulaire K diminue quand la température augmente suivant l'équation

$$K_t = K_0 - at + bt^2 = 0,24399 - 861,0.10^{6} t + 8,990.10^{-6} t^2.$$

Or l'indice de l'eau distillée entre 0° et 40° est très bien représenté par la formule

$$\nu_t = \nu_0 - \alpha t - \beta t^2 = 1,33406 - 15,3.10^{-6} t - 1,78.10^{-6} t^2.$$

En combinant ces formules, on arrive à l'équation suivante, qui permet de calculer la densité à 0° d'une eau de mer dont on connaît l'indice de réfraction à $t°$:

$$d_0 = \frac{n_t - 1,09010 - 845,6.10^{-6} t + 10,767.10^{-6} t^2}{0,24399 - 861,0.10^{-6} t + 8,990.10^{-6} t^2}$$

4° A 0° on en déduit la relation

$$\frac{n_0 - 1,09010}{d_0} = 0,24399,$$

qui relie l'indice et la densité des eaux de mer de différentes concentrations. Elle se vérifie avec une exactitude bien plus grande que la loi de Gladstone et Dale.

5° Les indices ne pouvant pratiquement pas être mesurés à moins de demi-unité de la quatrième décimale, il en résulte que l'erreur possible sur les densités correspondantes est inférieure à deux unités de la quatrième décimale. La précision de la méthode est donc comparable à celle des meilleurs aréomètres.

	Eau pure.		N° 1.		N° 2.	
°	d.	n.	d.	n.	d.	n.
0........	0,99987	1,33406	1,00400	1,33507	1,00800	1,33604
5........	999	395	404	494	795	589
10........	973	374	370	470	755	565
15........	913	343	304	437	683	530
20........	823	303	210	396	584	488
25........	707	255	009	347	460	438
30........	567	200	0,99946	291	313	382

	N° 3.		N° 4.		N° 5.	
°	d.	n.	d.	n.	d.	n.
0........	1,01200	1,33702	1,01600	1,33800	1,02000	1,33897
5........	187	685	579	781	1972	877
10........	140	660	526	753	1912	848
15........	063	624	443	718	1824	811
20........	0960	581	335	673	1712	766
25........	832	530	201	622	1577	713
30........	682	473	051	564	1421	655

	N° 6.		N° 7.		N° 8.	
°	d.	n.	d.	n.	d.	n.
0........	1,02400	1,33995	1,02800	1,34092	1,03200	1,34190
5........	2364	973	2757	069	3150	165
10........	2298	943	2685	038	3072	133
15........	2205	905	2587	3999	2969	092
20........	2089	858	2466	951	2844	043
25........	1950	805	2324	897	2699	3988
30........	1791	746	2163	836	2535	927

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Phytogéographie dynamique des dunes du golfe du Lion.* Note de M. G. **Kühnholtz-Lordat**, présentée par M. Guignard.

Les conditions biologiques des dunes littorales du golfe du Lion n'ont été l'objet d'aucun travail d'ensemble.

Les conceptions présentées par M. Astre dans son intéressante Note à l'Académie, le 11 octobre 1920, ne nous paraissent pas applicables au rivage méditerranéen français en raison du régime spécial qui préside à sa topographie et à son évolution.

Le rideau des dunes, interrompu çà et là par des graus permanents ou transitoires, y dépasse rarement 60^m de largeur; généralement peu élevé, il atteint au maximum 8^m de hauteur.

Très rapprochées du bord d'une mer à marées pratiquement nulles, les dunes sont parfois envahies, rongées ou même localement nivelées par les vagues les plus puissantes des tempêtes marines du Sud ou du Sud-Est. A cette action destructrice s'ajoute celle des vents dominants, Mistral et congénères, vents du Nord-Ouest aussi violents que fréquents, qui déciment nos dunes.

Des dunes internes se trouvent en Camargue, sur les lidos successifs. Elles ne seront pas étudiées ici en raison de leur ancienneté, de leur fixation par les Pins ou de leurs remaniements culturaux.

Les actions combinées du « trinome dynamique » normal : le vent, le sable, l'obstacle, se traduisent dans l'ensemble par un chaos de mamelons. Dans ce faciès chaotique, la dune devient aussi imprécise que l'individu d'une plante stolonifère. Cette caractéristique de nos dunes languedociennes se retrouve sur les côtes algériennes, par exemple autour de la baie d'Alger (1). Par contre, elles n'ont d'analogie ni avec les dunes désertiques (Erg) ni avec celles des dunes de Gascogne qui sont dépourvues de végétation (D. du Pilat). Toutes nos dunes, sans exception, sont tapissées par une végétation plus ou moins abondante dont nous aurons à préciser le rôle.

Les dunes couvertes résultent en effet du triple jeu des actions éoliennes, de la pesanteur et d'un obstacle dont le caractère essentiel est d'être vivant. L'obstacle vivant est donc le facteur dynamique fondamental de la formation de nos dunes littorales. La plante la mieux adaptée à cet égard est l'*Ammophila arenaria* Link (Oyat). La dune peut naître dès que l'*Ammophila* peut germer sur la plage.

Dès sa germination, l'*Ammophila* est soumise à l'action des vents marins, agents dynamiques édificateurs en raison de leur passage sur la plage où ils se chargent de sable. Le sable est d'ailleurs peu abondant par suite du peu d'ampleur des marées et de la faible largeur de la plage; cette largeur aurait même une tendance à se réduire par suite de la poussée des semences vers la mer par les vents de terre. Parmi ces semences, celles de l'*Ammophila* sont particulièrement aptes à prendre pied : sous ce rapport, l'Oyat a une véritable organisation *offensive*.

L'accroissement de la dune est ensuite subordonné à l'aptitude de la plante à lutter contre l'*ensevelissement*. Sur les monticules de la *créatrice* (Oyat) se développent des *édificatrices* qui manifestent leur pouvoir édificateur à des

(1) L. Ducellier, *Études phytogéographiques des dunes de la baie d'Alger* (*Revue générale Botanique*, t. 23, p. 273 et 320).

degrés très divers. Mais c'est encore l'*Ammophila* qui demeure à cet égard le végétal de choix. Ainsi s'édifie la dune, par superpositions successives. Au point de vue de la phytogéographie génétique, l'*Ammophila*, prend donc une valeur qui la place bien au-dessus de tous les autres végétaux de nos dunes littorales.

A la capacité de charge, fonction du sable, correspond un pouvoir de décharge, fonction de l'obstacle. On conçoit dès lors que les vents du large, en raison même de la conquête de la plage par l'*Ammophila*, n'arriveront aux crêtes les plus lointaines et les plus hautes qu'avec une charge résiduelle plus ou moins réduite ou même nulle. Les dunes qui échappent ainsi à l'alimentation en sable sont arrivées au stade adulte : elles entrent alors dans la phase de conservation.

La conservation des dunes adultes est extrêmement précaire parce qu'elles sont soumises, sans contre-partie, à la destruction par les vents de terre (Mistral). Seule, la fixation des sables par la végétation peut enrayer cette dégradation : elle est fonction de l'aptitude des plantes à lutter contre le *déchaussement*. Sous ce rapport, l'*Ammophila* doit être reléguée à un rang très inférieur. Deux plantes *conservatrices*, au contraire, prennent une importance de tout premier ordre par une organisation adaptationnelle dont elles représentent les deux modalités principales :

Le *Teucrium Polium* L., par son pivot vigoureux, par ses frondes courtes et serrées (coussinet), par ses racines adventives fines et drues formant une nappe à peu de distance de la surface, jouit vis-à-vis des vents destructeurs d'une organisation *prohibitive*.

L'*Ephedra distachya* L., sans interdire toujours l'érosion éolienne, la retarde généralement et lui survit grâce à ses stolons plus ou moins parallèles à la surface et qui dotent le végétal d'une organisation *défensive* rappelant l'un des aspects classiques de la lutte contre les éboulements en montagne.

Toutes ces adaptations ne sont valables que pour des vents modérés et perdent toute signification lorsque les vents deviennent violents ($v \geqq 20^{m}$). Le déchaussement se généralise alors : le terme ultime de la dégradation a été décrit par MM. Harlé [1] sous le nom de *Caoudeyre*, entonnoir vertical pouvant atteindre 5^{m} à 6^{m} de profondeur.

Dynamiquement, ce stade de vieillesse, en rapport avec les vents de terre

[1] ED. et JACQUES HARLÉ, *Mémoire sur les dunes de Gascogne avec observations sur la formation des dunes* (*Bull. de la Sect. de Géogr.*, t. 34, 1919, p. 1-145).

pour nos dunes méditerranéennes, doit être opposé au stade de rajeunissement incessant, en rapport avec les souffles du large. Mais topographiquement il n'y a pas deux zones distinctes : le terme de l'évolution de nos dunes est le « chaos caoudeyrisé ». La zonation ne se conçoit que dans la stabilisation ou bien dans l'uniformité et la continuité des facteurs dynamiques.

Le vent apparaît dès lors comme le modeleur-répartiteur de la biologie de nos dunes. Il est modeleur mécaniquement sur le sol (faciès dunal) et physiologiquement sur la végétation (formes biologiques, xérophilie, spectre biologique ([1]). Il est répartiteur des êtres vivants au point de vue de leurs aptitudes à lutter contre ses propres actions, aptitudes qui se traduisent par les modalités diverses de l'organisation épharmonique.

BOTANIQUE. — *Sur le* Gymnodinium pseudonoctiluca *Pouchet*. Note de M. J. **Pavillard**, présentée par M. Guignard.

L'attention a été récemment rappelée sur ce remarquable organisme, découvert en 1884 (juin), par G. Pouchet dans la baie de Concarneau, retrouvé par lui, en 1890 (août), dans les parages des Faeröer, et qui n'avait jamais été revu depuis.

D'après C.-H. Ostenfeld, il ne pourrait être étudié que vivant : étant dépourvu de paroi cellulaire, il deviendrait, en effet, méconnaissable dans le matériel conservé ([2]).

Dans un Mémoire récent ([3]), consacré aux Péridiniens du détroit de Plymouth, Mlle Marie Lebour attribue au *Gymnodinium pseudonoctiluca* quelques échantillons de forme cylindrique, mesurant environ 100^{μ} de longueur, avec un gros noyau ovoïde et de nombreux chromoplastes jaunes.

Le *G. pseudonoctiluca* apparaît, de temps en temps, dans le golfe du Lion, pendant la période estivale; il abonde, en particulier, dans mes récoltes de juin-juillet 1907.

C'est un organisme très volumineux, de forme ovoïde, dépassant 200^{μ}

([1]) Au sens de M. Raunkiaer.

([2]) C.-H. Ostenfeld, *Phytoplankton* in *Warming*, *Botany of the Færöer*, Part 2, 1903, p. 561.

([3]) Marie-V. Lebour, *The Peridiniales of Plymouth Sound from the Region beyond the Breakwater* (*Journ. Mar. Biol. Assoc.*, t. 11, 1917).

en longueur et 150^{μ} en largeur. J'ai pu observer sur le vivant, dans quelques individus, le curieux tentacule découvert par Pouchet; mais cet appendice immobile, simple expansion tubuleuse transitoire, sans fonction connue, n'est plus représenté que par une courte protubérance dans le matériel fixé.

La masse cytoplasmique interne, rapprochée de la région ventrale, souvent colorée en rose plus ou moins vif, est reliée à la périphérie par un grand nombre de fins cordons ramifiés (*fig.* 1).

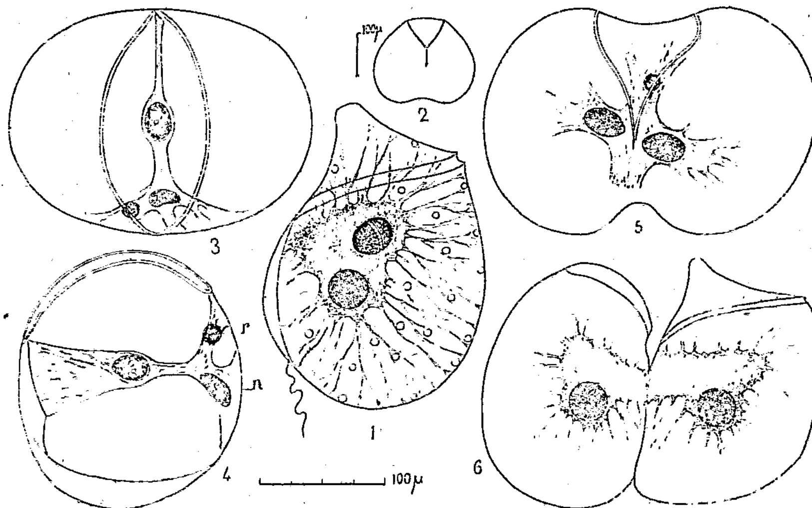


Fig. 1 à 6. — *Gymnodinium pseudonoctiluca* : 1. Un individu adulte digérant un *Protoceratium reticulatum*. — 2. Un stade de division : vue antérieure (ventrale). — 3. Le même : vue apicale (supérieure). — 4. Le même : vue de profil (latérale); *n*, noyau; *r*, corps résiduel. — 5 et 6. Stades plus avancés de la division.

(Gr. : 180 env., sauf fig. 2 : 55 env.)

Le noyau, parfaitement sphérique, est du type massif; après fixation picroformolique, il présente une structure finement granuleuse.

Il n'y a pas de chromoplastes, mais un certain nombre de très petits plastides incolores, sphériques (gouttelettes réfringentes de Pouchet?) appliqués intérieurement contre la membrane.

Le mode de nutrition est franchement hétérotrophe. Le *G. pseudonoctiluca* capture divers Péridiniens cuirassés et les incorpore dans sa masse plasmique où ils sont lentement digérés; sa proie habituelle est le minuscule *Protoceratium reticulatum*, mais il s'empare aussi de formes beaucoup plus volumineuses, telles que *Diplopelta bomba*, *Peridinium divergens*, etc.

Vers le début de la division cellulaire, toujours longitudinale ([1]), se produit un remarquable changement de forme et de structure.

La saillie conique apicale s'efface entièrement, tandis que la région opposée se dilate transversalement, de part et d'autre d'une dépression médiane antéro-postérieure (dorsiventrale); le contour devient ainsi régulièrement cordiforme (*fig*, 2). Le cytoplasme s'accumule contre la partie moyenne de la région dorsale, en une masse largement vacuolisée, englobant le noyau et les corps résiduels (*fig.* 3 et 4). Du milieu de cette masse s'élève une colonne plasmique cylindrique, brusquement dilatée autour d'une volumineuse enclave ovoïde, située au centre de la cellule, et de nature inconnue. Au delà de l'enclave, la colonne plasmique s'aplatit en lame verticale, progressivement élargie, fixée à la paroi ventrale, dans le plan de symétrie, par une insertion linéaire très apparente (*fig.* 2-4); l'origine et le but de ce dispositif sont inconnus.

Les figures 5 et 6 représentent deux phases plus avancées de la division. Les noyaux-fils sont déjà individualisés. La dépression inférieure s'est accentuée. Une autre dépression s'est creusée au milieu de la région supérieure délimitée par le sillon transverse qui descend également sur les deux faces ventrale et dorsale. A l'issue de la division, le plan de symétrie commun aux deux cellules-filles est perpendiculaire à celui de la cellule-mère. Les stades intermédiaires m'ont échappé.

Sous le bénéfice de ces observations, le *Gymnodinium* décrit par Mlle Lebour ne saurait, à mon avis, être identifié avec l'espèce de G. Pouchet; je propose donc de le nommer *G. Lebourii*, en l'honneur de la distinguée naturaliste de Plymouth.

BOTANIQUE. — *Sur les corpuscules bruns de la brunissure de la vigne.* Note de M. **Jean Politis**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La brunissure de la vigne, maladie caractérisée par l'accumulation de globules bruns dans les cellules épidermiques, a été attribuée à diverses causes.

Jules Pastre croit à l'action d'une cochenille. En 1892, Viala et Sauvageau attribuèrent la brunissure à un Myxomycète, le *Plasmodiophora vitis*.

([1]) La soi-disant division transversale des Péridiniens ne repose que sur une erreur d'interprétation.

Debray (1894) regarde les globules bruns comme des kystes du parasite, alors que Viala et Sauvageau les tenaient pour les produits d'excrétion; il change le nom de l'organisme précédent, tout en le conservant parmi les Myxomycètes et l'appelle *Pseudocommis vitis*. Roze a encore exagéré ces opinions en amplifiant le parasitisme du *Pseudocommis vitis*. Prunet (1894) rattache la brunissure de la vigne à sa chytridiose, maladie causée par une Chytridiacée (*Cladochytrium viticolum*) qui d'après lui cause à la fois la gommose bacillaire, le court-noé, etc. J. Dufour (1902) attribue la brunissure à l'action des larves qui présentent une grande ressemblance avec celles du *Phytoptus vitis*. Ducomet (1900), tout en admettant, dans certaines conditions rares, l'intervention du parasitisme (oïdium par exemple) pour la vigne, considère la brunissure comme une maladie d'ordre physiologique, causée par de brusques variations dans les conditions météoriques. Cavara aussi se refuse à voir dans le contenu des cellules malades un parasite quelconque : « Au lieu, dit-il, d'un vrai organisme, vivant dans les cellules sous forme de plasmode, il s'agirait peut-être, à mon avis, d'un état spécial du contenu cellulaire, d'une altération chimique provoquée par de brusques changements de conditions météoriques. »

Ravaz (1904) n'accepte pas ces conclusions en ce qui a trait à la cause de la maladie; il déclare que : « La brunissure est la conséquence d'une surproduction, qui amène l'appauvrissement et l'épuisement des tissus. »

Nous avons eu l'occasion d'observer, dans la première quinzaine du mois de septembre de l'année dernière, une invasion de brunissure dans un vignoble des environs d'Athènes. Sur tous les cépages, nous avons rencontré les mêmes symptômes; les tiges présentaient de petites ponctuations brunes ou plus souvent noires, nettement visibles sur le fond vert des sarments. Sur les feuilles, la brunissure commence par des taches brunes, de quelques millimètres, siégeant entre les nervures sur la face supérieure et visibles au début, surtout par transparence. Ces taches, de forme irrégulière, s'étendent et ne tardent pas à devenir confluantes.

Dans un précédent Mémoire, nous avons montré par l'étude vitale de la pigmentation chez un certain nombre de fleurs, que les pigments anthocyaniques apparaissent d'abord dans le cytoplasme au sein de corpuscules spéciaux que nous avons désignés sous le nom de *cyanoplastes*. Guilliermond a confirmé mes résultats et a montré par des recherches importantes que les pigments anthocyaniques sont les produits de l'activité des mitochondries.

Il serait intéressant de rechercher si les globules bruns, qui commu-

niquent leur teinte à la feuille atteinte de brunissure, sont des mitochondries. Examinons les altérations des feuilles dans les différentes phases de leur développement. Une coupe tangentielle à la face supérieure nous montre, dans les cellules épidermiques, un cytoplasme creusé de grosses vacuoles, avec un noyau en occupant généralement le centre. Dans le cytoplasme, on constate l'existence de nombreuses granulations, de couleur et de volume très variables.

Au début, elles sont très petites, incolores et d'un aspect brillant. Dans certaines cellules, on peut constater que ces granules prennent une teinte jaunâtre, puis grossissent, et se transforment en grosses sphérules d'un jaune brun qui passe au brun foncé. Ce sont elles qui communiquent à la feuille la couleur brune que l'on sait. Les sphérules noircissent sous l'action des sels ferriques, réduisent l'acide osmique et fixent le bleu de méthylène. Elles renferment donc du tanin, comme l'a montré aussi Ducomet.

Dans les tissus palissadiques et lacuneux, on trouve les mêmes granulations. Elles se présentent ici généralement en gros amas, mais peuvent aussi apparaître sous la forme de grosses sphérules, incolores, jaunâtres ou brunes, tout comme dans l'épiderme. Elles peuvent se présenter avec des vacuoles et souvent semblent se fusionner pour constituer de grosses masses à contour irrégulier, lobé, ressemblant un peu à des cellules de levure en voie de bourgeonnement. Toutes ces lésions de la brunissure ont été étudiées minutieusement par Ducomet.

Examinons maintenant avec les méthodes de Regaud ou de Benda une feuille qui commence à brunir. Dans le cytoplasme des cellules où l'affection débute, on constate l'existence de mitochondries, sous forme de petits grains généralement sphériques, isolés. La plupart de ces éléments participent à l'élaboration du tanin et l'on peut observer facilement des stades de transition entre ces éléments et les grosses sphérules brunes.

A un stade plus avancé, on voit un certain nombre de ces mitochondries granuleuses subir un accroissement de volume assez sensible. Les mitochondries se transforment alors en vésicules dont les dimensions varient de moins de 1^{μ} à 10^{μ} de diamètre et même davantage, et dont le centre est occupé par un composé tannique. Les vésicules ainsi formées s'accroissent peu à peu par suite de l'augmentation de volume de la masse du composé tannique contenu dans leur intérieur, tandis que leur enveloppe s'amincit.

Ainsi les résultats que nous avons obtenus démontrent que les corpuscules bruns de la brunissure ne sont ni les kystes d'un parasite, comme le prétend Debray, ni des produits d'excrétion comme le supposaient Viala

et Sauvageau, mais résultent simplement d'une transformation des mitochondries granuleuses. La mitochondrie se transforme intégralement en une vésicule occupée par une boule d'un composé tannique et entourée d'une enveloppe mitochondriale.

CYTOLOGIE. — *Spermatogenèse et chromosome exceptionnel chez* Naucoris maculatus *Fab.* Note (1) de M. **R. Poisson**, présentée par M. Henneguy.

Dans leur étude sur les « Cellules de la lignée mâle chez *Notonecta glauca* L. », Pantel et de Sinéty (1906) signalent la présence dans les divisions de maturation d'un chromosome exceptionnel, plus massif que les autres et jamais disposé en diplosome. Ce chromosome « semble », disent ces auteurs, prendre part aux deux divisions de maturation.

Divaz (1914), dans son travail sur la spermatogenèse chez *Naucoris cimicoides* L., signale également dans les divisions de maturation la présence d'un « hétérochromosome », mais étudie surtout la spermiogenèse.

J'ai retrouvé chez *Notonecta maculata* Fab. le chromosome particulier signalé par Pantel et de Sinéty chez *N. glauca* L. et j'ai pu me convaincre qu'il se divise aux deux mitoses de maturation (2).

Il m'a paru intéressant de rechercher et, le cas échéant, de suivre l'évolution de ce chromosome chez une autre Hydrocorise. Je me suis arrêté à l'étude de la spermatogenèse de *Naucoris maculata* Fab.

Le mâle de cet hémiptère possède deux testicules composés chacun de quatre capsules séminifiques principales et de trois autres très rudimentaires. Dans chaque capsule principale les zones suivantes sont nettement distinctes : zone des spermatogonies, zone de croissance, zone de la première division de maturation, zone de la deuxième division de maturation, zone des spermatides et des spermatozoïdes.

Dans la zone des spermatogonies, les cystes secondaires sont formés de cellules plus ou moins ovoïdes. Ces cellules possèdent chacune un noyau très chromatique avec un nucléole peu sidérophile; le cytoplasme est en outre chargé d'éléments mitochondriaux de formes diverses et présente

(1) Séance du 21 mars 1921.

(2) Il existe chez *Notonecta maculata*, dans la plaque équatoriale de la première division : 11 autosomes, 2 microchromosomes au centre de la plaque dont je n'ai pas suivi la genèse, 1 grand et gros chromosome.

dans la région tournée vers le centre du cyste une plage de mitochondries granuleuses. Les mitoses des spermatogonies sont massives et difficiles à étudier; on distingue cependant un chromosome particulier plus gros et plus grand que les autres.

Pendant la période d'accroissement des spermatocytes issus de la dernière division spermatogoniale, la chromatine s'amasse en deux corps chromatiques. L'un est très gros, plus ou moins sphérique, l'autre est plus petit.

On distingue en outre un réticulum peu accentué. Au fur et à mesure que le spermatocyte s'accroît on observe les faits suivants : les deux corps chromatiques, d'abord éloignés l'un de l'autre, se rapprochent, puis s'accolent sans toutefois se fusionner. A partir de ce moment le plus petit s'allonge et prend sensiblement une forme d'haltère. Il s'éloigne ensuite de son conjoint qui se segmente alors progressivement. La fin de la période d'accroissement est caractérisée par la formation d'un long spirème qui s'appuie par une de ses extrémités sur le petit corps chromatique qui maintenant a pris la forme d'un bâtonnet massif. Ce corps constitue dès lors ce que j'appelle le *chromosome exceptionnel.*

Lors de la segmentation du spirème en chromosomes, le chromosome exceptionnel ne change pas de forme, il est rejeté près de la membrane nucléaire.

Dans la plaque équatoriale qui précède la première division de maturation, on compte 17 chromosomes qui se répartissent de la façon suivante :

14 autosomes sensiblement de même taille et en forme de bâtonnets massifs; 2 microchromosomes différents de taille et situés à l'intérieur de la plaque; 1 chromosome exceptionnel, qui est situé un peu en dehors de la plaque équatoriale.

Lors de la prophase de cette première division, les autosomes subissent une division longitudinale à la suite de laquelle il se forme des diplosomes. Les éléments constituants de ceux-ci se séparent et se dirigent vers les pôles du fuseau. Ils sont dépassés dans ce mouvement par les microchromosomes, car dès le commencement de la métaphase, on observe déjà, aux deux pôles du fuseau et au voisinage des centrosomes, un microchromosome; le second étant généralement à mi-chemin de son trajet.

Pendant ce temps le chromosome exceptionnel s'est allongé, a pris la forme d'un V massif; les deux branches du V se rapprochent et finalement se séparent l'une de l'autre, formant deux tronçons massifs. Ce processus s'effectue lentement, aussi chaque chromosome exceptionnel fils est très en retard sur tous les autres chromosomes.

La plaque équatoriale de la seconde division de maturation montre :

14 chromosomes de taille à peu près semblable; 1 chromosome de petite taille; 1 chromosome exceptionnel.

On ne compte donc plus que 16 chromosomes, alors qu'au stade précédent il en existait 17. Ce fait résulte vraisemblablement de la mise en dyade des deux microchromosomes.

A la prophase de cette seconde division, les chromosomes s'allongent, se rétrécissent en leur milieu et subissent ainsi une division transversale. Ensuite l'élément que je considère comme correspondant à une dyade des microchromosomes se sépare en ses deux chromosomes constituants: Le chromosome exceptionnel se dispose parallèlement aux fibres du fuseau, puis, très lentement, encore plus lentement qu'à la première division, il subit, lui aussi, une division transversale. Lorsque chacun des chromosomes exceptionnels parvient aux pôles du fuseau, les autres chromosomes se sont souvent fusionnés déjà en une masse chromatique plus ou moins informe.

Le noyau de chaque spermatide contient donc un nombre égal de chromosomes; le chromosome exceptionnel restant longtemps reconnaissable à l'intérieur du noyau.

En résumé, l'étude de la spermatogenèse de *Naucoris maculatus* nous révèle l'existence d'un chromosome particulier auquel j'ai donné le nom de *chromosome exceptionnel*.

Ce chromosome présente beaucoup des caractères d'un hétérochromosome, tel que celui-ci a été défini par Wilson, Mac Clung, Montgomery, etc. Mais il n'en est pas un, car il se divise aux deux mitoses de maturation. Il n'est jamais disposé en diplosome; il subit donc une « eucinèse ». Des phénomènes semblables ont déjà été signalés entre autres chez *Forficula* (Zweiger), *Sagitta* (Stevens), *Scutigera* (cellules de la lignée séminale géante, Bouin et Ancel). Il semble difficile d'attribuer à ce chromosome exceptionnel un rôle quelconque dans le déterminisme du sexe, comme on l'admet généralement pour l'hétérochromosome.

MICROBIOLOGIE. — *Rôle des humeurs dans la destruction extracellulaire des microbes chez les Insectes*. Note de M. A. **Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

Dans une Note récente ([1]), MM. Couvreur et Chaovitch nous ont attribué une opinion qui n'est pas tout à fait conforme à la vérité : « M. Paillot, disent-ils, abandonnant les idées qu'il a d'abord défendues d'une production, par les Insectes, d'anticorps bactériolytiques, anticorps dont il avait même localisé la production dans les macronucléocytes, conclut que la bactériolyse peut se faire en dehors de toute activité cellulaire et qu'il existe une immunité humorale naturelle chez les Insectes. » Cette dernière affirmation, contrairement à ce que paraît impliquer la Note des auteurs précités, n'est nullement la conclusion de nos dernières recherches. Elle n'a pas été formulée à la suite de nos expériences de destruction *in vitro* du *Bacillus melolonthæ non liquefaciens* γ par le sang des chenilles d'*A. segetum*, mais dès l'année 1919, c'est-à-dire au moment où nous avons étudié le premier cas d'immunité naturelle humorale chez les Insectes.

En ce qui concerne notre opinion personnelle sur le mécanisme de l'immunité humorale, nous affirmons n'avoir pas voulu généraliser l'hypothèse nouvelle que nous avons formulée récemment; nous avons dit : « la théorie nouvelle que nous adoptons pour expliquer l'immunité des chenilles d'*A. segetum* contre le *B. m. non liquefaciens* γ est susceptible, croyons-nous, de s'appliquer à d'autres cas d'immunité humorale, au moins chez les Insectes »; mais il n'est pas question, pour le moment, d'abandon définitif de nos idées premières sur le mécanisme de l'immunité humorale. En tout cas, notre hypothèse, telle qu'elle a été formulée, ne s'applique certainement pas intégralement à quelques-uns des cas d'immunité que nous avons étudiés.

Le fait dominant, dans l'immunité chez les Insectes, c'est la diversité des réactions de défense de l'organisme suivant les espèces microbiennes et les individus, et l'extrême complexité du processus réactionnel pour un même individu.

MM. Couvreur et Chaovitch disent avoir fait, dès le mois de juin 1920, des constatations conduisant aux mêmes conclusions que les nôtres et par

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 711.

des expériences, à leur avis, plus démonstratives. Nous supposons que ces auteurs ont voulu parler de la conclusion relative à la possibilité de destruction *in vitro* des microbes par le sang d'Insectes, et non de l'hypothèse que nous avons formulée pour expliquer le mécanisme de la réaction humorale. Mais le fait de la destruction *in vitro* des microorganismes par les humeurs des animaux, n'est pas nouveau : depuis longtemps, en effet, on sait que le sérum de rat blanc tue le bacille du charbon, que celui du lapin tue le bacille typhique, mais on sait aussi que ces manifestations de l'activité humorale ne sont pas en rapport avec l'immunité de ces animaux contre les maladies causées par ces bacilles. Dès la fin de l'hiver 1920, nous avions constaté nous-même que le sang des chenilles d'*A. segetum* pouvait détruire, *in vitro*, le *B. m. non liquefaciens* γ; mais le manque de chenilles ne nous avait pas permis de répéter nos expériences et de tirer les conclusions qui ont fait l'objet de nos dernières Notes. Nous rappelons, d'autre part, qu'en étudiant l'immunité des chenilles de *Lymantria dispar* contre le *B. picris non liquefaciens* α, en mai et juin derniers, nous avons conclu à l'impossibilité d'expliquer les réactions humorales de ces chenilles par l'action de bactériolysine (Note du 18 octobre 1920). L'hypothèse formulée au début de cette année, et qui ne s'applique qu'à un cas bien déterminé, a donc été préparée par une longue série d'observations; la destruction *in vitro* des microbes n'a été pour nous qu'un argument, le plus décisif sans doute, en faveur de cette hypothèse.

En ce qui concerne la valeur démonstrative des expériences de MM. Couvreur et Chaovitch, nous ferons les remarques suivantes :

1° Les deux auteurs ne nous disent pas si, après un contact de 24 ou 48 heures, le mélange de sang de ver à soie ou de suc de digestif et de bacilles pyocyaniques ou de colibacilles, est devenu stérile. Or, pour affirmer que les bacilles ont perdu leur vitalité, il ne suffit pas de montrer que l'un ne développe pas de fluorescence verte et que l'autre ne fait pas virer au canari le bouillon au rouge neutre. En effet, au cas fort probable où il se développe des microbes d'infection secondaire dans les bouillons ensemencés avec les mélanges, les produits de culture de ces microbes peuvent suffire à empêcher la production de pigment fluorescent par le bacille pyocyanique ou le virage du bouillon au rouge neutre par le colibacille, ou tout au moins, à masquer ces réactions. On sait qu'une modification légère de la composition des milieux de culture suffit pour empêcher le bacille pyocyanique de produire son pigment fluorescent. Nous possédons nous-même des microbes entomophytes, fluorescents ou chromogènes

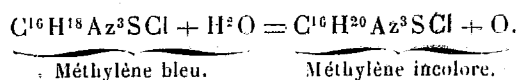
qui, sans cause apparente, perdent momentanément leur fonction fluorescigène ou chromogène, au cours des ensemencements successifs. Le critérium de vitalité adopté par MM. Couvreur et Chaovitch ne saurait donc suffire pour apprécier l'action morbide des humeurs du ver à soie ou de la chrysalide sur les bacilles expérimentés.

2° Le sang ou le liquide cavitaire de la chrysalide n'ayant pas été débarrassé au préalable des éléments cellulaires, la destruction des bacilles, si elle est réelle, peut être due à des ferments cellulaires mis en liberté par ces éléments, à leur sortie de l'organisme.

Les deux auteurs concluent à l'action antiseptique du sang et du suc digestif de certains Invertébrés sur le bacille pyocyanique et le colibacille. Cette action, telle qu'elle paraît avoir été étudiée par eux, n'a que des rapports lointains avec la question de l'immunité chez les Invertébrés; il ne saurait, en effet, y avoir réaction de défense, que si la même action destructrice se manifestait *in vivo*. Or il n'est pas question de cette destruction dans la Note de MM. Couvreur et Chaovitch.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le pouvoir réducteur des liquides organiques et des tissus de quelques animaux marins.* Note de M. **Raoul Bayeux**, présentée par S. A. S. le prince Albert de Monaco.

On sait qu'une solution aqueuse de bleu de méthylène se décolore au contact d'une substance réductrice et, en particulier, d'un tissu animal; une molécule d'eau est détruite, l'oxygène est mis en liberté selon la formule



$$\underbrace{C^{16}H^{18}Az^{3}SCl}_{\text{Méthylène bleu.}} + H^{2}O = \underbrace{C^{16}H^{20}Az^{3}SCl}_{\text{Méthylène incolore.}} + O.$$

Cette réaction a été appliquée par M. H. Roger à la mesure de l'activité réductrice des tissus de plusieurs animaux terrestres, avec la technique suivante : on mélange poids égaux d'un tissu broyé et d'eau bicarbonatée; on porte dans l'étuve à 38°; ensuite on laisse tomber dans le mélange quelques gouttes d'une solution aqueuse de bleu de méthylène; on agite le tout, et le tube mis au repos, on note le temps que ce mélange met à perdre sa couleur bleue. Ce temps est inversement proportionnel à l'activité réductrice du tissu.

Je viens d'appliquer cette technique à l'évaluation du pouvoir réducteur des éléments organiques de quelques animaux marins.

Pour diluer les tissus marins, ainsi que le bleu, j'ai remplacé par de l'eau de mer bicarbonatée, l'eau douce, qui donne des réductions trop lentes, et parfois nulles, pour des éléments organiques nettement actifs. J'ai aussi laissé les mélanges se réduire à la température ambiante de 14°, voisine de celle de la mer actuellement. J'avais observé que, dans l'étuve à 38°, certaines réductions devenaient trop rapides pour être chronométrables.

Mes animaux d'expérience ont été : le *Labrus*, la Roussette (*Scyllium catulus*), le Poulpe (*Octopus vulgaris*), le Calmar (*Loligo vulgaris*) et l'Oursin (*Strongylocentrotus lividus*).

Dans le Tableau suivant j'ai classé par ordre d'activités décroissantes les éléments dont j'ai déterminé le pouvoir réducteur.

Tissus et liqueurs organiques.	Temps de réduction. h m s
Sperme trituré d'Oursin	0. 3.40
Sperme non trituré d'Oursin	4.20
Sperme de Poulpe	9. 5
Glande nidamentaire inférieure de Seiche	9.30
Sperme de Calmar broyé dans les tubes séminifères	12
Pancréas de Seiche	13
Foie de Calmar mort	21
Foie de Seiche morte	23
Foie de Poulpe, décapité vivant	24
Foie exsangue de *Labrus* décapité vivant	25
Foie de Poulpe, mort récemment	26
Foie de Roussette, décapitée vivante	27
Pulpe de la glande nidamentaire supérieure de Seiche	35
Estomac de Seiche	41
Œufs triturés d'Oursin avec le liquide ovarien	48
Foie de Roussette asphyxique, vivante	49
Branchies de Seiche morte	50
Branchies de Poulpe, décapité vivant	52
Branchies de Calmar mort	54
Foie rouge vineux de *Labrus* mort	56
Foie de Roussette morte hors de l'eau	1. 5
Œufs triturés de Seiche	1.14
Œufs d'Oursin non triturés, avec le liquide ovarien	5
Œufs de Seiche non triturés	5
Œil de Seiche. Cristallin trituré en eau de mer	5.30
Œil de Seiche. Humeur vitrée pure	8

Ce Tableau montre que, selon le tissu étudié, les vitesses de réduction présentent d'énormes différences, allant de quelques minutes à plusieurs

heures. Ce qui frappe d'emblée, c'est la grande activité du sperme d'Oursin : 3 minutes 40 secondes (à l'étuve à 38°, j'ai vu la réduction de ce liquide se faire *en quelques secondes*). La trituration, mettant en liberté toutes ses réductases, lui donne le maximum de vitesse. On comprend ainsi que la pénétration d'un élément aussi actif dans l'œuf lui imprime une segmentation ultra-rapide. Plus lente est l'activité du sperme des Céphalopodes dont les œufs se développent beaucoup moins vite. Notons la grande activité de la pulpe de leurs glandes nidamentaires inférieures, qui doivent former rapidement la cuticule imperméable des œufs. En ce qui concerne le foie nous voyons que celui des Poissons est plus ou moins actif selon que l'animal a été décapité en état de vie ou en état de mort; dans ce dernier cas l'agonie a laissé, stagnant dans tous les organes, un sang coagulé chargé d'hémoglobine à divers degrés d'oxydation, laquelle retarde la réduction. Chez les Céphalopodes, au contraire, qui meurent rapidement hors de l'eau et qui ne possèdent pas d'hémoglobine, le pouvoir réducteur des foies est constant.

La même différence se retrouve entre les branchies des Poissons et celles des Céphalopodes; pour cet organe, j'ai même observé que *la réduction se fait aussi vite en eau douce qu'en eau de mer*, même chez les Poissons. Le tissu branchial est ainsi susceptible de s'adapter, selon les besoins de la vie de ces animaux, à des milieux de salinité très différente.

En ce qui concerne les œufs, ils sont peu ou point actifs, à moins qu'on ne brise leur cuticule. Leurs éléments vitaux sont inactifs tant qu'une force extérieure, ou la perforation faite par le spermatozoïde, ne l'a pas rompue. L'élément mâle fait pénétrer dans l'œuf des réductases d'activité intense, *qui produisent de l'oxygène disponible*.

En définitive, ainsi que le pensait Loeb, « l'activation de l'ovule s'accompagne d'*une augmentation des oxydations* dont le cytoplasme est le siège ». Mes expériences semblent confirmer cette théorie qui a joué un si grand rôle dans la parthénogénèse expérimentale.

MICROBIOLOGIE. — *Des leuco-agglutinines.*

Note de MM. **M. Weinberg** et **Léon Kepinow**, présentée par M. Roux.

Au cours de nos recherches sur les leucocidines, nous avons observé que les toxines microbiennes possèdent la propriété d'agglutiner les leucocytes du cobaye. Nous sommes surpris que ce fait n'ait pas encore été signalé. Il est cependant facile à observer avec la technique suivante :

Pour obtenir des leucocytes, on injecte dans le péritoine du cobaye 5^{cm^3} d'émulsion stérilisée de Mellin's food (10 pour 100). Il est préférable de se servir de cobayes préparés par une injection antérieure de 1^{cm^3} de la même substance. Le cobaye est saigné à blanc 14 à 16 heures après l'injection. On pratique ensuite une petite ouverture au niveau du péritoine, et l'on introduit dans la cavité abdominale 30^{cm^3} à 40^{cm^3} d'eau oxalatée (oxalate de soude à 1 pour 100).

L'exsudat péritonéal, en général, très riche en leucocytes (80 à 100000 par millimètre cube) est recueilli au moyen d'une pipette à boule. Conservé à la glacière, il peut servir pendant deux ou trois jours. Quelquefois les leucocytes sont plus facilement agglutinables 24 heures après leur préparation.

Pour pratiquer l'expérience, on verse dans de petits tubes $0^{cm^3},3$ à $0^{cm^3},5$ d'émulsion leucocytaire, $1^{cm^3},7$ à $1^{cm^3},5$ d'eau physiologique, puis des doses décroissantes ($0^{cm^3},3$, $0^{cm^3},2$, $0^{cm^3},1$, etc.) de toxine à étudier. Le mélange bien secoué est placé ensuite pendant 2 à 3 heures à l'étuve à 37°.

Pour bien observer la leuco-agglutination, il faut retourner une ou deux fois chaque tube de l'expérience, saisi entre l'index et le médius, et bouché avec le pouce.

Les leucocytes ont une tendance naturelle à s'agglutiner, mais cette légère auto-agglutination ne présente jamais l'intensité du phénomène observé après l'action de la toxine. Dans le tube où les leucocytes sont agglutinés, le liquide est clair, mais parsemé de flocons leucocytaires qui tombent rapidement au fond.

Les toxines que nous avons étudiées sont celles du *B. perfringens*, V. septique, *B. sporogenes*, *B. aerofœtidus*, *B. histolyticus*, *B. tetani*, *B. proteus*, B. diphtérique, B. de Pfeiffer, staphylocoque et pneumocoque. Le pneumocoque, le B. diphtérique et le V. septique donnent la leuco-agglutinine la plus active. Le *B. sporogenes* et le B. histolytique sont presque complètement inactifs. La leuco-agglutinine bactérienne est détruite par la chaleur (30 minutes au bain-marie à 58°-60°).

En général, le pouvoir leuco-agglutinant d'un microbe est d'autant plus fort que sa virulence est plus marquée. Ainsi, des quatre souches de pneumocoque mises à notre disposition par notre collègue M. Truche, les trois premières, très pathogènes, se sont montrées également très leuco-agglutinantes. Par contre, la quatrième, dépourvue de tout pouvoir pathogène, est restée sans action sur les leucocytes.

Il n'existe pas de rapport entre la propriété leuco-agglutinante d'un microbe et son pouvoir toxigène. Un microbe peu toxique, comme le pneumocoque, possède un très fort pouvoir agglutinant. Il n'existe pas non plus de rapport direct entre le pouvoir leucocidique et le pouvoir leuco-agglutinant. Un microbe peut produire une très petite quantité de leucocidine, tout en étant fortement leuco-agglutinant, comme c'est le cas du B. diphté-

rique. Pour d'autres, le pouvoir leuco-agglutinant croît avec le pouvoir leucocidique. Cependant, pour déceler ce pouvoir agglutinant, il est nécessaire d'employer des doses très faibles de toxine, car les doses fortes amènent rapidement la dégénérescence vacuolaire des leucocytes et empêchent ainsi leur agglutination.

L'action leuco-agglutinante des toxines microbiennes s'exerce également *in vivo*. Il suffit, pour le démontrer, d'injecter dans la cavité péritonéale des cobayes, préparés la veille avec du Mellin's food, une dose convenable de toxine. A l'autopsie, 2 heures après l'injection, on constate la formation d'énormes paquets de leucocytes agglutinés se trouvant dans la partie la plus déclive de l'intestin, collés soit à la surface de l'intestin, soit à celle du mésentère. Très souvent, il se détache de ces amas des filaments blanchâtres (formés quelquefois de leucocytes et de fibrine) qui atteignent les anses intestinales voisines et viennent se fixer sur la paroi abdominale. De gros flocons leucocytaires flottent quelquefois dans l'exsudat péritonéal.

Ces faits nous permettent de penser que les leuco-agglutinines microbiennes jouent un rôle dans le mécanisme de la formation des fausses membranes qu'on trouve dans les séreuses enflammées et dans certaines angines. Il se peut aussi que la leucopénie observée dans certaines maladies, ainsi que celle qui survient à la suite de l'ingestion de substances protéiques soit due à la leuco-agglutination *in vivo*. En effet, le sérum de cheval, le petit lait agglutinent les leucocytes lavés du cobaye. L'expérience de séro-leuco-agglutination doit se pratiquer avec des leucocytes lavés. La séro-leuco-agglutinine est détruite par le chauffage de 30 minutes à 60°-62°.

Quelques faits nous permettent de croire qu'il serait utile de revoir, à la lumière du phénomène de la leuco-agglutination, la question de l'anaphylaxie et celle de la chimiotaxie négative. Ainsi, les leucocytes des cobayes anaphylactisés sont beaucoup plus auto-agglutinables que ceux des cobayes normaux. Un autre fait curieux : l'exsudat péritonéal d'un cobaye injecté avec de la toxine du V. septique est pauvre en leucocytes et, cependant, la portion terminale des vaisseaux lymphatiques du mésentère est distendue par des leucocytes tassés les uns contre les autres; pas de leucocytes dans les espaces périlymphatiques.

Ainsi, si l'on s'était contenté d'examiner le liquide péritonéal, on aurait pu conclure à une chimiotaxie négative, alors qu'en réalité les leucocytes ont été attirés en masse dans le péritoine, mais arrêtés en route, bloqués par la leuco-agglutinine dans la partie terminale des lymphatiques.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géométrie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Georges Humbert* :

En première ligne	M. Émile Borel
En seconde ligne	M. Henri Lebesgue
En troisième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. Élie Cartan Jules Drach Claude Guichard Ernest Vessiot

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE FÉVRIER 1921.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, prince souverain de Monaco. Fascicule LV : *Madréporaires*, par CH. GRAVIER; fascicule LVI : *Contribution à l'anatomie du* Simenchelys parasiticus *Gill*, par MAURICE JAQUET. Imprimerie de Monaco, 1920; 2 vol. 36^{cm}. (Présentés par S. A. S. le Prince de Monaco.)

Microbiologie appliquée à la transformation des produits agricoles, par E. KAYSER. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1921; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. E. Lindet.)

Microbiologie appliquée à la fertilisation du sol, par E. KAYSER. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1921; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. E. Lindet.)

Histoire naturelle des Trochilidæ (Synopsis et Catalogue), par EUGÈNE SIMON. Paris, L. Nulo, 1921; 1 vol. 28^{cm},5. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Les industries chimiques et la production générale en France, par E. FLEURENT. Paris, librairie de l'enseignement technique, 1920; 1 vol. 19^{cm}.

Esquisse d'une théorie nouvelle de la lumière, par STEN LOTHIGIUS. Stockholm, M.-Th. Dahlström, 1920; 1 fasc. 18^{cm}.

Definition and resolution, par WILLIAM H. PICKERING. Reprinted from *Popular Astronomy*, 1920; 1 fasc. 25^{cm}.

The Orthographic Projection of a Sphere, par WILLIAM H. PICKERING. Reprinted from *Popular Astronomy*, 1920; 1 fasc. 25^{cm}.

O Problema das seccas do Nordeste resolvido por LUIZ MARIANO DE BARROS FOURNIER. Rio-de-Janeiro, Villas Boas, 1920; 1 vol. 23^{cm}.

N° 14.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 4 Avril 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CORRESPONDANCE.

COMITÉ SECRET.

64466 — 4-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921.

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 15 (11 Avril 1921).



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

—

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont prié de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 AVRIL 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement périodique d'un fluide.* Note (¹) de M. **Paul Appell.**

L'objet de cette Note est d'attirer brièvement l'attention sur un genre particulier de mouvement d'un fluide, qui s'observe fréquemment et dont les types les plus connus sont les fontaines intermittentes et les mouvements oscillatoires. Dans ce genre de mouvement, qu'on peut appeler *périodique*, les quantités désignées habituellement par u, v, w, p, ρ, dans les notations d'Euler, sont des fonctions de x, y, z, t, qui reprennent la même valeur quand t augmente d'une certaine période T ; elles sont donc développables en séries de Fourier suivant les sinus et cosinus des multiples de $\frac{2\pi t}{T}$, les coefficients de ces séries étant des fonctions de x, y, z. La force F(X, Y, Z) rapportée à l'unité de masse est, au contraire, indépendante de t, comme la pesanteur. Sans insister sur les conséquences analytiques, nous nous bornerons à remarquer que, si $\varphi(x, y, z, t)$ est une des fonctions périodiques de t que l'on est amené à introduire, l'intégrale partielle

$$\int_t^{t+nT} \frac{\partial\varphi}{\partial t}\,\partial t,$$

prise en regardant x, y, z comme constants et désignant par n un entier positif, est *nulle ;* cette propriété évidente remplace celle qui, dans le mou-

(¹) Séance du 29 mars 1921.

vement permanent, consiste en ce que $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ est nul. Par exemple, avec les notations habituelles, le théorème de Bernoulli est remplacé par la relation

$$\int_t^{t+n\mathrm{T}} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\mathrm{W}^2 - \mathrm{Q}\right)\partial t = 0,$$

où $\frac{d}{dt}$ indique une dérivée totale par rapport au temps, l'intégration étant partielle par rapport à la lettre t.

Soient

$$u = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} a_\nu \cos\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} + \alpha_\nu \sin\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}},$$

$$v = \sum b_\nu \cos\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} + \beta_\nu \sin\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}},$$

$$w = \sum c_\nu \cos\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} + \gamma_\nu \sin\nu\frac{2\pi t}{\mathrm{T}},$$

les coefficients a, b, c, α, β, γ étant fonctions de x, y, z. Les composantes ξ, η, ζ du vecteur tourbillon sont données par des séries analogues dont les coefficients sont

$$\frac{\partial c_\nu}{\partial y} - \frac{\partial b_\nu}{\partial z}, \quad \frac{\partial \gamma_\nu}{\partial y} - \frac{\partial \beta_\nu}{\partial z}, \quad \ldots.$$

Il peut arriver que ces derniers coefficients soient tous nuls, excepté ceux d'une des lignes trigonométriques. Les lignes de tourbillon sont alors fixes dans l'espace, comme dans le mouvement permanent; mais le moment d'un filet de tourbillon varie périodiquement avec t, sauf dans le cas où les seuls termes subsistants correspondent à $\nu = 0$.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Soleil du 7 avril 1921 à l'Observatoire de Paris.* Note de M. B. **Baillaud.**

Observateurs.	Instrument.	Dist. focale.	Ouv^re object.	Diaph^mes.	Grossiss^t.	Heure du premier contact.	Heure du dernier contact.	Angle de position Premier contact.	Angle de position Dernier contact.
		m	cm	cm		h m s	h m s		
M. Bigourdan...	œil nu					19.32.59	22. 0.37 (1)		
M. Lambert.....	Eq. Mailhat	3,5	24	9	80		3. 5		
M. Giacobini....	Eq. Est	9	40	14	250	31.41	3. 8	258°	58°
M. Salet........	Eq. Bardou	1,2	9,5	9,5	85	31.29	3. 4		
M. Le Morvan...	Petit coudé	5	28	8			3. 6		
Mme Chandon.....	Eq. Ouest	5	32	14	200	31.31	3.13	258	57
Mlles Bonnet et Lhomme........	Lun^tte Hermagis	1,2	12	12	(2)		3.22	—	

(1) Peut-être erreur de 1^m.

(2) Observation directe de l'image focale sur un verre dépoli.

PALÉONTOLOGIE. — *Comment ont apparu certaines formes nouvelles : Rudistes et Chames*, Mytilus *et* Dreissensia, Anomia *et* Paranomia. Note de M. **H. Douvillé.**

Le mode d'apparition des formes nouvelles a souvent préoccupé les naturalistes. Les Lamellibranches se prêtent particulièrement à cette étude : c'est qu'en effet ils se nourrissent exclusivement des particules alimentaires amenées par le courant d'eau qui traverse leur coquille, il en résulte que la recherche et la poursuite de la nourriture se trouvent réduites à un minimum; dès qu'ils ont rencontré un courant d'eau suffisamment chargé de matières assimilables, ils n'éprouvent plus le besoin de se déplacer; aussi un grand nombre de formes arrivent à se fixer plus ou moins complètement.

La fixation peut être accidentelle; l'animal se trouve placé dans des conditions différentes de celles où il vivait précédemment et c'est alors que prennent naissance des formes nouvelles.

L'exemple des Rudistes est un des plus nets : les *Diceras* apparaissent brusquement au commencement du Jurassique supérieur et j'ai fait voir qu'ils résultaient de la fixation d'un *Cardium* par soudure directe de sa coquille : un jeune animal dressé par les courants est couché sur le côté et arrive à se fixer par ce procédé bien connu; l'eau était chargée de particules alimentaires, l'animal a prospéré, s'est développé et s'adaptant à sa nouvelle vie a fait souche non plus de *Cardium*, mais de *Diceras*.

Une transformation analogue a donné naissance aux *Chama*, vers la fin du Crétacé, probablement par la fixation d'un *Corbis*. Dans les mers actuelles les *Myadora* en se fixant tardivement deviennent des *Myochama*, sans se modifier d'une manière très notable. Mais les *Chamostrea* ont pris tout à fait la forme des *Chama*, en conservant le test nacré et l'osselet ligamentaire de leur ancêtre, peut-être un *Verticordia?*

La loi générale de l'hérédité n'est donc pas absolue; les enfants ne sont en réalité semblables à leurs parents, que lorsque les conditions de vie n'ont pas changé.

Le mode de fixation a une grande importance au point de vue des modifications qui en résultent; j'ai montré que la fixation par un byssus avait pour conséquence l'atrophie progressive du muscle adducteur antérieur et c'est ainsi que prend naissance le grand groupe des Dysodontes, d'abord Hétéromyaires, puis Monomyaires. Quelque Tanodonte ou Acti-

nodonte paléozoïque équivalve vivait normalement en rampant sur le fond de la mer; de très jeunes individus sont jetés au rivage par les courants, dans un moment de calme ils parviennent à se fixer par leur pied qui sécrète une sorte de mucilage, durcissant par l'action de l'eau de la mer; c'est le byssus, ici plus ou moins filiforme. L'animal est balloté, mais n'est plus entraîné, et sa coquille reste symétrique; la nourriture est abondante, il fait souche de *Mytilus*.

A une époque plus récente, un Lamellibranche tout différent, probablement un Astartidé, arrive à se fixer d'une manière analogue et sa coquille prend la forme d'un *Mytilus*, ce sont les *Dreissensia;* l'analogie est telle qu'on a longtemps rapproché ces deux genres, mais le nouvel animal n'a pas le test nacré et il a conservé la structure du manteau caractéristique des Hétérodontes. Ici encore le changement d'habitat a complètement modifié la forme de la coquille.

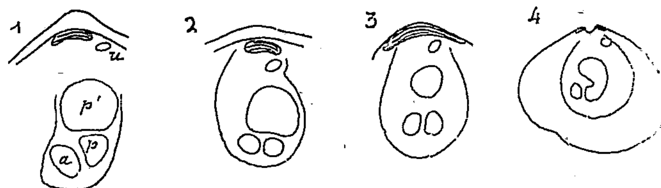
Une transformation analogue à celle des *Mytilus*, mais dans une eau plus profonde, moins agitée, plus riche en matières nutritives donne naissance à des coquilles de plus grande taille et qui se couchent sur la valve droite, ce sont les *Avicules*, fixés aux rochers par un byssus proportionné à leur taille; la coquille est devenue inéquivalve.

Mais sur un fond de sable ou de vase où les points d'appui solides font défaut, l'animal ne peut guère se fixer que sur des coquilles mortes plus ou moins roulées par les courants. Un jeune Dysodonte ne trouvera à s'y fixer et à s'y développer qu'en se cramponnant et se collant sur son appui; il ne pourra y réussir qu'au moyen d'un byssus très court et très robuste. C'est ainsi que s'est formé le type *Anomie*.

On sait comment le byssus ainsi constitué fait obstacle au développement de la partie antérieure de la valve droite sur laquelle l'animal est couché. La partie postérieure seule s'allonge, s'élargit, contourne l'obstacle et vient rejoindre la partie antérieure; le byssus se trouve complètement entouré et logé dans une sorte d'ouverture de la coquille; en même temps il se calcifie, c'est la *cheville* des Anomies. Ce mode de fixation est très particulier, mais il faut s'attendre à le retrouver dans des groupes différents.

I. Le genre *Anomia* proprement dit (groupe de l'*An. ephippium*) a des caractères spéciaux : la coquille est très mince, nacrée; la valve inférieure se moule sur son appui, tandis que la valve supérieure est plus ou moins capuloïde; la valve inférieure contourne bien l'obstacle, mais elle ne vient pas se souder à l'extrémité antérieure; celle-ci s'épaissit et constitue une apophyse solide servant de support à un ligament en forme de croissant.

Le test est profondément modifié : les couches externes sont devenues nacrées, mais sur la valve droite elles ont conservé la texture prismatique des Aviculidés; les couches internes sont réduites à la tache blanche qui entoure les impressions musculaires. Celles-ci sur la valve droite sont



Impressions musculaires et tache blanche de la valve gauche des Anomies.

Fig. 1. *A. ephippium*, Linné de la Manche. — 2. *A. planulata*, Desh., du Lutétiers de Parnes. — 3. *A.* sp. du Cénomanien du Mans. — 4. *A. suprajarensis*, Buv., du Mont Lambert (Boulonnais). *a*, adducteur; *p*, *p'*, *u*, les trois impressions pédieuses.

réduites à celle de l'adducteur, tandis que sur la valve gauche on observe en outre trois impressions des muscles pédieux : une première *p*, placée à côté de l'adducteur et presque de même grandeur, une deuxième *p'* plus importante et placée entre la précédente et la région dorsale, enfin une dernière *u* beaucoup plus petite, dans le voisinage du ligament.

Cette disposition, bien caractérisée sur l'*An. ephippium*, se retrouve sans modifications notables sur les formes du Miocène (*A. squama* Brocchi) et de l'Éocène (*A. planulata* Desh.). Miss Gardner a figuré des impressions analogues dans les espèces du Crétacé supérieur du Maryland (*A. argentaria* Morton; *A. ornata* Gabb); dans *A. forteplicata* Gardner, les deux pédieuses semblent se réunir. J'ai moi-même retrouvé la même disposition dans une espèce du Cénomanien du Mans et dans l'*A. suprajurensis* Buvignier, des grès du Mont Lambert, où les deux impressions pédieuses *p* et *p'* ne sont qu'incomplètement séparées, la coquille conserve toujours la même constitution.

Nous n'avons pas encore pu observer les caractères internes sur des espèces plus anciennes.

Un rameau assez particulier se détache d'*Anomia* dans l'Éocène de l'Afrique du Nord; il est constitué par le genre *Carolia*. J'ai pu observer de jeunes individus fixés sur une coquille d'*Heligmotenia* à la fois à l'intérieur et sur la surface externe; ils sont extrêmement minces, la valve supérieure est ornée de côtes rayonnantes très fines. Le byssus est constitué comme dans *Anomia* par une cheville ou plaque calcifiée présentant la structure

fibreuse caractéristique; elle est assez éloignée du bord [1]. La même espèce est largement développée en Égypte, où elle atteint une grande taille; les deux valves sont plates et à peu près circulaires, ce qui montre qu'elles se sont libérées de leur appui. Le byssus est très variable, tantôt il correspond à une large ouverture, exactement semblable à celle des Anomies, tantôt il se rétrécit et la cheville calcaire habituelle paraît se souder aux parois de l'ouverture, tantôt enfin celle-ci est recouverte et masquée par les couches internes. A l'intérieur on observe, comme dans les *Anomia*, les trois impressions musculaires, mais les pédieuses s'écartent davantage et l'impression p' est relativement moins développée. Cette modification du type *Anomia* est intéressante, parce qu'elle permet d'y rattacher les *Placuna* dont la coquille est semblable à celle des *Carolia*, mais l'ouverture byssale a presque toujours disparu complètement; l'absence de byssus explique celle des impressions pédieuses. Le ligament s'est profondément modifié, l'apophyse en croissant des *Carolia* s'est allongée des deux côtés et s'est transformée en un chevron formé de deux minces lames droites; il existe, en outre, un ligament marginal ondulé, rappelant un peu celui des *Crenatula*.

II. En 1830, Sowerby proposait le genre *Placunanomia* pour une coquille vivant sur la côte du Pacifique de Costa-Rica (*Pl. Cumingi*); elle présente, dit-il, les caractères des *Ostrea* et des *Plicatula*, par sa forme et son ornementation des *Anomia* par sa perforation byssale et des *Placuna*

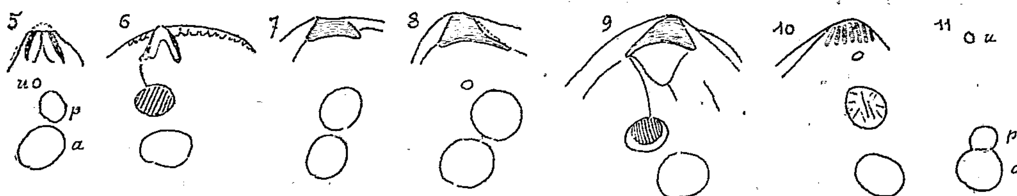


Fig. 5, 6. *Placunanomia Cumingi*, Brod.; 5, valve gauche montrant les impressions de l'adducteur *a* et les deux impressions pédieuses *p* et *u*; 6, valve droite, montrant l'adducteur et la cheville fibreuse de fixation. — 7. *Pododesonus rudis*, Brod., Méditerranée. — 8, 9. *Paranomia scabra*, Morton, de la craie supérieure du Tennessee, les deux valves. — 10. *Pulvinites argenteus*, Conrad, du même niveau. — 11. Impressions musculaires de la valve gauche d'*Avicula tarentina*, d'Arcachon.

par son ligament. Cette coquille se distingue immédiatement des *Anomia* par sa taille plus grande, son test plus épais, où les couches externes ne sont plus nacrées, et sa plus grande indépendance du support; elle ne se moule

(1) *L'Éocène au Soudan et au Sénégal* (*Bull. Com. Ét. hist. et sc. de l'Afrique occ. française*, avril-juin 1920, p. 257, *fig.* 11, pl. III, *fig.* 4).

sur lui que pendant sa jeunesse et prend ensuite sa forme propre qui est celle d'une huître à gros plis. Par suite de l'épaisseur de la coquille, la perforation byssale prend une forme conique oblique; le byssus, ou plus exactement la cheville qui le représente, se soude plus ou moins rapidement au test, mais en conservant sa texture fibreuse caractéristique. Le ligament rappelle en effet celui des *Placuna* et est porté également par une apophyse en chevron, mais plus robuste; ce qui augmente encore l'analogie, c'est que sur certains échantillons on voit s'ajouter un ligament marginal ondulé (*fig.* 6). Ce caractère n'est que secondaire, car nous avons vu que *Placuna* dérive de *Carolia* où le ligament est en croissant; c'est en réalité un caractère évolutif. Ce qui est plus important, c'est qu'il n'existe qu'un seul muscle pédieux à côté de l'adducteur, au lieu de deux.

En 1860, Conrad décrivait un *Placunanomia Saffordi* et un *Pl. lineata* de la craie supérieure de l'Amérique du Nord, et en 1867 il proposait pour ces formes le genre *Paranomia*. En 1898, Dall considérait ce genre comme insuffisamment défini, par suite les caractères internes n'étant pas connus. Cette lacune a été comblée récemment par M. Bruce Wade qui m'a communiqué des échantillons du Ténéessé parfaitement conservés (*fig.* 8 et 9) : l'impression pédieuse et la cavité byssale sont exactement disposées comme dans *Placunanomia*, mais l'apophyse ligamentaire est différente et a une forme triangulaire à base arrondie; la surface d'attache paraît aussi bien plus petite. Ces caractères sont exagérés dans *Placunanomia Eglestoni*, Bayan, de Californie (et vraisemblablement aussi de la craie supérieure).

Des formes analogues ont été citées en Europe : *Pododesmus* (Philippi, 1837) est représenté dans la Méditerranée par *P. rudis* (*fig.* 7) qui a la forme générale d'un *Anomia*, mais s'en distingue par une impression pédieuse simple, par un ligament triangulaire et par une ouverture byssale obturée par une cheville fibreuse, disposée exactement comme dans *Placunanomia*. Ces mêmes caractères se retrouvent dans *Placunanomia sella*, Tate, de l'Éocène d'Australie et au moins dans une espèce de l'Oligocène de l'Allemagne, confondue probablement à tort avec *Anomia patelliformis*, Linné.

En résumé, on voit qu'il existe un deuxième rameau bien différent des *Anomia* typiques, caractérisé principalement par son muscle pédieux simple, par sa coquille plus épaisse, de structure normale et moins déformée, par son ligament triangulaire et par son logement byssal bien plus allongé; il débute dans la craie supérieure de l'Amérique du Nord par *Paranomia*, se prolonge dans le Tertiaire d'Europe et d'Australie par *Pododesmus*,

encore vivant dans la Méditerranée, tandis qu'une forme plus évoluée, *Placunanomia*, avec apophyse ligamentaire en chevron, est représentée aujourd'hui dans le Pacifique.

III. Un troisième rameau correspondant aux *Pulvinites* Defr., de la craie supérieure, bien figurés par Sowerby (Genera of shells) et caractérisés par un ligament de *Perna*. M. Bruce Wade en a communiqué à mon ami Cossmann un très bon échantillon (*fig.* 10) qui montre des caractères internes analogues à ceux de *Paranomia;* d'après la figure donnée par Fischer, *Hypotrema* du Jurassique présente un ligament analogue et une seule impression pédieuse, également marquée de costules rayonnantes.

En résumé, nous voyons que la famille des Anomiacés est bien nettement hétérogène et qu'elle comprend au moins trois rameaux : le premier, celui des *Anomia*, remonte au Jurassique et se rattache peut-être par les *Placunopsis* aux *Pseudomonotis* du Trias; le second dérive des *Paramomia*, qui par leur impression pédieuse simple rappellent les Avicules (*fig.* 11), enfin un troisième se rattache incontestablement aux Pernidés. Tous ces rameaux proviennent d'une même modification, raccourcissement et durcissement du byssus; par ce simple changement on peut se rendre compte qu'une coquille du groupe des *Monotis* est devenue un *Anomia*, qu'une Avicule est devenue un *Paranomia* et une Perne un *Hypotrema*.

En résumé : on sait que les coquilles libres peuvent se fixer, elles changent alors de forme ; c'est ainsi que les *Pecten* deviennent des *Hinnites* ou des *Spondyles;* dans cet exemple la fixation est tardive et il est facile de remonter à la forme primitive. Il n'en est plus de même quand elle est précoce, et alors les formes nouvelles semblent apparaître brusquement. J'ai pu cependant remonter des *Diceras* aux *Cardium*, et avec quelque probabilité des *Chama* aux *Corbis*.

Le changement de forme dépend du mode de fixation; par un même mode de fixation, des animaux très différents peuvent prendre des formes presque semblables, et l'on a été ainsi souvent amené à placer dans un même groupe, dans ce que j'ai appelé un « genre fagot », des espèces sans aucun lien de parenté réelle. C'est ce que je viens de montrer pour les Anomies.

Dans les cas que je viens de passer en revue, il semble que les changements résultent d'une fixation accidentelle, d'où les conclusions suivantes :

Certaines formes nouvelles résultent d'un *accident*,

Elles deviennent stables par *adaptation*,

Et se perpétuent alors par *hérédité*.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'utilité en Astronomie physique de la considération de sensibilité des raies spectrales.* Note de M. A. DE GRAMONT.

L'origine et l'attribution des raies spectrales fournies par les diverses régions du Soleil ou par les étoiles des différentes classes, est, on le sait, l'un des sujets les plus importants de l'Astronomie physique. La solution de cette question pourrait être, sinon complètement donnée, du moins en très grande partie résolue par la spectrochimie quantitative des éléments. Qu'il nous soit permis d'en présenter ici quelques exemples :

La sensibilité de certaines raies privilégiées, dans des sources électriques variées, peut apporter des comparaisons fécondes avec les spectres solaires et stellaires.

Il nous faut observer d'abord que les raies d'un même élément, fussent-elles d'intensités égales, n'ont nullement la même importance représentative de la présence de celui-ci dans la source lumineuse considérée, l'apparition ou la disparition de ses raies s'échelonnant suivant la proportion centésimale de l'élément dans la vapeur incandescente. Ce sera pour nous « le principe de la disparition successive des raies », disparition motivée soit, le plus souvent, par des données quantitatives, soit par des variations dans les conditions électrothermiques, car un abaissement de température agit parfois dans le même sens qu'une diminution en teneur, surtout pour les régions les moins réfrangibles du spectre.

I. Dans les attributions qui ont été faites à tel ou tel élément, des différentes raies du spectre solaire, il ne me semblerait pas avoir été tenu suffisamment compte de ce fait que deux raies appartenant à des éléments différents et de longueurs d'ondes assez voisines pour pouvoir se confondre avec celle de la raie trouvée, n'ont généralement pas une égale valeur représentative de l'élément auquel elles appartiennent. Par exemple, nous trouvons dans les Tables du spectre solaire de Rowland les attributions suivantes :

3774.480 .... Yt ?
3600.880 .... Yt, Fe

Or les essais de spectrochimie quantitative nous montrent qu'aucun doute ne subsiste au sujet de l'origine de ces deux raies qui sont parmi les plus sensibles, et même les raies ultimes de l'yttrium, aussi bien dans les étincelles condensées sans ou avec self-induction, que dans l'arc. La seconde

raie est, pour le fer, d'importance tout à fait secondaire si même elle lui appartient. De même pour la raie

5105.719........................ Fe (Cu)

qui n'est, en aucune manière, attribuable au fer, mais bien au cuivre dont elle est une des trois raies vertes bien connues, et les plus sensibles de la région visible.

II. Un certain nombre de corps simples sont considérés comme absents de l'atmosphère solaire parce qu'aucune de leurs raies n'a pu être identifiée dans les spectres soit de la lumière totale, soit des différentes régions du Soleil. Ce sont :

Le bore;

Le phosphore, l'arsenic, l'antimoine, le bismuth;

Le soufre, le sélénium, le tellure;

Le fluor, le chlore, le brome, l'iode;

L'or, le mercure.

Sans recourir, comme on l'a fait, à des considérations d'élévation de poids atomiques, ou de densités de vapeurs, qui ne s'appliqueraient d'ailleurs en aucune manière à la moitié de ces éléments, le simple examen du tableau des raies de grande sensibilité des éléments que j'ai dressé récemment (¹) montre que :

1° Le soufre, le sélénium, le fluor, le chlore, le brome, l'iode ne présentent ni raies ultimes, ni raies de grande sensibilité. Ils ne donnent aucun spectre d'arc.

2° Le bore, le phosphore, l'arsenic, l'antimoine, le tellure, l'or, le mercure ont leurs raies ultimes, et leurs raies de grande sensibilité, dans la région du spectre arrêtée par l'atmosphère terrestre, c'est-à-dire de longueurs d'ondes inférieures à la limite $\lambda 2920$ (²).

Pour le bore, Rowland avait compris (³) la raison de son absence apparente. Il avait constaté que les deux seules fortes raies de son spectre d'arc (et aussi d'étincelle) $\lambda 2498$, 2497 étaient dans la région arrêtée par l'air.

Mais une raie $\lambda 3451$ assez forte de ce métalloïde, visible seulement dans l'étincelle condensée, sans self-induction, offre une sensibilité qui, avec les sels en fusion, a pu atteindre jusqu'au dix-millième; elle pourrait révéler le

(¹) *Comptes rendus*, t. 171, 1919, p. 1106.
(²) J'avais déjà attiré l'attention sur ce fait (*Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 37).
(³) *Amer. J. of Sc.*, t. 41, 1891.

bore dans les étoiles qui sont le siège de fortes décharges électriques, en la recherchant avec des instruments à optique en crown-uviol ou en quartz.

Ces dispositifs permettraient aussi de recevoir deux raies de l'antimoine λ3268, 3233, dont la sensibilité atteint à peu près le millième dans les spectres d'étincelles des alliages. De même pour la raie ultime principale du bismuth λ3068 dont la sensibilité, dans les mêmes conditions, peut dépasser le dix-millième, les autres raies ultimes ou sensibles du même métal étant arrêtées par l'air.

Mais d'importantes recherches de MM. A. Fowler et R.-J. Strutt (¹) ont établi que la partie la plus réfrangible des spectres du Soleil et des étoiles est masquée par les fortes bandes d'absorption de l'ozone atmosphérique depuis λ3339 jusqu'à λ3089, même pour des altitudes très élevées au-dessus de l'horizon. M. Fowler (²) a montré, de plus, que le restant, très affaibli, du spectre solaire présente la bande λ3064 à λ3047 de la vapeur d'eau. On voit donc combien est restreinte l'étendue du spectre où doivent être retrouvées les raies caractéristiques des éléments, surtout si l'on admet qu'ils ne sont pas en quantités prédominantes, ou même importantes, dans l'atmosphère du Soleil.

Quant aux spectres stellaires, l'œuvre admirable accomplie par l'Observatoire de Harvard pour le *Draper Catalogue*, au moyen de prismes-objectifs en flint, ne fournit pas de raies de λ inférieures à 3546, pour les 220000 spectres qu'elle a réunis. Entre cette limite et le commencement des bandes de l'ozone λ3349, existe un champ de recherches qui, bien que restreint, pourrait être exploré avec avantage avec des télescopes ou des lunettes portant non plus des spectrographes à optique en quartz, comme on l'avait cru nécessaire jusqu'ici, mais à optique en crown-uviol facilement translucides pour les longueurs d'ondes supérieures à λ3175.

Une colonne spéciale à cette région du spectre a été établie dans le Tableau des raies de grande sensibilité des éléments (³), afin de faciliter les comparaisons d'astrophysique. Nous devons ajouter que les clichés de spectres stellaires pris par Huggins (⁴) ou par Hartmann (⁵) au moyen de spectrographes à optique en quartz, montrent que le très petit nombre

(¹) *Proc. Roy. Soc.*, vol. A. 665, 2 octobre 1917.

(²) *Proc. Roy. Soc.*, vol. A. 663, 12 juillet 1918.

(³) A. de Gramont, *loc. cit.*

(⁴) *Atlas of Stellar Spectra*. Londres, 1899.

(⁵) Otto Kohl, *Ultravioletter Teil einiger Fixsternspektren (Inaugural Dissertation)*. Göttingen, 1913.

d'étoiles assez brillantes pour étendre leurs spectres au delà de la limite des bandes de l'ozone, ne donnent plus qu'une sorte de traînée diffuse où les raies ne sont plus observables.

III. Malgré le peu de sensibilité du spectre de lignes du soufre, la présence de ses raies visibles les plus importantes a été constatée par Lockyer [1] dans les étoiles d'Orion, Rigel, du groupe B8A; et Bellatrix, du groupe B2A, dix-neuf dans la première et deux seulement dans la seconde. Ces étoiles, qu'on pourrait appeler *étoiles à métalloïdes*, donnent aussi les spectres de l'hélium, de l'azote, de l'oxygène, du silicium. Lockyer les considère comme très chaudes, mais la nature de leur spectre et sa composition indiquent surtout que celui-ci est le produit de décharges électriques intenses, à grandes différences de potentiel, et à basses pressions. C'est dans ces conditions surtout que la sensibilité du spectre du soufre se développe en donnant des raies brillantes et étroites, dans les tubes de Plücker de nos laboratoires.

HYDRAULIQUE. — *Sur le maximum de rendement des turbines à libre déviation.* Note de M. DE SPARRE.

Je conserve les notations de ma Note au sujet des turbines à réaction [2]. Je désigne, par suite, par v_0 la vitesse de l'eau à la sortie du distributeur, par w_0 et w_1 les vitesses relatives de l'eau à l'entrée et à la sortie de la roue, par u_0 et u_1 les vitesses d'un point des circonférences d'entrée et de sortie de la turbine, par r_0 et r_1 leurs rayons, par α_0 et β_0 les angles de v_0 et w_0 avec u_0, par H la hauteur de chute, par β_1 l'angle de w_1 avec le prolongement de u_1, et, de plus, par av_0^2 et par $bw_1^2 + cw_0^2$ les pertes de charge dans le distributeur et dans la roue.

Nous aurons alors, w_0 étant la résultante de v_0 et de $-u_0$,

$$\frac{u_0}{\sin(\beta_0 - \alpha_0)} = \frac{w_0}{\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{\sin\beta_0}, \tag{1}$$

et, puisque la turbine est à libre déviation,

$$v_0^2 = 2gH - av_0^2. \tag{2}$$

Le théorème des forces vives appliqué au mouvement relatif de l'eau dans

(1) *Proc. Roy. Soc.*, vol. A. 80, 9 décembre 1907.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 561.

la roue donnera ensuite

$$w_1^2 = w_0^2 + u_1^2 - u_0^2 - bw_1^2 - cw_0^2. \tag{3}$$

Nous avons d'ailleurs, pour le rendement ρ, comme dans la Note précédente,

$$\rho = \frac{u_0^2}{gH}\left[\frac{\sin\beta_0\cos\alpha_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} + \frac{r_1^2}{r_0^2}\left(\frac{w_1}{u_1}\cos\beta_1 - 1\right)\right]. \tag{4}$$

Si alors nous posons

$$x = \frac{\sin\beta_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)} = \frac{v_0}{u_0}, \tag{5}$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\sin^2\alpha_0}{\sin^2(\beta_0-\alpha_0)} = x^2 - 2x\cos\alpha_0 + 1; \tag{6}$$

en posant de plus

$$w_1 = \mu u_1 = \mu\frac{r_1}{r_0}u_0. \tag{7}$$

Nous déduirons des relations précédentes

$$(1+b)\mu^2 = 1 + (1-c)\frac{r_0^2}{r_1^2}(x^2 - 2x\cos\alpha_0) - \frac{cr_0^2}{r_1^2}, \tag{8}$$

$$(1+a)\rho = \frac{2}{x^2}\left[x\cos\alpha_0 - \frac{r_1^2}{r_0^2}(1-\mu\cos\beta_1)\right]. \tag{9}$$

Si l'on suppose ρ donné en éliminant μ entre les équations (8) et (9), on aurait pour déterminer x une équation du quatrième degré, mais on peut résoudre le problème avec une approximation très suffisante de la façon suivante.

Si l'on néglige les pertes de charge et que l'on prenne $\mu = 1$, l'équation (8) donne $x^2 - 2x\cos\alpha_0 = 0$. De plus, pour être dans des conditions acceptables, le rendement ρ ne devra pas être trop inférieur à 1. Nous poserons alors

$$x^2 - 2x\cos\alpha_0 = \eta, \tag{10}$$

$$\rho = 1 - R, \tag{11}$$

$$m = (1+a)R - a, \tag{12}$$

R, η et m étant des quantités assez petites ([1]).

([1]) Comme nous l'avons dit dans la précédente Note, on a environ

$$a = b = 0,06, \qquad c = 0,225.$$

Les équations (8) et (9) pourront alors s'écrire

$$(13)\qquad (1+b)\mu^2 - 1 + \frac{c r_0^2}{r_1^2} - \frac{r_0^2}{r_1^2}(1-c)\eta = 0,$$

$$(14)\qquad \eta - m x^2 + \frac{2 r_1^2}{r_0^2}(1 - \mu\cos\beta_1) = 0;$$

mais m et η étant tous deux assez petits on pourra, dans le produit mx^2, négliger les termes en $m\eta^2$, or si nous négligeons les termes en η^2 on déduit de (10)

$$x^2 = 4\cos^2\alpha_0 + 2\eta.$$

En remplaçant x^2 par cette valeur, l'équation (14) devient

$$\eta(1-2m) - 4m\cos^2\alpha_0 + \frac{2 r_1^2}{r_0^2}(1 - \mu\cos\beta_1) = 0.$$

En tirant alors η de l'équation (13) et portant sa valeur dans cette dernière relation, on aura

$$(15)\qquad \begin{aligned} &(1-2m)(1+b)\mu^2 - 2(1-c)\cos\beta_1\mu + 1 - c\left(2 - \frac{r_0^2}{r_1^2}\right) \\ &\qquad - 2m\left[2\frac{r_0^2}{r_1^2}(1-c)\cos^2\alpha_0 - 1 + c\frac{r_0^2}{r_1^2}\right] = 0. \end{aligned}$$

Pour que les racines de cette équation soient réelles, il faut que l'on ait

$$m \geqq m_1,$$

m_1 étant la plus petite racine de l'équation

$$(16)\qquad M m^2 - 2 N m + P = 0,$$

où

$$M = 4\left(2\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0 - \frac{1 - c\frac{r_0}{r_1^2}}{1-c}\right),$$

$$N = 2\left[\frac{r_0^2}{r_1^2}\cos^2\alpha_0 + \frac{c\left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1\right)}{1-c}\right],$$

$$P = 1 + \frac{c\left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1\right)}{1-c} - \frac{(1-c)\cos^2\beta_1}{1+b}.$$

D'ailleurs comme m^2 est assez petit, on pourra, comme première approxi-

mation, prendre, en négligeant les termes m^2,

$$m'_1 = \frac{P}{2N}. \tag{17}$$

Si l'on prend pour m la valeur m_1, déduite de (16), les racines de (15) étant égales, on aura pour la valeur correspondante de μ

$$\mu_1 = \frac{(1-c)\cos\beta_1}{(1+b)(1-2m_1)}. \tag{18}$$

On déduira alors de (11) et (12) pour le maximum ρ_m de ρ

$$\rho_m = \frac{1-m_1}{1+a}. \tag{19}$$

Puis (13) fera connaître η, et η étant connu, (10) donnera x, et l'on aura enfin β_0 par la relation

$$\cot(\beta_0 - \alpha_0) = \frac{x - \cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}, \tag{20}$$

η et μ étant calculés, on peut vérifier que la valeur de ρ_m déduite de (19) est assez approchée en calculant par la relation (9) la valeur exacte de ρ correspondant à ces valeurs de η et μ.

En prenant, comme dans la Note précédente,

$$a = b = 0{,}06, \qquad c = 0{,}225, \qquad \alpha_0 = \beta_1 = 20^\circ, \qquad r_1 = 0{,}8\,r_0,$$

on trouve

$$m_1 = 0{,}0952, \qquad \rho_m = 0{,}8536\ (^1), \qquad \mu = 0{,}8486, \qquad \eta = 0{,}0949,$$

$$x = 1{,}9287, \qquad \frac{1}{x} = \frac{u_0}{v_0} = 0{,}5185, \qquad \beta_0 = 39^\circ 5'.$$

Si, partant des valeurs précédentes de μ et de x, on calcule par (9) la valeur correspondante de ρ, on trouve $\rho = 0{,}8531$, soit une différence de 0,0005 seulement.

Dans le cas actuel si l'on cherche, en faisant un petit sacrifice sur le rendement, à augmenter la rapidité de la turbine, on n'arrive, contrairement à ce qui a lieu pour les turbines à réaction, qu'à un résultat très médiocre. Dans l'exemple donné, si l'on prenait $\rho = 0{,}83$ en sacrifiant donc 0,0231 sur le rendement, on obtient $\frac{1}{x} = 0{,}5856$, et, si l'on voulait avoir $\frac{1}{x} = 0{,}6$, donc gagner 8 pour 100 environ sur la vitesse relative, on aurait $\rho = 0{,}8148$, on devrait donc sacrifier près de 4 pour 100 sur le rendement.

---

[1] Si l'on avait pris pour m_1 la valeur déduite de la formule (16) on aurait trouvé pour ρ_m la valeur 0,8642, donc une valeur de 1 pour 100 environ trop forte.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Georges Humbert*, décédé.

Le nombre de votants étant 54,

M. Émile Borel	obtient	....	48 suffrages
M. Henri Lebesgue	»	....	4 »
M. Jules Drach	»	....	1 suffrage

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Émile Borel**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

Par l'unanimité de 37 suffrages, MM. **C. Jordan**, **H. Le Chatelier**, le Prince **Roland Bonaparte** sont réélus Membres du Conseil de la *Fondation Loutreuil* pour les années 1921, 1922 et 1923.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Nouveau traité des eaux souterraines*, par E.-A. Martel.

2° *Discours sur l'évolution des connaissances en Histoire naturelle*, par Georges Pennetier. Quatrième Partie : *XVIIIe-XIXe siècles*. 3. *Botanique*. 4. *Zoologie*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les polynomes φ d'Hermite-Didon et les fonctions de Laplace dans l'hyperespace.* Note [1] de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

Nous avons rencontré récemment [2] les polynomes $\varphi_{m,n}(x, y)$ d'Hermite dans l'expression de la fonction de Laplace en coordonnées hypertoroïdales. Montrons qu'une infinité de changements de variables analogues, dans l'hyperespace, conduira encore à des fonctions de Laplace où figureront ces mêmes polynomes à 2 ou à n variables.

I. Considérons d'abord, dans l'espace à trois dimensions, le changement de variables

$$(1) \qquad x = F(\rho, \sigma)\cos\varphi, \qquad y = F(\rho, \sigma)\sin\varphi, \qquad z = \Phi(\rho, \sigma),$$

que nous supposerons orthogonal.

On écrira aisément l'équation de Laplace $\Delta U = 0$ sous la forme classique indiquée par Lamé, et l'on en obtiendra immédiatement une solution en posant

$$(2) \qquad U = U_1(\rho, \sigma)\sin(m+1)\varphi,$$

la fonction U_1 satisfaisant à l'équation aux dérivées partielles

$$(3) \qquad \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U_1}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U_1}{\partial\sigma}\right] - \frac{(m+1)^2}{F}\sqrt{RS}\,U_1 = 0,$$

où

$$R = \left(\frac{\partial F}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\right)^2, \qquad S = \left(\frac{\partial F}{\partial\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}\right)^2.$$

Ceci posé, nous déduirons du système (1) un changement de variables dans l'espace à 4 dimensions par les formules

$$x = u\,F(\rho, \sigma), \qquad y = v\,F(\rho, \sigma), \qquad z = \sqrt{1-u^2-v^2}\,F(\rho, \sigma), \qquad t = \Phi(\rho, \sigma).$$

Si l'on forme l'équation de Laplace dans ce nouveau système (qui n'est pas orthogonal), on trouve, en tenant compte de (1),

$$\sqrt{RS}\sqrt{1-u^2-v^2}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{1-u^2}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial u} - \frac{uv}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial v}\right] + \frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{1-v^2}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial v} - \frac{uv}{\sqrt{1-u^2-v^2}}\frac{\partial U}{\partial u}\right]\right\}$$
$$+ \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F^2\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F^2\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U}{\partial\sigma}\right] = 0.$$

---

[1] Séance du 4 avril 1921.

[2] *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 1116.

Si l'on développe alors les termes contenant les dérivées par rapport à u et v, on reconnaîtra les premiers termes d'une équation différentielle unique vérifiée par les polynomes d'Hermite, $\mathfrak{V}_{m,n}(u, v)$, et l'on sera dès lors amené à mettre la fonction de Laplace sous la forme

$$U = U_2(\rho, \sigma)\mathfrak{V}_{m,n}(u, v),$$

où la fonction U_2 satisfait à l'équation, analogue à (3),

$$(4)\quad \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F^2\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U_2}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F^2\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U_2}{\partial\sigma}\right] - (m+n+1)(m+n+2)\sqrt{RS}\,U_2 = 0.$$

II. On étendra ce résultat à l'espace à $n+2$ dimensions en considérant le changement de variables

$$x_1 = u_1 F(\rho, \sigma), \quad \ldots, \quad x_n = u_n F(\rho, \sigma),$$
$$x_{n+1} = \sqrt{1 - u_1^2 - \ldots - u_n^2}\,F(\rho, \sigma), \qquad x_{n+2} = \Phi(\rho, \sigma).$$

La fonction de Laplace pourra alors être mise sous la forme

$$U = U_n(\rho, \sigma)\mathfrak{V}_{m_1,\ldots,m_n}(u_1, \ldots, u_n),$$

$\mathfrak{V}$ étant le polynome généralisé par Didon, et U_n satisfaisant à

$$(5)\quad \frac{\partial}{\partial\rho}\left[F^n\sqrt{\frac{S}{R}}\frac{\partial U_n}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left[F^n\sqrt{\frac{R}{S}}\frac{\partial U_n}{\partial\sigma}\right]$$
$$- (m_1 + \ldots + m_n + 1)(m_1 + \ldots + m_n + 2)F^{n-2}\sqrt{RS}\,U_n = 0.$$

Cette formule générale s'applique d'ailleurs aussi à l'espace ordinaire, $n = 1$, si l'on se souvient que la fonction $\mathfrak{V}_m(u)$ à une variable est égale à $\sin[(m+1)\arccos u]$, donc à $\sin(m+1)\varphi$ si l'on pose $u = \cos\varphi$.

III. *Exemples.* — *a.* Partons des coordonnées cylindriques

$$x = \rho\cos\varphi, \qquad y = \rho\sin\varphi, \qquad z = z,$$

où l'on a donc $F = \rho$, $\Phi = \sigma$. Nous en déduisons le système à 4 variables

$$x = u\rho, \qquad y = v\rho, \qquad z = \rho\sqrt{1 - u^2 - v^2}, \qquad t = t,$$

où les hypersurfaces $u = \text{const.}$ sont des hypercylindres ayant pour base dans l'espace des xyz le cône $(u^2 - 1)x^2 + u^2(y^2 + z^2) = 0$. On trouvera aisément dans ce cas une solution de l'équation (4), et l'on pourra mettre la fonction de Laplace sous la forme

$$U = \rho^{-\frac{1}{2}} J_{m+n+\frac{3}{2}}(\lambda\rho)\, e^{\lambda t}\,\mathfrak{V}_{m,n}(u, v),$$

J étant la fonction de Bessel.

b. Si nous passons des coordonnées

$$x = \sqrt{\rho^2 - 1}\sin\theta\cos\varphi, \qquad y = \sqrt{\rho^2 - 1}\sin\theta\sin\varphi, \qquad z = \rho\cos\theta,$$

appelées *sphéroïdales* par les auteurs anglais, aux coordonnées que nous appellerons *hypersphéroïdales* dans l'espace à $n + 2$ dimensions,

$$x_1 = u_1 \sin\theta\sqrt{\rho^2 - 1}, \quad \ldots, \quad x_n = u_n \sin\theta\sqrt{\rho^2 - 1},$$
$$x_{n+1} = \sin\theta\sqrt{\rho^2 - 1}\sqrt{1 - u_1^2 - \ldots - u_n^2}, \qquad x_{n+2} = \rho\cos\theta,$$

où $\rho = \text{const.}$ est l'hypersurface du second degré

$$\frac{x_1^2 + \ldots + x_{n+1}^2}{\rho^2 - 1} + \frac{x_{n+2}^2}{\rho^2} = 1,$$

nous trouverons, pour la fonction de Laplace, l'expression

$$U = C^{\frac{n}{2}}_{p, m_1 + \ldots + m_n + n}(\rho)\, C^{\frac{n}{2}}_{p, m_1 + \ldots + m_n + n}(\cos\theta)\, \mho_{m_1, \ldots, m_n}(u_1, \ldots, u_n),$$

où les C sont les fonctions généralisées de Gegenbauer [1], p étant une constante quelconque.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Caractères de certaines fonctions intégrables et opérations correspondantes.* Note [2] de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

Je renvoie le lecteur, pour les définitions et les résultats ci-après admis, à mes deux dernières Notes.

Par définition, une fonction f sera dite *intégrable* ($T_{2.s}$) si elle est, sur une épaisseur pleine, la dérivée seconde ordinaire-approximative, soit $\mathfrak{F}''_{0.a}$, d'une fonction $\mathfrak{F}$ résoluble $(2, s)$; et l'*intégrale* $T_{2.s}(f, a, b, x)$ *à trois limites* a, b, x est, si a et b sont distincts et indépendants de x, la détermination unique de $\mathfrak{F}(x)$ s'annulant pour $x = a$ et pour $x = b$. On a

$$(1) \qquad T_{2.s}(f, a, b, c) = (c - b)\mathfrak{F}(a) + (a - c)\mathfrak{F}(b) + (b - a)\mathfrak{F}(c),$$

d'où, en vertu d'identités de géométrie élémentaire, quel que soit f,

$$(2) \qquad (d - c)T_{2.s}(a, b, x) + (x - d)T_{2.s}(a, b, c) + (c - x)T_{2.s}(a, b, d) = (b - a)T_{2.s}(c, d, x),$$

---

[1] Nous avons expliqué cette notation dans les *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 537.

[2] Séance du 4 avril 1921.

formule permettant, si l'on connaît $T_{2.s}(f, a, b, x)$ pour toute valeur de x dans un intervalle i, d'avoir $T_{2.s}(f, c, d, x)$, quels que soient c, d, x dans i.

Enfin, les nombres $a = x_0$, $b = x_1$, x_2, $\ldots$, x_{n-1}, $x_n = x$ étant deux à deux distincts :

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{x - x_i}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)} T_{2.s}(x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) = \frac{1}{b-a} T_{2.s}(a, b, x).$$

Nous dirons que nous connaissons $T_{2.s}(f, a, b, c)$ sur un intervalle, sur un segment ou généralement sur un ensemble quand nous connaîtrons ce nombre pour tous les systèmes de valeurs de a, b, c appartenant simultanément à cet ensemble.

Des quatre caractères des fonctions $\mathcal{F}$ *résolubles* $(2, s)$ nous déduisons les *caractères des fonctions f intégrables* $(T_{2.s})$ et les *opérations* du calcul de $T_{2.s}(f, a, b, c)$.

Premier caractère (forme la plus réduite). — *Les points au voisinage desquels f n'est pas totalisable forment un ensemble non dense* E_1, d'après le quatrième caractère des fonctions résolubles $(2, s)$ appliqué au continu.

Soient a, b, c trois points intérieurs à un même intervalle contigu à E_1. La totalisation se prêtant à l'intégration par parties, on a :

$$(4) \qquad T_{2.s}(f, a, b, c) = \int_b^c (bc + ax) f(x)\, dx + \int_c^a (ca + bx) f\, dx + \int_a^b (ab + cx) f\, dx.$$

Le calcul du second membre (où les intégrales sont des totales) sera la *première opération*.

Deuxième caractère. — En vertu de la continuité (premier caractère) des fonctions résolubles $(2, s)$, *si le nombre $T_{2.s}(f, \alpha, \beta, \gamma)$ est connu, et si α, β, γ tendent respectivement vers a, b, c, $T_{2.s}(f, \alpha, \beta, \gamma)$ tend vers une limite qui est par définition $T_{2.s}(f, a, b, c)$.*

Ce passage à la limite sera la *deuxième opération* de l'intégration $T_{2.s}$.

Cette opération nous fournit en particulier $T(a, b, c)$:

1° sur un segment quand nous aurons ce nombre sur l'intervalle ayant les mêmes extrémités;

2° sur un ensemble parfait P, connaissant $T(a, b, c)$ sur un ensemble E partout dense sur P.

Nous obtenons donc $T(a, b, c)$ sur tout segment contigu à E_1.

Troisième caractère. — Il se déduit de l'égalité

$$T_{2,s}(f, \alpha - \varepsilon, \alpha, \alpha + \varepsilon) = \varepsilon[\mathcal{F}(\alpha - \varepsilon) + \mathcal{F}(\alpha + \varepsilon) - 2\mathcal{F}(\alpha)]$$

et du second caractère des fonctions résolubles $(2, s)$, grâce à la formule (2).

s et s' étant deux segments adjacents ayant l'extrémité commune α, et sur chacun desquels $T(a, b, c)$ *est connu, l'expression*

$$\frac{(x - \alpha) T(a, \alpha - \varepsilon, \alpha) + (\alpha - a) T(\alpha, \alpha + \varepsilon, x)}{\varepsilon},$$

où a appartient à s et x à s', tend vers une limite quand ε tend vers zéro.

Cette limite est, *par définition*, $T_{2,s}(f, a, \alpha, x)$. Ce passage à limite constitue la *troisième opération*. Elle consiste donc à *appliquer la formule* (2) à la suite a, $\alpha - \varepsilon$, α, $\alpha + \varepsilon$, x, *en annulant* $T(\alpha - \varepsilon, \alpha, \alpha + \varepsilon)$ (et faisant ensuite tendre ε vers zéro).

La troisième opération nous permet d'avoir $T(a, b, c)$ sur tout intervalle ne contenant aucun point limite de E_1. De proche en proche, par une infinité dénombrable d'opérations deuxièmes et troisièmes, appliquées aux intervalles contigus et aux points isolés des dérivés successifs de E_1, on déduit de $T(a, b, c)$ donné par la formule (4) sur tout intervalle contigu à E_1, $T(a, b, c)$ sur tout segment contigu à P_1, noyau parfait de E_1.

Premier caractère (forme réduite). — Nous le déduisons dans un cas particulier du quatrième caractère des fonctions résolubles $(2, s)$.

Si l'ensemble parfait P *n'admet pas de segments spéciaux et si*

$$T_{2,s}(f, a, b, c)$$

est connu sur tout segment contigu à P, *ou bien :* 1° $\frac{1}{\beta_n - \alpha_n} \frac{dT(\alpha_n, \beta_n, x)}{dx}$ *existe aux deux extrémités $x = a_n$ et $x = b_n$, de tout segment contigu u_n, auquel appartiennent à la fois les points distincts α_n et β_n* (la différence w_n de ces deux nombres est alors indépendante de α_n et de β_n);

2° *La fonction ψ égale à f sur* P *et à $\frac{w_n}{u_n}$ sur u_n est totalisable;*

3° *r_n étant la demi-somme des valeurs de $\frac{dT}{dx}(a_n, b_n, x)$ pour $x = a_n$ et pour $x = b_n$, la fonction χ nulle sur* P *et égale sur u_n à $\frac{r_n}{u_n}$ est totalisable.*

Ou bien les points de P *au voisinage desquels l'une au moins des trois conditions précédentes tombe en défaut, forment un ensemble* H *non dense sur* P.

Soient a, b, c trois points de P intérieurs à un même intervalle ω contigu à H. Posons, B et C se déduisant de A par la permutation de a, b, c, et les intégrales à effectuer étant des totales,

$$A = \int_b^c [bc\psi + a(x\psi + \chi)]\,dx.$$

On a alors

$$T_{2s}(f, a, b, c) = A + B + C.$$

Le calcul indiqué par le second membre sera la *quatrième opération* (dont la première est un cas simplifié).

Si u_m est un contigu de P intérieur à ω, la formule précédente donne $T(a, b, a_m)$ et $T(a, b, b_m)$. Comme, par hypothèse, $T(a_m, b_m, x)$ est connu si $a_m < x < b_m$, on a $T(a, b, x)$ quel que soit x sur ω, donc $T(a, b, c)$ sur tout segment contigu à H.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le diamètre apparent de Bételgeuse.* Note de M. Charles Nordmann.

Soient D_1 et D_2 les diamètres de deux étoiles ou d'une étoile et du Soleil. J'ai indiqué il y a 10 ans ([1]) que les diamètres sont liés aux grandeurs photométriques g_1 et g_2 des deux astres, à leurs distances à la terre d_1 et d_2 et à leurs éclats intrinsèques E_1 et E_2 par la formule

$$(a) \qquad \log\frac{D_1}{D_2} = \log\frac{d_1}{d_2} - \left[\frac{1}{5}(g_1 - g_2) + \frac{1}{2}\log\frac{E_1}{E_2}\right],$$

formule dans laquelle, comme je l'avais établi précédemment ([2]), on a

$$(b) \qquad \frac{E_1}{E_2} = \frac{e^{\frac{14600}{0,54 \times T_2}} - 1}{e^{\frac{14600}{0,54 \times T_1}} - 1},$$

T_1 et T_2 désignant respectivement les températures effectives des deux étoiles considérées.

Dans la formule (a), $\frac{D_1}{D_2}$ indique le rapport des diamètres réels de ces étoiles et j'en ai déduit les valeurs des diamètres effectifs d'un certain

([1]) *Sur les diamètres effectifs des étoiles* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 73).

([2]) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 448 et 669.

nombre d'étoiles dont les températures effectives avaient été mesurées (*loc. cit.*). Si, dans cette formule, on supprime le terme en $\frac{d_1}{d_2}$, $\frac{D_1}{D_2}$ indique alors le rapport des diamètres apparents des étoiles considérées.

Le professeur Michelson venant tout récemment de déterminer le diamètre apparent de l'étoile Bételgeuse (α Orion) par une méthode interférentielle dont le principe est dû à Fizeau, et qu'il a appliquée au réflecteur de 100 pouces de Mount Wilson, il est intéressant de comparer le nombre qu'il a ainsi obtenu à celui que fournit la méthode que j'ai indiquée il y a dix ans.

Le diamètre apparent de Bételgeuse a été trouvé par M. Michelson égal à 0",046 (1).

Quelle valeur fournit, d'autre part, notre méthode indirecte? J'ai trouvé naguère pour Bételgeuse une température effective égale à 2750° absolus (observations de février 1910). Récemment M. Le Morvan a repris, sur ma demande, au moyen de notre photomètre stellaire hétérochrome la détermination de la température effective de cette étoile. Ses observations faites par beau temps, le 21 février 1921, en prenant comme étoile de comparaison α Taureau pour laquelle nous avions trouvé autrefois une température effective égale à 3500° (*loc. cit.*) conduisent pour Bételgeuse à une température effective égale à 2680°. Ce nombre est en excellent accord avec celui que j'avais obtenu précédemment. En adoptant, pour la température effective de Bételgeuse, la moyenne du résultat de M. Le Morvan et du mien, et en appliquant la formule (*a*) à cette étoile et à α Taureau, on trouve finalement, comme valeur du diamètre apparent de Bételgeuse,

0",059,

nombre très voisin de celui (0",046) trouvé par M. Michelson.

Rappelons, à ce propos, que j'avais trouvé par ma méthode pour α Taureau un diamètre apparent égal à 0",018 (2). Récemment, et par une méthode analogue à la mienne (3), M. H.-N. Russell a obtenu pour le diamètre apparent de cette étoile une valeur, 0",024, presque égale à celle que j'avais indiquée il y a dix ans. Il n'est peut-être pas inutile de rappeler à ce propos qu'ainsi l'introduction, dans les recherches stellaires, des

(1) *Scientific American Monthly*, mars 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 75.

(3) *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, décembre 1920, p. 316.

méthodes, aujourd'hui si répandues, notamment en Amérique, qui introduisent la notion d'éclat intrinsèque vrai des étoiles et ses rapports avec leurs températures effectives a été indiquée et appliquée en France il y a plus de dix ans.

Autrefois on se contentait de supposer égaux les éclats intrinsèques du Soleil et des étoiles. Les incertitudes, ou pour mieux dire les erreurs introduites de ce fait, étaient souvent énormes surtout lorsqu'il s'agissait d'étoiles différant beaucoup du Soleil par leur température.

Ainsi, précisément dans le cas de l'étoile Bételgeuse, la formule (*b*) rappelée ci-dessus établit que son « éclat intrinsèque effectif » n'est égal qu'à 0,007 de celui du Soleil. En admettant pour cette étoile un éclat intrinsèque égal à celui du Soleil, on aurait été conduit à attribuer à son diamètre apparent une valeur 12 fois trop petite, tandis que le nombre que nous avons trouvé ne diffère de celui obtenu par Michelson que de 0,22 de sa valeur, ce qui est un excellent accord dans des déterminations aussi délicates.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Soleil du 8 avril faites à l'Observatoire de Strasbourg.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

L'éclipse de Soleil du 8 avril (temps civil) a pu être observée à l'Observatoire de Strasbourg dans d'excellentes conditions atmosphériques.

Le ciel est resté d'une pureté parfaite depuis la pointe du jour jusqu'à la fin du phénomène; seul un vent *assez fort* s'est montré assez gênant et a pu nuire légèrement à la qualité des images.

Les circonstances dans lesquelles se présentait l'éclipse (très éloignée de la totalité) ne permettaient d'entreprendre d'autres observations utiles que celles des contacts, auxquelles ont été jointes des mesures diverses (mesures de cordes, éclipses de taches solaires, etc.).

Les instruments employés ont été : le petit équatorial (162^{mm}), l'altazimut (136^{mm}), le chercheur de comètes (162^{mm}) et diverses lunettes portatives.

Ainsi qu'il arrive souvent dans ce genre d'observations, le premier contact n'a pu être saisi exactement par l'ensemble des observateurs; par contre une grande concordance est constatée dans les observations du second contact.

Voici les chiffres obtenus par le premier contact :

Observateurs.	Heures observées.	Instruments.
Esclangon..........	$7^h34^m26^s$ (t. m. Gr.)	Altazimut
Danjon............	$7^h34^m20^s$ (1)	Petit équatorial

Pour le second contact, les nombres trouvés sont les suivants :

Observateurs.	Heures observées.	Instruments.
Esclangon...............	$\overset{h}{10}.\overset{m}{9}.\overset{s}{41}$	Altazimut
Calvet (Mlle).............	10.9.42	»
Danjon...................	10.9.39 / 10.9.41 (2)	Petit équatorial
Rougier.................	10.9.39	Lunette de 108mm
Arico....................	10.9.38	»
Cohn.....................	10.9.37,5	»

D'une manière générale le phénomène paraît légèrement en avance sur les heures prévues.

Les angles de position correspondant aux contacts ont été déterminés au petit équatorial par M. Danjon, qui a obtenu pour le premier contact 288°40′, pour le dernier 53°55′.

ASTRONOMIE. — *Éclipse de Soleil du 7 avril 1921 (Résumé des observations effectuées à l'Observatoire de Besançon).* Note de M. A. **Lebeuf.**

L'éclipse partielle de Soleil du 7 avril 1921 a été suivie à l'Observatoire de Besançon dans des conditions favorables, cependant diminuées par un vent violent du NE et la présence, par intervalles, de quelques rapides cumulus.

Voici, brièvement résumées, les différentes observations faites au cours de ce phénomène :

---

(1) Ce nombre n'a pas été obtenu directement. Il a été déduit d'un ensemble d'observations très concordantes sur les cordes au voisinage du premier contact. La même méthode employée pour le second contact a donné pour celui-ci un nombre conforme à ceux trouvés par l'ensemble des observateurs observant directement ce phénomène.

(2) Ce deuxième nombre est déduit de l'observation des cordes au voisinage du second contact.

Observations des contacts.

T. m. Greenwich.	Angle du pôle.	Observateur.	Instrument.	Remarques.
		Premier contact.		
$19^h30^m48^s,3$	$258^\circ,3$	Chofardet	Éq. coudé	Bord solaire ondulant.
		Deuxième contact.		
22. 4.28,2	»	Goudey	Éq. droit	Bord solaire ondulant.
22. 4.36,1	53,3	Chofardet	Éq. coudé	Bord solaire ondulant.
22. 4.40,0	»	Poutignat	Éq. Secrétan	Impression d'un léger retard.

Avec l'équatorial photographique Secrétan, M. Chofardet a réussi 16 clichés pendant la durée de cette éclipse.

Sous la coupole de l'équatorial Secrétan, au moyen d'un thermomètre suspendu à la lunette, en plein soleil, M. Chofardet constate, dans 31 lectures, que la température matinale monte normalement jusqu'à $11^\circ,2$ à $19^h51^m,6$, puis baisse sensiblement, par à-coups, à $7^\circ,5$ vers 21^h9^m, remonte ensuite, avec la réapparition du soleil, pour atteindre $13^\circ,8$ à $21^h54^m,3$, temps voisin de celui du dernier contact.

Identiquement, mais en plein air, avec un thermomètre exposé au soleil, M. Poutignat, parmi 23 lectures, note $8^\circ,6$ à 19^h50^m, $5^\circ,5$ à 20^h50^m, puis $11^\circ,7$ à 21^h55^m. Sous l'abri ordinaire, à l'ombre, M. Poutignat obtient, pour les mêmes heures, comme humidité, 60, 62, 57, et comme lectures au thermomètre sec, $5^\circ,7$, $4^\circ,7$ et $7^\circ,1$.

Pendant la plus grande phase, la luminosité, passablement atténuée, permet à MM. Sallet, Poutignat et J. Roland d'apercevoir à l'œil nu Vénus de 20^h44^m à 20^h58^m; Mercure est demeuré invisible. La campagne présente alors une teinte blafarde, mais il est constaté que les oiseaux n'en sont nullement impressionnés.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1921.* Note de M. **Moreux**, présentée par M. Baillaud.

L'observation de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1921 a été favorisée à Bourges par un ciel d'une très grande pureté.

A l'Observatoire, dont les coordonnées sont Lat. $N = 47^\circ4'23''$ et $0^\circ3'57''$ E. de Paris, j'ai pu noter les moments des contacts à la seconde près. Voici les heures observées :

Premier contact.................... $8^h 28^m 24^s$
Dernier contact.................... $9^h 59^m 46^s$

Pendant l'éclipse j'ai pu faire des observations intéressantes sur les parties du disque solaire voisines du limbe obscur de la Lune. Un groupe de taches assez important s'est trouvé occulté vers $8^h 20^m$. Or, à mesure que le bord lunaire entamait le groupe, j'ai pu constater que les filaments déliés des pénombres que j'observais avec un grossissement de 325 et une admirable définition, n'ont à aucun moment manifesté de déformation, phénomène qui n'aurait pas manqué de se produire s'il y avait eu des traces d'atmosphère à la surface de notre satellite.

Mais 3 secondes avant la rencontre du noyau principal du groupe de taches, j'ai pu, par contre, apercevoir entre ce noyau sombre et le bord lunaire le phénomène de la *goutte noire*, sous forme d'un ligament très délié constitué par trois lignes sombres parallèles.

C'est la première fois que j'ai été témoin de ce fait au cours des nombreuses éclipses que j'ai déjà observées.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Reid* (1921 *a*) *faites à l'Observatoire de Marseille, Équatorial Eichens de* $0^m,26$. Note de M. **Michkovitch**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1921.	Temps moyen de Marseille.	Δ en Æ.	ΔⒹ.	Nombre de compar.	Æ apparente.	Log. fact. parall.	Ⓓ apparente.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Avril 4...	15.40.50	+0.45,98	+ 8.37,3	10:10	20.26.32,39	$9,562_n$	— 2.36.29,8	0,789	1
» 5...	15.32.15	+0.57,18	+ 1.57,7	18:10	20.27.08,12	$9,568_n$	— 1.24.15,0	0,784	2
» 6...	15.45.41	+0.12,24	+ 2.46,5	18:10	20.27.45,61	$9,548_n$	— 0.06.42,7	0,779	3
» 6...	15.45.41	—0.12,33	— 1.56,5	18:10	20.27.45,59	$9,548_n$	— 0.06.41,5	0,779	4

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	Æ moyenne 1921.	Réduction au jour.	Ⓓ moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Autorité.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1	9,6	20.25.45,60	+ 0,84	— 2.45.12,0	+ 4,1	Alg ph —2°—239
2	8,3	20.26.10,09	+ 0,86	— 1.26.16,7	+ 3,8	Abb 11539
3	10,4	20.27.32,50	+ 0,88	— 0.09.32,8	+ 3,4	Alg ph —0°256; —1°75
4	10,0	20.27.57,03	+ 0,88	— 0.04.48,4	+ 3,4	Alg ph —1°91

Remarques. — 4 avril. — Comète de gr. 8,0, présentant une forte condensation NF entourée d'une belle nébulosité, d'étendue de 6^s. — Ciel beau.

5 avril. — $16^h 50^m$ comète encore visible, malgré la clarté du jour.

6 avril. — La condensation se prononce encore plus fortement.

ASTRONOMIE. — *L'éclipse de Soleil du 7 avril 1921 à l'Observatoire de Lyon.* Note de M. **Jean Mascart**, présentée par M. B. Baillaud.

La couverture du ciel le matin laissait peu d'espoir d'observer l'éclipse. Un ciel cirreux, avec stratus, donnait des images mauvaises et agitées et il fallut profiter des éclaircies successives de plus en plus importantes : le premier contact ne fut pas visible; puis les espaces moins opaques de la couche nuageuse permirent l'observation de diverses phases; enfin, après le maximum, on put procéder à des mesures assez satisfaisantes.

A l'équatorial coudé observaient MM. J. Guillaume et H. Grouiller. Le champ restreint des oculaires des micromètres ne permit pas de faire des mesures de la corde commune pendant toute la durée du phénomène : le temps libre permit d'expérimenter divers procédés d'observation, et, finalement, on attendit la possibilité de faire des mesures sur une projection dont l'image mesurait environ 1^{m},50 de diamètre. En 24 minutes il a été fait 40 mesures de l'angle de position de la corde.

M. Ph. Flajolet et Mlle C. Bac observaient à l'équatorial Brünner. Pendant la première moitié du phénomène, on a procédé à 7 mesures de flèches et 5 angles de position, mesures un peu incertaines par suite de l'agitation des images et de leur faiblesse; à la fin de la deuxième phase, M. Flajolet fit 32 mesures et Mlle Bac 14.

Le dernier contact a été noté en temps moyen de Lyon :

	h m s
Par M. J. Guillaume	22.19.15,1
Par M. Grouiller	» » 16,1
Par Mlle C. Bac	» » 18,1
Par M. Ph. Flajolet	» » 23,1

Au sidérostat, M. Ch. Gallissot avait monté le spectrophotomètre de M. Gouy, et fut assisté par Mlle E. Bellemin pour effectuer avant, pendant et après l'éclipse des mesures systématiques de la quantité de lumière diffusée par une région particulière du ciel : la région choisie fut le zénith et les 542 estimations d'éclairement effectuées sont réparties sur cinq régions déterminées du spectre caractérisées par les longueurs d'onde moyennes 0$^{\mu}$,675; 0$^{\mu}$,578; 0$^{\mu}$,513; 0$^{\mu}$,460 et 0$^{\mu}$,442, parmi lesquelles la région 0$^{\mu}$,578 comprend les raies de Brewster. Ces mesures avaient été prévues pour étudier le bleu du ciel pendant la durée de l'éclipse, par comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par les journées normales, et de voir en même

temps si l'éclipse était accompagnée d'une modification sensible dans l'intensité des raies telluriques. Le ciel est resté couvert dans la région zénithale pendant toute la durée du phénomène mais assez uniformément, cependant, pour que les mesures effectuées indiquent une variation régulière de l'éclairement du ciel pendant l'éclipse.

Le thermomètre enregistreur indique, pendant l'éclipse, une baisse de $0^\circ,8$. L'hygromètre, qui était en baisse rapide depuis 4^h du matin, s'arrête de baisser pendant une heure un quart et, au moment du maximum, remonte même de un centième; sitôt après l'éclipse, la baisse reprend. Mais il est à noter que cet abaissement de température et ce palier dans l'humidité correspondent aussi à la couverture du ciel pendant la première moitié de l'éclipse.

Rien à signaler aux autres instruments ni au magnétisme.

ASTRONOMIE. — *Sur l'aplatissement du sphéroïde de Saturne.* Note de M. P. STROOBANT, présentée par M. B. Baillaud.

Les déplacements de la ligne des nœuds et de la ligne des apsides des satellites de Saturne résultent de l'attraction du renflement équatorial de la planète, de celle des satellites et de celle de l'anneau. L'influence du Soleil pour les satellites intérieurs est négligeable.

La première de ces actions est, de beaucoup, la plus importante. Nous l'avons calculée en nous basant sur l'expression du potentiel, V, d'une planète, donnée par Callandreau (*Annales de l'Observatoire de Paris*, *Mémoires*, t. 19, p. E.84); en substituant les dérivées de V, dans les équations de Lagrange, on trouve pour le mouvement du nœud en une année julienne :

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{n}{fM\sqrt{1-e^2}}\frac{1}{a^2}\left(K_1 + \frac{15}{4}\frac{K_2}{a^2}\right) \times 365,25,$$

où n, a et e sont respectivement le moyen mouvement diurne du satellite, le demi-grand axe et l'excentricité de son orbite, M la masse de Saturne, f la constante de l'attraction, K_1 et K_2 des constantes qui dépendent de la masse, de l'aplatissement α, et de la durée de rotation, T, de la planète. En négligeant le carré de la petite inclinaison du plan de l'orbite sur l'équateur de Saturne, le déplacement de la ligne des apsides a la même valeur absolue que celui du nœud, excepté que $\sqrt{1-e^2}$ passe du dénominateur au numérateur de l'expression ci-dessus.

Nous avons pris les valeurs numériques suivantes :

$$M = \frac{1}{3490}, \qquad T = 0,42666\,\text{j. (A. Hall)} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{9.953}$$

(moyenne de sept séries de déterminations). Les déplacements des nœuds de Mimas, Téthys et Rhéa sont ceux obtenus par G. Struve [1] et le mouvement du périsaturne de l'orbite de Titan est donné d'après H. Struve [2], ainsi que les masses des satellites utilisées pour le calcul des inégalités produites par leurs actions réciproques. On a :

Satellite.	Valeur observée.	Action de l'aplatissement.	Action des satellites.	Résidu O — C.
Mimas........	$-365^\circ,23$	$-355^\circ,51$	$-0^\circ,29$	$9^\circ,43$
Téthys........	$-72,285$	$-69,462$	$-0,601$	$2,222$
Rhéa.........	$-10,10$	$-9,021$	$-0,652$	$0,427$
Titan........	$+0,500$	$+0,4744$	$+0,015$	$0,011$

Ces résidus vont en diminuant régulièrement avec la distance du satellite à Saturne, ce qui indique que la valeur adoptée de l'aplatissement est un peu trop faible.

On peut, avec Tisserand [3], considérer comme inconnues la correction de l'aplatissement et la masse de l'anneau, que nous supposons répartie le long d'un cercle correspondant au maximum de condensation, un peu à l'intérieur de la division de Cassini, à la distance 1,87, le rayon équatorial de la planète étant pris pour unité.

On est ainsi conduit à quatre équations à deux inconnues dont la solution donne pour la masse de l'anneau une valeur extrêmement petite et *négative* (— 0,00004, celle de Saturne étant prise pour unité). On peut donc admettre que l'action des anneaux est sans influence sensible sur le mouvement des nœuds et des périsaturnes des satellites. En supposant nulle la masse des anneaux et en calculant les inégalités du mouvement des satellites pour des valeurs de l'aplatissement que l'on peut admettre, *a priori*, d'après les mesures micrométriques, comme en étant les limites

$$\frac{1}{9,2} = 0,1087 \quad \text{et} \quad \frac{1}{10,7} = 0,0935,$$

(1) G. STRUVE, *Astr. Nachr.*, vol. 204, 1917, p. 147.

(2) H. STRUVE, *Publ. de l'Observatoire central Nicolas*, 2e série, vol. 11, 1898.

(3) TISSERAND, *Annales de l'Observatoire de Toulouse*, vol. 1, 1re Partie

on trouve, en interpolant de façon à annuler les résidus, les quatre valeurs suivantes de l'aplatissement de Saturne :

Par le mouvement du nœud de Mimas	....	0,1023
» » Téthys	....	0,1027
» » Rhéa	....	0,1037
» périsaturne de Titan	....	0,1021
Moyenne	....	$0,1027 = \frac{1}{9,74}$

Il nous paraît certain que cette valeur est beaucoup plus exacte que celles données par les observations directes, qui, comme on le sait, sont, en général, assez discordantes.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la structure de la série L.* Note de M. A. **Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

La connaissance de la série L des éléments de nombres atomiques élevés est encore fort incomplète. Les travaux de Friman et de Coster ne décèlent, par exemple, que 8 raies pour le thorium et l'uranium alors que 24 sont connues pour le tungstène.

Nous avons repris l'étude détaillée des séries L de l'uranium par la méthode de M. de Broglie, en employant une assez grande dispersion (1^{mm} sur la plaque équivalait à 7.10^{-11} cm en longueur d'onde) et un tube susceptible de fournir des poses prolongées avec une puissance élevée. C'était un tube à pure émission électronique construit en quartz et évacué par une pompe à condensation également en quartz. Il était muni d'une fenêtre de mica de $0^{mm},02$ d'épaisseur et était alimenté sous une tension continue constante à 1 pour 100 près.

I. Nous avons ainsi déjà mesuré les longueurs d'ondes de 9 nouvelles raies L de l'uranium, dont 7 étaient connues pour des éléments moins lourds. Ce sont :

$$\eta = 801.10^{-11}\,\text{cm}; \quad \beta_6 = 787; \quad \beta_4 = 747; \quad \beta_7 = 734,8;$$
$$\gamma_5 = 632,3; \quad \gamma_3 = 603; \quad \gamma_4 = 573,8;$$

nous proposons les noms de γ_6 et γ_7 pour deux nouvelles raies de longueurs d'ondes 597 et 622 (¹). Conformément aux résultats de Friman et

(¹) Nous avons, de plus, mesuré les longueurs d'ondes de trois autres raies : 679, 686 et 711,8. La dernière n'est pas la raie $K\alpha_2$ du molybdène. Les deux précédentes coïncideraient avec le doublet $K\alpha_1\alpha_2$ de l'élément inconnu (43). Nous recherchons si elles appartiennent bien à l'uranium.

contrairement à l'hypothèse de Coster, les raies β_1 et β_3 ne se croisent pas aux environs de $N = 90$. Ces deux lignes ont la même courbure et se suivent parallèlement sur le graphique de Moseley. La ligne 724 est β_5 et non β_3. Cette dernière, *moins intense*, a pour longueur d'onde 709. Ce résultat est mis hors de doute par la différence de Sommerfeld $\gamma_2 - \beta_5$ et le classement des raies dans les trois séries.

Par contre, nous avons vérifié que les lignes γ_2 et γ_3 se croisent bien vers $N = 81$ parce que la courbure de γ_2 est, sur le graphique de Moseley, beaucoup plus accentuée que celle de γ_3.

Les raies β_6 et γ_5 donnent un cinquième doublet de Sommerfeld comme Coster l'avait observé pour des éléments voisins du platine. De plus, nous avons retrouvé la raie β_7 qui est diffuse et paraît être complexe. Elle donne avec γ_6 une sixième différence de Sommerfeld qui voit son existence confirmée par le fait que nous l'avons retrouvée entre les raies 1079 et 1220 déjà signalées pour le tungstène. La première doit donc prendre le nom de γ_6. L'étude du graphique de Moseley, grâce aux points fournis par l'uranium, prouve en outre que, pour le tungstène, la différence $\gamma_2 - \beta_5$ ne doit pas être prise entre les raies 1065,8 et 1203, qui doivent être appelées γ_7 et β_8, mais entre les lignes 1072 et 1211,8. La première différence n'est qu'une coïncidence entre les raies n'appartenant pas à L_1. Les discontinuités L_1 et L_2 sont ainsi juste un peu plus courtes que les raies β_5 et γ_2.

Enfin les raies β_9(1209) et $\varkappa$(1389) vérifient dans la limite des erreurs d'expérience la même égalité, ce qui porterait à sept le nombre des doublets de Sommerfeld. Mais cette dernière différence n'a pas encore été retrouvée pour l'uranium et il peut, par conséquent, s'agir d'une coïncidence.

II. Nous avons enregistré sur la même plaque les trois discontinuités L d'absorption et les trois séries L de l'uranium de façon à en préciser la position par rapport aux raies. La limite L_1 tombe entre β_1 et β_5. Les limites L_2 et L_3 sont respectivement un peu plus courtes que les longueurs d'ondes des raies γ_2 et γ_4. Ceci vérifie les remarques que nous avons faites [1] au sujet des positions relatives des limites d'absorption et des raies têtes de séries.

III. Les limites L_1 et les raies $\beta_5, \beta_7, \beta_2, \beta_6, \alpha_1, \alpha_2$ et l se placent — comme nous l'avons déjà fait remarquer pour les plus intenses — sur des droites sur le graphique de Moseley. Ces lignes appartiennent à la série L_1, fait que nous avons vérifié en photographiant cette série seule pour l'uranium.

(1) Voir M. de Broglie, *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 962.

(En faisant fonctionner le tube sous une tension comprise entre les potentiels critiques d'excitation des séries L_1 et L_2, ces potentiels étant liés aux limites L_1 et L_2 par la relation du quantum.)

Les raies γ_2, γ_6, γ_1, γ_5, β_1 et η qui sont liées aux précédentes par la relation de Sommerfeld se placent — sur le même graphique — sur des courbes de faible rayon, ainsi que β_3, et semblent ainsi appartenir à L_2. Enfin les raies γ_4, γ_3, γ_7 et β_1 qui donnent des courbes de grand rayon semblent appartenir à L_3. Des expériences sont en cours pour séparer les séries L_2 et L_3 et justifier ces remarques.

PHYSICO-CHIMIE. — *Influence de la forme géométrique des corps solides sur les actions chimiques qu'ils subissent.* Note de MM. **G. Reboul** et **R. Luce**, présentée par M. G. Lippmann.

Dans un travail précédent [1], l'un de nous a montré que les vitesses d'actions chimiques se passant au contact de solides et de gaz sont fonction de la forme géométrique des solides : *la vitesse de réaction est la plus grande aux points où le rayon de courbure est le plus petit.* Nous nous sommes proposés de voir si cet effet existe encore dans les cas d'actions chimiques se produisant au contact de solides et de liquides.

I. La méthode suivie pour mesurer la vitesse des réactions chimiques est la même que celle qui a été précédemment employée : les conditions expérimentales sont choisies de manière que la réaction se produise lentement et que les corps formés puissent, par leur transparence, fournir des colorations interférentielles de lames minces; la teinte de ces colorations renseigne sur l'épaisseur de la couche de sel formée pendant l'action et permet sans difficulté ni appareillage spécial d'apprécier la formation de quantités de sel que les meilleures méthodes d'analyse chimique ne permettraient de mesurer qu'avec de très grandes difficultés.

L'expérience se fait de la manière suivante : dans un liquide convenablement choisi on plonge un corps solide de nature convenable et de forme géométrique simple (lame, prisme, pyramide, cône, etc.). On s'aperçoit que l'attaque commence toujours par les bords, par les arêtes ou par les points où le rayon de courbure est le plus faible; au bout d'un certain temps les colorations de lames minces indiquent que la couche de sel

(1) G. Reboul, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1227; t. 156, 1913, p. 548, 688, 1376.

formé est plus épaisse sur les bords ou aux points de courbure moyenne la plus grande.

La même expérience faite avec des séries de fils cylindriques se prête alors à des mesures.

II. L'opération dans les liquides est, dans quelques cas, plus délicate que dans les gaz et le phénomène plus difficile à saisir, soit parce que les liquides employés sont parfois eux-mêmes colorés, soit parce que les colorations de lames minces, tant que le corps solide et le sel formé sont plongés dans le liquide, apparaissent mal; elles ne deviennent brillantes que lorsqu'on a retiré le corps du liquide et qu'on l'a séché.

Le phénomène apparaît général, il s'étend à un très grand nombre de réactions qui sont actuellement soumises à des mesures et parmi lesquelles nous citerons : argent ou cuivre dans des solutions chlorées, bromées ou iodées, les mêmes métaux au contact de solutions d'hydrogène sulfuré ou de dissolutions soufrées; déplacement réciproque de métaux, cuivre dans sel d'argent, etc.

Dans tous ces cas l'effet se présente avec une apparence qui rappelle celle qu'il présentait dans les gaz.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Appareil enregistreur des variations d'une masse gazeuse avec le temps.* Note de M. **A.-A. Guntz**, présentée par M. A. Haller.

Au cours de recherches que je poursuis sur la réduction des oxydes par l'hydrogène, j'ai mis au point un appareil que je crois devoir décrire brièvement, car il présente des analogies avec celui que M. P. Jolibois vient de présenter à l'Académie dans une Note récente ([1]).

Le problème qui se posait d'abord dans cette étude consistait à enregistrer photographiquement les variations d'une masse gazeuse avec le temps. J'y suis arrivé en obligeant, par un dispositif automatique, les variations de volume à correspondre exactement à celle de la masse gazeuse.

Dans l'appareil que j'emploie, ces variations de volume sont mesurées par les changements de niveau du mercure dans un tube volumètre V (*fig.* 1).

Dans l'axe du volumètre est tendu un fil fin de nichrome de $0^{m},50$ de longueur environ et de $\frac{2}{10}$ de millimètre de diamètre, fil dont la résistance électrique est variable

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 809.

avec le niveau du mercure. On enregistre photographiquement les variations de résistance au moyen d'un galvanomètre Rengade, du modèle usité en analyse thermique.

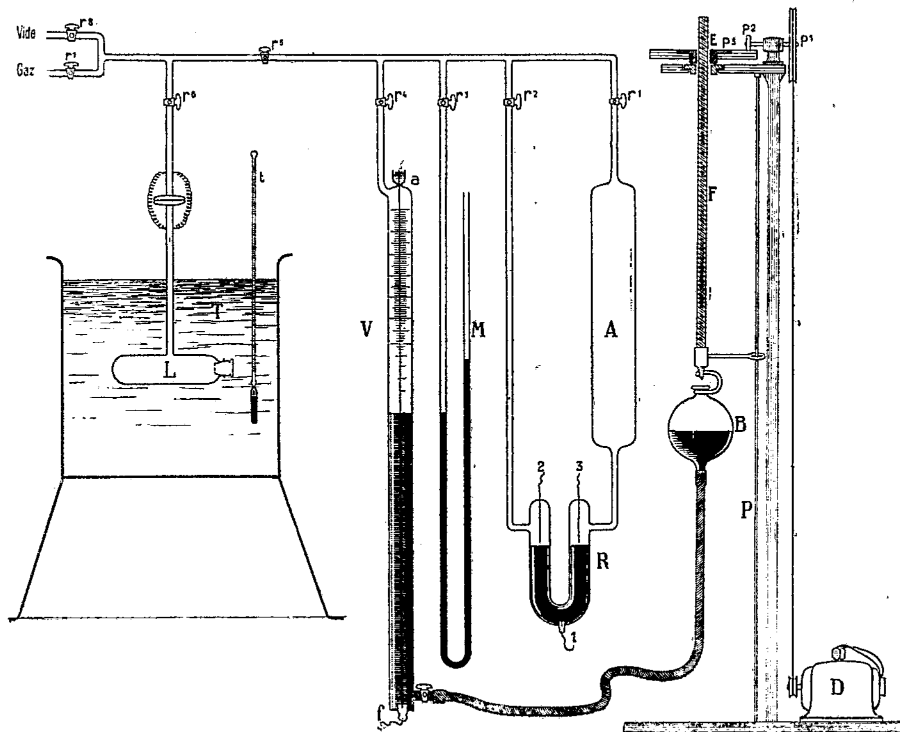


Fig. 1.

Le fil *ab* est placé dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone, dont toutes les résistances sont grandes par rapport à celle du fil (*fig.* 2).

Par le jeu de ces résistances, le zéro du galvanomètre peut être amené à correspondre à un niveau quelconque du mercure dans le volumètre V. Les déviations du galvanomètre sont sensiblement proportionnelles aux variations de résistance et les variations de volume sont ainsi mesurées.

Pour identifier les changements de la masse gazeuse avec celle de son volume, il suffit qu'à une température donnée sa pression reste constante, et qu'à une température différente le rapport $\frac{P}{T}$ reste constant (T température absolue). Nous y arrivons de la façon suivante :

Le réservoir B est suspendu à une tige filetée F qui peut se déplacer, sans tourner, dans le sens vertical en traversant un écrou E fixé au centre d'un plateau de bois P_3. Au moyen d'un petit moteur électrique, le plateau tourne dans un sens ou dans l'autre et sa rotation oblige la vis à monter ou descendre de la longueur d'un pas par tour, soit 1^{mm}. Le manomètre R communique, par une de ses branches, avec le volumètre B,

et par l'autre, avec un réservoir A rempli d'hydrogène, dont la masse ne change pas au cours d'une expérience, et dont la pression va régler la pression dans l'appareil comme dans le volumètre de Lunge.

Si la pression augmente ou diminue au cours de la réaction, le mercure vient toucher l'une ou l'autre des pointes de platine du manomètre R et établit un circuit

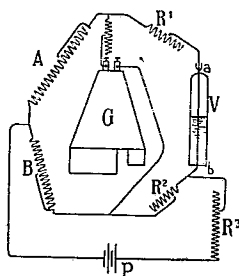


Fig. 2.

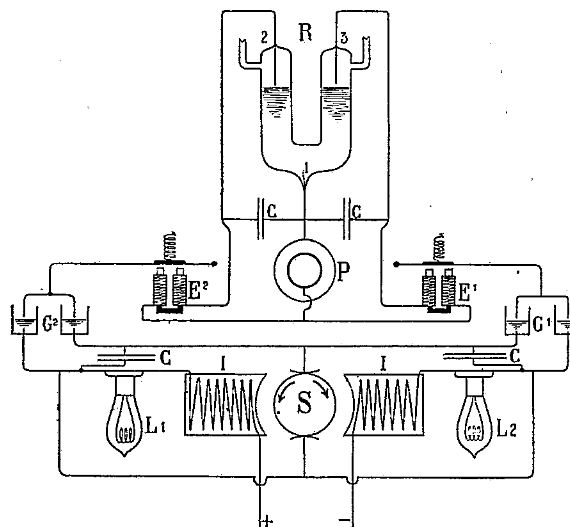


Fig. 3.

actionnant par des relais la dynamo D dans un sens tel que la pression est maintenue toujours égale à celle du réservoir A (*fig.* 3).

Marche d'une expérience. — La substance est introduite dans le tube laboratoire T placé dans une enceinte à température constante (thermostat ou four électrique) et en présence d'un corps avide d'eau dans le cas de la réduction d'un oxyde par l'hydrogène. Le vide étant fait dans tout l'appareil, on y laisse rentrer l'hydrogène sauf dans le tube laboratoire T. Après avoir noté la température t et la pression P, le réservoir A est fermé avec le robinet r^1 ; le régulateur et l'enregistreur photographique sont mis en route, le tube laboratoire est rempli d'hydrogène et l'on établit ensuite la communication avec le volumètre V. Les ordonnées de la courbe tracée par l'enregistreur sont à tout moment proportionnelles à la masse de l'hydrogène absorbée.

Le dispositif que nous venons de décrire ne permet pas seulement de mesurer les variations d'une masse gazeuse avec le temps, mais encore, en supprimant le régulateur, il peut enregistrer des variations de pressions.

THERMOCHIMIE. — *Sur l'emploi des bombes émaillées en calorimétrie.* Note de M. C. **Matignon** et M[lle] G. **Marchal**.

Nous avons eu l'occasion d'étudier deux bombes calorimétriques émaillées, type Mahler, de fabrication récente; nous avons constaté l'attaque de l'émail par les solutions nitriques étendues, telles qu'elles se forment toujours dans les conditions ordinaires des opérations calorimétriques. La neutralisation en tout ou partie de l'acide nitrique par l'émail de la bombe peut amener des causes d'erreur non négligeables dans la détermination du bilan calorifique des opérations, l'acide nitrique produit lors de la combustion étant déterminé par un titrage acidimétrique.

Bombe A. — On lave la paroi intérieure de la bombe, préalablement nettoyée à l'eau chaude, avec 3^{cm^3} d'une solution nitrique contenant sensiblement $\frac{1}{3}$ de molécule par litre, on promène le liquide sur la paroi à trois reprises et finalement on titre l'acidité restante après une demi-heure de séjour dans la bombe. La même expérience est répétée quatre fois. Voici les quantités de soude $\frac{\text{NaOH}}{10}$ nécessaires pour les neutralisations :

Avant l'attaque.	1[re] attaque.	2[e] attaque.	3[e] attaque.	4[e] attaque.
$9^{cm^3},25$	$4^{cm^3},55$	$6^{cm^3},30$	$7^{cm^3},00$	$8^{cm^3},94$

On en déduit les quantités suivantes d'acide nitrique successivement neutralisées dans les quatre essais consécutifs :

$0^g,0296$	$0^g,0186$	$0^g,0142$	$0^g,0019$

L'attaque va donc en s'atténuant d'une opération à l'autre.

Bombe B. — La deuxième bombe s'est comportée de la même façon dans les mêmes conditions.

On a fait six attaques successives, dont deux (la troisième et la quatrième) ont été effectuées avec des solutions chlorhydrique et sulfurique de même concentration que la solution nitrique. Pendant les expériences 2 et 6, on a promené constamment la solution sur les parois (durée une demi-heure) :

Avant l'attaque.	1.	2.	3 (HCl).	4 (SO^4H^2).	5.	6.
$9^{cm^3},25$	5,42	0,85	8,90	8,80	9,25	9,25

On en déduit les attaques successives évaluées en acide nitrique :

$0^g,0241$	$0^g,0529$	$0^g,0023$	$0^g,0030$	$0^g,000$	$0^g,000$

L'acide nitrique n'a donc plus d'action sensible à partir de la cinquième attaque.

Les deux bombes ont ensuite été complètement remplies avec la solution nitrique précédente et abandonnées à elles-mêmes, la bombe A pendant 48 heures, la bombe B pendant 96 heures. Les deux liquides évaporés et desséchés à 110° ont laissé les résidus suivants :

A........................... $0^g,1188$
B........................... $0^g,3833$

qui, après calcination au rouge et perte de vapeurs nitreuses, sont devenus respectivement :

A........................... $0^g,0623$
B........................... $0^g,1845$

Les oxydes de fer, d'alumine, de magnésie, de potassium, l'acide borique, constituants de l'émail, ont été reconnus dans ces résidus.

Après ces attaques prolongées, l'acide nitrique étendu n'agit plus d'une façon sensible sur l'émail, pendant le temps nécessaire pour une expérience, soit une demi-heure environ.

De l'ensemble de ces recherches, il résulte que l'acide nitrique étendu provenant d'une combustion peut être neutralisé, en tout ou partie, par l'émail de la bombe, tout au moins dans les premières expériences, c'est-à-dire celles qui servent à déterminer la valeur en eau de cette bombe. L'acide nitrique produit correspondant à un dégagement de chaleur s'élevant jusqu'à 30^{cal} à 40^{cal} sur 8000^{cal}, il peut résulter de cette attaque une erreur atteignant le $\frac{1}{200}$ et affectant la valeur en eau de la bombe (environ $\frac{1}{6}$ de la masse en eau totale) d'une erreur de $\frac{1}{35}$.

On peut éviter cet inconvénient en attaquant la bombe neuve pendant 4 à 5 heures avec une solution nitrique étendue voisine de la normale, qui la remplit complètement; elle devient alors pratiquement insensible à l'action de l'acide nitrique pendant la durée d'une opération thermique.

On a montré depuis longtemps que la bombe calorimétrique constituait un laboratoire analytique précieux, nous en avons fait une première application au dosage rapide et précis du soufre dans les matières organiques [1]; depuis, la même méthode a été généralisée et étendue à d'autres éléments. Les bombes précédentes ne peuvent en général remplir ce but utile; il est donc nécessaire d'améliorer l'émaillage de ces bombes afin d'obtenir, ce qui est depuis longtemps de fabrication courante, un émail pratiquement inattaquable aux acides.

---

(1) Berthelot, André et Matignon, *Comptes rendus*, t. 111, 1890, p. 6.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des constituants acides de la gemme de pin : les acides dextropimarique et lévopimarique.* Note de M. **Georges Dupont**, présentée par M. A. Haller.

Malgré le nombre considérable de travaux entrepris depuis un siècle sur les résines des conifères, nous ne possédons encore que des données très imprécises sur leur constitution ([1]).

En ce qui concerne les constituants acides de la gemme du pin maritime (*Pinus maritima*) le bilan de nos connaissances peut se résumer ainsi : Ces acides, qui constituent 70 à 75 pour 100 de la gemme, peuvent se distinguer en deux groupes ([2]) : 1° les *acides sapiniques* donnant des sels de sodium incristallisables très solubles; 2° les *acides pimariques* dont les sels de sodium, peu solubles dans l'eau froide, cristallisent aisément.

Du premier groupe on n'a isolé, jusqu'à ce jour, aucun constituant pur; du deuxième groupe Calliot ([3]), puis Vesterberg ([4]), réussirent à extraire une faible quantité (1 à 2 pour 100 du produit initial) d'un acide défini, l'*acide dextropimarique*; Vesterberg isola en outre (mais une seule fois grâce à un hasard de cristallisation) 1g environ d'un acide très lévogyre, l'*acide lévopimarique*. Ces acides sont isomères et ont pour formule $C^{20}H^{30}O^2$.

Dans cette Note, nous préciserons les conditions d'extraction de ces deux constituants de l'acide pimarique.

Préparation de l'acide pimarique brut. — Nous avons suivi la méthode de Vesterberg, mais en prescrivant l'emploi des acides minéraux qui isomérisent très rapidement le produit. La partie solide de la gemme landaise (Galipot), séparée par essorage de la partie liquide, a été purifiée par de multiples lévigations et cristallisations dans l'alcool de plus en plus concentré, poursuivies jusqu'à ce que le produit donne, avec l'ammoniaque, les longues aiguilles caractéristiques de pimarate acide. Les acides, saponifiés par une solution tiède de soude à 3 pour 100, donnent un dépôt abondant de paillettes de *pimarate de soude* que l'on sépare (par essorage suivi de séjours prolongés sur des assiettes poreuses) des eaux mères tenant en solution les *sapinates* très solubles. Le pimarate, recristallisé plusieurs fois à l'eau (belles paillettes nacrées) et finalement traité par le gaz carbonique ou l'acide acétique très étendu, conduit à l'acide pimarique brut.

([1]) Voir Duffour, *Bulletin de la Direction des Recherches et Inventions*, janvier 1921. — Vèzes, *Mon. scient.* Série des extraits publiés depuis 1901.

([2]) Köhler, *Mon. scient.*, t. 3, 1913, p. 163.

([3]) Vèzes, *Mon. scient.*, t. 16, 1901, p. 352.

([4]) Vèzes, *Mon. scient.*, t. 16, 1901, p. 355.

Acide dextropimarique. — Vesterberg indique, comme moyen d'extraction, des cristallisations répétées de l'acide pimarique dans l'alcool ou mieux dans l'acide acétique. L'alcool ne nous a pas permis d'obtenir, avec un rendement sensible, de l'acide dextropimarique pur. Au contraire, par cristallisation dans l'acide acétique, la séparation est très rapide : 41^g d'acide pimarique de pouvoir rotatoire (¹) $[\alpha]_J = -100°,4$ ont donné, après trois cristallisations acétiques et une cristallisation alcoolique, 6^g d'*acide dextropimarique* en belles lamelles fondant à 211°-212^d et donnant, en solution chloroformique à 5 pour 100, les pouvoirs rotatoires suivants :

$[\alpha]_J$	+ 75°,4
$[\alpha]_V$	+ 86 ,8
$[\alpha]_I$ (¹)	+168 ,5

Mais *la cristallisation est accompagnée ici de l'isomérisation de l'un des constituants.*

En effet, la première cristallisation acétique nous a donné :
14^g d'acide précipité par refroidissement; pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = +26°,8$;
27^g d'acide retiré des eaux mères; pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -33°,4$.
Le mélange de ces deux fractions redonnerait un produit dont le pouvoir rotatoire serait voisin de

$$[\alpha]_J = \frac{14 \times 26,8 - 27 \times 33,4}{14 + 27} = -11°,97,$$

produit tout à fait différent du produit initial dont le pouvoir rotatoire était

$$[\alpha]_J = -100°,4.$$

D'ailleurs, la recristallisation de la fraction retirée des eaux mères nous a permis d'isoler, après élimination des premiers cristaux déposés, de grosses tables, fondant à 163°-165°, de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -72°,4$, que nous avons pu identifier, par la mesure de leurs angles, avec l'*acide abiétique* décrit par Schkateloff.

On n'obtient donc l'acide dextropimarique pur que grâce à l'ionisation, par le solvant, de l'acide lévopimarique qui l'accompagne.

Notons que c'est également par isomérisation, par la chaleur, des autres acides de la gemme que Calliot a obtenu, pour la première fois, l'acide dextropimarique.

Acide lévopimarique. — On comprend, d'après ce qui précède, pourquoi Vesterberg n'a pu isoler qu'accidentellement l'acide lévopimarique. En

---

(¹) $[\alpha]_J$, $[\alpha]_V$, $[\alpha]_I$ représentent respectivement les pouvoirs rotatoires pour les raies jaunes ($\lambda = 578$), verte ($\lambda = 546$), indigo ($\lambda = 436$) de l'arc au mercure.

ayant soin d'éviter toute isomérisation, on n'éprouvera au contraire aucune grosse difficulté dans cette séparation.

Il convient, dans ce but, d'utiliser comme solvant l'alcool aqueux à diverses concentrations (la température ne dépassant jamais 60°) en suivant de très près la séparation par l'étude des pouvoirs rotatoires. Par exemple 83g d'une fraction de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -153°,4$ donne, par cristallisation dans l'alcool à 95° :

1° Une fraction A : 43g d'acide cristallisé par refroidissement; pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -136°,0$.

2° Une fraction B : 40g retirés des eaux mères; $[\alpha]_J = -172°,2$.

La fraction B, recristallisée dans l'alcool à 88°-90°, donne à nouveau :

1° Une fraction B_1 : 11g de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -242°,6$.

2° Une fraction B_2 : 23g de pouvoir rotatoire $[\alpha]_J = -137°,0$.

Enfin la fraction B_1, recristallisée dans l'alcool à 95°, donne finalement 4g d'*acide lévopimarique* en belles lamelles mesurables, fondant (avec transformation) vers 150°-152° et donnant, en solution alcoolique à 5 pour 100 :

$[\alpha]_J$	−282°,4
$[\alpha]_V$	−329,6
$[\alpha]_I$	−681,0

Conclusions. — Nous avons, dans ce qui précède, fixé les conditions d'extraction des deux constituants signalés par Vesterberg dans le galipot de pin maritime :

1° L'*acide dextropimarique* n'est extrait à l'état de pureté que grâce à l'isomérisation de l'acide lévopimarique qui l'accompagne.

2° En évitant cette isomérisation il est aisé, par de simples cristallisations convenablement alternées dans de l'alcool fort et dans de l'alcool aqueux, d'extraire l'*acide lévopimarique* que Vesterberg n'avait fait qu'entrevoir.

MÉTÉOROLOGIE. — *Observations du champ électrique de l'atmosphère pendant l'éclipse de Soleil du 8 avril* 1921. Note de M. **J. Rouch**, présentée par M. J. Violle.

L'éclipse de Soleil du 8 avril 1921 fut visible partiellement à Brest, le maximum étant de 0,86. Le commencement de l'éclipse eut lieu à $8^h 24^m$, la fin à $10^h 55^m$ (heures d'été).

De 8^h à $11^h 30^m$ j'ai exécuté une série de mesures du champ électrique de

l'atmosphère à l'aide de l'électroscope d'Elster et Geitel, avec collecteur au radium supporté par une canne d'ébonite. Ces instruments m'avaient déjà servi pour effectuer des mesures analogues dans l'Antarctique, pendant l'expédition du Dr Charcot, en mer, dans l'Atlantique et au Sénégal. Les vérifications habituelles d'isolement ont été faites avant et après les expériences. L'électroscope a été lu au moins une fois par minute.

L'emplacement choisi pour les expériences a été la digue du port de Lanninon, complètement isolée au milieu de la petite rade et loin de toute construction. Le collecteur était placé à $0^m,90$ au-dessus du parapet. Les observations ont été réduites à l'altitude de 1^m, comme il est de coutume.

J'indique ci-après les principaux résultats, me réservant de publier le détail de mes observations dans un Mémoire plus étendu.

Avant l'éclipse, le champ était très fort et variable, plus de 200 volts par mètre. L'électroscope fut déchargé plusieurs fois par contact entre les feuilles et la cage, ce qui indique un champ supérieur à 250 volts. Le minimum ne tomba pas au-dessous de 187 volts.

Pendant l'éclipse, de $8^h 24^m$ jusqu'à $10^h 20^m$, le champ reste très fort et variable, les décharges sont fréquentes, le minimum observé est de 165 volts, à $9^h 14^m$. Mais certainement la valeur moyenne du champ est au moins aussi forte et probablement plus forte qu'avant l'éclipse. Elle dépasse 250 volts.

A partir de $10^h 20^m$, c'est-à-dire bien après le milieu de l'éclipse, qui a eu lieu à Brest à $9^h 40^m$, le champ devient beaucoup plus calme; il diminue nettement et tombe progressivement à un minimum de 20 volts, à $10^h 50^m$ (l'isolement de tout l'appareil a été vérifié à ce moment-là); il remonte ensuite progressivement, avec quelques variations, jusqu'à $11^h 08^m$ où il dépasse de nouveau 250 volts.

De $11^h 08^m$ jusqu'à $11^h 30^m$ (fin de nos mesures), les décharges de l'électroscope sont pour ainsi dire continuelles, et le champ reprend les fortes valeurs observées avant et pendant l'éclipse.

Le champ électrique a donc subi une diminution extrêmement marquée avec un retard d'une heure environ sur le milieu de l'éclipse.

On ne peut évidemment pas conclure, d'une seule expérience, à une relation directe entre le rayonnement solaire et le champ électrique de l'atmosphère. Peut-être n'ai-je fait qu'observer une coïncidence fortuite. Toutefois je dois signaler que pendant toute la durée de mes mesures, le ciel a été pur, le vent constant en direction et en force.

Les expériences de ce genre ont été jusqu'ici peu nombreuses et elles ont donné des résultats contradictoires. Celles que j'ai faites se rapprochent

assez de celles de M. Le Cadet, pendant l'éclipse totale du 30 août 1905 [1] L'affaiblissement du champ électrique s'était produit 42 minutes environ après le milieu de l'éclipse.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les Bas-Champs de Picardie au nord de la Somme : la ligne de rivage ancienne.* Note [2] de M. **Abel Briquet**, présentée par M. Ch. Barrois.

Le long des Bas-Champs de Picardie, au nord de la Somme, la ligne de rivage actuelle [3] se double d'une ligne de rivage plus ancienne située en arrière.

Entre Somme et Authie cet ancien rivage est jalonné par la ligne de hautes dunes intérieures que sépare des dunes côtières actuelles une vaste étendue plate, une panne.

L'ancienne pointe sur laquelle, à l'entrée de l'estuaire de la Somme, se divisait le flot marin, est dessinée par l'arc de dunes qui enserre le village de Saint-Quentin-en-Tourmont et en explique le surnom. Sur la pointe s'articulaient, vers le Sud, le poulier interne qui porte les dunes de Bout-des-Crocs ; vers le Nord, un poulier externe dont les digitations, plus ou moins recouvertes de dunes, portent les agglomérations de Saint-Quentin, de Monchaux, de Routhiauville et des fermes isolées. C'est à l'espace circonscrit par cet ancien rivage que s'applique le nom de Marquenterre [4].

Entre Authie et Canche, une chaîne de hautes dunes, également séparée des dunes côtières par une panne de grande largeur, indique l'emplacement de l'ancien rivage : pointe au sud de Merlimont, avec poulier interne dirigé par Bout-d'Airon vers le Sud-Est, et poulier externe allongé vers le Nord, aux digitations accusées par les rangées de dunes disposées en éventail autour de Trépied.

Au nord de la Canche, l'ancienne ligne de rivage correspondait à une falaise entaillée dans les terrains crétacés et jurassiques. Cette falaise morte est presque partout recouverte par les dunes récentes.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 141, 1905, p. 925.

(2) Séance du 4 avril 1921.

(3) A. Briquet, *Les Bas-Champs de Picardie au nord de la Somme : la ligne de rivage actuelle* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 697).

(4) Sur l'étendue exacte du territoire appelé le « Marquenterre », voir A. Demangeon, *La Picardie et les régions voisines* (Paris, 1905, p. 189).

Elle apparaît dans son extrémité sud, formée de craie, le long de la baie de Canche au nord d'Étaples; au pied existe un banc de galets de silex qui se prolonge en forme de poulier interne sous Bel-Air et vers Étaples.

Au Nord, entre Hardelot et Équihen, au fond des cuvettes d'érosion des dunes actuelles, la falaise morte est également visible par endroits, formée par les sables néocomiens ou l'argile jurassique, et portant sous les dunes récentes, les restes de très anciennes dunes. L'ancienne falaise coupe obliquement le rivage actuel au point extrême où les Bas-Champs, au nord de la Canche entièrement couverts par les dunes, s'adossent aux hauteurs du Boulonnais.

Deux faits caractérisent l'ancienne ligne de rivage. C'est, d'une part, la présence dans le cordon littoral de débris de roches exotiques, présence qui semble ne pouvoir être expliquée que par un apport dans des glaces flottantes. C'est, d'autre part, la présence, au-dessus de ce même cordon ou sur l'ancienne falaise, d'amas de coquilles avec débris de poterie grossière, indices d'une ancienne occupation humaine probablement néolithique, et qui font songer aux Kjokkenmœddings de Scandinavie et d'Écosse.

Dans la baie de Somme, roches exotiques, poteries grossières et amas de coquilles se trouvent sur le poulier interne de Bout-des-Crocs et le poulier secondaire correspondant de Saint-Firmin. Dans la baie de Canche, les galets exotiques sont mélangés aux galets de silex du poulier interne de Bel-Air et sur l'ancienne falaise voisine, sous les dunes, se rencontrent des débris de poterie grossière et des amas de coquilles, ainsi que des galets exotiques, recueillis par l'homme au pied de la falaise (¹).

La présence de roches exotiques et de poteries grossières caractérise de même, dans la Plaine maritime flamande, l'ancienne ligne de rivage constituée par le banc et les dunes intérieures de Ghyvelde.

(¹) Gosselet a le premier signalé à Etaples, puis dans la baie de Somme, la présence des roches exotiques, et celle de la poterie grossière qu'il a appelée *poterie d'Étaples* : J. Gosselet, *Les galets glaciaires d'Étaples et les dunes de Camiers* (*Ann. de la Soc. géol. du Nord*, t. 31, 1902, p. 297). — *Légende de la feuille de Montreuil* (*Ibid.*, t. 35, 1906, p. 7).

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'asymétrie et sur les sections longitudinales techniques de la couronne des molaires des mastodontes et des éléphants.* Note de M. SABBA STEFANESCU.

A l'exemple de Falconer (*Fauna Antiqua Sivalensis*), pour étudier la couronne des molaires des mastodontes et des éléphants au point de vue de la phylogénie, les paléontologistes réalisent des sections longitudinales techniques, auxquelles ils attachent une grande importance scientifique. Or, d'après les observations que je vais exposer, la couronne dont il s'agit, tant organiquement que géométriquement, est asymétrique, et les sections en question ne nous renseignent *ni sur la composition bituberculaire des collines ou lames, ni sur la différenciation dissemblable des deux tubercules congénères de chaque colline ou lame*, seuls caractères morphologiques qui doivent nous guider pour établir, d'après la couronne des molaires, la parenté des genres et des espèces des mastodontes et des éléphants. Voici les faits qui viennent à l'appui de cette affirmation :

I. La forme de la dernière molaire inférieure de droite et de gauche $\left(\mathrm{M}\,\overline{_3}\,d \text{ et } \mathrm{M}\,\overline{_3}\,g\right)$ de *Mastodon Borsoni*, et de toutes les espèces de mastodontes et d'éléphants, est celle d'un parallélogramme irrégulier; sa partie postérieure est caudiforme et la direction de son bord antérieur est oblique d'avant en arrière et de dedans en dehors, par rapport à la direction de la mâchoire.

a. La première colline antérieure est parallèle au bord antérieur, mais les collines suivantes ne sont pas parallèles à ce bord, ni l'une à l'autre, car elles sont plus espacées du côté du bord interne de la couronne qui est convexe, et plus serrées du côté du bord externe qui est concave.

b. Chaque colline ou lame est formée de deux tubercules congénères différemment différenciés, l'interne en crête (T_{cr}), l'externe en trèfle (T_{tr}); par conséquent chaque moitié longitudinale de la couronne est formée d'une série de tubercules semblables, différenciés de la même façon, à savoir : la moitié interne est occupée par les T_{cr}, et la moitié externe par les T_{tr} de toutes les collines ou lames.

Puisque les deux moitiés longitudinales de la couronne sont formées de deux séries de tubercules différemment différenciés, il s'ensuit qu'organiquement elles ne sont pas symétriques.

c. Les deux tubercules congénères de chaque colline ou lame sont inéga-

lement développés; par exemple, le T_{cr} de la première colline antérieure est plus haut et plus étroit que son congénère T_{tr}, tandis que le T_{tr} de la dernière colline postérieure est plus gros que son congénère T_{cr}.

d. Les tubercules de chaque série de chaque moitié de la couronne, c'est-à-dire les tubercules de la série de T_{cr} et ceux de la série de T_{tr}, diminuent graduellement, à partir de la colline antérieure vers la colline postérieure, mais comparativement les tubercules de la série de T_{cr} diminuent plus rapidement que ceux de la série de T_{tr}.

Puisque les deux tubercules congénères de chaque colline et par conséquent les deux séries longitudinales de T_{cr} *et* T_{tr} *de toutes les collines sont inégalement développées, il s'ensuit de nouveau qu'organiquement les deux moitiés longitudinales de la couronne ne sont pas symétriques.*

II. Le plan vertical longitudinal qui sépare les deux séries de T_{cr} et T_{tr}, c'est-à-dire les deux moitiés organiques de la couronne, est oblique d'avant en arrière et de dehors en dedans, par rapport à la longueur de la molaire. Conventionnellement je l'appelle le *plan organique*. Chez les molaires supérieures le plan organique est oblique d'avant en arrière et de dedans en dehors.

a. Les directions de plans organiques des dernières molaires inférieures de droite et de gauche $\left(\mathrm{M}\underset{3}{-}d \text{ et } \mathrm{M}\underset{3}{-}g\right)$ prolongées se rencontrent en arrière et font un angle, dont la pointe est tournée en arrière et l'ouverture en avant; c'est l'inverse qui a lieu chez les molaires supérieures $\left(\mathrm{M}\overset{3}{-}d \text{ et } \mathrm{M}\overset{3}{-}g\right)$.

De cette disposition il résulte que les plans organiques des dernières molaires, inférieure et supérieure, de la même moitié du crâne, droite ou gauche ($\mathrm{M}\frac{3}{3}d$ ou $\mathrm{M}\frac{3}{3}g$) s'entre-croisent en X.

b. Le plan organique ne coïncide pas avec le plan géométrique, c'est-à-dire avec le plan qui sépare les deux moitiés longitudinales géométriques de la couronne. Ces deux plans s'entre-croisent de manière qu'en arrière de leur intersection, qui est située à peu près au milieu de la première colline, le plan géométrique passe à l'extérieur du plan organique chez les molaires inférieures et à l'intérieur chez les molaires supérieures, et c'est ainsi qu'il coupe seulement les T_{tr} des collines.

Puisque en arrière de l'intersection des deux plans, organique et géométrique, de la couronne, le plan géométrique coupe seulement les T_{tr} *des collines, il s'ensuit que, géométriquement, les deux moitiés de la couronne ne sont pas symétriques.*

c. Si à ces faits nous ajoutons que la couronne des dernières molaires est ployée horizontalement et verticalement, et qu'elle est tordue longitudinalement, nous pouvons conclure que les sections longitudinales techniques ne la coupent d'aucune manière symétriquement, et que de pareilles sections nous montrent seulement des caractères morphologiques dénués de toute valeur phylogénétique, tels que *le nombre et la hauteur des collines ou lames*.

CYTOLOGIE. — *L'Hétérotypie dans la mitose somatique de* Corethra plumicornis. Note de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. Henneguy.

La division longitudinale à la prophase somatique débute alors que les chromosomes sont à l'état de spirème; leurs moitiés forment alors deux spirales enroulées l'une autour de l'autre, en offrant un aspect de *strepsinema*. Puis, elles se raccourcissent en se déroulant; quand le déroulement et la détorsion sont achevés, elles se trouvent à une assez grande distance l'une de l'autre, comme cela se rencontre dans certaines dyades hétérotypiques. Cet écartement est frappant, mais il n'est que transitoire. En effet, pendant la formation du fuseau, il se fait un rapprochement étroit des moitiés écartées de chaque chromosome, de telle sorte que la *disjonction définitive*, *qui termine la métaphase*, *succède toujours à un rapprochement étroit*. Il existe donc ici, au cours de la mitose somatique, un jeu d'écartement et de rapprochement des moitiés chromosomiques comparable à ce que l'on trouve au cours de la prophase hétérotypique.

Dans une Note antérieure [1], j'avais montré que l'on compte au début de la métaphase six chromosomes groupés par paires. Mais cette façon de présenter le fait demande à être précisée. En réalité, nous sommes en présence, à ce stade, de trois chromosomes où la division longitudinale a joué d'une façon précoce. Certes l'écartement des moitiés est considérable, et il est tel qu'on n'en trouve guère d'exemple dans les autres groupes animaux. Mais cette disposition ne peut permettre d'interpréter les moitiés longitudinales comme autant de chromosomes univalents homologues qui seraient simplement groupés par paires. D'ailleurs, chez un certain nombre de végétaux, la division longitudinale à la prophase somatique détermine

(1) A. Dehorne, *Caractères atypiques dans la mitose somatique chez* Corethra plumicornis (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 193).

des effets comparables, quoique moins prononcés. Comme dans la mitose somatique de *Corethra*, les moitiés se raccourcissent en s'écartant, puis elles se rapprochent étroitement pendant la mise au fuseau.

Pour ce qui regarde ce rapprochement dans la constitution de la plaque équatoriale, les faits sont bien tels que je les ai déjà décrits. La plaque équatoriale est formée uniquement de trois éléments chromatiques en tête de flèche, où la fente longitudinale se distingue quelquefois difficilement.

A un moment, lorsque les moitiés sont en train de s'accoler, on voit dans le milieu un espace clair, limité par deux très grêles ponts de substance chromatique, qui simule une coupure transversale. Cela donne aux trois chromosomes un aspect de faux groupes quaternes et de pseudo-tétrades qui rappelle certaines formes de chromosomes hétérotypiques. Dans le mouvement de rapprochement des moitiés, l'un des chromosomes est en avance sur les deux autres, lesquels sont d'une taille un peu plus grande; il présente déjà l'indice de cette apparence de cassure transversale, alors que les autres sont encore à l'état de deux branches écartées.

Dans la plaque équatoriale, les trois chromosomes raccourcis sont disposés à plat, dans le plan de cette dernière, de la façon la plus ordinaire. Leurs sommets se touchent presque dans le centre de la figure, les moitiés réaccolées se trouvent *superposées* l'une à l'autre.

Le mécanisme de l'anaphase est curieux, c'est en somme celui d'une *véritable anaphase hétérotypique*. Lorsque les deux moitiés métaphasiques se décollent, elles se divisent en long, et chacune devient, de part et d'autre du plan équatorial, un chromosome à quatre branches, en forme de V double (division longitudinale anaphasique). Il existe ainsi trois chromosomes à quatre branches de chaque côté de ce plan. Plus tard, au cours de la montée vers les pôles, ils se présentent sous l'aspect de paires bien nettes, par suite d'un léger écartement latéral de leurs éléments. Puis, à la télophase, les éléments de chaque paire se rapprochent et se soudent intimement, ce qui constitue un phénomène singulier. Sur ce dernier point, je n'ai rien à ajouter à ma description de juillet 1920. Un travail de Metz et Nonidez, sur la spermatogenèse d'un autre Diptère, paru depuis [1], apporte des documents qui confirment ce que j'avais vu chez *Corethra* à la télophase. Ces deux auteurs n'ont pas étudié la métaphase somatique, ni le début de l'anaphase. Par contre, ils ont suivi toute la prophase de la première mitose

---

[1] Metz et Nonidez, *Spermatogenesis in the fly*, Asilus Sericeus *Say* (*The Journal of exp. Zool.*, janvier 1921).

de maturation; ils montrent comme moi [1] qu'il n'existe pas de stades lepto-, zygo-, strepsinema.

L'accolement suivi de soudure des éléments à la télophase ne peut être pris pour une conjugaison de chromosomes homologues appariés, puisque les deux éléments qui se soudent sont jumeaux et proviennent de la division de chromosomes qui avaient la valeur de moitiés à la fin de la prophase. Ces éléments anaphasiques sont aussi des moitiés et non des chromosomes univalents.

Pour qu'ils soient considérés comme des chromosomes univalents, le mécanisme à la métaphase et à l'anaphase devrait être le suivant : il devrait ne pas y avoir de rapprochement des moitiés prophasiques ; la plaque équatoriale devrait être constituée sur le type 6, les six chromosomes étant disposés côte à côte et se dédoublant dans cette position. On obtiendrait ainsi six éléments qui se grouperaient ensuite selon trois paires au cours de l'anaphase.

Or, je n'ai rien observé de pareil. Il s'agit donc ici d'autre chose que de constitution de paires de chromosomes homologues paternels et maternels. En attendant qu'une solution de ces faits soit rencontrée, je me contenterai de les rapporter à la notion de duplicisme constant du chromosome qu'ils illustrent d'une façon remarquable.

En résumé, les chromosomes somatiques chez *Corethra* sont toujours doubles. La mitose somatique est d'un type exceptionnel ; elle se présente, à plusieurs stades, avec les allures de l'hétérotypie et l'on y voit, entre autres, intervenir une division longitudinale anaphasique. Au contraire, la première mitose de maturation n'offre presque pas de caractères hétérotypiques. Ces caractères ne sont donc pas liés nécessairement à la tétradogenèse, *ils sont indépendants de l'idée de maturation génitale* et réclament une interprétation de nature toute différente de celles qui ont été proposées jusqu'ici par les morphologistes.

---

[1] A. Dehorne, *Spermatogenèse de* Corethra (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1399).

EMBRYOGÉNIE. — *L'irritabilité aneurale de l'ectoderme décelée par le déplacement ciliaire de l'embryon chez* Rana temporaria. Note de M. **Paul Wintrebert**, présentée par M. Henneguy.

Dans des recherches précédentes (¹) j'ai montré, par des interventions expérimentales, que la plupart des Amphibiens présentent, au moment des premières flexions du corps chez l'embryon, une irritabilité primitive du tégument qui permet à celui-ci, sans le secours des nerfs, de recevoir et de conduire les excitations sur toute son étendue; j'ai constaté, de plus, qu'il existe dans la région antérieure du tronc une liaison neuro-ectodermique, qui permet le passage des excitations du domaine aneural dans le système nerveux et de là dans les muscles, de telle sorte qu'une piqûre faite dans un territoire ectodermique aneural détermine une réponse musculaire réflexe; ainsi, la piqûre de l'extrémité caudale, chez un embryon dont on a enlevé la moelle, sauf au niveau du quart antérieur du tronc, réservé pour la réponse, provoque un mouvement de la tête.

Cependant cette réaction neuro-musculaire, qui témoigne de l'irritabilité aneurale de l'ectoderme, apparaît tard dans le développement; elle ne s'observe chez *Rana temporaria* qu'au stade où le corps se fléchit en V, et d'autre part, à son apparition, la conduction ectodermique se montre étendue d'emblée à toute la surface du tégument. On pouvait, dès lors, se demander si l'irritabilité aneurale de l'ectoderme existe avant que soit établie la jonction neuro-ectodermique qui permet le passage de l'excitation dans le domaine neuro-musculaire. J'ai cherché à vérifier cette hypothèse en utilisant le déplacement ciliaire comme moyen de mesure de l'irritabilité ectodermique.

J'ai pris comme test le déplacement ciliaire d'embryons entiers ou de queues isolées, effectué sur le fond lisse et horizontal d'un cristallisoir; il débute avant la première contraction, quand l'extrémité postérieure de l'embryon devient anguleuse et va former la queue. Les embryons sortis de l'eau courante à 10°-12° C. sont examinés à une température de 15° à 16° C.

Les interventions sont pratiquées dans l'eau de source, additionnée de traces de $CaCl^2$ et de KCl. Le procédé d'excitation consiste en piqûres localisées, pratiquées à l'aide d'une aiguille fine, en prenant la précaution de soutenir le côté opposé à la piqûre afin d'éviter l'ébranlement général du corps. Les résultats ont été classés en trois groupes, suivant qu'ils ont été obtenus avant, pendant ou après la période de l'irritabilité ectodermique aneurale reconnue par la réaction musculaire réflexe.

(¹) Wintrebert, *Comptes rendus de la Soc. de Biologie*, t. 67, 1904, p. 645; t. 69, 1905, p. 58. — *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 408, 583 et 680.

1° *Avant l'obtention d'une réaction musculaire à la piqûre de l'extrémité caudale.* — Cette phase du déplacement ciliaire commence à l'apparition de la queue et s'étend jusqu'au moment où les flexions s'exécutent à angle aigu.

a. Au stade où la queue s'ébauche, avant tout mouvement, l'embryon couché sur l'un des flancs, le dos au fond, s'avance en basculant la tête vers le bas et en relevant l'extrémité postérieure du côté dorsal. Si l'on pique l'ébauche caudale quand l'embryon se déplace, le déplacement acquiert une vitesse double; si l'embryon est immobile, le déplacement ciliaire reprend.

b. Dix embryons, artificiellement sortis de la coque au stade des premiers mouvements, possédant une languette caudale inerte coudée d'un côté, sont renversés sur l'autre côté. On pique le bout caudal soulevé; 7 d'entre eux manifestent une accélération très nette du déplacement.

La queue dressée ne participant pas au cheminement de l'embryon, l'accélération constatée ne tient pas au battement des cils de la région piquée, mais est provoquée à distance; elle n'est pas toujours immédiate et ne s'affirme souvent qu'après 2 à 3 secondes; elle n'atteint parfois son maximum qu'au bout de 5 secondes, mais elle peut durer 4 à 5 minutes. L'accroissement de vitesse ne modifie pas l'orientation du déplacement.

c. Deux embryons sans contraction et quatre dont le corps se coude à angle droit subissent une section annulaire de l'ectoderme au devant de la queue; la piqûre du bout caudal, après cette opération, reste sans effet sur la progression ciliaire.

2° *Pendant la période du réflexe ectodermo-neuro-musculaire.* — *a.* La piqûre de l'extrémité caudale chez les embryons normaux détermine souvent à la fois une contraction et un déplacement ciliaire plus rapide; le fait s'observe nettement sur des embryons qui se fléchissent en V. Cependant la piqûre de la queue détermine parfois isolément soit l'une, soit l'autre de ces réactions; par exemple, des embryons piqués au repos ont une contraction musculaire non suivie d'un déplacement ciliaire; d'autres, piqués de la queue au cours d'un déplacement ciliaire, manifestent d'abord une accélération de ce déplacement et se contractent ensuite.

b. A un stade plus avancé, les contractions deviennent gênantes pour l'observation du déplacement ciliaire. On les supprime soit par une chlorétonisation (0,03 pour 100), soit par des sections transverses multiples de la moelle et des myotomes; on examine aussi des queues isolées. Dans ces conditions, la stimulation du bout caudal provoque une accélération notable du cheminement existant, ou le départ, soit de l'embryon, soit du fragment, quand ils sont immobiles.

3° *Après la cessation de toute réponse neuro-musculaire à l'excitation d'un territoire aneural.* — La disparition de cette réaction a lieu quand la longueur de la queue dépasse la moitié de la longueur du corps. C'est à cet âge aussi que cesse la liaison entre les différentes cellules vibratiles de l'ectoderme. Ainsi les embryons chlorétonés, qui ont une longueur de $7^{mm},5$, avec une queue de $3^{mm},5$, présentent encore dans leur cheminement ciliaire, après quelques piqûres du bout caudal, une accélération progressive de vitesse atteignant son maximum en 4 à 5 secondes, mais la plupart des embryons qui ont $8^{mm},25$ de longueur totale, dont $4^{mm},25$ pour la queue, ne montrent plus cette accélération après la stimulation caudale. Cependant, un déplacement ciliaire léger persiste au delà de cet âge jusqu'à l'operculisation presque complète de la région branchiale ($11^{mm},5$ l. t. — $6^{mm},75$ l. q.); mais à cette époque,

l'activité des cellules ciliées n'est plus influencée dans son ensemble par des excitations localisées de l'ectoderme et seul un ébranlement général, qui stimule à la fois toutes les régions vibratiles, est capable, pour un temps du reste très court, d'augmenter la rapidité du déplacement.

Conclusion. — Grâce au cheminement ciliaire de l'embryon, l'irritabilité aneurale de l'ectoderme peut être décelée avant la période des contractions musculaires. Elle apparaît dès que l'embryon se déplace; elle finit au moment où la réponse musculaire réflexe cesse elle-même d'être obtenue par l'excitation d'un territoire ectodermique libéré de l'influence nerveuse.

PHYSIOLOGIE. — *Tension superficielle et antianaphylaxie.* Note (1) de M. W. KOPACZEWSKI, présentée par M. d'Arsonval.

Dans notre dernière Note (2) nous avons essayé d'expliquer le mécanisme de l'action antianaphylactique de l'hyposulfite de soude, signalé par M. A. Lumière. L'auteur attribuait cette action à la dispersion du floculé, formé par l'action du sérum d'animal normal sur le sérum sensibilisé. Tout en adhérant à notre théorie de floculation, M. A. Lumière faisait des réserves sur le rôle de la tension superficielle dans la suppression de tous les chocs par contact. Voici quelle était notre argumentation :

1° Le rôle de la tension superficielle dans la floculation colloïdale ne peut pas être nié; en effet la floculation d'un colloïde par un autre, de signe électrique opposé, ne se produit pas, lorsque, préalablement, on diminue la tension superficielle, ou lorsqu'on augmente la viscosité. C'est un fait reconnu exact.

2° Le rôle de la tension superficielle dans la suppression du choc anaphylactique est, semble-t-il, démontré par l'emploi de nombreuses substances, les plus hétéroclites, mais ayant toutes un seul caractère commun, la diminution de la tension superficielle (3).

3° La conclusion de M. A. Lumière que l'hyposulfite de soude disperse le floculé, formé *in vivo* comme *in vitro*, n'est pas justifiée, puisque l'hyposulfite était introduit *avant l'injection déchaînante et non après;* elle ne pouvait donc qu'empêcher la floculation de se produire.

4° Aux réserves théoriques de M. Lumière nous avons opposé les mesures de la tension superficielle, effectuées à l'aide de la méthode stalagmométrique et avec un appareil perfectionné de notre construction (4). Ces mesures établissaient nettement que l'hyposulfite de soude diminue la tension superficielle du sérum.

Dans une Note toute récente (5) M. A. Lumière donne les résultats de

(1) Séance du 29 mars 1921.

(2) W. KOPACZEWSKI, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 372.

(3) W. KOPACZEWSKI et A.-H. ROFFO, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1409.

(4) W. KOPACZEWSKI, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 723.

(5) A. LUMIÈRE, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 544.

ses propres mesures de la tension superficielle et arrive à la constatation que l'hyposulfite de soude augmente cette constante du sérum.

A ce sujet nous devons faire les remarques suivantes :

1° Il est avéré que la méthode employée par M. A. Lumière (ascension dans les tubes capillaires) est susceptible de donner des résultats imprécis ; ainsi la tension superficielle très basse de l'oléate de soude, mesurée à l'aide de cette méthode, est plus grande que celle de l'eau distillée (79,0 dynes par centimètre) (¹). La température, l'évaporation, la propreté absolue du tube capillaire, la mesure exacte du diamètre de ce tube ont, dans cette méthode, une importance capitale.

De plus, cette méthode porte en elle-même une erreur théorique, puisqu'il résulte de travaux de Mathieu que la densité des liquides dans les tubes capillaires devient plus faible.

2° Les chiffres obtenus par M. A. Lumière sont en désaccord avec les constantes connues, établies à l'aide de méthodes physiques, compliquées mais exactes. Ainsi la tension superficielle de l'eau distillée donnée par l'auteur (72,69) est la plus faible qu'on ait jamais observée (Weinberg, 79,0; Lecomte du Nouy, 76,0; Frenkel, 75,8; Chwolson, 75,5; Traube, 75,0; Brunner, 74,0). La même remarque doit être faite au sujet de la tension superficielle du sérum, quoique l'auteur ne mentionne pas l'espèce animale. Toutefois pour le sérum de cheval, Maraghini donne 62,3 dynes par centimètre et le sérum de cet animal possède la tension superficielle la plus faible parmi celui des animaux d'expériences, ainsi que cela résulte de nos observations personnelles. La différence entre ces chiffres et ceux de M. A. Lumière (51,8 dynes par centimètre) est tellement considérable que, seule, la méthode employée peut expliquer cet écart. Il est indubitable que l'emploi d'une méthode scientifique rigoureuse permettra à l'auteur de rectifier ces chiffres.

3° Le dernier argument de M. A. Lumière, la possibilité de supprimer le choc par contact au moyen de certains hypnotiques qui augmentent la tension superficielle (l'auteur ne les nomme pas), ou bien de provoquer le choc malgré la diminution préalable de la tension superficielle (les détails ne sont pas mentionnés), est passible de la même objection : inexactitude des mesures.

Malgré toutes ces objections, M. A. Lumière soutient que « dans le choc anaphylactique vrai le phénomène de floculation s'accompagne inévi-

(¹) Lecomte du Nouy, *La Nature*, 4 janvier 1920.

tablement d'augmentation de la tension superficielle ». Mais plus loin il déclare que « les variations de la tension superficielle... sont donc des phénomènes qui accompagnent la floculation ou lui sont consécutifs, sans constituer la cause du choc, qui, *d'après nos expériences*, proviendraient principalement de la présence dans les vaisseaux d'éléments floculés ».

Tout d'abord faisons une rectification : La floculation micellaire a été signalée par nous déjà en 1914 au sujet du choc humoral, provoqué par le sérum mis en contact avec les suspensions bactériennes, la gélose ou la pectine, et les documents ultramicroscopiques obtenus avec le concours de M. Comandon en ont été présentés à la Société de Biologie ([1]). En 1917 nous avons énoncé notre théorie de choc par contact et soutenu que ce choc résulte d'une rupture d'équilibre micellaire suivie d'une floculation ; les termes sont aujourd'hui très fréquemment et textuellement cités : souvent avec l'omission de guillemets ([2]). Notons que le premier travail de M. A. Lumière sur l'anaphylaxie date d'octobre 1920.

Quant au *meritum* de la question, l'opinion de l'auteur que la cause du choc proviendrait de la présence dans les vaisseaux d' « éléments floculés » n'explique rien, car on doit se demander de suite *quelle est la cause de la formation de ces « éléments floculés »*? Or c'est justement dans l'intervention de la tension superficielle, de la viscosité et de la charge électrique qu'on trouve l'explication de la formation de ces floculations micellaires.

Nous ne prétendons pas, et nous n'avons jamais prétendu que la tension superficielle, ou la viscosité, ou la charge électrique agissent seules, et nous avons souligné que ces forces peuvent agir et probablement agissent ensemble, quoiqu'il ne manque pas d'indices que le choc puisse résulter d'une diminution notable de la tension superficielle du sang, par les savons, sels biliaires, etc. (Billard, Thiele et Embleton), par exemple. Toutefois il était plausible d'admettre que l'action de ce sel s'expliquât par une propriété nouvelle, en dehors de la tension superficielle ou de la viscosité. Et cela ne saurait pas être *a priori* en contradiction avec notre théorie de la floculation.

Le dernier point soulevé par M. Lumière concerne l'identité de tous les phénomènes du choc par contact. M. A. Lumière soutient que leur cause primitive et leur mécanisme sont semblables. Nous ne pouvons pas aborder ici la différentiation de tous les phénomènes du choc; mais une diffé-

([1]) W. Kopaczewski et S. Mutermilch, *Soc. Biol.*, juillet 1914.
([2]) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 803.

rence capitale saute aux yeux en ce qui concerne le choc par injection de colloïdes étrangers, provoquant la floculation micellaire *in vivo*, et le choc par l'injection de suspensions, dont les particules obstruent mécaniquement les capillaires. Les arguments de M. A. Lumière en faveur de l'identité de ces deux phénomènes sont peu convaincants, car tantôt ils semblent contredire les faits établis (l'auteur soutient que les vaso-constricteurs suppriment les chocs anaphylactiques), tantôt ils sont très vagues et ne donnent aucune précision sur la nature des substances, les chiffres, les doses, etc. Sur ce point, M. A. Lumière nous apportera probablement des détails.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur l'Azotobacter.* Note de M. **Kayser**, présentée par M. P. Viala.

Dans notre précédente Note [1] nous avons étudié l'influence des alternances de coloration sur le fixateur d'azote; nous avons voulu voir comment il se comportait à différents moments de sa culture et comment il était influencé par la température.

Un milieu mannité contenant 2,3 pour 100 de mannite et les sels habituels a été réparti entre six récipients coniques et stérilisé; trois vases ont été ensemencés avec une culture provenant d'une conserve jaune, les trois autres avec une culture provenant d'une conserve bleue; deux conserves de chaque couleur ont été placées à l'étuve à 27°; les deux autres ont été abandonnées au laboratoire à la température ambiante, variant de 8° à 16°.

On a procédé à l'analyse d'une culture de chaque coloration de l'étuve après 13 jours; les quatre autres comprenant deux cultures placées à l'étuve et les deux placées au dehors ont été analysées après 26 jours, soit après une période de durée double.

Coloration.	Température.	Durée en jours.	Mannite brûlée.	Azote fixé.	Azote fixé par gramme de mannite brûlée.	Par jour. Mannite brûlée.	Moyenne.	Azote fixé.	Moyenne.
			Première période.						
	°		g	mg	mg	mg		mg	mg
Jaune......	27	13	0,414	4,128	9,88	31	31,5	0,317	0,413
Bleue......	27	13	0,420	4,501	10,71	32		0,346	
			Deuxième période.						
Jaune......	27	13	1,441	6,351	4,407	110	116	0,489	0,475
Bleue......	27	13	1,610	6,102	3,790	123		0,461	

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 183.

Coloration.	Tempé-rature.	Durée en jours.	Mannite brûlée.	Azote fixé.	Azote fixé par gramme de mannite brûlée.	Par jour. Mannite brûlée.	Moyenne.	Azote fixé.	Moyenne.
			Première et deuxième périodes.						
	°		g	mg	mg	mg	mg	mg	mg
Jaune......	27	26	1,855	10,479	5,864	71	75	0,403	0,405
Bleue......	27	26	2,030	10,603	5,222	79		0,407	
Jaune......	8°-16°	26	0,364	4,515	12,400	14	11,5	0,174	0,136
Bleue......	8°-16°	26	0,230	2,570	11,173	9		0,098	

Ces chiffres nous apprennent que les générations des deux conserves se sont comportées sensiblement de la même manière pendant les deux périodes; l'Azotobacter a brûlé presque quatre fois plus de mannite pendant la deuxième période, mais la quantité d'azote assimilé n'a augmenté que de moitié; c'est pendant la première période que l'utilisation par gramme de mannite a été bien meilleure, plus du double de celle pendant la deuxième période.

Si nous examinons les rendements pendant les 26 jours (les deux périodes réunies) aux deux températures, nous constatons qu'au dehors la quantité de mannite consommée est bien plus faible qu'à l'étuve; elle n'atteint même pas le taux de la première période à l'étuve, par contre la quantité d'azote assimilé par gramme de mannite est supérieure à celle des quatre vases placés à l'étuve; signalons encore que l'assimilation par gramme de mannite détruite et surtout l'assimilation azotée totale sont plus élevées, au dehors, pour la couleur jaune que pour la couleur bleue.

Ces constatations ressortent également, si nous mettons en regard les quantités de mannite détruite et d'azote assimilé par jour; ainsi pendant la première période pour une moyenne de 31^{mg},5 de mannite, on a une moyenne de 0^{mg},341 d'azote assimilé; pendant la deuxième période, 116^{mg} de mannite détruite correspondent à 0^{mg},475 d'azote fixé; de même avec six fois moins de mannite détruite à la température ordinaire, la quantité d'azote fixé par jour n'est que trois fois plus faible qu'à l'étuve. A la température ordinaire, le microbe assimile plus lentement, mais utilise mieux l'hydrate offert.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

N° 15.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 11 Avril 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTIONS.

CORRESPONDANCE.

64466 — 4-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et C[ie]
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 16 (18 Avril 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET C[ie], IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont prié de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 AVRIL 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 16 avril 1921, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Émile Borel** pour occuper, dans la Section de Géométrie, la place vacante par le décès de M. *Georges Humbert*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Émile Borel** prend place parmi ses confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **A. Michelson**, Associé étranger, qui assiste à la séance.

CAPILLARITÉ. — *Aplatissement suivant l'axe polaire, par la tension superficielle, d'une goutte liquide, de révolution et sans pesanteur, possédant une vitesse angulaire donnée* ω *de rotation autour de cet axe*. Note de M. **J. Boussinesq**.

I. Parmi les analogies physiques auxquelles pensèrent les théologiens du XIIIe siècle pour s'expliquer la sphéricité de la Terre, il y a celle des gouttes de pluie ou de rosée que l'on voit pendre aux feuilles des arbres, gouttes si bien arrondies surtout après s'être détachées pour tomber en chute libre. Ces théologiens sembleraient donc avoir admis, au moins implicitement, la fluidité primitive de notre Globe, comme le firent d'une manière explicite,

cinq cents ans plus tard, Newton et ses disciples, en recourant à la pesanteur. Or il peut y avoir un certain intérêt théorique à poursuivre la même analogie des gouttes d'eau, mais d'une manière plus précise que ne l'a fait Plateau, jusque dans la question de l'aplatissement polaire du méridien terrestre, en attribuant à la goutte une rotation initiale et, d'ailleurs, une figure devenue permanente.

II. Adoptons, dans un plan méridien de la goutte, un demi-axe équatorial, a, comme axe d'abscisses x, et un demi-axe polaire, b, comme axe d'ordonnées y. De plus, pour fixer les idées et simplifier, supposons non volatile et isolée dans l'espace, ou même soustraite à toute action extérieure, notre goutte liquide, dont nous ferons enfin la densité égale à 1. A la face interne de la couche superficielle (de révolution), la pression p, due entièrement à la tension constante f de celle-ci, sera, comme on sait, le produit de $2f$ par la *courbure moyenne* de cette couche, courbure ayant, parmi ses expressions connues, celle-ci,

$$\frac{1}{2x}\frac{d}{dx}\left(\frac{xy'}{\sqrt{1+y'^2}}\right), \tag{1}$$

en tous les points (x, y) du demi-méridien situé du côté des x positifs.

Comme l'inertie (*force centrifuge*) sera, par unité de volume, $\omega^2 x$, suivant les x positifs, les équations d'Euler exigeront une pression p constante le long de toute parallèle à l'axe des y, et croissante avec x, aux divers points tant intérieurs que superficiels du demi-plan méridien en question, comme la fonction primitive de $\omega^2 x$. En appelant ι le rayon de courbure du méridien, et, en particulier, ι_0 ce qu'il devient au pôle ($x = 0, y = b$) de la couche superficielle, *ombilic* où l'inverse de ι_0 exprime justement la courbure moyenne (1), $\frac{2f}{\iota_0}$ sera la pression intérieure au pôle; et elle s'accroîtra de $\frac{\omega^2}{2}x^2$ partout ailleurs. Tout le long du demi-méridien à ordonnée y, où p se réduit au produit de $2f$ par (1), il viendra donc après division par f, *comme équation différentielle seconde du méridien*,

$$\frac{2}{\iota_0} + \frac{\omega^2}{2f}x^2 = \frac{1}{x}\frac{d}{dx}\left(x\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}\right). \tag{2}$$

Multipliée par $x\,dx$ et intégrée, celle-ci donne, si C désigne la constante arbitraire introduite,

$$x\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}} = \frac{x^2}{\iota_0} + \frac{\omega^2}{8f}x^4 + C. \tag{3}$$

M. Globa-Mikhaïlenco, qui est, ce semble, le premier géomètre ayant abordé ces sortes de questions, a donné, dans sa Thèse de doctorat d'Université ès sciences mathématiques, cette équation (3), et a montré, en la résolvant par rapport à y', puis intégrant une fois de plus, que le méridien est une courbe dont l'ordonnée égale une certaine intégrale hyperelliptique de l'abscisse x, où figure sous le signe $\int$, en dénominateur, un radical carré portant sur un polynome pair du huitième degré. C'est que M. Globa considère une goutte adhérant à un solide tournant qui l'entraîne, cas où la couche superficielle n'a pas de point sur l'axe $x = 0$.

Mais, ici, il y a deux pôles où s'annule, avec x, le premier membre de (3); et le second membre y donne $C = 0$. Alors, en supprimant partout un facteur x et élevant au carré, il vient

$$\frac{y'^2}{1+y'^2} = \frac{x^2}{\varepsilon_0^2}\left(1+\frac{\omega^2\varepsilon_0}{8f}x^2\right)^2.$$

Isolons y'^2, puis extrayons la racine carrée *négative* des deux membres, pour nous borner au *premier* quart du méridien (compris dans l'angle des coordonnées positives) où y', nul au pôle, décroît jusqu'à $-\infty$, en allant vers l'équateur où $x = a$, tandis que y a diminué de b à zéro. En posant finalement, pour abréger,

$$(4) \qquad u = \frac{x^2}{\varepsilon_0^2}\ (\text{ou } x = \varepsilon_0\sqrt{u}) \qquad \text{et} \qquad \omega\sqrt{\frac{\varepsilon_0^3}{8f}} = k,$$

nous aurons l'équation cherchée du méridien :

$$(5) \qquad y = b - \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{\frac{x^2}{\varepsilon_0^2}} \frac{(1+k^2u)\,du}{\sqrt{1-u(1+k^2u)^2}}.$$

L'ordonnée y s'y exprime par une intégrale elliptique du carré x^2 de l'abscisse.

III. Les deux rayons, équatorial a et polaire b, se détermineront en écrivant que, pour $x = a$, la tangente est parallèle à l'axe des y, ou que la quantité placée sous le radical du dénominateur s'annule. On a donc tout à la fois, grâce, finalement, à l'extraction d'une racine carrée positive,

$$(6) \qquad \alpha(1+k^2\alpha^2) = 1 \left(\text{où } \alpha = \frac{a}{\varepsilon_0}\right), \qquad b = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{\alpha^2} \frac{(1+k^2u)\,du}{\sqrt{1-u(1+k^2u)^2}}.$$

On commencera, ε_0 et k étant censés connus, par évaluer la racine positive α de la première (6); puis la dernière (6) fera connaître b.

Il nous suffira ci-après, où k^2 sera supposé très petit relativement à l'unité, et, par suite, α peu inférieur à 1, de faire dans la première (6) $\alpha = 1 - \varepsilon$ (d'où $\alpha^3 = 1 - 3\varepsilon$), puis de négliger εk^2 devant k^2, pour trouver

$$(7) \qquad \varepsilon = k^2 \quad \text{ou} \quad \alpha = 1 - k^2.$$

D'autre part, pour étudier de plus près la courbe (5), nous remplacerons, au second membre de (5), b par sa valeur (6), qui donnera comme relation entre y et x la formule

$$(8) \qquad y = \frac{\iota_0}{2} \int_{\frac{x^2}{\iota_0^2}}^{\alpha^2} \frac{(1 + k^2 u)\, du}{\sqrt{1 - u(1 + k^2 u)^2}}.$$

IV. Mais, supposant k^2 assez petit, essayons de développer les seconds membres de la dernière (6) et de (8) suivant ses puissances successives. A cet effet, posons, dans (8), $u = v^2$ afin d'avoir, aux deux limites, inférieure et supérieure, x et α au lieu de leurs carrés. Il viendra $du = 2v\,dv$ et la rélation (8) prendra la forme

$$(9) \qquad y = \iota_0 \int_{\frac{x}{\iota_0}}^{\alpha} \frac{v(1 + k^2 v^2)\, dv}{\sqrt{1 - v - k^2 v^3}\sqrt{1 + v + k^2 v^3}}.$$

Le trinome placé sous le premier radical se dédoublera lui-même en deux facteurs, si l'on y remplace le terme constant 1, d'après la première (6), par $\alpha + k^2\alpha^3$; car ce trinome devient alors

$$(\alpha - v)[1 + k^2(\alpha^2 + \alpha v + v^2)],$$

et la relation (9) pourra s'écrire

$$(10) \qquad y = \iota_0 \int_{\frac{x}{\iota_0}}^{\alpha} \frac{v\, dv}{\sqrt{(\alpha - v)(1 + v)}} \times [1 + k^2 v^2][1 + k^2(\alpha^2 + \alpha v + v^2)]^{-\frac{1}{2}} \left[1 + k^2 \frac{v^3}{1 + v}\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Or, sous le signe $\int$, les puissances des expressions entre crochets, à premier terme 1, sont développables, par la formule du binome de Newton, en séries convergentes procédant suivant k^2, k^4, ...; après quoi leur produit l'est de même. On n'aura donc plus à intégrer que des différentielles algébriques ne contenant aucune autre irrationnelle que le radical

$$\sqrt{(\alpha - v)(1 + v)}.$$

Et en donnant, par exemple, à ce radical la forme $(\alpha - v)t$, il ne restera à intégrer que des différentielles rationnelles en t.

Bornons-nous au cas où sont négligeables les termes en k^4, k^6, ..., et où, par suite, dans les termes en k^2, α se trouve réductible à sa première valeur approchée 1. Il vient alors, par des simplifications immédiates donnant, sous le signe $\int$, le trinome $1 - \frac{k^2}{2} - \frac{k^2}{2}\frac{v}{1+v}$ comme produit des facteurs où figure k^2, et si l'on se contente d'abord de faire $x = 0$ à la limite inférieure,

$$(11) \qquad b = 2 r_0 \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \int_{\sqrt{\frac{1}{\alpha}}}^{\infty} \frac{(\alpha t^2 - 1)\, dt}{(t^2 + 1)^2} - r_0 k^2 \int_1^{\infty} \frac{(t-1)^2\, dt}{t(t^2+1)^2}.$$

Ici, le premier terme du second membre donne, toutes réductions faites,

$$r_0 \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \left[\sqrt{\alpha} - (1-\alpha) \operatorname{arc\,tang} \sqrt{\alpha}\right] = r_0 (1 - 2k^2),$$

la dernière expression résultant de la substitution de $1 - k^2$ à α. Quant à la seconde intégrale définie, elle a pour valeur $\frac{1}{2}(1 + \log 2) - \frac{\pi}{4}$, où $\log 2$ est népérien et égale 0,69315. Il vient ainsi l'expression approchée du demi-axe polaire b du méridien :

$$(12) \qquad b = r_0 (1 - 2{,}06117 k^2); \qquad \text{d'où aplatissement } \frac{a-b}{a} = 1{,}06117 k^2.$$

V. Enfin l'expression (4) de k dépend de la vitesse angulaire ω et du rayon r_0 de courbure au pôle ou, ce qui revient au même, de la pression intérieure p_0 sous le pôle. Or, ici où la pression est supposée nulle au dehors, ses variations dans l'intérieur se régleront d'après le volume plus ou moins grand, d'ailleurs invariable, de la goutte.

Nous nous donnerons ce volume par le rayon R qu'elle a *quand sa forme est sphérique*.

Évaluons-le en fonction de ω et de r_0. L'élément naturel en est (pour le demi-volume) la couche circulaire $\pi x^2\, dy$, de base πx^2 perpendiculaire à l'axe des y, et de hauteur dy, intervalle de deux couches élémentaires consécutives, depuis l'équateur $y = 0$ jusqu'au pôle $y = b$. Or, l'intégrale définie (8), différentiée par rapport à sa limite inférieure, en continuant à y appeler, pour abréger, $r_0^2 u$ le carré de x, donne, d'une part, $x^2 = r_0^2 u$ et, d'autre part, dy, que l'on prendra, comme du, en valeur absolue. Le demi-

volume étant $\frac{2}{3}\pi R^3$, une multiplication par $\frac{3}{2\pi r_0^3}$ donnera finalement

$$(13)\qquad \left(\frac{R}{r_0}\right)^3 = \frac{3}{4}\int_0^{\alpha^2} \frac{u(1+k^2u)\,du}{\sqrt{1-u(1+k^2u)^2}}.$$

Les réductions ordinaires des *différentielles polynomes* ramènent cette dernière intégrale à celle dont nous avons fait le calcul approché au n° IV précédent. Elles conduisent, en effet, à la formule de réduction, que vérifient des différentiations immédiates :

$$(14)\qquad \int \frac{u(1+k^2u)\,du}{\sqrt{1-u(1+k^2u)^2}} = -\frac{2}{3k^2}\sqrt{1-u(1+k^2u)^2} - \frac{1}{3k^2}\int \frac{(1+k^2u)\,du}{\sqrt{1-u(1+k^2u)^2}}.$$

En évaluant par celle-ci le second membre de l'équation (13), puis tenant compte de la dernière (6), il vient exactement, entre les trois rayons R, r_0, b, la relation simple

$$(15)\qquad \left(\frac{R}{r_0}\right)^3 = \frac{1}{2k^2}\left(1 - \frac{b}{r_0}\right),$$

que la valeur approchée (12) de b transforme en celle-ci :

$$(16)\qquad \left(\frac{R}{r_0}\right)^3 = 1,0306 \qquad \text{ou} \qquad r_0 = 0,99\,R.$$

Ainsi, le rayon polaire r_0 de courbure du méridien se trouve inférieur, d'un centième environ, au rayon R de la goutte censée sphérique. La raison en est dans un certain élargissement des zones circumpolaires ou, du moins, assez notablement distantes de l'équateur; car, même le renflement équatorial est, ici, très réduit, le rayon a de l'équateur, exprimé par $r_0(1-k^2)$, n'atteignant pas r_0, ni, à plus forte raison, R.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Application de la méthode biochimique de recherche du glucose à l'étude des produits de l'hydrolyse fermentaire de l'inuline.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel** (1).

Bien que l'inuline soit un hydrate de carbone très répandu dans la nature et d'une préparation relativement facile, on n'est pas encore d'accord, à

(1) Ce travail a été commencé en commun dans le courant de 1920. La mort de mon regretté maître est survenue avant son complet achèvement, les derniers résultats n'ayant été obtenus qu'en février 1921. J'ai cru néanmoins pouvoir le publier sous nos deux noms puisque telle avait été la pensée de M. Bourquelot. — M. B.

l'heure actuelle, sur sa composition exacte, les uns prétendant qu'elle ne fournit, à l'hydrolyse, que du fructose *d*, les autres qu'elle donne, en même temps, une certaine quantité de glucose *d*, quantité différant d'ailleurs avec les auteurs.

En relisant les Mémoires publiés sur ce sujet, ce qui frappe, c'est que les auteurs qui pensent que l'inuline renferme du glucose ont hydrolysé cet hydrate de carbone au moyen des acides, tandis que ceux qui n'ont trouvé que du fructose *d* comme produit d'hydrolyse ont eu recours à une hydrolyse fermentaire ou ont pris soin de bloquer les oxhydryles libres en les méthylant, avant d'hydrolyser, afin d'empêcher les transformations secondaires.

Il nous a semblé que le procédé biochimique de caractérisation du glucose, que nous avons exposé en 1920 [1], pourrait peut-être élucider la question.

Nous avons montré, entre autres, que dans une solution dans l'alcool méthylique à 70 pour 100 en poids, renfermant, pour 100^{cm^3}, 1^g de glucose et 1^g de fructose, l'émulsine formait du méthylglucoside β dans les mêmes proportions que si le glucose était seul. Nous avons pensé qu'en faisant agir l'émulsine sur une solution méthylique des produits d'hydrolyse de l'inuline, on obtiendrait la formation de méthylglucoside β, si le glucose existait dans ces produits, la formation du glucoside se reconnaissant à une diminution du pouvoir réducteur du liquide.

Dans un essai témoin, nous avons fait agir l'émulsine sur une solution dans l'alcool méthylique à 70 pour 100 renfermant, pour 100^{cm^3}, 1^g de glucose et 12^g de fructose légèrement hydraté. Ce liquide renfermait $12^g,686$ de sucre réducteur, exprimé en glucose, pour 100^{cm^3}. Quand la réaction de l'émulsine a été arrêtée, il n'en renfermait plus que $11^g,680$, soit une diminution de $0^g,826$. Bourquelot et Verdon ont trouvé que dans l'alcool méthylique à 70 pour 100 l'émulsine combine, sur 1^g de glucose, $0^g,826$, ce qui est précisément le chiffre que l'on a trouvé.

Le méthylglucoside β formé a été isolé et caractérisé par son pouvoir rotatoire qui a été trouvé de $\alpha_D = -32^\circ,28$ ($p = 0,2375$, $v = 10$, $l = 2$, $\alpha = -1^\circ 32'$). Le pouvoir rotatoire du méthylglucoside β étant de $\alpha_D = -32^\circ,5$.

Cette expérience montrait que l'on pouvait caractériser sûrement du glucose à côté de 12 parties de fructose. On a appliqué le même procédé aux produits de l'hydrolyse fermentaire de l'inuline.

---

(1) Em. Bourquelot et M. Bridel, *Recherche et caractérisation du glucose dans les végétaux par un procédé biochimique nouveau* (*Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 631).

On a hydrolysé de l'inuline d'*Atractylis* existant au laboratoire et dont une partie avait servi à Bourquelot pour son essai de 1893. D'après Tanret, cette inuline est d'ailleurs identique à celle de dahlia, d'aunée et de topinambour.

On a opéré de la façon suivante :

Expérience I. — On a dissous 15g d'inuline d'*Atractylis*, à 11 pour 100 d'eau, dans quantité suffisante d'eau distillée pour faire 300cm³. A cette solution, on a ajouté 300cm³ de liquide d'*Aspergillus niger* obtenu en suivant les indications de Bourquelot ([1]).

On a laissé la réaction se faire, à la température ordinaire, du 2 août au 21 octobre 1920. On a filtré le 21 octobre. Le liquide accusait une rotation de $-4°8' (l = 2)$ et renfermait 13g,401 de sucre réducteur pour les 600cm³. On a déterminé la matière sèche sur 5cm³, à $+110°$. On a obtenu un résidu fixe pesant 0g,1150. Si l'on calcule le pouvoir rotatoire de ce résidu fixe, on trouve :

$$\alpha_D = -89°,85 (p = 0,1150,\ v = 5,\ l = 2,\ \alpha = -4°8'),$$

c'est-à-dire sensiblement le pouvoir rotatoire du fructose *d*, dans les conditions de l'expérience. Ces chiffres confirment pleinement ceux que Bourquelot avait donnés en 1893 ([2]).

Le liquide filtré a été évaporé à sec, sous pression réduite. On a repris le résidu par 250cm³ d'alcool à 95c bouillant. On a laissé refroidir l'alcool dans le ballon et l'on a décanté le lendemain. On a repris le résidu de la même façon par 50cm³ d'alcool à 95c. On a réuni les deux liquides alcooliques et on les a évaporés à sec sous pression réduite. On a dissous le résidu dans quantité suffisante d'alcool méthylique à 70 pour 100 pour faire 100cm³. La solution ainsi obtenue renfermait 11g,425 de sucre réducteur exprimé en glucose. On a ajouté 1g d'émulsine et l'on a laissé la réaction se faire, à la température ordinaire, du 26 octobre 1920 au 8 janvier 1921. On a dosé de nouveau le sucre réducteur et l'on a retrouvé la même quantité de 11g,425 pour 100cm³.

Il ne s'était donc fait aucune réaction synthétisante, ce qui pouvait tenir à ce que le liquide, ne renfermait pas de glucose ou à ce que l'action de l'émulsine n'avait pu s'opérer dans un tel milieu. Pour élucider ce point important, on a dissous, dans le liquide, une quantité de glucose correspondant à 0g,999 pour 100cm³. On a ajouté 1g d'émulsine et l'on a laissé la réaction se faire, à la température ordinaire, du 11 janvier au 25 février 1921. Le liquide qui renfermait, pour 100cm³, avant l'action de l'émulsine, 12g,424 de sucre réducteur exprimé en glucose, n'en renfermait plus alors

---

([1]) Ém. Bourquelot, *Sur un ferment soluble nouveau dédoublant le tréhalose en glucose* (*Journ. Pharm. Chim.*, 5e série, t. 27, 1893, p. 498).

([2]) Ém. Bourquelot, *Inulase et fermentation alcoolique indirecte de l'inuline* (*Journ. Pharm. Chim.*, 5e série, t. 28, 1893, p. 5).

que 11g,597, soit une diminution de 0g,827 de glucose. La synthèse portant sur 82,6 pour 100 du glucose, on aurait dû constater une diminution de 0g,825. Le méthylglucoside β formé a été isolé à l'état cristallisé.

Il ne peut donc y avoir de doute à cet égard, rien n'empêchait l'action de l'émulsine dans le liquide de l'expérience.

On a fait deux autres expériences semblables, l'une avec la même inuline d'*Atractylis*, l'autre avec de l'inuline de dahlia. Les résultats ont été en tous points comparables à ceux qu'on vient de donner.

En résumé, quand on fait l'hydrolyse de l'inuline au moyen de l'inulase de l'*Aspergillus niger*, on obtient des produits réducteurs qui possèdent sensiblement le pouvoir rotatoire du fructose *d*, et qui ne se combinent pas avec l'alcool méthylique sous l'influence de l'émulsine. En ajoutant du glucose à la solution méthylique de ces produits d'hydrolyse, l'émulsine combine ce glucose à l'alcool méthylique dans les mêmes proportions que s'il était seul en solution.

La conclusion que nous pouvons tirer de ces expériences est que les produits de l'hydrolyse fermentaire de l'inuline ne renferment pas de glucose, l'inuline étant ainsi uniquement constituée par l'union de molécules de fructose.

ENTOMOLOGIE. — *Régénération de pattes à la place d'antennes sectionnées, chez un Phasme.* Note [1] de M. **L. Cuénot**.

Parfois, après amputation d'appendices d'Arthropodes, il repousse sur la blessure un appendice différent de celui qui a été enlevé, et plus ou moins semblable à un autre organe normal de l'espèce, par exemple chez divers Crustacés (*Palinurus, Palæmon*) une antennule à la place d'un œil. Cette régénération hétéromorphique est dite une *homœosis de substitution.* On soupçonnait l'existence de l'homœosis chez les Insectes parce que l'on a trouvé à plusieurs reprises des animaux dont une ou deux antennes étaient terminées par des articles tarsaux avec griffes; Schmit-Jensen [2] vient

[1] Séance du 11 avril 1921.

[2] H.-O. Schmit-Jensen, *Homœotisk Regeneration af Antennen hos en Phasmide, Carausius (Dixippus) morosus* (*Videnskab. Meddel. fra Dansk naturh. Forening i Kjöbenhavn*, 65, 1913, p. 113). — Republié en anglais : *Homœotic regeneration of the antennæ in a Phasmid or Walking-stick* (*Smithsonian Report for* 1914, Washington, 1915, p. 523). — Résumé par Caudell, *Regeneration of antennæ* (*Science*, 40, 1914, p. 352).

récemment d'en signaler un cas tout à fait remarquable chez un Phasme indien, élevé couramment dans les laboratoires, le *Carausius morosus* Brunn. : l'antenne, après section, est remplacée par une patte, ou du moins par une extrémité de patte; cette fois, le fait est hors de doute et peut être vérifié expérimentalement avec facilité. Sans connaître le travail de Schmit-Jensen, paru peu de temps avant la guerre, j'avais reconnu aussi chez la même espèce le phénomène de l'homœosis et commencé son étude, d'autant plus intéressante que le *Carausius* est facile à élever et que son abondante ponte parthénogénétique permet de suivre des lignées pures. Mes observations confirment le travail succinct mais très exact du zoologiste danois, et j'estime qu'elles font progresser la question, tout en étant loin de l'épuiser. Certainement, le *Carausius* deviendra le matériel de choix pour les recherches sur l'homœosis, phénomène rare et capricieux, qui existe chez une espèce et peut manquer chez une autre très voisine, et dont l'interprétation théorique est d'une extraordinaire difficulté.

L'antenne du Phasme (*fig.* I) comprend un article basilaire ou scape, large et plat, que je désignerai comme article n° 1, puis un article n° 2 (pédicule) à peu près cylindrique, et enfin les nombreux articles du flagellum.

Pour obtenir des régénérations hétéromorphiques, il suffit de sectionner transversalement, en leur milieu, les articles 1 ou 2 (*fig.* IV); comme on pouvait le prévoir, la patte hétéromorphique ne se développe dans la perfection qu'après un certain nombre de mues, trois au moins : après la première, la blessure apparaît cicatrisée et terminée par un mamelon très bossué; après la deuxième mue, on reconnaît une patte, bien que sa forme soit encore imparfaite; les articles, irréguliers et tuberculeux, sont mal séparés les uns des autres. Ce n'est qu'après la troisième mue que la patte est parfaitement bien dessinée (*fig.* I et II). Il faut donc pratiquer les sections sur des larves assez jeunes, pour que les organes aient le temps de se développer complètement avant la mue imaginale.

La patte hétéromorphique la plus complète que j'ai obtenue, comme Schmit-Jensen, comprend un tibia et un tarse de 4 articles. Le tibia, toujours inséré sur l'article basilaire de l'antenne reconnaissable à sa forme, est cannelé, avec des poils noirâtres sur les arêtes, rappelant ainsi, en beaucoup plus court, le tibia d'une patte normale; le tarse est tout à fait identique à celui d'une patte régénérée après autotomie : il est tétramère comme celui-ci, et non pentamère comme un tarse de patte normale; le premier article, le plus long, porte une paire de plantules à son extrémité distale, de

même que les deux articles suivants, plus courts; le quatrième article, ovoïde, est terminé par un large empodium et porte deux fortes griffes courbes.

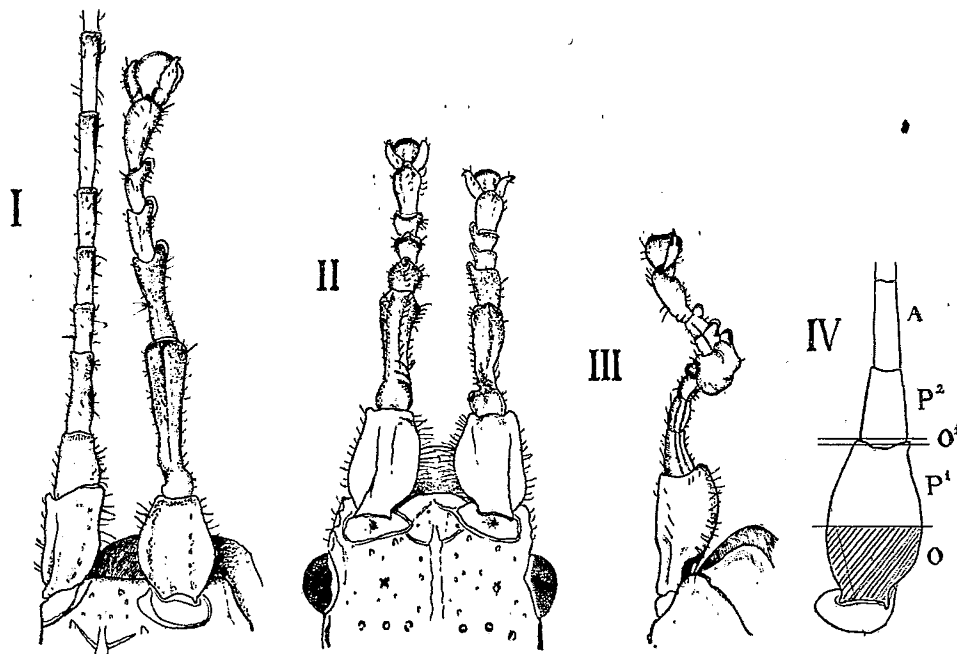


Fig. I. — *Carausius morosus*, imago; chez la larve, l'antenne droite a été sectionnée au travers de l'article n° 2, il a repoussé à la place une patte comprenant tibia et tarse, et mesurant 5mm, depuis son insertion sur l'article basilaire de l'antenne jusqu'au bout des griffes. L'antenne gauche est normale.

Fig. II. — Imago : régénération de pattes après section des deux antennes, au travers de l'article n° 2.

Fig. III. — Imago : après section de l'article n° 2, il a repoussé une formation mixte et incomplète, comprenant à la base deux articles antennaires, puis une masse boursouflée et un tarse muni d'une seule griffe. Vue de profil.

Fig. IV. — Schéma des zones dans l'antenne : A, article n° 3, dont la section est suivie de la régénération d'articles antennaires; O, région de l'article basilaire dont la section n'est suivie d'aucune régénération; O¹, zone de séparation entre les articles 1 et 2, dont la section n'est suivie d'aucune régénération; P¹ et P², parties des articles 1 et 2, dont la section est suivie généralement de la régénération d'une patte plus ou moins parfaite.

On trouve tous les intermédiaires entre ces pattes hétéromorphiques parfaites et un bourgeon bosselé et informe; le tibia peut être à peine représenté ou manquer tout à fait, les articles des tarses se réduisent ou deviennent méconnaissables; enfin il n'est pas rare qu'une griffe seulement se développe à l'extrémité, l'empodium étant présent.

Il semble, d'après la lecture du travail de Schmit-Jensen, qu'il n'a jamais obtenu deux pattes antennaires; c'est évidemment par malechance,

car en pratiquant les sections aux bons niveaux sur les deux antennes, il est très facile d'obtenir l'hétéromorphose des deux côtés (*fig.* II), et de fabriquer ainsi un Insecte à huit pattes.

Très rarement, j'ai obtenu une espèce de patte-antenne (*fig.* III) : l'appendice régénéré comprend, au-dessus de l'article basilaire, une série de deux articles, qui ressemblent tout à fait à ceux d'une antenne, et qui sont suivis par des articles de pattes : d'abord un mamelon bosselé (tibio-tarse), puis trois articles tarsaux terminés par un empodium et une griffe unique; Schmit-Jensen a observé aussi une patte-antenne à quatre articles antennaires.

Plusieurs fois, dans un dixième environ des opérés, il y a eu, chez des Phasmes dont une ou deux antennes avaient été sectionnées au milieu du premier article ou du second, régénération de véritables antennes normales.

M. Gaston Bonnier offre à l'Académie le Tome 32 de la *Revue générale de Botanique* publiée sous sa direction.

M. Lacour-Gayet fait une lecture sur *Bonaparte, Membre de la Première Classe de l'Institut national des Sciences et des Arts*.

NOMINATIONS.

Le Comité du centenaire de la mort de Napoléon Ier invite l'Académie à se faire représenter à la séance qui se tiendra à la Sorbonne le mercredi 4 mai en l'honneur des *Institutions civiles de Napoléon*.

MM. les Membres du Bureau et M. A. Mesnager sont désignés pour représenter l'Académie.

CORRESPONDANCE.

Le Comité du six-centième anniversaire de la mort de Dante Alighieri invite l'Académie à se faire représenter à la cérémonie commémorative qui aura lieu, en l'Eglise Saint-Séverin, le 27 avril prochain.

Le **Royal Sanitary Institute** invite l'Académie à se faire représenter au Congrès qui se tiendra à Folkestone du 20 au 23 juin 1921.

(Renvoi à la Section de Médecine.)

M. **Marcel Delépine** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Chimie, par le décès de M. *Émile Bourquelot.*

M. le **Sous-Secrétaire d'État de l'Aéronautique et des Transports aériens** adresse le *Programme général des études de Physique et de Mécanique intéressant le Service technique et de l'Aéronautique* et invite les savants qui seraient désireux de collaborer à la réalisation de ce programme à se faire connaître.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

1° *Précis de Médecine légale*, par A. Lacassagne et Étienne Martin. (Présenté par M. Widal.)

2° H. Ollivier. *Cours de Physique générale.* Tome I : *Unités C. G. S. et M. T. S. Gravitation. Électricité et Magnétisme. Ions et électrons. Symétries.* (Présenté par M. J. Violle.)

3° *Cours de Mécanique appliquée.* Tome II : *Statique graphique et résistance des matériaux*, par Louis Roy.

4° *Étude sur les doublets élastiques*, par A. Thuloup. (Présenté par M. Bertin.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Courbes algébriques non unicursales à torsion constante.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. J'ai indiqué de nombreuses courbes algébriques $\mathcal{C}$ à torsion constante, de genre arbitraire, réelles ou imaginaires [1]. Nous savons que

[1] *Annales de l'École Normale*, 1919 et 1920; *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 321 et 613.

les courbes $\mathcal{A}$, *réelles ou imaginaires*, donnent *toutes* les surfaces *réelles* applicables sur le paraboloïde de révolution, et, qu'à titre d'asymptotiques des surfaces à courbure totale constante, positive ou négative, elles jouent un rôle important dans la détermination de ces surfaces. Aussi, les courbes $\mathcal{A}$ non unicursales que j'ai citées étant toutes du type hyperelliptique, je me débarrasse de cette restriction qui n'avait rien d'essentiel et je donne de nouveaux exemples pour lesquelles les coordonnées d'un point courant s'expriment rationnellement au moyen de deux variables x, y liées par la relation $y^n = x^{m+1} - x$, m et n étant soit entiers, soit fractionnaires, $\gtrless 0$. Ces exemples sont tous imaginaires; je donnerai bientôt des types réels différents.

La recherche d'une courbe $\mathcal{A}$ algébrique revient à tracer sur la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ une courbe algébrique $\mathcal{B}$ lieu du point (c, c', c'') telle qu'en posant $u = \frac{c + ic'}{1 - c''}$, $v = -\frac{c + ic'}{1 + c''}$ les trois intégrales $\int \frac{du}{(u - v)^2}$, $\int \frac{v\,du}{(u - v)^2}$, $\int \frac{v^2\,du}{(u - v)^2}$ prises le long de $\mathcal{B}$ soient algébriques.

2. Restant dans l'esprit de ma Note du 2 février 1914, j'écris

$$(1) \qquad \begin{cases} u^n = n(p^{m+1} - p), \qquad v = u + \dfrac{K}{\theta}, \\ \theta = A_1 p^{hm+s} + A_2 p^{(h-1)m+s} + \ldots + A_{h+1} p^s, \end{cases}$$

m, n, s étant soit entiers, soit fractionnaires, $\gtrless 0$, h un entier positif, les A et K des constantes. Les trois intégrales en question sont algébriques, *quel que soit* K, si les cinq intégrales $\int \theta\,du$, $\int \theta u\,du$, $\int \theta^2\,du$, $\int \theta^2 u\,du$, $\int \theta^2 u^2\,du$ sont algébriques. En posant $I_{r,k} = \int u^{-k} p^r\,dp$, la formule de récurrence

$$(2) \qquad [nr + (m+1)(n-k)] I_{m+r,k} - [nr + n - k] I_{r,k} = p^r u^{n-k}$$

montre que (si $n \neq 1$, 2 ou 3) les coefficients $A_1, A_2, \ldots, A_{h+1}$ sont liés par cinq relations homogènes, dont deux linéaires et trois quadratiques. Si $h \geq 5$ on trouve des solutions $\mathcal{A}$ à $h - 4$ arbitraires; si l'on élimine deux A, le calcul revient à trouver les points communs à trois quadriques de l'espace à $h - 2$ dimensions. Il peut exister certaines solutions impropres, évidentes *a priori*, et alors la recherche se simplifie encore : ainsi, pour $h = 5$, $s = 0$, $m = 2$, la solution impropre $\theta = \lambda u^{2n} + \mu$ (λ, μ constantes arbitraires) montre que les trois quadriques de l'espace ordinaire ont une droite commune à éliminer et il reste quatre solutions et non plus huit; en supposant de

plus $n = 4$, le genre obtenu est 3, le plus faible possible, puisqu'il s'agit de courbes non hyperelliptiques.

Pour $n = 3$, l'intégrale $\int \theta^2 u^2\,du$ est automatiquement algébrique, une relation quadratique disparaît; pour $h \geqq 4$, on a des solutions à $h - 3$ arbitraires; pour $h = 4$, on est ramené à trouver les points communs à deux coniques; pour $h = 5$, on est ramené à l'intersection de deux quadriques de l'espace ordinaire et si de plus $m = 3$, $s = 0$, la solution impropre $\theta = \lambda u^2 + \mu$ fournit une droite commune à rejeter; sur le reste de l'intersection on peut alors exprimer les A rationnellement au moyen d'une arbitraire K′ et les courbes $\mathcal{B}$ obtenues sont de genre 3, dépendent des deux arbitraires K et K′.

Pour $n = 2$, le procédé réussit encore et donne cette fois des courbes hyperelliptiques, on n'a à étudier que les trois intégrales $\int \theta\,du$, $\int \theta^2\,du$, $\int \theta^2 u^2\,du$. Enfin, pour $n = 1$, les formules (1) donnent *explicitement sans calcul* des courbes et unicursales.

3. La recherche des courbes algébriques à torsion constante conduit, en général, à des calculs inextricables; pour le type adopté ici, les calculs se réduisent presque au minimum et se font sans effort. Mais, avec un choix convenable des nombres m, n, s, h, on peut encore diminuer les calculs. La formule de récurrence (2) montre, en effet, que si le coefficient de gauche $nr + (m+1)(n-k)$ est nul, la série d'intégrales $I_{r,k}$, $I_{r-m,k}$, $I_{r-2m,k}$, ... est algébrique, la série $I_{r+m,k}$, $I_{r+2m,k}$, ... transcendante. Si le coefficient de droite $nr + n - k$ est nul, c'est l'inverse.

On reconnaît aussitôt que, si l'on prend $\theta = \sum A_j p^{jm}$, où les j sont entiers $\gtrless 0$ et si $n = \frac{m+1}{-tm}$ ou $n = \frac{-1}{tm}$ les cinq intégrales étudiées ici sont automatiquement algébriques, parce que cinq coefficients de gauche ou cinq de droite sont nuls; pour $n = \frac{m+1}{-tm}$ on doit supposer $j \leqq \frac{t-1}{2}$ si $t > 0$ ou $j \leqq 2t - 1$ si $t < 0$. Pour $n = \frac{-1}{tm}$ on doit supposer $j \geqq 2t + 1$ si $t > 0$ ou $j \geqq \frac{t+1}{2}$ si $t < 0$. Les courbes $\mathcal{B}$ ainsi obtenues sont, malgré l'apparence, *unicursales* : il suffit de prendre p^m, au lieu de p, pour nouveau paramètre. Ces courbes, obtenues *explicitement sans calcul*, possèdent des propriétés importantes sur lesquelles j'aurai l'occasion de revenir.

Si, maintenant, j'égale à zéro un coefficient de gauche convenablement

choisi dans $\int \theta\, du$ et $\int \theta^2 u\, du$ et un coefficient de droite dans $\int \theta^2\, du$ et $\int \theta^2 u^2\, du$, on pourra supposer

$$s = \frac{m}{4}, \qquad m = \frac{2t+1}{2(2t_1+1)}, \qquad nm = \frac{-2}{2t_1+1},$$

où t et t_1 sont des entiers $\gtrless 1$ et alors il reste une seule relation linéaire entre les A fournie par $\int \theta u\, du$. L'exemple le plus simple obtenu par ce procédé est

$$u^{-\frac{1}{11}} = \frac{-4}{11}\left(p^{\frac{13}{2}} - p\right), \qquad \theta = 85 p^{\frac{99}{8}} + 9 p^{\frac{55}{8}}$$

qui, en prenant comme variable nouvelle $P = p^{\frac{11}{8}}$, correspond birationnellement à la courbe $Q^4 = P^4 - 1$ de genre 3. La courbe $\mathcal{A}$ obtenue a quatre cycles isotropes à l'infini obtenus pour $P = +\infty$, de degré 9, classe 13, indice 18; quatre cycles isotropes pour $P = 0$, de degré 2, classe 5, indice 4; un cycle isotrope pour P égal à $+1$, -1, $+i$, $-i$ de degré et classe 11, indice 44; cette courbe $\mathcal{A}$ est de degré 176 et ne dépend que de la constante K.

4. Tout ce qui précède peut se répéter en supposant intervertis les rôles de u et θ, c'est-à-dire supposant que $\theta^n = n(p^{m+1} - p)$ et $u = A_1 p^{hm+s} + \ldots$; c'est cette forme que j'avais employée en 1914, en supposant toutefois $n = 2$, auquel cas je ne pouvais obtenir que des courbes du type hyperelliptique.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du 7 avril 1921, faite à l'Observatoire de Toulouse.* Note de M. **L. Montangerand**.

Cette éclipse, partielle à Toulouse, a été observée à l'équatorial Brunner-Henry (objectif de $38^{cm},5$ d'ouverture, diaphragmé à 8^{cm}), et dans des conditions atmosphériques assez défavorables. On a employé le grossissement 88.

Au moment du premier contact, le ciel était très voilé, mais les images tranquilles. L'instant noté pour la première aperception de la morsure du bord lunaire sur le disque solaire a été $19^h 27^m 34^s$ (t. moy. de Toulouse). En tenant compte du retard de cette aperception, on peut estimer que le premier contact s'est produit à $19^h 27^m 32^s$.

Puis, le ciel s'embrume progressivement, et l'on suit un peu difficilement

la marche du phénomène. Pourtant, avant le dernier contact, le ciel se découvre presque complètement, mais les images sont assez troublées. Néanmoins, l'instant de ce dernier contact a pu être pris avec une précision suffisante à $21^h 57^m 24^s,4$ (t. m. Toulouse).

On n'a pu voir les bords de la Lune avant le premier contact ni après le dernier.

COSMOGONIE. — *Constitution et formation des nébuleuses spirales.* Note (1) de M. **Alex. Véronnet**, présentée par M. B. Baillaud.

J'ai indiqué dans une Note précédente (2) comment une étoile double sur son déclin pouvait se rajeunir et former une étoile nouvelle et nébuleuse. Il semble également qu'*une étoile double, formée de deux composantes de masses homogènes assez grosses et assez voisines, peut aboutir à la formation d'une nébuleuse spirale.*

En égalant l'énergie résultant de la fusion complète des deux astres, à la chaleur absorbée et rayonnée, on a la formule

$$(1)\quad \frac{3}{5}f\left(\frac{M^2}{R}-\frac{m^2}{r}-\frac{m'^2}{r'}\right)-\frac{5}{4}f\frac{m^2m'^2}{M^2}\frac{r+r'}{R^2}-\frac{1}{2}f\frac{mm'}{r+r'}=McA(T-T_1)+E_r.$$

Le premier terme représente l'énergie de formation de la masse M avec rayon R, diminuée de l'énergie de formation antérieure de m et m'. Pour une condensation maximum, il suffirait de multiplier par $\frac{5}{3}$. Le second terme représente l'énergie de rotation subsistante, le troisième l'énergie perdue avant le contact, par frottement dans le milieu, pour donner des orbites à peu près circulaires. Le second membre contient l'énergie rayonnée E_r, et la chaleur absorbée par la masse, dont la température a passé de T_1 à T. *L'énergie fournie serait encore énorme* et pourrait atteindre le $\frac{1}{6}$ de l'énergie de formation de l'une des masses.

Négligeons d'abord E_r, en supposant une compénétration des deux astres assez rapide, ou en admettant que toute la chaleur soit utilisée à élever la température, on obtient pour l'augmentation maximum de cette température, dans le cas des masses égales,

$$(2)\quad T-T_1=\frac{3}{5}f\frac{m}{cAr}\left(2\frac{r}{R}-\frac{25}{48}\frac{r^2}{R^2}-\frac{29}{24}\right).$$

(1) Séance du 11 avril 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 666.

Le second membre doit être positif, ce qui donne ici

(3) $$R < 1,33\,r \quad \text{et} \quad R < 2r$$

dans le cas de choc direct sans rotation. Les valeurs réelles, correspondant à T, seraient d'ailleurs extrêmement voisines de ces valeurs limites.

D'autre part, les lois de dilatation donnent, en simplifiant avec la précision de 0,1 (¹),

(4) $$2\frac{r^3}{R^3} = \frac{D}{D_1} = \frac{1+\alpha_1 T_1}{1+\alpha T} < \frac{T_1}{T}, \qquad T < 1,17\,T_1 < 4\,T_1.$$

La température nouvelle de l'astre résultant, qui serait multipliée par 4 dans le cas de choc direct, ne saurait augmenter ici que de $\frac{1}{6}$, si elle portait sur toute la masse.

L'augmentation de *grandeur vraie* de l'astre définie par l'intensité rayonnante *totale* I serait

(5) $$\mu - \mu_1 = \frac{5}{2}\log\frac{I}{I_1} = \frac{5}{2}\log\frac{R^2 T^4}{R_1^2 T_2'^4} = 10\log\frac{T}{T_1'} + 5\log\frac{R}{R_1},$$

T_1' étant la température *superficielle* initiale, $T_1 = 2T_1'$. L'accroissement maximum d'éclat serait, de 10,5 grandeurs dans le cas de choc direct, de 1,3 seulement dans le cas de fusion complète par rotation.

On voit donc que, dans ce dernier cas, si toute l'énergie produite était employée à échauffer la masse, le résultat serait peu appréciable. *C'est donc l'énergie produite, à la surface, par la friction des deux astres, et dépensée en énergie rayonnante, qu'il y a lieu surtout de considérer ici.*

Nous sommes ramenés au cas d'une masse faible m tournant autour d'une masse M et s'y fusionnant, en échauffant une masse superficielle km de T_1 à T, en accroissant le rayon R de δR au lieu de dR. La formule (1) devient

(6) $$\left(f\frac{mM}{R} - \frac{3}{5}f\frac{m^2}{r}\right) - \frac{5}{4}f\frac{m^2}{r} - \frac{1}{2}f\frac{mM}{R} - \frac{1}{2}f\frac{kmM}{R}\frac{\delta R}{R} = kmcA(T - T_1) + E_r.$$

Les termes en m^2 sont de l'ordre $m : M$ et négligeables.

Le quatrième terme s'introduit par la dilatation δR, qui peut s'exprimer en fonction de $T - T_1$.

En négligeant les termes négligeables à 0,1 près, on a successivement

(7) $$(T - T_1)\left(1 + \frac{3}{cAT_1}f\frac{m}{R}\right) = \frac{1}{2kcA}f\frac{M}{R}, \qquad \frac{T}{T_1} = \frac{M}{6km}.$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 642.

T_1 est ici la température *superficielle* de M. Dans le cas de chute directe, le second membre de ces deux expressions est multiplié par 2. On a vu les résultats numériques dans la Note précédente. Pour $k = 10$, on aurait ici 100000 degrés pour une masse analogue à Jupiter s'incorporant au Soleil, avec augmentation de 12,6 grandeurs [le terme en R devient négligeable en (5)].

Dans le frottement de deux astres, nous avons une source d'énergie superficielle de l'ordre de celle donnée par la formule (6), *qui produit un centre de rayonnement intense, dont la pression de radiation devient très supérieure à l'attraction. Les particules des deux astres sont donc chassées, suivant deux pôles opposés situés sur une ligne qui joint les centres des deux astres tournants.* Nous obtenons une *nébuleuse spirale.*

La trajectoire de chaque particule dans l'espace est une hyperbole, sur laquelle la vitesse devient vite sensiblement radiale. Les particules lancées à des instants différents ont tourné d'un certain angle égal à celui de la rotation des deux masses centrales et se disposent sur des spirales diffuses, les vitesses étant différentes. La distance entre les spires est égale à l'espace parcouru par les particules pendant une rotation des deux astres. Une température superficielle 10 fois plus grande que celle du Soleil donnerait aux fines particules des vitesses de l'ordre de 100000^{km} par seconde, voisines de celles de la lumière. L'écart des spires peut atteindre $1''$ à 15 parsecs.

Ces vitesses pourront permettre à la nébulosité, qui se déplace radialement d'ailleurs, de traverser d'autres systèmes, d'autres étoiles, sans être trop déformée, et sans que ces étoiles lui appartiennent. *Ce seront donc des systèmes à évolution rapide, de l'ordre de centaines d'années, d'autant plus intéressants à suivre. Ce seront des systèmes comparables aux étoiles simples ou doubles, mais nullement à la Voie lactée.* Les mesures de Van Maanen ont montré d'ailleurs que les mouvements internes sont centrifuges et non centripètes, comme on le croyait, qu'ils sont rapides et décelables en quelques années. *Tout cela rapproche bien les nébuleuses spirales des étoiles nouvelles et des étoiles nébuleuses, plutôt que des systèmes stellaires.*

MAGNÉTISME. — *Sur les homologues d'un aimant permanent uniformément aimanté. Loi de l'ellipsoïde.* Note [1] de M. **H. Chipart**, présentée par M. L. Lecornu.

Dans une précédente Note [2] nous avons défini ce que nous entendions par *homologue* U'_1 d'un corps U' plongé dans un liquide magnétique illimité U dont nous désignons par μ la perméabilité. Nous nous proposons d'étudier les homologues d'un aimant permanent U' ($\mu' = 1$, $i' = j' = 0$), de forme arbitraire, dont l'aimantation est uniforme et peut recevoir toutes les orientations possibles.

Ce calcul se ramène à celui d'un potentiel de simple couche $V_1(x, y, z)$ astreint à vérifier, sur la surface S' qui limite l'aimant U', la condition (1) :

$$(1)\qquad \frac{dV_1}{dn} + \frac{1}{\mu}\frac{dV_1}{dn'} + 4\pi\frac{\sigma}{\mu} = 0 \qquad \sigma = (\nu.J) = J_x\cos\alpha + J_y\cos\beta + J_z\cos\gamma$$

(ν désigne un vecteur unité porté suivant la normale extérieure; $\frac{d}{dn}$ et $\frac{d'}{dn}$ désignent les dérivées prises suivant la direction ν et la direction opposée; enfin J_x, J_y, J_z sont les composantes de l'aimantation uniforme portée par l'aimant U').

La solution de l'équation (1) est

$$V_1(x, y, z) = uJ_x + vJ_y + wJ_z,$$

u, v, w représentant trois potentiels de simple couche astreints à vérifier sur S' les conditions (2) :

$$(2)\qquad \mu\frac{du}{dn} + \frac{du}{dn'} + 4\pi\cos\alpha = 0, \qquad \mu\frac{dv}{dn} + \frac{dv}{dn'} + 4\pi\cos\beta = 0, \qquad \ldots$$

Les composantes du champ magnétique $\mathcal{H}_1 = -\text{gradient}\, V_1$ créé par l'aimant homologue U'_1 sont donc fonctions linéaires et homogènes des J_x, J_y, J_z, en sorte que la fonction Φ

$$(3)\qquad \Phi(\mathfrak{M}_x, \mathfrak{M}_y, \mathfrak{M}_z) = \frac{\mathfrak{M}^2}{2\mu} + \varkappa U'\int_U \frac{\mathcal{H}_1^2}{8\pi\mu}\,d\varpi + \varkappa U'\int_U \frac{\mathcal{H}_1^2}{8\pi}\,d\varpi$$

est une forme quadratique en $\mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}_y$, $\mathfrak{M}_z$.

---

[1] Séance du 11 avril 1921.

[2] *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 750.

Nous allons établir que *le moment magnétique* $\mathfrak{M}_1$ *de l'homologue* U'_1 *est lié au moment magnétique* $\mathfrak{M}$ *de l'aimant* U' *par les formules* (4) *qui expriment la loi de l'ellipsoïde*

$$(4) \qquad \mathfrak{M}_{1x} = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathfrak{M}_x}, \qquad \mathfrak{M}_{1y} = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathfrak{M}_y}, \qquad \mathfrak{M}_{1z} = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathfrak{M}_z}.$$

A cet effet commençons par observer que, les aimantations de U' et de U'_1 étant toutes deux solénoïdales, les projections des moments magnétiques de ces aimants vérifient les formules (5) :

$$(5) \qquad \mathfrak{M}_x = \int_{S'} x\sigma\,d\omega, \qquad \mathfrak{M}_{1x} = \int_{S'} x\sigma_1\,d\omega.$$

On a d'ailleurs

$$\sigma_1 = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV_1}{dn} + \frac{dV_1}{dn'}\right) = \frac{1}{\mu}\left(\sigma - \varkappa\frac{dV_1}{dn'}\right).$$

Transformons l'expression analytique de $\mathfrak{M}_{1x}$; nous obtenons d'abord la suite d'égalités

$$\begin{aligned}\mu\mathfrak{M}_{1x} - \int_{S'} x\sigma\,d\omega &= -\varkappa\int_{S'} x\frac{dV_1}{dn'}\,d\omega = \varkappa\int_{S'} V_1\cos\alpha\,d\omega = -\frac{\varkappa}{4\pi}\int_{S'} V_1\left(\mu\frac{du}{dn} + \frac{du}{dn'}\right)d\omega \\ &= -\frac{\varkappa}{4\pi}\int_{S'} u\left(\mu\frac{dV_1}{dn} + \frac{dV_1}{dn'}\right)d\omega = \varkappa\int_{S'} u\sigma\,d\omega,\end{aligned}$$

d'où la formule

$$\mathfrak{M}_{1x} = \frac{1}{\mu}\int_{S'}(x + \varkappa u)(J_x\cos\alpha + J_y\cos\beta + J_z\cos\gamma)\,d\omega = A_{11}J_x + A_{12}J_y + A_{13}J_z.$$

A son tour la transformation des coefficients A_{pq} se résume dans la nouvelle suite d'égalités

$$\begin{aligned}A_{12} &= \frac{\varkappa}{\mu}\int_{S'} u\cos\beta\,d\omega = -\frac{\varkappa}{4\pi\mu}\int_{S'} u\left(\mu\frac{dv}{dn} + \frac{dv}{dn'}\right)d\omega \\ &= \frac{\varkappa}{4\pi\mu}\int_{U'}\sum\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}\,d\varpi + \frac{\varkappa}{4\pi}\int_{U}\sum\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}\,d\varpi = A_{21},\end{aligned}$$

et pareillement

$$A_{11} = \frac{U'}{\mu} + \frac{\varkappa}{4\pi\mu}\int_{U'}\sum\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 d\varpi + \frac{\varkappa}{4\pi}\int_{U}\sum\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 d\varpi.$$

Observant enfin que le carré $\mathcal{H}_1^2$ du champ magnétique créé par l'homologue U'_1 a pour expression

$$\mathcal{H}_1^2 = \sum\left(J_x\frac{\partial u}{\partial x} + J_y\frac{\partial v}{\partial x} + J_z\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2,$$

nous aboutissons aux conclusions suivantes :

1° $\mathfrak{M}_1$ est une fonction vectorielle linéaire symétrique de $\mathfrak{M}$;

2° Le produit scalaire $(\mathfrak{M}.\mathfrak{M}_1)$ est égal à $2\Phi(\mathfrak{M}_x, \mathfrak{M}_y, \mathfrak{M}_z)$;

3° La quadrique $\Phi(x, y, z) - 1 = 0$ est un ellipsoïde lorsque le liquide U est paramagnétique $(\varkappa > 0)$;

4° La propriété précédente s'étend pratiquement aux liquides diamagnétiques connus, car, en raison de la petitesse du coefficient d'aimantation $\varkappa$, $\frac{\mathfrak{M}^2}{2\mu}$ représente le terme prépondérant de $\Phi(\mathfrak{M}_x, \mathfrak{M}_y\, \mathfrak{M}_z)$.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'étincelle de l'or et du platine dans l'ultraviolet extrême.* Note de MM. **Léon** et **Eugène Bloch**, présentée par M. E. Bouty.

Le spectre d'étincelle de l'or a été mesuré par Handke jusqu'à la longueur d'onde 1623,2. Nous l'avons étendu jusqu'à 1400. Les 10 premières raies de notre liste correspondent à des mesures assez mauvaises par suite de l'imperfection des clichés; les 14 dernières ont été calculées par extrapolation et peuvent présenter de légères erreurs systématiques. Dans la région commune aux mesures de Handke, nous retrouvons la plupart des raies intenses de cet auteur.

Le spectre du platine dans la région de Schumann est donné ici pour la première fois.

Un certain nombre de raies sont marquées comme faibles (f.), larges (l.), diffuses (d.), doubles (dou.), multiples (mul.), douteuses (dout.), ou d'origine incertaine (?).

Or.

Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.
2	1850,4		2	1762,0		3	1698,8	
2	1844,5		3	1756,5		6	1693,9	
1	1836,3		2	1749,6		1	1684,7	f.
2	1830,5		2	1745,7		1	1676,8	
3	1822,5		3	1740,2		6	1673,6	
1	1810,4		2	1726,8		1	1667,8	
2	1805,9		2	1725,8		3	1665,3	
4	1800,8		1	1720,5		2	1657,5	d.
4	1794,0		2	1717,2		3	1653,0	
1	1786,7		1	1715,8		1	1646,5	
3	1783,6		2	1710,1		1	1644,3	
4	1775,7		1	1707,0		3	1638,9	
1	1767,8		3	1700,5	dout.	1	1636,6	

Or (suite).

Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.
1	1633,5		3	1562,2		3	1588,1	
3	1629,2		2	1556,4		1	1470,6	mul.
1	1624,4		2	1554,7		1	1459,3	mul.
4	1622,0		1	1552,8		1	1454,5	
2	1617,2		1	1550,8	?	1	1452,4	
2	1613,5		1	1548,2	?	2	1450,0	
3	1611,9		1	1543,3		1	1447,7	
1	1607,4		1	1542,1		1	1445,4	
3	1600,3		1	1540,3		1	1442,2	
1	1598,7	dout.	1	1538,4		2	1440,5	
1	1595,8		2	1536,8		2	1438,7	
2	1593,4		3	1533,9		2	1437,1	
2	1592,7		1	1531,9	dout.	3	1435,0	
3	1589,5		1	1529,7	t. f.	2	1432,1	
1	1587,3	d.	1	1526,0	t. f.	2	1429,8	
1	1584,7		2	1521,2		2	1427,6	
1	1582,1	dout.	2	1518,9		1	1425,8	
1	1579,4		2	1513,2		1	1416,0	
1	1576,9		2	1511,0		1	1413,9	
2	1574,7		2	1509,2		1	1411,8	
1	1571,9	d.	1	1504,3		1	1404,1	
1	1569,8		1	1503,0		2	1401,8	
1	1567,4	d.	3	1500,8				
1	1566,2		1	1497,0				

Platine.

Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.
1	1843,0		1	1777,9		1	1731,5	t. f.
2	1838,5		4	1776,1		1	1730,0	»
2	1834,7		1	1774,3		1	1728,7	»
1	1833,0		2	1770,1		2	1726,0	
2	1824,8		1	1768,5	f.	1	1724,4	
2	1820,2		1	1765,6		2	1722,9	
2	1817,3		2	1762,9		2	1721,6	
2	1815,1		2	1760,0		2	1719,7	
1	1811,8	d.	1	1757,9		1	1718,2	
1	1807,7	f.	1	1755,8		2	1716,2	
1	1805,6	f.	2	1753,3		1	1714,0	d.
1	1801,5	d.	1	1751,2		1	1712,7	f.
3	1792,8		1	1747,4		1	1711,1	f.
3	1785,5		4	1740,9		2	1708,9	d.
2	1782,7		2	1736,8		2	1705,8	
3	1780,5	l.	2	1735,1		2	1704,8	

Platine (suite).

Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.	Int.	λ.	Obs.
1	1699,6	t. d.	1	1617,0	t. f.	1	1543,9	t. f.
2	1696,6	d.	1	1615,1	dou.	3	1538,7	
1	1694,2	t. f.	1	1613,7	t. f.	1	1536,9	d.
1	1690,3	f.	2	1610,9	dou.	1	1534,6	»
2	1686,9		2	1608,6		1	1532,5	»
2	1684,4		3	1605,9		1	1529,7	»
4	1679,8		1	1602,8		3	1527,1	
1	1676,2	t. f.	1	1601,8		1	1524,8	
1	1673,9	t. f.	1	1600,4		2	1523,2	
3	1669,8		4	1596,6		1	1521,8	
3	1666,2		1	1593,5	t. d.	1	1520,5	d.
2	1664,7		1	1591,6	t. f.	1	1516,9	
1	1662,5	d.	1	1588,8		1	1515,9	
1	1660,1	t. f.	2	1587,2		1	1513,5	
1	1659,1	t. f.	1	1584,7		1	1512,5	
2	1657,6	?	2	1582,3		3	1509,9	
3	1655,8	?	2	1580,6		1	1507,5	f.
1	1654,3	t. f.	2	1579,1		1	1505,5	»
1	1652,5		1	1577,6	d.	1	1502,6	»
1	1650,6	?	1	1574,8	t. f.	1	1498,4	d.
2	1648,2	d.	1	1573,0	t. f.	2	1496,2	
1	1646,2		1	1571,0	d.	1	1491,5	
2	1644,4	d.	1	1568,9	d.	1	1487,3	
2	1642,0	d.	1	1567,0		3	1484,2	
1	1639,5	t. f.	1	1565,3		1	1482,4	
1	1637,3	»	1	1563,9		1	1478,6	t. l.
1	1634,6	»	1	1560,5	?	2	1474,5	
1	1631,1		1	1558,4	l.	3	1472,1	
1	1629,5		1	1553,1	d.	1	1468,7	t. f.
1	1627,4		1	1550,8	?	2	1466,5	
2	1626,0		1	1549,6	t. f.	2	1464,7	dou.
3	1624,2		1	1548,3	?	1	1463,1	dout.
3	1621,8		1	1547,0	dou.	3	1461,0	
1	1618,2	t. f.	3	1545,6				

MÉTALLOGRAPHIE. — *L'emploi des refroidissements très lents pour l'étude micrographique des alliages et la structure des aciers au tungstène.* Note de M. **A. Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons, à maintes reprises, au cours d'études sur la structure des alliages, eu recours à des refroidissements exceptionnellement lents. Ce procédé présente un grand intérêt dans les buts suivants :

1° Grossissement de l'ensemble du dessin structural dans les alliages en

équilibre chimique. Ceci peut être mis à profit : soit pour l'enseignement en n'ayant recours qu'aux objectifs à faible grossissement [1], soit pour l'étude en fournissant un supplément d'amplification qui permet en quelque sorte de dépasser les grossissements maxima fournis par les dispositifs optiques actuels. D'où l'utilisation de ce procédé pour la résolution et l'étude morphologique des complexes eutectiques fins [2], l'examen du mode de déformation et de l'anisotropie des éléments de structure [3], etc.

On peut aussi déceler sur des structures ainsi développées de minimes modifications amenées par des traitements thermiques ultérieurs; en particulier cela permet de suivre, par des trempes, la variation, en fonction de la température, des limites des lacunes de miscibilité à l'état solide généralement très difficiles à déterminer par les méthodes physiques.

2° Réalisation de l'état d'équilibre ou d'un état plus voisin de ce dernier dans les alliages présentant des constituants de trempe : par exemple, certains aciers spéciaux au chrome et au manganèse [4].

3° Mise en évidence d'états hors d'équilibre jusqu'alors pressentis ou insoupçonnés par l'obtention de nouvelles structures d'équilibre.

On peut ainsi se rendre compte que tous les aciers au nickel industriels, tout au moins ceux que nous avons étudiés jusqu'à 30 pour 100 Ni et 0,8 pour 100 C, sont hors d'équilibre structural.

Les aciers au tungstène nous en fournissent un nouvel exemple que nous décrivons ci-après.

Constituant particulier observé dans les aciers au tungstène. — L'étude des variations de structure apportées par un recuit suivi de refroidissement très lent sur les aciers au tungstène nous a conduit, entre autres choses, au résultat suivant pour des alliages contenant de 0,1 à 0,4 pour 100 C et de 5 à 7,5 pour 100 W :

---

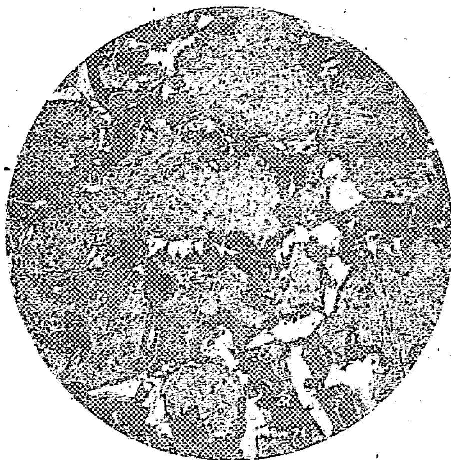
(1) C'est grâce à l'emploi d'échantillons micrographiques spécialement préparés de cette façon qu'il nous a été permis de réaliser, au laboratoire de Métallographie de l'École Centrale, la présentation directe à des groupes d'élèves, par projection, de l'image fournie par le microscope sur un écran; en évitant l'emploi d'objectifs à fort grossissement on obtient un éclat et une netteté suffisants de l'image ainsi projetée et ce mode de présentation offre de très grands avantages pour l'enseignement de la micrographie.

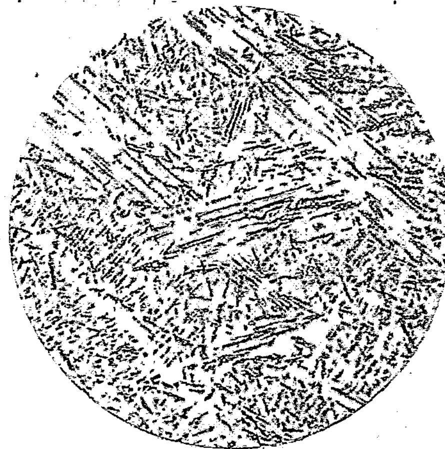
(2) PORTEVIN, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 350, et *Int. Zeit. Metall.*, t. 4, 1913, p. 257.

(3) PORTEVIN, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 320 et 1237; t. 160, 1915, p. 344.

(4) PORTEVIN, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 64; t. 165, 1917, p. 62.

La structure de ces aciers *normaux* est décrite comme formée de ferrite associée à la perlite (Guillet, Swinden) ou même dépourvue de perlite (K. Honda et T. Murakami).





Acier au tungstène (C = 0, 4 p. 100; W = 5, 4 p. 100) lentement refroidi.

Fig. 1. — Attaque de 1 minute au réactif Benédicks × 30.

Fig. 2. — Attaque de 4 minutes au réactif Le Chatelier (picrate de soude) × 300.

Après un recuit vers 1300° suivi d'un refroidissement d'une durée de 75 heures jusqu'à 200° la structure se trouve complètement modifiée.

La figure 1 représente un acier à 0,4 pour 100 C et 5,4 pour 100 W ayant subi ce traitement; on y voit un réseau formé de plages claires et foncées délimitant des régions occupées par un constituant différent de ceux que l'on connaît : c'est un complexe d'aspect aiguillé qui se rencontre également dans les aciers à plus basse teneur en carbone (0,1 pour 100) et dans ceux à plus forte teneur en tungstène (7,55 pour 100).

Examiné sous un plus fort grossissement (*fig.* 2), on y distingue très nettement de fines aiguilles orientées comme celles de la martensite des aciers trempés. Ces aiguilles sont colorables par le picrate de soude en solution sodique; ce caractère, joint à leur abondance dans des aciers à aussi basse teneur en carbone, ne permet pas de les prendre pour un carbure, et montre que l'on se trouve en présence du tungsture Fe^2W. La disposition orientée (structure de Widmanstaetten) indique qu'elles se séparent progressivement dans un milieu cristallisé, la solution solide Fe-Fe^2W. Or, dans le diagramme fer-tungstène, la limite du domaine de cette solution solide, c'est-à-dire la ligne de solubilité de Fe^2W à l'état solide, est une

courbe indiquant une solubilité décroissante avec la température pour aboutir à 9 pour 100 W à la température ordinaire (K. Honda et T. Murakami), la présence du complexe aiguillé ferrite $+ Fe^2W$ dans les aciers à 0,1 pour 100 C et 5 pour 100 W prouve que cette limite doit être reportée vers les basses teneurs en tungstène.

Les deux autres constituants de ces aciers sont des plages blanches de ferrite (solution solide $Fe\text{-}Fe^2W$) dont la proportion diminue quand la teneur en carbone croît, et un carbure répondant à la formule WC d'après K. Honda et T. Murakami. Ce carbure se présente en éléments visibles, plus ou moins coalescés, ou très fins, formant une troostite facilement colorable par les réactifs acides.

Une fois obtenu, ce constituant spécial aiguillé persiste si l'on soumet l'acier à de nouveaux recuits vers 1000°; par contre, un recuit vers 1100° (refroidissement de 3 heures et demie de durée) fait disparaître le carbure et donne de la ferrite avec le complexe aiguillé dans les aciers à faible teneur en carbone.

En résumé, on peut réaliser pour les aciers au tungstène une structure à 4 constituants comprenant une ferrite au tungstène, du carbure de tungstène, une troostite au tungstène et un constituant nouveau qui est un complexe ferrite $+ Fe^2W$; cela ne fait d'ailleurs que 3 phases : solution solide $Fe\text{-}Fe^2W$, WC et Fe^2W, ce qui est compatible avec l'équilibre dans le système Fe-W-C.

MICROSCOPIE. — *Sur un dispositif microscopique pour l'examen des cristaux opaques.* Note [1] de M. **Maurice François**, présentée par M. Charles Moureu.

Les cristaux opaques et très petits sont difficilement observables par les moyens dont on dispose actuellement. Le microscope ordinaire, établi pour l'observation par transparence, ne permet de voir que leur contour s'ils sont isolés et un contour général informe s'ils sont maclés ou réunis en groupements comportant un grand nombre de cristaux, ce qui est le cas le plus général pour les composés chimiques préparés dans les laboratoires. On en est souvent réduit à se servir, au lieu du microscope qui ne donne aucun résultat utilisable, d'une forte loupe qui permet d'apercevoir des points brillants et d'en conclure que le corps est cristallisé sans donner

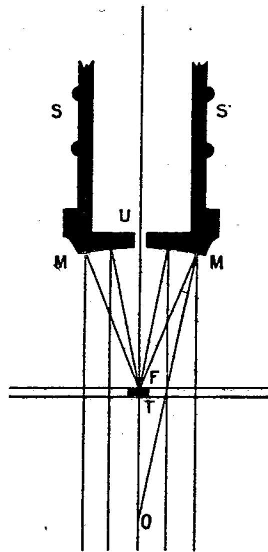
[1] Séance du 11 avril 1921.

d'indication sur la forme, si les cristaux sont très petits. Sans doute, plusieurs dispositifs ont été proposés et construits pour l'examen et la photographie des corps opaques et des lames polies d'alliages, qu'il m'est impossible d'énumérer et qui peuvent donner satisfaction; il semble toutefois qu'il puisse être fait des améliorations pour le cas spécial des cristaux.

J'ai cherché à réaliser un procédé d'observation de ces cristaux microscopiques qui permette d'en voir distinctement toutes les facettes et tous les détails.

Le système consiste à observer par réflexion les cristaux placés au-dessus d'une tache opaque et fortement éclairés sur leur partie supérieure par un très petit miroir concave vissé à la partie inférieure de l'objectif et portant à son centre un trou circulaire d'environ 1^{mm} de diamètre. Complet, le système comprend trois parties spéciales : le miroir concave, la tache opaque, l'éclairage situé dans l'axe du microscope au-dessous de la platine.

Cet éclairage produit un faisceau lumineux parallèle, qui, passant autour de la tache opaque T qui porte les cristaux, vient toucher le miroir concave MM'. Celui-ci fait converger les rayons à son foyer où se trouvent précisément les cristaux. Ces cristaux se trouvent très fortement éclairés et on les examine à travers le canal étroit que porte le miroir concave en son milieu U.



Le miroir concave ne doit pas être construit d'une façon quelconque puisque son foyer doit coïncider avec les objets à examiner qui sont dans la position de la mise au point. Il en résulte que son rayon de courbure doit être le double de la distance fron-

tale mesurée pour l'objectif déterminé et un oculaire n° 1. Il en résulte aussi que, pour chaque objectif, il faut un miroir concave spécial. On serait tenté d'ajouter qu'il en faut un pour chaque combinaison de l'objectif avec les divers oculaires; mais, dans la pratique, les miroirs concaves construits pour un objectif déterminé fonctionnent d'une façon satisfaisante si l'on substitue à l'oculaire n° 1 toute la série des oculaires jusqu'au n° 18 compensateur.

L'ouverture du miroir concave doit être au plus égale à la distance frontale. Si elle était plus grande, il serait impossible d'approcher le miroir des objets assez pour que son foyer vienne coïncider avec eux. Les petits miroirs sont construits en argent fin travaillé optiquement. La construction en est délicate puisque, pour l'objectif n° 5, le rayon de courbure n'est que de $2^{mm},8$.

Les taches opaques que j'ai employées sont constituées par de petits disques de biscuit placés entre lame et lamelle et noyés dans du baume du Canada. Leur diamètre est choisi de façon à couvrir le champ pour les divers grossissements employés et varie de 3^{mm} à $0^{mm},75$.

Enfin l'éclairage électrique placé dans l'axe du microscope et sous la platine consiste en une lampe de 3,5 volts de 15^{mm} de diamètre, placée dans un tube d'oculaire dont on a enlevé la lentille inférieure. Tant pour la vision que pour la photographie, cet éclairage de très petites dimensions, placé dans l'axe du microscope, se montre de beaucoup supérieur aux lampes gigantesques employées couramment pour des buts semblables et qui envoient leur lumière dans l'axe du microscope par l'intermédiaire du miroir de celui-ci.

Il apparaît d'ailleurs qu'un semblable éclairage, donnant une lumière toujours égale, pourrait être employé avantageusement pour les observations microscopiques par transparence en Botanique, en Bactériologie, etc.

Les images perçues par l'œil au moyen du dispositif que je viens de décrire sont toujours très brillantes. Tous les détails des cristaux, toutes leurs facettes apparaissent avec netteté. La photographie en est difficile, parce qu'on ne photographie pas, comme dans le cas des observations par transparence, la source lumineuse, mais bien des objets sombres par nature et éclairés par de la lumière diffuse. Elle ne rend que très imparfaitement ce que l'œil perçoit. Cependant les quelques épreuves que je me permets de présenter à l'Académie montrent que l'on peut tirer un bon parti de ces reproductions pour enregistrer les formes cristallines des cristaux opaques très petits.

TECHNIQUE MICROSCOPIQUE. — *Principe d'une nouvelle méthode de reconstruction graphique stéréoscopique d'objets microscopiques grossis.* Note de M. G. **Dubreuil**, présentée par M. Henneguy.

Les anatomistes et les embryologistes connaissent tous la méthode de reconstruction plastique de Born ou celle de reconstruction graphique

de Kastschenko, les perfectionnements successifs de Born, de Born et Peter. On peut dire, qu'à l'heure actuelle, la méthode de reconstruction plastique est la plus employée et elle fournit des résultats précieux. Cependant il est des objets auxquels elle est inapplicable, soit qu'ils soient trop ramifiés, soit qu'ils soient réunis par des ponts de substance trop ténus qui obligent à multiplier les supports ou qui rendent le procédé inapplicable. C'est ainsi que, ayant le désir d'étudier les rapports des vaisseaux-portes et sus-hépatiques dans le foie, je me suis heurté à des impossibilités absolues.

Il m'a paru utile de rechercher une méthode qui, d'emploi assez général, de maniement simple et économique, pût cependant donner des images précises et agrandies d'objets microscopiques. La méthode graphique, dans laquelle le dessin intervient seul, peut donner facilement les images d'un objet à contours simples, vu de différents côtés. Et si, pour des objets simples, la vision stéréoscopique donne une perspective avantageuse et même nécessaire, elle est à plus forte raison utile pour des images complexes où la perspective joue un rôle essentiel pour situer les plans.

Je propose donc une double méthode, l'une de reconstruction graphique simple, l'autre de reconstruction graphique stéréoscopique, ayant même principe, la seconde n'étant que la première répétée dans des conditions de vision légèrement différente.

Principe de la méthode. — Supposons un solide arbitraire, parallélépipède rectangle par exemple, nous pouvons en obtenir une représentation perspective, vue d'un point donné de l'espace, soit par une construction de géométrie descriptive, soit plus facilement par une construction perspective moins exacte, mais suffisante. Nous pouvons ainsi reconstruire par le dessin, tranche par tranche, un solide semblable au premier supposé décomposé en tranches d'épaisseur égale superposées. Si nous supposons l'objet inclus dans le premier solide, la situation de chacun de ses points sera déterminée par leur position par rapport à trois plans perpendiculaires du solide. Il sera possible de reporter par le dessin, dans le second cube, la position de chaque point de l'objet et d'en avoir une représentation graphique. Ce procédé employé par les sculpteurs, sous une forme un peu différente, est inutilisable en ce qui nous concerne.

Mais imaginons que l'objet soit coupé par les plans qui ont servi à la reconstruction fragmentaire du cube, comme il a été dit plus haut. La section de l'objet par chacun des plans pourra être reportée par le dessin dans le cube reconstruit et dans des plans correspondants. En multipliant le nombre des plans et par conséquent des sections de l'objet, nous obtiendrons de ce dernier une image très exacte.

Or, le cube est arbitrairement choisi, les plans qui le coupent parallèlement à la base représentent des coupes correspondant aux coupes microscopiques sériées et régulières de l'objet. Les sections du tout ou partie de la coupe peuvent être dessinées et reportées dans les plans perspectifs correspondants du dessin du cube, et l'objet se trouve représenté par des sections superposées.

Le seul point à atteindre maintenant est le report en perspective d'un dessin de coupe vue en plan. Le procédé le plus simple est le quadrillé. Le plan du cube sera un carré quadrillé au centimètre (ou au milimètre si l'on veut). Le plan perspectif représentera le même carré vu d'un point de l'espace identique à celui choisi pour voir le cube. Il sera établi par une construction perspective simple.

Mais alors une difficulté surgit. Autant de vues perspectives des coupes, autant de plans perspectifs de dimensions différentes, car la forme des plans perspectifs varie suivant qu'on les considère situés à différentes hauteurs dans le cube. En particulier, la distance qui sépare le côté antérieur du plan perspectif de base du côté postérieur sera plus grande que la distance homologue du plan perspectif situé tout en haut du cube, lorsque celui-ci est vu d'en haut et d'en avant. Il est impossible de songer à construire un plan par coupe et dans la pratique on verra qu'un petit nombre de plans perspectifs, convenablement choisis et construits, sont suffisants pour faire une reconstruction exacte.

Lorsque les contours de l'objet à reconstruire ont été portés dans le dessin du cube, pour avoir la représentation exacte de l'objet on joint par des lignes les points de chaque courbe où passe le rayon visuel tangent, mené du point où, par construction, l'œil est supposé placé. Dans la plupart des cas les courbes tracées sur des plans perspectifs se rapprochent d'une ellipse, il suffit alors de joindre, dans les dessins successifs, les points extrêmes superposés des grands diamètres. S'il s'agit de lignes brisées, on joint entre eux les sommets correspondants des angles dans les dessins des coupes.

Ce qui est possible dans un cube vu en perspective de l'œil gauche par exemple l'est aussi pour le même cube vu de l'œil droit. On peut donc obtenir une image de l'objet vue de l'œil gauche, une autre vue de l'œil droit. Alors le dessin du cube est différent, les plans perspectifs le sont aussi, l'opération reste la même. Ce n'est plus qu'un jeu de réduire les images convenablement placées pour qu'on puisse les examiner au stéréoscope, ou de les examiner directement ou agrandies pour être vues au

stéréotélescope. La vision binoculaire donne immédiatement une perspective complète qui situe les plans sur la ligne visuelle [1].

CHIMIE. — *Sur la constitution du smalt.* Note de M. **A. Duboin.**

En 1809, l'impératrice Marie-Louise avait invité Chaptal à étudier la belle matière colorante bleue connue sous le nom de bleu égyptien ou vestorien.

Il en est résulté une suite de nombreux travaux cités dans le beau Mémoire de Fouqué [2] qui a reproduit cette substance à l'état pur et cristallisé, donné sa constitution et décrit ses propriétés.

J'ai pensé qu'une étude analogue du smalt, si employé jusqu'à la fin du XIXe siècle, venant en cette époque du centenaire impérial, présenterait le même intérêt.

En effet, H. Davy [3] nous a appris que, dès l'époque d'Hadrien, le cobalt figure constamment dans la composition des verres bleus de l'époque romaine. Depuis, M. Parodi [4], dans un beau travail d'ensemble sur la composition des verres de l'ancienne Égypte, signale le cobalt dans des verres bleus de l'époque de Thoutmosis IV (1300 ans avant J.-C., environ) et de Rhamsès IV.

Le smalt est un silicate double de cobalt et de potasse. Or j'ai trouvé en 1892, une méthode [5] générale de synthèse de fluorures et de silicates doubles de potasse et d'autres bases dont j'ai signalé à plusieurs reprises [6] de nombreuses applications. C'est cette méthode que j'ai appliquée au cobalt en vue d'établir la nature des constituants du smalt.

On projette, dans du florure de potassium fondu dans un creuset de platine sur un bec Mecker, de la silice, puis de l'oxyde de cobalt qui s'y dissout très rapidement. La masse refroidie très lentement et reprise par l'eau ne donnerait qu'un produit mal cristallisé; aussi la laisse-t-on refroidir rapidement, et l'on refond le culot avec deux à trois parties de chlorure de potassium pour une de fluorure. On a alors une masse

(1) Les procédés et la pratique de cette méthode, appliqués à des objets d'histologie et d'embryologie, ont été présentés le mois dernier à la Réunion des anatomistes.

(2) *Comptes rendus*, t. 108, 1889, p. 325.

(3) *Annales de Chimie*, t. 96, 1815.

(4) *La Verrerie en Égypte* (Thèses de l'Université de Grenoble), 1908.

(5) *Comptes rendus*, t. 114, 1892, p. 1361.

(6) *Ibid.*, t. 115, 1892, p. 56; t. 120, 1895, p. 678; t. 123, 1896, p. 698; t. 141, 1905, p. 254; t. 146, 1908, p. 489.

liquide au fond de laquelle se rassemble une masse pâteuse. On abandonne le tout à la température du rouge sombre : il se forme alors très lentement un anneau solide à la partie supérieure du creuset en même temps que des cristaux se déposent sur les parois. Au bout de 72 heures on laisse refroidir et l'on reprend par l'eau. On obtient alors des produits dont la nature varie avec la proportion des corps entrant en réaction.

Pour une quantité d'oxyde de cobalt supérieure à une molécule pour trois de silice (par exemple KF = 40g, KCl = 100g, SiO^2 = 8g, CoO = 6g,6) on retrouve de l'oxyde inattaqué et la majeure partie du produit est constituée par des cristaux bleu foncé, allongés; il y a en outre des cristaux plus gros et plus clairs du produit que nous retrouverons plus loin.

On sépare ces cristaux au moyen de la liqueur dense d'iodomercurate de sodium (1) que j'ai découverte et dont la densité peut atteindre 3,47. Mais la séparation est toujours incomplète et a dû être effectuée à de nombreuses reprises pour donner un produit suffisamment pur.

Ce produit s'attaque aisément par les acides, ce qui permet de l'analyser facilement.

Les résultats conduisent à la formule $K^2O, CoO, 3SiO^2$, analogue à celle du sel que j'ai rencontré dans l'application de la méthode à la magnésie :

	Trouvé.	Calculé.
SiO^2	50,61	51,57
CoO	21,78	21,49
K^2O	27,32	26,93

Sa densité à o est 2,8.

L'hydrogène au rouge le décompose en réduisant l'oxyde de cobalt.

Il est attaqué à la longue par une solution chaude de chlorure d'ammonium, et la silice incolore qui reste conserve d'une manière remarquable la forme du produit primitif avec tous ses clivages.

Si l'on diminue la proportion d'oxyde de cobalt (par exemple KF, 45g; KCl, 100g; CoO, 2g,900; SiO^2, 8g,047), on voit apparaître en plus grande quantité un nouveau produit en cristaux bleu plus clair, moins allongés que les précédents, plus volumineux. On le sépare par la liqueur dense d'iodomercurate de sodium.

Ce produit contient du chlore, mais pas de fluor.

J'ai analysé ce produit par plusieurs méthodes. D'abord en partant d'une dissolution par l'acide chlorhydrique.

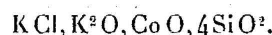
En second lieu pour doser le chlore, on met en digestion un poids P de produit avec de l'acide azotique étendu de 4vol d'eau à la température ordinaire. Une partie seulement du produit se dissout, bien qu'on ait pris soin de le porphyriser finement.

Dans la dissolution on dose le chlore, le cobalt et la potasse, soient p_1, p_2 et p_3 les

(1) *Comptes rendus*, t. 141, 1905, p. 385; *Ann. de Chimie et de Physique*, 1909, p. 258.

poids obtenus, et l'on pèse la silice qui, avec le résidu inattaqué, représente un poids p_4. Si l'on désigne par $KCl, xK^2O, yCoO, zSiO^2$ la formule du corps, ces poids permettent bien de déterminer x et y, mais non z et ils doivent satisfaire à une relation qui sert à vérifier l'exactitude de l'analyse.

Les résultats montrent qu'on a affaire à un chlorosilicate



$$KCl, K^2O, CoO, 4SiO^2.$$

	Trouvé.			Calculé.
SiO^2	48,83	50,22	49,49	49,63
K^2O	29,12	29,52	29,44	29,16
CoO	15,96	15,77	–	15,51
Cl	7,03	–	–	7,34

Ce produit s'attaque et se comporte comme le précédent en présence du chlorure d'ammonium.

Sa densité à 0 est 2,57.

J'ai également obtenu ce produit par une variante de la méthode générale, qui consiste à faire réagir la silice non plus sur l'oxyde, mais sur le fluorure double de cobalt et de potassium en présence d'un excès de chlorure de potassium.

Par exemple, à 40^g de fluorure de potassium, on ajoute une quantité supérieure à la quantité théorique d'acide fluorhydrique, puis le résultat de la déshydratation à l'étuve de 19^g,345 de chlorure de cobalt hydraté, on amène à fusion au rouge vif et l'on projette dans la masse 8^g,585 de silice. On laisse refroidir et l'on refond avec 100^g de chlorure de potassium. Après 72 heures, on laisse refroidir et l'on reprend le culot par l'eau froide.

Dans ces conditions, le fluorure de cobalt en excès se dissout complètement tandis que l'eau chaude altérerait beaucoup le produit final. Il est intéressant de remarquer que, malgré l'excès de sel de cobalt, c'est le chlorosilicate qui a pris naissance, au lieu du silicate double particulièrement intéressant puisqu'il paraît être le constituant principal du smalt.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Fabrication de l'hydrogène pour la synthèse de l'ammoniaque.* Note [1] de M. G. Claude, présentée par M. d'Arsonval.

Il est évident que l'industrie de la synthèse directe de l'ammoniaque est sous la dépendance étroite du coût de l'hydrogène.

---

[1] Séance du 4 avril 1921.

On sait que les Allemands ont concentré cette industrie en de formidables cités industrielles, entièrement créées pour les besoins de la cause. L'hydrogène y est produit spécialement par des appareils qui représentent une grosse part des frais d'établissement et de main-d'œuvre.

C'est une tout autre voie que j'ai envisagée.

Comme je l'ai dit (1), l'emploi des « hyperpressions » permet de réaliser des unités aussi faibles qu'on veut. On peut, dès lors, placer des usines partout où l'hydrogène existe comme *sous-produit* d'industries existantes.

C'est par exemple le cas des gaz de fours à coke, qui sont à l'heure actuelle fort mal utilisés dans un grand nombre d'établissements.

En s'installant près de ceux-ci avec un procédé capable de retirer l'hydrogène de ces gaz, on supprimera *ipso facto* une partie coûteuse des frais d'installation et de main-d'œuvre.

Le traitement par liquéfaction partielle des gaz en question rentre dans ce cadre, mais quelques inconvénients trouvés dans mes recherches anciennes sur le gaz d'eau m'avaient conduit à un principe très différent :

De tous les gaz usuels, l'hydrogène est de beaucoup le moins soluble dans les liquides. On conçoit que ce fait puisse être mis à profit pour un procédé général et très simple d'extraction de cet hydrogène des divers mélanges qui le renferment, gaz d'eau, de ville, de fours à coke. Il suffira d'envoyer le mélange comprimé dans une colonne de rectification appropriée, en sens inverse du solvant employé, pour recueillir en haut la plus grande partie de l'hydrogène à l'état de pureté et sous la pression initiale. Les divers autres gaz, entraînés par le solvant, s'en dégageront lors du retour de celui-ci à la pression atmosphérique, en sorte qu'aux pertes près, le solvant pourra indéfiniment parcourir le cycle.

La faible solubilité de certains des autres gaz eux-mêmes, surtout celle de CO, oblige à travailler sous d'assez fortes pressions : cette condition est facilitée au point de vue économique parce que l'hydrogène étant recueilli comprimé, c'est autant de gagné pour le porter à l'hyperpression. Le travail d'introduction du dissolvant dans l'enceinte est indépendant de la pression, la quantité de dissolvant étant inversement proportionnelle à celle-ci.

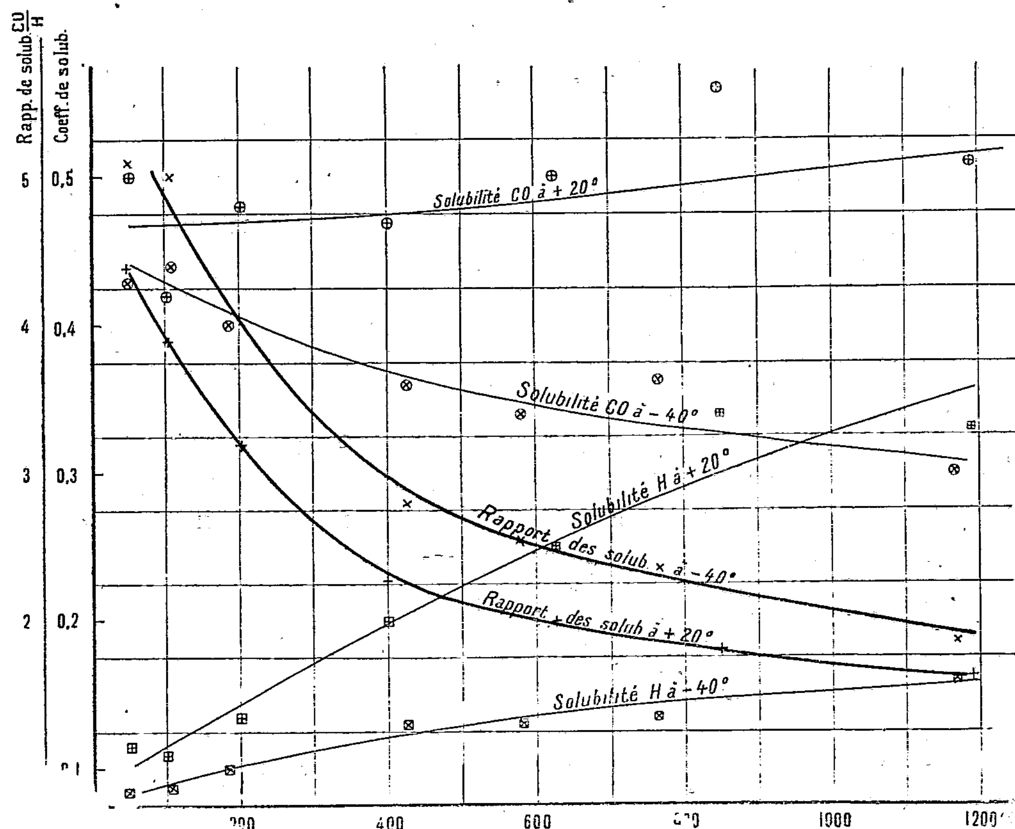
Pour diminuer les pertes de dissolvant par tension de vapeur, on doit opérer à basse température. Or la détente du dissolvant chargé de gaz, détente indispensable d'ailleurs pour éviter la destruction en chaleur du travail d'introduction, fournit une source de froid énergique.

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 442.

J'ai donc cherché parmi les liquides organiques ceux caractérisés à la fois par une grande solubilité de CO et par un grand rapport des solubilités $\frac{CO}{H}$, ainsi, pour chaque liquide, que les conditions où ces facteurs sont optima.

J'ai poussé mes essais jusqu'à 1600^{atm}, et cette incursion dans un domaine peu connu m'a permis de faire des constatations assez inattendues.

On refoule, à l'aide d'un petit hypercompresseur, un *mélange* à parties égales CO et H dans un tube d'acier long et épais, de 150$^{cm^3}$ de capacité interne, muni d'un manomètre métallique. On introduit ensuite par une petite pompe 20$^{cm^3}$ du solvant étudié, ce qui amène la pression à la valeur finale désirée. Les deux tiers inférieurs du tube plongent dans un récipient d'alcool maintenu à la température voulue par de l'azote liquide.



On attend l'équilibre en agitant fréquemment le tube. On extrait alors petit à petit le liquide par un robinet muni d'un tube capillaire dans un petit tube gradué, muni d'un tube de dégagement conduisant les gaz dégagés dans une éprouvette graduée. On mesure le liquide; on mesure et on analyse les gaz dégagés et l'on apporte toutes corrections relatives à la modification de l'atmosphère du fait de la dissolution, aux

tensions de vapeur, etc.; d'ailleurs, ces essais ne comportaient pas une très grande précision et donnent seulement l'allure des phénomènes.

Les courbes ci-jointes sont relatives aux solubilités sous leurs pressions partielles respectives, de CO et H dans le dissolvant le meilleur, l'*éther ordinaire*.

On voit que le coefficient de solubilité d'hydrogène *croît beaucoup* avec la pression Au contraire, celui de CO est, soit peu variable avec la pression (température ordinaire), soit décroissant (basses températures). Il en résulte que le rapport des solubilités $\frac{CO}{H}$ *décroît rapidement* quand la pression s'élève. L'emploi des hautes pressions est donc contre-indiqué : il ne faut pas dépasser 100^{atm}.

On voit d'autre part que le rapport des solubilités s'améliore *quand la température s'abaisse*. Les courbes tracées à cet égard ne sont relatives qu'à $+20°$ et $-40°$, mais l'amélioration continue au-dessous de $-40°$. A $-60°$, le rapport des solubilités vers 50^{atm} est voisin de 8. C'est une autre raison de travailler à basse température. Les gaz dissous s'influencent réciproquement : les solubilités de H *seul* et de CO *seul* ont de toutes autres valeurs; c'est évidemment à cette action réciproque qu'est due l'augmentation paradoxale du coefficient de solubilité de H aux pressions très élevées.

Aux très hautes pressions, les phénomènes de solubilité des liquides dans les gaz prennent une très grande intensité. C'est ainsi que, sous la pression de 1500^{atm}, les 20^{cm^3} d'éther *disparaissent entièrement* dans l'atmosphère gazeuse de cette enceinte de 150^{cm^3}. Un examen plus attentif a montré que c'est surtout dans CO et très peu dans H que l'éther est soluble : avec CO seul, il suffit d'une pression de 350^{atm} pour que les 20^{cm^3} disparaissent.

Les courbes relatives aux différents liquides ont des allures très diverses.

L'application de l'éther à la séparation industrielle de H et de CO, sous des pressions voisines de 100^{atm} et des températures de l'ordre de $-50°$, fournit aisément de l'hydrogène tenant moins de $\frac{2}{1000}$ de CO.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la composition de l'essence de térébenthine française.* Note de M. **M. Vèzes**, présentée par M. A. Haller.

Le développement que prend en France, depuis la guerre, l'industrie des dérivés oxygénés de l'essence de térébenthine (terpine, terpinéol, bornéol, camphre, etc.), conduit à faire, entre les deux constituants de cette essence (pinène, nopinène), une distinction que ses autres applications (peintures, vernis, etc.) rendaient moins nécessaire; il devient indispensable, notamment, de déterminer dans quelle proportion ces deux carbures isomères figurent dans les essences qui servent de matière première à cette industrie.

Nous avons employé, pour cette étude, la méthode polarimétrique décrite par M. Darmois (*Thèse*, Paris, 1911, p. 53 et suiv.), sous la forme

modifiée que cet auteur a employée dans un autre cas (*loc. cit.*, p. 112).

L'échantillon étudié est fractionné par distillation : 200^{cm^3} donnent 5 fractions égales de 40^{cm^3}, dont on mesure la densité d à 15° et la rotation α sous une épaisseur de 1^{cm} pour les trois couleurs jaune ($\lambda = 578^{\mu\mu}$), verte ($\lambda = 546^{\mu\mu}$) et indigo ($\lambda = 436^{\mu\mu}$) fournies par une lampe à vapeur de mercure et isolées par filtration à travers des verres colorés de nuance appropriée. On calcule les pouvoirs rotatoires correspondants $[\alpha] = \frac{\alpha}{d}$, et l'on détermine ainsi, dans un graphique où les λ sont comptés en abscisses et les $[\alpha]$ en ordonnées, les points figurant les pouvoirs rotatoires de ces cinq fractions pour les trois couleurs considérées. Au lieu de construire les courbes de dispersion rotatoire de ces fractions, nous nous bornons à en tracer les cordes joignant les points en question : l'homologie de ces courbes, établie par M. Darmois pour les diverses fractions d'une même essence, se traduit dans ce cas par le fait que les cordes relatives aux deux mêmes couleurs et à ces diverses fractions sont concourantes. Leur point de concours C, déterminé soit par construction graphique, soit par le calcul, est joint par deux droites aux points analogues, construits au moyen des données de M. Darmois (*loc. cit.*, p. 57 et 64), qui correspondent, l'un P au mélange des antipodes optiques du pinène, l'autre N au mélange des antipodes optiques du nopinène. La droite CP définit, par les ordonnées de ses points de rencontre avec les verticales relatives aux deux couleurs considérées, les pouvoirs rotatoires, pour ces deux couleurs, du pinène contenu dans l'échantillon étudié; la droite CN définit de même (pour les deux mêmes couleurs) les pouvoirs rotatoires du nopinène que contient cet échantillon. Connaissant ainsi, pour l'une des couleurs considérées, les pouvoirs rotatoires du pinène et du nopinène, dont l'échantillon étudié est le mélange, ainsi que celui de cet échantillon lui-même, il est facile de calculer, par la règle des mélanges, les proportions de ces deux carbures.

L'emploi de cette méthode suppose connues les coordonnées des points P et N : ils sont situés sur l'axe des λ, et leur abscisse se déduit des pouvoirs rotatoires trouvés par M. Darmois (*loc. cit.*) pour le pinène et le nopinène purs. Pour le couple de couleurs jaune-vert, le point P correspond à $\lambda = 818$, le point N à $\lambda = 1042$; pour le couple jaune-indigo, le point P correspond à $\lambda = 730,85$ et le point N à $\lambda = 1480,58$.

Nous citerons comme exemple le cas d'une essence de térébenthine authentique et sélectionnée, distillant sous pression normale de 154° à 162°, et débarrassée par conséquent des carbures moins volatils que contient toujours l'essence, surtout vieillie, et dont la présence troublerait gravement l'application de la méthode ci-dessus.

Les cinq droites relatives à ces cinq fractions et au couple jaune-vert ont pour équations :

1........... $\lambda = 828,92 + 5,7554\,[\alpha]$
2........... $\lambda = 823,96 + 5,6737\,[\alpha]$
3........... $\lambda = 828,14 + 5,8183\,[\alpha]$
4........... $\lambda = 833,00 + 6,0150\,[\alpha]$
5........... $\lambda = 840,75 + 6,5440\,[\alpha]$

Ces droites sont, comme on le voit, peu éloignées d'être parallèles. Leur point de concours est, par là même, rendu assez incertain. Graphiquement, leur faisceau présente un minimum de largeur pour $\lambda = 738^{\mu\mu}$ environ; le calcul montre que, parmi les points de rencontre de ces droites deux à deux, celui des droites 1-4 correspond à l'abscisse 738,46 et à l'ordonnée $-15°,72$, et les trois autres droites coupent la même verticale ($\lambda = 738,46$) aux ordonnées $-15°,07$, $-15°,41$ et $-15°,63$, accusant ainsi un écart maximum de $0°,65$. On prendra alors, comme point de concours moyen C des cinq droites, le point $\lambda = 738,5$, $[\alpha] = -15°,5$, avec, pour ce dernier nombre, une approximation de $\pm 0°,5$. Cette incertitude ne doit pas surprendre : une variation de $+0°,01$ dans le pouvoir rotatoire de la quatrième fraction en lumière verte suffit en effet pour déplacer le point de concours des droites 1-4 jusqu'à l'abscisse 745,81 et à l'ordonnée $-14°,44$.

Les droites CP, CN, obtenues en joignant le point C ainsi défini aux points d'abscisse 818 et 1042 sur l'axe des λ, rencontrent la verticale $\lambda = 578$ aux points d'ordonnées $-46°,79$ et $-23°,70$, qui définissent les pouvoirs rotatoires, en lumière jaune, du pinène et du nopinène contenus dans l'échantillon étudié. Appliquant enfin à cet échantillon, dont le pouvoir rotatoire en lumière jaune est $-42°,37$, l'équation des mélanges, on en déduit, pour la teneur en pinène de cet échantillon, la valeur

$$x = 80,9 \text{ pour } 100.$$

L'application de cette méthode à un assez grand nombre d'échantillons d'essence de térébenthine provenant de la gemme du pin maritime et d'origine authentique a montré que les points de concours C ainsi déterminés sont peu éloignés les uns des autres. Ils s'écartent peu, en particulier, du point de concours C_1 des deux droites qui, d'après les données de M. Darmois, définissent, pour chaque couple de deux couleurs, la dispersion rotatoire du pinène et du nopinène « contenus dans l'essence française » (*loc. cit.*, p. 64). Les coordonnées des points C_1 sont, pour le couple jaune-vert, $\lambda = 740$ et $[\alpha] = -15°,10$; pour le couple jaune-indigo, $\lambda = 661,66$ et $[\alpha] = -21°,05$.

Les écarts observés entre les points C et C_1 sont-ils uniquement imputables à des erreurs d'expérience, comme le donne à penser l'incertitude qui règne sur la position du point C; ou doit-on, au contraire, y voir la preuve de l'existence, dans l'essence française, de variétés de pinène et de nopinène différant les unes des autres par la valeur de leur pouvoir rota-

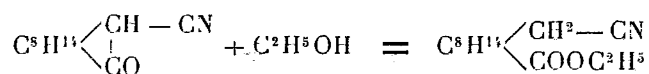
toire? Si l'on admettait la première hypothèse, le dosage du pinène se trouverait, par là même, très simplifié : on n'aurait plus affaire, en effet, qu'à des mélanges du pinène et du nopinène décrits par M. Darmois comme étant ceux de l'essence française, et dont les pouvoirs rotatoires pour la raie jaune du mercure sont respectivement $-46°,5$ et $-23°,2$; de sorte que le pourcentage x en pinène de l'échantillon étudié serait défini par la place qu'occupe, dans l'intervalle de ces deux nombres, son pouvoir rotatoire pour la même couleur :

$$x = \frac{[\alpha] - 23,2}{23,3}.$$

Il paraît prudent de n'envisager le résultat ainsi calculé que comme une première approximation, jusqu'au jour où des essais, actuellement en cours, auront permis d'établir l'influence que le mode de fractionnement ou de mesure peut exercer sur la grandeur de l'écart CC_1.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les cyanocampholates de crésyle et leur produit de réduction.* Note de M. **L. Palfray**, présentée par M. A. Haller.

M. Haller a montré (1) qu'on pouvait combiner directement le cyanocamphre avec certains alcools aliphatiques préalablement sodés, par exemple, les alcools méthylique et éthylique, et obtenir ainsi, par ouverture du noyau, les éthers cyanocampholiques correspondants



$$C^8H^{14}\begin{cases}CH - CN \\ CO\end{cases} + C^2H^5OH = C^8H^{14}\begin{cases}CH^2 - CN \\ COOC^2H^5\end{cases}$$

M. Minguin (2) a étendu l'application de la même réaction à un alcool aromatique, l'alcool benzylique et à quelques phénols, tels que le phénol ordinaire et le naphtol.

Suivant la même voie, nous nous sommes proposé de faire agir le cyanocamphre sur les trois crésols ortho, méta et para, en vue d'obtenir des corps bien cristallisés se prêtant facilement à la réduction au moyen du sodium et de l'alcool.

Conformément à la méthode décrite par M. Minguin, nous avons traité,

(1) *Comptes rendus*, t. **109**, 1889, p. 68.

(2) *Comptes rendus*, t. **112**, 1891, p. 50 et 101.

en tube scellé ou à l'autoclave, un mélange de crésol sodé en léger excès et de cyanocamphre. Après chauffage à 200°-220° pendant 24 heures, la masse reprise par l'eau, épuisée à l'éther et lavée à la soude, nous a fourni un résidu, qui, par distillation dans le vide, donne, dans chaque cas, le produit de condensation attendu.

Dérivé ortho-crésylé. — Ce corps distille à 242°-245° sous 14^{mm} et se condense sous forme d'une huile incolore, épaisse, qui par le mélange éther-ligroïne cristallise en belles lames transparentes, fondant à 44°-45°, et extrêmement solubles dans la plupart des solvants organiques.

Dérivé méta-crésylé. — Le produit, isolé de la même façon que le précédent, distille à 250° sous 25^{mm}. C'est un liquide huileux, d'où ne se séparent qu'à la longue quelques cristaux de très petites dimensions, fondant à 104°-105°.

Dérivé para-crésylé. — C'est ce dérivé qui s'est montré le plus facile à obtenir et à isoler. Il distille à 248°-250° sous 20^{mm} et se prend en masse immédiatement, au point d'obturer le tube à dégagement. Il est très peu soluble dans l'éther et l'alcool absolu. Au contraire, le benzène le dissout facilement, à chaud surtout, et par refroidissement, la solution abandonne des cristaux blancs et purs, fondant à 119°. Le pouvoir rotatoire de ce corps, pris dans le benzène à une concentration de $\frac{1}{5}$ de molécule-gramme par litre, a été trouvé : $[\alpha]_D^{21°} = +170°32'$. A partir de 100^g de cyanocamphre, nous avons obtenu 115^g de cyanocampholate de P. crésyle, ce qui correspond à 70 pour 100 de la théorie.

Produit de réduction des cyanocampholates de crésyle. — En vue de réduire à la fois la fonction nitrile et la fonction éther-sel de ces cyanocampholates, nous avons utilisé la méthode de Bouveault et Blanc ([1]), c'est-à-dire la réduction par le sodium et l'alcool absolu.

Le derivé méta-crésylé étant trop difficile à obtenir cristallisé, nous avons limité nos essais aux dérivés ortho et para, avec lesquels la réduction a été réalisée, quoique assez péniblement. Dans le meilleur essai, en partant de 28^g,5 ($\frac{1}{10}$ de molécule), nous avons recueilli un peu plus de 8^g d'un corps pur, distillant à 172° sous 15^{mm}, ce qui correspond à 45 pour 100 de la théorie.

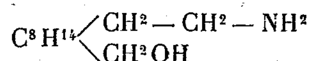
L'huile incolore, très visqueuse, ainsi obtenue, finit par se prendre en masse. Par redissolution dans l'éther ou le benzène, on isole des amas brillants, qui ont un aspect nettement cristallin tant qu'ils sont humides, mais qui, séchés dans le vide ou sur porcelaine poreuse, prennent une apparence grumeleuse analogue à celle du camphre.

Le point de fusion, déterminé après plusieurs redissolutions, se fixe à 76°-77°. Le produit étant peu soluble dans le benzène froid, le pouvoir rotatoire a dû être pris dans une solution de faible concentration, soit à 9^g,46, ou environ $\frac{1}{29}$ de molécule-gramme par litre. Nous avons trouvé dans ces conditions $[\alpha]_D^{21°} = +68°43'$. L'analyse de ce corps, confirmée par celle de ses combinaisons salines, montre que c'est l'amino-alcool correspondant, l'acide cyanocampholique, ce qui conduit à lui attribuer la

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 136, 1903, p. 1676, et t. 137, 1903, p. 60.

formule



$$C^8H^{14}\begin{cases}CH^2-CH^2-NH^2\\CH^2OH\end{cases}$$

et à le désigner sous le nom d'*alcool α-aminohomocampholique*.

Sels de l'amino-alcool. — Nous avons préparé le chlorhydrate par action directe d'une solution éthérée d'acide chlorhydrique sur la solution éthérée de l'amino-alcool. Le sulfate a été obtenu par neutralisation de l'amino-alcool en solution éthérée par l'acide sulfurique concentré. De même, le chloroplatinate a été obtenu immédiatement par l'action du chlorure de platine en solution aqueuse. Les sels, lavés à l'éther anhydre, se présentent sous la forme d'aiguilles microscopiques.

L'amino-alcool absorbe très facilement l'acide carbonique de l'air et le carbonate formé est précipité par l'éther. C'est une poudre blanche très altérable et ne se conservant bien que dans une atmosphère sèche.

Nous nous proposons d'étendre ces recherches aux dérivés de l'acide cyanocampholique et en particulier aux éthers-sels de l'acide homocamphorique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation permanganique de l'αα-méthylallylcyclohexanone en milieu alcalin.* Note M. **R. Cornubert**, présentée par M. A. Haller.

Nous inspirant de l'étude entreprise par MM. Haller et Meyeringh sur l'oxydation permanganique de l'allyldiméthylacétophénone en milieu alcalin (¹) et des recherches de M. Haller et de Mme Ramart sur la synthèse de certains des corps ainsi engendrés (²), nous avons étudié l'oxydation permanganique de l'αα-méthylallylcyclohexanone, cétone que nous avons décrite dans des Notes antérieures (³).

L'oxydation a tout d'abord été effectuée au moyen d'une solution de permanganate à 3 pour 100 en présence de potasse à l'alcool en suivant le mode opératoire indiqué par MM. Haller et Meyeringh; la réaction s'est faite très aisément, une petite quantité de cétone a seulement échappé à l'oxydation. Les produits neutres ont été enlevés par épuisement à l'éther, puis, après acidification, les produits acides ont été extraits par agitation avec le même solvant. Nous avons ainsi obtenu :

(¹) A. Haller et J. Meyeringh, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1957.

(²) A. Haller et Mme Ramart, *Compes rendus*, t. 158, 1914, p. 1302.

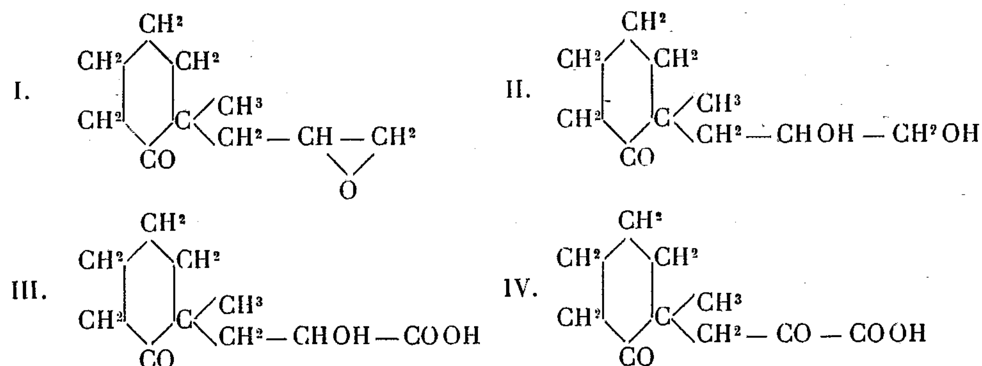
(³) R. Cornubert, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1900; t. 170, 1920, p. 1259.

1° Une très petite quantité d'un produit liquide, d'odeur forte, camphrée, rappelant aussi l'odeur de moisi, correspondant à la composition $C^{10}H^{16}O^2$, bouillant à 128°-131° (corr.) sous 30mm et qui semble représenter l'oxyde d'éthylène monomère de formule I. Un essai de synthèse directe par action de l'épibromhydrine sous l'α-méthylcyclohexanone n'a donné aucun résultat.

2° Une quantité importante d'une résine incolore, répondant à la formule $C^{10}H^{16}O^2$, dont le poids moléculaire a été trouvé correspondre sensiblement à celui d'un trimère du premier corps (P. M. 504). Cette substance bout à 170°-175° sous 25mm.

3° Une petite quantité de cristaux fondant à 99°,5-100°, répondant à la formule II, c'est-à-dire représentant le glycol d'oxydation normale.

4° Un produit acide, dont l'analyse a montré qu'il représentait soit l'acide de formule III, soit l'acide de formule IV. L'examen du sel de baryum a corroboré ce résultat.



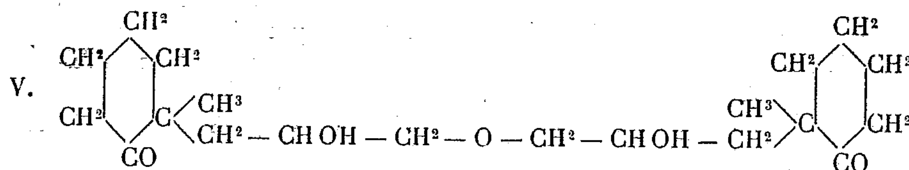
N'ayant pu déterminer exactement la constitution de l'acide, nous avons préparé une nouvelle quantité de matière première. Pour une cause fortuite, nous avons opéré en présence de soude à la chaux au lieu de potasse à l'alcool. Ce changement d'alcali a eu pour résultat de modifier la nature des produits neutres d'oxydation et, en dehors d'une petite quantité de cétone inaltérée, nous avons obtenu :

1° Une grande quantité d'un produit liquide très visqueux accusant très sensiblement la composition centésimale du glycol de formule II. Ce liquide, de point d'ébullition 185°-188° sous 21mm, nous a donné un dérivé monobenzoylé fondant à 141°-142° (corr.);

2° Une petite quantité de cristaux fondant à 98°-99° (corr.), répondant à la formule $C^{10}H^{18}O^3$, qui ont engendré un dérivé monobenzoylé fondant à 140°-141° (corr.). La détermination du point de fusion du mélange de ce glycol et du glycol d'oxydation potassique d'une part, du mélange des deux dérivés benzoylés d'autre part, a montré que ces corps étaient deux à deux identiques. L'amorçage du glycol resté liquide, avec des germes de glycol cristallisé, n'a cependant pas produit de cristallisation;

3° Une petite quantité d'un produit filamenteux passant à 260°-280° sous 21mm,

répondant assez sensiblement à la formule V



La mesure du poids moléculaire a donné 362 au lieu de 354;

4° Un produit acide répondant encore soit à la formule III, soit à la formule IV; malgré de nouvelles expériences nous n'avons pas pu déterminer sa constitution exacte.

Pour relier l'une à l'autre ces deux opérations, nous avons déshydraté, par l'isocyanate de phényle, une certaine quantité du glycol resté liquide et nous avons ainsi obtenu une petite quantité du trimère de l'oxyde d'éthylène souillé d'un peu de diphénylurée, mélange passant surtout à 165°-175° sous 22^{mm}, et un produit qui a distillé entre 245° et 260° sous la même pression et qui semble constitué par un mélange de trimère, de diphénylurée et de corps de formule V.

En résumé l'oxydation permanganique de l'αα-méthylallylcyclohexanone en présence de soude à la chaux s'est comporté de la même manière que l'oxydation permanganique de l'allyldiméthylacétophénone en présence de potasse. Au contraire, en présence de potasse à l'alcool, la cétone que nous avons étudiée a donné des produits anormaux d'oxydation.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la détermination de l'indice d'acétyle des matières grasses.* Note [1] de M. **Émile André**, présentée par M. Ch. Moureu.

En 1907, le Congrès international de Chimie appliquée de Rome a adopté, pour déterminer l'indice d'acétyle des matières grasses, le procédé de Lewkowitsch [2]. Cet auteur donne le nom « d'indice d'acétyle » *au nombre de milligrammes de potasse nécessaire pour saturer l'acide acétique obtenu en saponifiant* 1^g DE CORPS GRAS ACÉTYLÉ Pour doser l'acide acétique, il met à profit la double propriété que possède cet acide d'être soluble dans l'eau et d'être entraînable par la vapeur. On pratique, d'une part, un dosage d'acides

(1) Séance du 11 avril 1921.

(2) *Journal of Soc. of chem. Ind.*, 1890, p. 660; 1897, p. 503.

solubles ou d'acides volatils (au choix) sur le corps gras acétylé, d'autre part un dosage identique sur le corps gras lui-même. La différence entre les deux dosages représente l'acide acétique fixé par acétylation.

Nous avons adopté pour déterminer l'indice d'acétyle un procédé plus simple et plus précis. Il est possible, quand on connaît l'indice de saponification S d'une matière grasse et l'indice de saponification S' de la même substance acétylée, de calculer exactement son indice d'acétyle.

Lorsqu'une huile ou graisse contient des glycérides d'acides gras à fonction alcool, l'acétylation augmente son indice de saponification et l'on a $S' > S$. La quantité $S' - S$, que nous appellerons A_1, ne représente pas l'indice d'acétyle : 1g d'huile acétylée ne contient pas 1g d'huile, car l'acétylation a fait subir à la matière grasse une augmentation de poids. Par suite, ce n'est pas la quantité de potasse S qu'il faudrait retrancher de S' mais une quantité plus petite. Si nous désignons par A la valeur réelle de l'indice d'acétyle, la différence $S' - S$ lui est inférieure d'une quantité qui nous est inconnue.

Il existe, entre A_1, S et A, une relation mathématique simple permettant, lorsque l'on connaît les deux premières de ces valeurs, de calculer la troisième. On peut établir cette relation par le raisonnement suivant :

1° Ethérifier un alcool par l'acide acétique c'est remplacer un groupement oxhydrile $-OH$, dont le poids est de 17g, par le groupement $CH^3 - COO$ dont le poids est de 59g et augmenter le poids de la molécule de $59^g - 17^g = 42^g$.

2° Pour saponifier, dans une molécule-gramme, une fonction éther acétique, il faut employer 56g de KOH. Pour une substance acétylée dont 1g exige, pour être saponifiée, 0g,056 de KOH, on est en droit de conclure que cette quantité de 1g représente $(1 - 0{,}042)$ gramme de l'alcool primitif; un éther acétique dont 1g nécessite n grammes de KOH pour être saponifié représente donc $\left(1 \quad \frac{n}{0{,}056} \times 0{,}042\right)$ gramme de l'alcool lui-même. Appelons λ le rapport $\frac{42}{56}$ par lequel il faut multiplier l'indice de saponification d'un éther acétique pour déterminer « la surcharge acétique » de l'alcool dont il dérive.

Connaissant λ, l'indice de saponification S et l'indice de saponification S', on possède tous les éléments nécessaires pour calculer l'indice d'acétyle A.

La quantité de potasse $S' - S = A_1$ a servi à saponifier des fonctions éther acétique et correspond à une surcharge $A_1\lambda$. En retranchant de S' une quantité de potasse S, nous avons retranché une quantité trop élevée;

pour saponifier $(1 - A_1\lambda)$ gr. de matière grasse primitive, il faut seulement $(1 - A_1\lambda)$ S de KOH. La quantité $A_1\lambda S$ appartient à l'indice d'acétyle et doit être ajoutée à A_1. En répétant pour elle le même raisonnement que pour A_1, nous trouvons un deuxième terme de correction $A_1\lambda^2S^2$ et, en continuant ainsi de proche en proche, nous obtenons la relation suivante :

$$\text{(I)} \qquad A = A_1(1 + \lambda S + \lambda^2 S^2 + \lambda^3 S^3 + \lambda^4 S^4 \ldots).$$

L'ensemble des termes λS, $\lambda^2 S^2$, $\lambda^3 S^3$, $\lambda^4 S^4$... est une progression géométrique dont le premier terme λS est la raison; il est inférieur à l'unité car $\lambda = 0,75$ et S varie entre 0,150 et 0,270 pour presque toutes les matières grasses connues. La valeur vers laquelle tend la somme de cette progression est $\frac{\lambda S}{1 - \lambda S}$. En substituant cette valeur dans la formule (I), et en remplaçant A_1 par $S' - S$, il vient

$$\text{(II)} \qquad A = S' - S\left(1 + \frac{\lambda S}{1 - \lambda S}\right),$$

où $\lambda = 0,75$ est une constante particulière à tous les éthers acétiques, S l'indice de saponification de la matière grasse et S' l'indice de saponification de la même substance acétylée.

La méthode que nous proposons est plus rapide et plus simple que celle de Lewkowitsch; l'indice de saponification est une constante chimique qu'on peut facilement déterminer avec exactitude tandis que le dosage des acides volatils ou des acides solubles n'offre ni la même facilité ni la même garantie.

Voici, à titre d'exemple, les chiffres comparés que nous ont fourni les deux méthodes pour deux échantillons d'huile de ricin et cinq échantillons d'huile de pépins de raisin; leur concordance est très satisfaisante; les valeurs obtenues par le calcul à partir de S et de S' sont toujours un peu plus faibles, nous estimons que ce sont elles qui offrent les meilleures garanties d'exactitude :

Huiles.	Méthode Lewkowitsch.	Calculé à partir de S et de S'.
Ricin extraite au laboratoire des graines du R. zanzibarensis	146,9	144,7
Ricin commerciale	137,2	136,1
Raisin blanc (Touraine)	21,5	20,8
Raisin rouge (Touraine) n° 1	21,6	20,4
» » » n° 2	30,0	29,6
Raisin rouge (Italie)	30,7	29,2
» » (France méridionale)	52,1	49,4

PALÉONTOLOGIE. — *Existence de nombreux spicules d'Alcyonaires dans les minerais de fer jurassiques de France.* Note de M. L. **Cayeux**, présentée par M. H. Douvillé.

Le groupe des Alcyonaires à spicules, qui tient une place notable dans la constitution de la faune marine actuelle, est presque inconnu à l'état fossile. Si l'on consulte les traités de Paléontologie classiques, on apprend que les Alcyonaires à squelette continu sont les seuls qui aient chance d'être conservés dans les formations anciennes, et que les spicules fossiles, ou n'ont pas été reconnus avec certitude, ou n'existent pas. La haute teneur des spicules d'Alcyonaires en matière organique a même été invoquée par Zittel pour expliquer leur absence, cette matière, au dire de l'auteur, devant en provoquer la décomposition. Mais le fait que les spicules d'Alcyonaires sont essentiellement formés de calcite était de nature à laisser supposer que, tôt ou tard, le hasard en révélerait la présence dans les terrains anciens.

A la vérité, aucun représentant d'Alcyonaire à spicules n'a été signalé en France jusqu'à présent, et les très rares éléments qu'on leur rapporte actuellement, à ma connaissance, ont été découverts dans le Lias moyen de Gotha et dans la craie supérieure de Bohême.

Il est maintenant permis d'affirmer que ces organismes ont été très répandus à certains moments dans le passé, et qu'il suffit d'analyser, au microscope, tel de nos minerais jurassiques pour en observer des restes en abondance. Une fois de plus, l'étude pétrographique des roches sédimentaires entreprise systématiquement, au moyen de coupes minces, élargit par contre-coup le domaine de la Paléontologie.

Au cours de mes recherches sur les minerais de fer oolithique d'âge secondaire, j'ai eu la bonne fortune de découvrir, sans les chercher, des spicules d'Alcyonaires, en nombre vraiment considérable. Les plus anciens datent du Lias supérieur, où ils sont d'ailleurs rares, en moyenne. Dès le Bajocien, ces spicules se multiplient beaucoup, en même temps que leur diffusion augmente. Au Callovien, ils abondent au point qu'on les peut compter par centaines dans certaines préparations d'étendue ordinaire. A cette époque, l'aire de dispersion des spicules d'Alcyonaires est tellement vaste qu'on les rencontre aussi bien dans les minerais du Bassin de Paris et du Jura que dans ceux du Bassin du Rhône. Contre toute attente, ils disparaissent en totalité à l'Oxfordien, si bien que la différenciation des

minerais calloviens et oxfordiens, au moyen des spicules d'Alcyonaires, est on ne peut plus facile.

Quel qu'en soit l'âge, les spicules observés se font remarquer par un air de famille très accentué. D'une manière générale, leur taille est de l'ordre de grandeur de celle des spicules d'Eponges. Si l'on s'en tient aux manières d'être les plus communes, les seules qui nous intéressent ici, les spicules d'Alcyonaires des minerais de fer jurassiques se résolvent en bâtonnets, souvent grêles, cylindriques, fusiformes, ou un peu irréguliers, droits, arqués ou flexueux. Tous sont monoaxes et jamais branchus ou fourchus. La plupart sont lisses et les autres hérissés de petits piquants, ou ornés de courtes épines. De canal, il n'existe aucune trace. Le plus souvent, lesdits spicules sont formés de calcite, optiquement orientée de la même façon, pour un individu donné de forme rectiligne, sans qu'il soit possible d'observer le moindre vestige de la structure première.

Mais il se trouve, principalement dans le Callovien, des centaines de spicules qui ont conservé parfaitement intacte la structure fibreuse caractéristique du groupe. En l'absence de ce critérium, d'importance capitale pour l'identification des bâtonnets, leur attribution aux Alcyonaires s'imposerait quand même, et non sans rigueur, par une élimination raisonnée des spicules d'Éponges.

Il est très remarquable que, subordonnés à des sédiments qui ont été le siège de nombreuses métamorphoses minérales, les spicules d'Alcyonaires se soient montrés absolument rebelles aux phénomènes d'épigénie. Calcaires à l'origine, ils sont restés calcaires dans les différents étages où je les ai rencontrés.

Il ne faudrait pas conclure de la nature spéciale des dépôts auxquels les spicules sont associés, que leur existence est liée à celle d'un milieu de nature très particulière, et que, partant, leur répartition dans le temps et dans l'espace en doive être des plus restreintes. D'ores et déjà, je puis noter que les spicules d'Alcyonaires sont également répandus à profusion dans des calcaires calloviens qui n'ont rien d'aberrant au point de vue minéral. C'est pourquoi j'incline à croire que le rôle paléontologique des Alcyonaires à spicules doit être appréciable, voire même notable, contrairement à l'opinion qui a prévalu jusqu'ici. Pour tout dire, j'ajouterai que la présence de nombreux spicules d'Alcyonaires dans nos minerais de fer, non seulement comble une importante lacune de la paléontologie des Invertébrés, mais pose et résout tout à la fois un problème intéressant et nouveau pour la pétrographie des roches sédimentaires.

GÉOLOGIE. — *La situation géologique des volcans d'Oudjda (Maroc Oriental).* Note de M. **P. Russo.**

La plaine d'Angad ou d'Oudjda est un long couloir, étroit au centre vers Oudjda (20^{km}), s'élargissant aux deux extrémités : à l'ouest à El Aioun, à l'est à Marnia (80^{km}).

Elle est encadrée par des montagnes jurassiques qui sont les *Beni Snassen* au Nord; les *Beni Yala* et les *Zekkara*, ainsi qu'une partie des *Beni bou Zeggou* au Sud. Son axe est occupé par des volcans.

La plaine elle-même est formée de dépôts miocènes (Vindobonien et Sahelien) ainsi que de dépôts alluviaux quaternaires.

Les terrains jurassiques qui bordent immédiatement la plaine montrent, à hauteur de la partie la plus étroite du couloir, un double pendage de 10° environ vers l'Est et vers l'Ouest, dessinant ainsi un anticlinal transverse surélevé (*Ras Foughal* au Nord, *monts des Zekkara* au Sud).

Les falaises jurassiques qui dominent la plaine d'Angad au Nord et au Sud sont formées de couches plongeant en sens opposé (22° vers le Nord et 12° vers le Sud). Cette structure donne l'indication d'un large bombement anticlinal dont la voûte s'est effondrée pour donner naissance au couloir d'Oudjda. Les falaises calcaires qui limitent l'effondrement ne tombent pas directement sur la plaine, mais en sont séparées par une série de collines dans lesquelles les couches jurassiques affaissées ont un pendage inverse de celui des falaises et s'enfoncent sous les terrains récents de la plaine. Il y a donc l'indication d'un mouvement synclinal très net, très accusé.

De plus, suivant d'Ouest en Est l'axe de la plaine, se développe un relief montagneux qui naît vers El Aioun, s'élève graduellement avec un pendage d'ensemble vers l'Ouest; il atteint son maximum de relèvement et sa plus grande largeur au niveau où la plaine est la plus étroite, puis les couches prennent un pendage oriental et le relief disparaît bientôt d'une manière brusque. Ce massif jurassique axial présente transversalement une disposition synclinale; c'est un *synclinal en relief* limité au Nord et au Sud par des falaises qui répondent à des fractures ayant accompagné l'effondrement général du bassin d'Angad.

Ces différentes failles (souvent avec des dénivellations de 100^m et plus) dessinent un réseau de cassures formant un faisceau assez resserré au

niveau de la portion étroite de la plaine et s'étalant en éventail vers l'Est et vers l'Ouest, puis disparaissant dès que la plaine s'élargit.

C'est par ces fractures, au nombre de quatre principales, que se sont fait jour les roches éruptives et les volcans qui parsèment la plaine d'Oudjda Ces fractures sont jalonnées par les volcans suivants :

1° Fracture entre le massif des Beni Snassen et la falaise nord du synclinal axial : volcan de *Kerkoum Lakhal*.

2° Fracture dans le synclinal faillé du massif axial : volcans de *Ternamis*, *Shouad-ed Dib*, *Oued Kerma*, *Koudiat Mazouz*.

3° Fracture au pied sud du massif axial : volcans de *Beni Oukil* et *Kef Oghabed*.

4° Fracture au pied de la grande falaise méridionale (Beni Yala) : volcans de *Semmara*.

Je suis ainsi arrivé à considérer le couloir ou bassin d'Angad comme produit par l'effondrement de la clef de voûte d'un large voussoir anticlinal de calcaires jurassiques. La bande effondrée, large de 20^{km} dans sa partie la plus étroite, présente en gros une structure synclinale accidentée par de nombreuses fractures avec dénivellation; l'axe en est occupé par un large synclinal surélevé. C'est par les fractures résultant de l'effondrement, dont la date est antévindobonienne, que se sont produites les éruptions volcaniques disposées en une quadruple série parallèle, resserrée au centre, étalée en éventail aux extrémités.

GÉOGRAPHIE. — *Sur la dépression longitudinale du Chili.*
Note de M. DE MONTESSUS DE BALLORE.

Plusieurs géologues, en particulier Suess et de Lapparent, ont tiré d'importantes déductions de ce qui a été appelé la vallée, ou la dépression longitudinale du Chili, colossal accident qui s'étendrait sans interruption depuis le 33e parallèle jusqu'au débouché du détroit de Magellan dans l'Atlantique, soit sur une longueur d'environ 2600^{km}. Ces auteurs ont été trompés par les cartes à petite échelle et par d'imprudentes assertions. Les observations faites au cours de mes voyages, et surtout l'examen minutieux de la carte du Chili au $\frac{1}{500000}$ publiée par le Bureau de mesure des terres sous la direction de Risopatrón, me permettent de présenter une conception toute différente de la morphologie générale de la partie centrale de ce pays ([1]).

([1]) Un travail plus étendu paraîtra dans un autre Recueil.

La cordillère côtière ne s'individualise qu'au sud du 33e parallèle, car au nord elle est continue avec celle des Andes et les ensellements considérés comme représentant le prolongement septentrional de la dépression n'existent pas.

La plaine de Santiago est une cuvette se déversant dans le Pacifique, de sorte que la dépression ne commence que plus au Sud avec le défilé d'Angostura par 33°56′ L. S. De là et avec des largeurs variables atteignant jusqu'à 50km, la dépression court Nord-Sud jusqu'à Nacimiento sur le rio Bio-Bio, soit sur une longueur de 484km.

Aucun fleuve n'a son thalweg le long de l'axe de la dépression entre les deux cordillères, ce qui exclut la dénomination de vallée et le régime hydrographique se présente comme il suit. De nombreux fleuves, et parfois d'importants affluents, descendent de points plus ou moins profondément internés dans la cordillère des Andes, traversent la dépression de l'Est à l'Ouest, puis coupent la cordillère côtière pour se déverser dans le Pacifique. Parmi eux, quelques-uns seulement naissent au pied occidental de la cordillère des Andes. Beaucoup de ces cours d'eau ont des segments plus ou moins longs qui suivent le pied oriental de la cordillère côtière, ce qui n'arrive jamais pour le pied occidental de celle des Andes. Tel est le fait capital montrant que partout le fond de la dépression est légèrement incliné dans le sens transversal, c'est-à-dire de l'Ouest à l'Est.

Ce n'est pas tout. Ce régime hydrographique et le profil longitudinal de la voie ferrée qui suit la dépression montrent l'existence de onze ondulations transversales surbaissées qui, courant de l'Est à l'Ouest, réunissent le pied occidental de la cordillère des Andes au pied oriental de la cordillère côtière. Leurs ventres sont les thalwegs des cours d'eau transversaux qui vont au Pacifique après avoir coupé la cordillère côtière, et leurs crêtes, légèrement inclinées vers l'Ouest, forment, entre les deux chaînes, les lignes de séparation des bassins. Les thalwegs des segments longitudinaux de cours d'eau correspondent aux intersections des ondulations avec les pentes orientales de la cordillère côtière, et ces segments, s'affrontant deux à deux à la crête d'une ondulation, coulent en sens inverses du Sud au Nord et du Nord au Sud, respectivement.

Cette inclinaison transversale des crêtes explique comment il ne peut y avoir de cours d'eau longeant le pied occidental de la cordillère des Andes. Aux intersections du flanc oriental de la cordillère côtière avec les ventres des ondulations transversales, c'est-à-dire avec les thalwegs des cours d'eau transversaux, et avec leurs crêtes, les différences d'altitude varient entre 5m

et 90^m et entre 3^m et 228^m respectivement, soit en moyenne de 36^m à 78^m. Le fond de la dépression est donc en somme assez accidenté.

Cette disposition morphologique rythmée est très remarquable par la régularité avec laquelle on l'observe sur près de 500^{km} de longueur méridienne et nous n'en connaissons pas d'exemples pour d'autres entremonts de chaînes parallèles voisines comme celles de l'Équateur et de la Colombie. Cette disposition peut être provisoirement considérée comme le résultat de poussées tangentielles de sens méridien, c'est-à-dire comme un système de plis orthogonalement surimposés à ceux des Andes, plis qui seraient venus accidenter la partie occidentale du fond du bras de mer de l'époque secondaire qui baignait le pied oriental de la cordillère côtière et sur laquelle s'est érigée, plus à l'Est, celle des Andes.

Entre Nacimiento et Temuco (154^{km}) la cordillère côtière prend, sous le nom de *Sierra de Nahuelbuta*, un relief plus accentué, mais, en même temps, elle est réunie à celle des Andes par un seuil transversal élevé que la voie ferrée franchit à l'altitude de 369^m à Pailahueque, barrant ainsi la dépression qui ne reparaît plus que 367^{km} plus loin au golfe de Reloncaví. Dans cet intervalle, il n'y a plus de relief distinct formant une chaîne côtière individualisée, mais un ensemble confus d'environ 100^{km} de largeur qui pourrait bien être une pénéplaine s'étendant du pied des Andes au Pacifique.

C'est par un véritable abus de mots que les canaux du sud du Chili, en particulier le détroit de Magellan, ont été considérés comme partie intégrante, ou prolongement de la dépression longitudinale.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations et fertilité de l'hybride* Primula variabilis *Goupil comparées à celles de ses parents* Pr. vulgaris *Huds. et* Pr. officinalis *Scop.* Note (¹) de M. **L. Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

L'étude des pollens des hybrides fixés, *Geum intermedium* Ehrh. et *Centaurea pratensis* Thuill. (²), m'a permis de montrer qu'à la stabilité des caractères morphologiques des hybrides se superposaient des variations définies dans la fécondité des éléments reproducteurs. La même étude, appliquée au *Primula variabilis* Goupil, hybride spontané de *Pr. vulgaris* Huds. (*grandiflora* Lmk.) et *Pr. officinalis* Scop., donne des résultats

(¹) Séance du 11 avril 1921.

(²) *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 1284, et *Bull. Soc. bot.*, juillet 1920.

concordants et me conduit, de plus, à la découverte de l'instabilité physiologique de l'un des parents, *Pr. vulgaris*, qui se comporte comme l'hybride avec lequel il a de nombreuses affinités morphologiques.

I. G. Rouy (1908) qualifie *Pr. variabilis* d'« *hybride souvent fixé, se reproduisant de graines* ». Lebel (1861), de Roquebrune (1862) en font une espèce légitime. Goupil (1825) la distingue du *vulgaris* par ses fleurs plus petites, par son calice à divisions courtes, droites vers la pointe, écartées (différence avec *Pr. elatior*) du tube de la corolle; il nomme *Pr. lateriflora* une forme secondaire, plus voisine de *Pr. officinalis*. On en trouve des représentants en nombreuses régions de France, en Suisse (Muret), en Allemagne (Kunth), en Danemark (Ljunström), en Angleterre (Miller Christy, d'après G.-A. Boulanger, 1920).

J'ai fait l'épreuve de deux lignées qui se sont montrées stables dans les semis :

a. L'une dérive de deux plantes, à court et long styles, prélevées en 1912 au Plessis-Macé (Maine-et-Loire), cultivées depuis avec leurs descendants à Bellevue (S.-et-O.). Les fécondations croisées artificielles et isolées m'ont donné, en 1913 et 1914, 58 bonnes graines dont j'obtins 7 plantes adultes qui sont des *Pr. variabilis* typiques, avec variations marquées de la pilosité des feuilles et des hampes florales plus ou moins hautes, de la largeur et de la couleur jaune plus ou moins foncée des corolles.

b. L'autre m'a été envoyée en 1912 par M. Souché, des Deux-Sèvres. Elle présente tous les caractères de *variabilis*, avec, en plus, *la particularité très rare dans le genre de ne donner que des fleurs à sépales libres;* mutation qui se conserve par le semis et que je nomme *Pr. variabilis* forme *dialysepala*.

II. *L'origine hybride des divers* Pr. variabilis *est incontestable*. Godron l'affirme dès 1844; Durand-Duquesnay, Gay, Boreau, Grenier, A. Perrier, Föcke, Ljunström et d'autres l'admettent. Les semis de Boreau à Angers, de Naudin au Muséum (1858), de Godron à Nancy (1873) en donnent la preuve après croisement avec les parents présumés; mais les circonstances mêmes des cultures et l'apparition de coloris rouge, ou violacé sur les corolles, indiquent l'intervention de formes horticoles à constitution génétique complexe. Les épreuves doivent être reprises avec des plantes types, spontanées, à corolles jaunes. Les plantes étudiées au Plessis-Macé répondent à ces conditions et j'en ai isolé plusieurs lots.

On les trouve en mélange avec *Pr. vulgaris* abondant, à floraison précoce et *Pr. officinalis* var. *suaveolens* rare et à floraison tardive. Ils se reconnaissent à distance à leurs hampes, d'ordinaire élevées (jusqu'à 22^{cm}), garnies de fleurs abondantes de longue durée, souvent d'un jaune plus vif que celles du *vulgaris*. Ils sont intermédiaires entre les parents, mais parfois il est difficile de les séparer des *vulgaris* forme *caulescens*.

III *La fécondité du* Pr. variabilis *est toujours limitée, parfois nulle*. La qualité des pollens et des ovules est compensée par la vigueur végétative; les capsules vides sont la majorité, mais j'ai pu récolter quelques bonnes graines sur toutes les plantes suivies dans le jardin d'essai.

L'examen du pollen fournit des renseignements précieux sur les plantes à l'état sauvage. En particulier, j'ai fait l'étude détaillée, plante par plante, de tous les individus croissant sur un talus de 60^{m} de long et 3^{m} de large du Plessis-Macé, com-

prenant 34 *Pr. officinalis*, 184 *Pr. vulgaris*, 20 *Pr. variabilis*. Ces derniers étaient groupés; deux lots couvrant chacun 4$^{m^2}$ donnent : 2 et 5 *officinalis* avec une moyenne de 3 hampes de 3 à 8 fleurs; 15 et 7 *vulgaris* portant de 12 à 42 fleurs; 7 et 5 *variabilis* avec 10 à 25 hampes de 8 à 15 fleurs. J'ai examiné le pollen frais des fleurs, sur le point de s'épanouir, de chacune des 238 plantes du talus :

	Style.	Pollen avorté pour 100.						
		0	5	— 25	— 50	— 75	—	100
Primula officinalis......	court	18	0	0	0	0	0	0
» »	long	14	2	0	0	0	0	0
» *vulgaris*.......	court	8	34	62	9	4	0	0
» »	long	6	29	23	5	2	1	1
» *variabilis*.....	court	0	0	0	4	2	3	2
» »	long	0	0	0	1	3	2	3

La fécondité du pollen de *Pr. variabilis* est donc réduite, fait déjà connu, mais non précisé par des dénombrements, sauf par Ljunström, qui trouve (1888) au Danemark 63 à 69 grains avortés pour 100.

IV. *Le fait nouveau*, et très important à mon avis, est la stérilité partielle de *Pr. vulgaris* spontanée, regardée par tous les auteurs comme une espèce typique. J'en fus très surpris et j'ai immédiatement vérifié en d'autres stations (Angers, Bellevue) que la règle est valable. Je n'ai pas trouvé, jusqu'à présent, un groupe de plusieurs plantes *Pr. vulgaris* dont le pollen soit parfait.

V. De plus, alors que les pollens de *Pr. officinalis* (110 plantes), de *Pr. elatior* (2 plantes) sont homogènes, à grains réguliers (40$^{\mu}$-25$^{\mu}$ brévistyle, 25$^{\mu}$-18$^{\mu}$ longistyle), la taille des pollens de *Pr. vulgaris* et *Pr. variabilis* est variable, surtout lorsque les avortements sont prononcés et alors *j'ai toujours trouvé quelques rares grains de pollen de taille double* des grains normaux, ronds ou ovales, au lieu d'être oblongs, qui éclatent immédiatement au contact de l'eau.

En résumé, *Primula variabilis* est un hybride spontané capable de se perpétuer par le semis, à fécondité limitée et compensée par une grande vigueur et une floraison remarquable par son abondance et sa durée. A ce titre, la plante mérite une large propagation dans les jardins. L'un des parents, *Pr. officinalis*, est une espèce parfaitement définie, très stable au point de vue physiologique; l'autre parent, *Pr. vulgaris*, est, au contraire, instable, donnant de nombreux grains de pollen avortés et des grains de taille variable. Cette irrégularité n'est, sans doute, pas complètement indépendante des variations morphologiques qui ont conduit plusieurs botanistes distingués à considérer *Pr. variabilis* comme une sous-espèce du *Pr. vulgaris*.

CYTOLOGIE. — *L'évolution des grains d'aleurone en vacuoles ordinaires et la formation des tannins.* Note de M. **Pierre Dangeard** fils, présentée par M. P.-A. Dangeard.

La notion de mitochondrie a déjà provoqué beaucoup de confusion en cytologie végétale et elle continue de le faire comme en témoignent les travaux récents sur cette question.

Si nous nous reportons à la distinction faite sur ce sujet par M. P.-A. Dangeard (¹), nous sommes en présence de la conception suivante. La cellule végétale en plus de son noyau et de son cytoplasme renferme : 1° des plastes, dont les formes jeunes ont l'aspect « mitochondries »; 2° un appareil vacuolaire, dont les éléments jeunes rappellent également les mitochondries; 3° des microsomes. Tous ces éléments se colorent par une ou plusieurs méthodes mitochondriales.

On doit donc comprendre que le terme de mitochondrie ne s'applique qu'à un aspect morphologique et pas du tout à un ensemble d'éléments ayant une individualité dans la cellule. Comme jusqu'à présent personne n'a vu un passage quelconque se faire entre les aspects mitochondriaux soit de l'appareil vacuolaire, soit des plastes ou des microsomes, nous sommes bien forcés de donner à chacun de ces systèmes dans la cellule l'autonomie que nous refusons aux mitochondries.

Les cytologistes ont donc été trompés par une similitude morphologique entre les points de départ de divers appareils qui ont leur individualité dans la cellule.

Cette similitude d'aspect, il faut le reconnaître, est remarquable, mais elle n'entraîne pas la nécessité d'une origine commune pour des formations qui sont toujours distinctes dans l'espace et qui sont probablement aussi différentes par leur nature chimique.

Cependant il y a encore des auteurs qui font dériver des substances comme les tannins des mitochondries. Or ces corps n'existent jamais que dans l'appareil vacuolaire où ils apparaissent plus ou moins tôt : Il n'est donc pas exact de dire, comme le fait Politis dans une Note récente (²),

---

(¹) P.-A. Dangeard, *Sur la distinction du chondriome des auteurs en vacuome, plastidome et sphérome* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1005).

(²) Jean Politis, *Sur les corpuscules bruns de la brunissure de la vigne* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 870).

qu'ils résultent de la transformation de mitochondries granuleuses. L'auteur n'a pas connu les travaux récents sur la question, et il le fait bien voir en continuant à attribuer à Guilliermond le mérite d'avoir reconnu l'origine mitochondriale de l'anthocyane, alors que ce dernier a reconnu son erreur depuis, mais il est vrai d'une façon tellement réservée qu'elle a pu passer inaperçue ([1]). Or l'anthocyane et les tannins sont des substances qui ont des rapports étroits.

Je me bornerai à rappeler les résultats que j'ai obtenus sur la formation du tannin dans l'épiderme de la feuille d'If (*Taxus baccata*) ([2]) et à exposer les faits nouveaux que j'ai observés dans la plantule de Pin (*Pinus maritima*).

Dans la feuille d'If dont l'épiderme devient tannifère au printemps, il n'existe au début dans les cellules qu'un vacuome à aspect mitochondrial filamenteux ou réticulé qui s'imprègne de tannin peu à peu au cours de son évolution, et qui se transforme directement par hydratation en vacuoles dans la cellule adulte. Il n'y a donc pas d'intervention de mitochondries dans ces phénomènes.

Dans l'embryon et dans la très jeune plantule de Pin, il n'existe pas de tannin dans l'épiderme comme on peut s'en assurer au moyen des réactifs microchimiques. Dans une plantule de $1^{cm},5$ il y en a déjà beaucoup dans l'hypocotyle et la base des cotylédons.

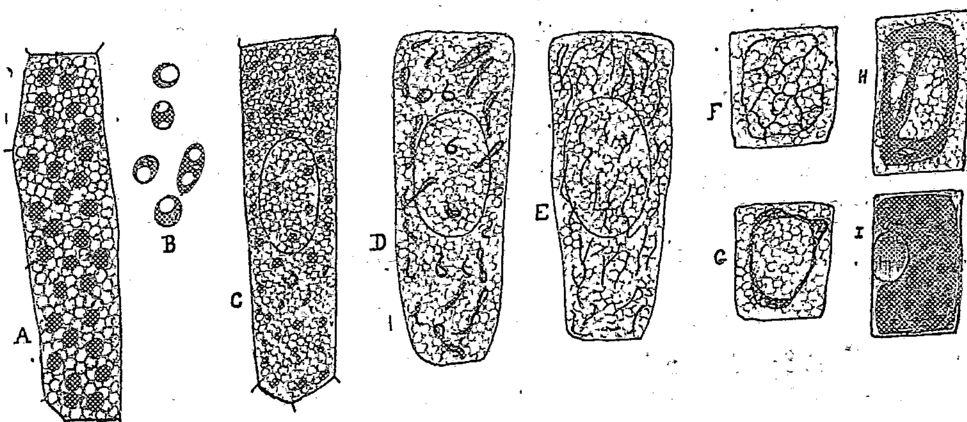
Dans l'épiderme de l'embryon, l'appareil vacuolaire est représenté par de nombreux corpuscules arrondis qui sont des grains d'aleurone sans inclusions (*fig.* A) à l'inverse de ce qui a lieu pour le parenchyme (*fig.* B). Dès que la graine a été mise à germer, après 24 heures, ces grains commencent à changer de forme (*fig.* C). Un peu plus tard ils se sont allongés (*fig.* D) puis soudés ensemble (*fig.* E) et il en résulte un réseau unique et très délié dans la cellule (*fig.* F). Ce réseau se gonfle, s'agglomère, prend de plus en plus d'importance et se transforme finalement en grosses vacuoles (*fig.* I). Tous ces stades se relient et il y a continuité complète; c'est en somme une matière plastique, la métachromatine, qui existait déjà dans les grains d'aleurone de la graine et qui s'est hydratée peu à peu en passant par des formes variées sous l'influence des pressions subies à l'intérieur de la

---

([1]) Guilliermond, *Sur l'origine des vacuoles dans les cellules de quelques racines* (*C. R. Soc. Biol.*, 27 mars 1920).

([2]) Pierre Dangeard, *La métachromatine et les composés tanniques des vacuoles* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1016).

cellule. La continuité est d'autant plus certaine que le vacuome, depuis le grain d'aleurone jusqu'à la vacuole tannifère, se colore électivement par les teintures vitales. D'autre part les réactifs microchimiques permettent de constater à partir de quel moment le vacuome renferme du tannin, et ils montrent que cette substance, d'abord peu abondante, apparaît au stade



Explication des figures. — Toutes les cellules représentées sont des cellules épidermiques des cotylédons colorées vitalement au bleu de crésyl. Dans les figures C, D, E, F, le noyau est représenté par son contour; ailleurs il n'est pas visible. Les cellules sont bourrées de globules d'huile juxtaposés au milieu desquels on observe les corpuscules du vacuome.

A, cellule de l'embryon avec grains d'aleurone; B, grains d'aleurone du parenchyme de l'embryon; C, cellule d'une plantule de 24 heures; D, cellule d'une plantule de 48 heures; E, stade plus âgé filamenteux du vacuome; F, G, H, stades réticulés (le vacuome G renferme du tannin); I, stade vacuole adulte avec globules précipités à l'intérieur de la vacuole.

figuré en G et que sa concentration augmente ensuite progressivement. Ainsi des formes en réseau du vacuome renferment déjà un peu de tannin, mais il est bon de remarquer que les réactifs et en particulier le bichromate altèrent ce réseau, le pulvérisent en plusieurs vacuoles séparées dans lesquelles on retrouve un ou plusieurs petits grains de tannin précipités.

Il n'y a donc pas dans les cas que nous avons étudiés de mitochondries élaboratrices de tannin; il existe un appareil vacuolaire qui s'en imprègne plus ou moins tôt.

Les résultats de nos recherches sur la formation du tannin chez les Gymnospermes nous conduisent par conséquent à rejeter l'opinion de Politis, qui voit dans les corps bruns de la maladie de la brunissure chez la vigne des produits de transformation des mitochondries granuleuses, et elles apportent en même temps des faits nouveaux en ce qui concerne les grains d'aleurone qui sont l'origne directe des vacuoles adultes de la plantule après un passage intermédiaire par des formes filamenteuses et réticulées.

PHYSIOLOGIE. — *Prolongation de la vie chez les* Galleria mellonella. Note de M. Louis Destouches, présentée par M. Edmond Perrier.

L'évolution totale des chenilles de *Galleria*, depuis l'œuf jusqu'au papillon, dure environ 14 jours à la température optima : 37°C.

Cette évolution est plus lente à 34°C. : 15 jours; à 27°C. : 25 jours. Au-dessous de 17°C., elles ne se transforment que rarement en papillons, mais elles continuent à vivre, sans vigueur, pendant 2 ou 3 mois. Entre 10°C. et 4°C., elles cessent de se mouvoir et de manger et meurent en 30 jours. Mais, de 4°C. à 2°C. leurs combustions sont tellement ralenties, qu'en 6 mois elles ne perdent que quelques milligrammes ($\frac{2}{100}$ environ), mais reprennent le cours de leur évolution si on les reporte à une température suffisante.

Nous avons soumis ces chenilles à l'action de deux températures alternantes 1°C. et 37°C., à raison de 24 heures pour chaque température.

L'évolution de ces chenilles a duré 25 jours c'est-à-dire que les journées passées à 1°C. eurent peu d'action sur leur croissance physiologique.

Les papillons provenant des précédentes expériences, aux différentes températures constantes et alternantes furent mis par couples (mâle et femelle de poids égaux) dans des boîtes en verre identiques, avec une même nourriture et soumis à une température uniforme : 37°C. La durée de vie de tous ces couples fut de 5 à 8 jours et le nombre des œufs pondus, de 9 à 15. L'influence des conditions de croissance de la chenille, pourvu qu'elle s'achève, est donc à peu près nulle sur la durée de vie et l'activité physiologique du Papillon.

Nous avons soumis des couples de papillons de poids égaux à l'expérience des températures alternantes (1° C. et 37° C.) et nous avons constaté que la vie active de ces couples s'en trouvait très prolongée.

Voici les moyennes sur 100 couples (dont chaque sujet pesait de 0g,112 à 0g,130) :

Durée totale de la vie	30 à 35 jours
Ponte par couple	25 à 35 œufs

Les couples soumis à la température *optima* constante (37° C.) ont vécu 7 jours et les couples soumis aux températures alternantes (1° C. et 37° C.) ont eu une longévité de 35 jours. Cette augmentation de la longévité s'est traduite par une ponte supérieure en nombre : 35 œufs au lieu de 15.

D'autres couples, soumis à des températures intermédiaires de 20°C. à 37°C., n'ont pas vécu plus de 10 jours et pondu plus de 12 œufs.

Il nous semble donc démontré que, seul, le système des températures alternantes *optima* et *minima* (37° C. et 1° C.) pendant le *stade papillon* est capable de prolonger la vie des *galleria*. Cette vie supplémentaire semble normale puisque le nombre des œufs pondus s'en trouve très augmenté.

Nous pensons que les chenilles, comme tous les organismes vivants, sont porteurs de défectuosités physiologiques profondes, mais que ces dernières sont bien compensées par la force même de la croissance. Au contraire, parvenus à l'état adulte ou papillons, ces organismes ne compensent plus aussi bien ces défectuosités qui s'exagèrent au contraire à mesure que l'adulte fonctionne. Il s'ensuit une mort assez rapide. Par contre, si l'on procure à ces mêmes organismes adultes des repos vitaux par des passages à une basse température, il s'ensuit un processus de réparations partielles qui leur permettent de vivre plus longtemps.

ANATOMO-PHYSIOLOGIE. — *Étude anatomo-physiologique d'un procédé japonais de massage abdominal.* Note de MM. **Léon Mac-Auliffe** et **A. Marie**, présentée par M. Edmond Perrier.

M. Nakamura, de Tokio, nous a récemment initiés à un procédé savant de massage abdominal, curieux par ses effets thérapeutiques et par la complexité du mécanisme nerveux qu'il met en jeu fort habilement.

Le principe de ce massage est le suivant : le sujet étant couché horizontalement, les genoux pliés, comprimer avec le pouce doucement et le plus profondément possible certains points de l'abdomen ; attendre que la sensation tactile ainsi obtenue (gonflement, dureté, contracture, battements artériels, etc.), se soit modifiée, puis décomprimer avec lenteur. M. Nakamura compte en moyenne 10 secondes de pression croissante, par conséquent un peu brusquée, et 24 secondes de décompression. Le massage doit toujours s'effectuer sans glissement, dans le sens antéro-postérieur.

Les points de pression sont nombreux et variables avec chaque cas, mais on doit toujours appuyer sur les points suivants :

1° Sur un plan horizontal passant par l'ombilic, d'abord à gauche, à 10^{cm} en dehors de ce point de repère, puis à 5^{cm} de celui-ci, puis sur l'ombilic même, puis à 5^{cm} à droite ;

2° A gauche, puis à droite sur un plan passant à deux travers de doigt au-dessous de l'apophyse xyphoïde, à 2^{cm} de la ligne médiane;

3° Sur un plan horizontal intermédiaire aux deux précédents, en partant du bord externe du muscle droit, à gauche, puis pression sur la ligne médiane et à quelques centimètres à droite de celle-ci.

Ce massage a pour premier effet d'exciter les intersections tendineuses (*lignes transverses*) des muscles droits, qui sont en général au nombre de trois et correspondent, avec une rigueur sinon absolue du moins très fréquente, aux points de repère indiqués. Cette contraction provoquée de la moitié supérieure des droits entraîne un vidage de l'estomac, excité lui-même par la pression médiate du pouce sur ses parois. On conçoit l'importance de cette manœuvre dans les cas d'atonie et de météorisme de l'organe, d'autant plus que la deuxième manœuvre indiquée ci-dessus agit plus ou moins directement à droite sur le plexus solaire.

Cette compression, qui ne doit jamais être douloureuse, ayant été effectuée, les pouces sont placés sur les bords externes des droits à gauche, puis à droite, au-dessus puis au-dessous de l'ombilic, et l'on exerce la pression puis la décompression suivant le rythme indiqué. Le massage agit alors (toujours d'une manière médiate) comme excitateur des viscères creux sous-jacents (intestins) dont l'élasticité permet, du reste dans la plupart des cas, un palper profond.

Mais ce palper superficiel des bords externes des muscles droits, au niveau des lignes semi-lunaires, met en présence d'un autre ordre de phénomènes, à savoir une excitation mécanique des branches cutanées des 7e, 8e, 9e, 10e et 11e nerfs dorsaux ou intercostaux et du grand abdomino-génital. Il intéresse aussi d'autres branches cutanées émergeant sur les côtés (nerfs cutanés latéraux des Américains). Or tous ces nerfs se distribuent à la fois aux muscles et aux téguments de la région et ils innervent en outre les muscles intercostaux inférieurs : ils sont par conséquent en relation avec les mouvements respiratoires. Ce procédé se complique donc d'une excitation nerveuse qui agit sur la respiration par les muscles de la paroi thoracique morphologiquement inséparables des muscles de la paroi abdominale.

Mais il y a plus : le mécanisme physiologique ainsi déclenché s'étend par voie nerveuse. En effet, les nerfs sensitifs de la paroi antérieure de l'abdomen ont pour origine des nerfs rachidiens (sept nerfs intercostaux inférieurs) qui envoient des rameaux aux ganglions correspondants du grand sympathique, *ganglions d'où naissent les nerfs grand et petit splanch-*

niques (action sur l'estomac, le pancréas, les voies biliaires, les intestins, la pression aortique, la veine-porte et ses branches intra-hépatiques, les chylifères, la glyco-sécrétion, l'élimination rénale).

Si nous ajoutons que ce système japonais de massage se termine par une série de pressions méthodiques sur toute la longueur du côté gauche de l'aorte abdominale et au-dessous de sa bifurcation (action sur les ganglions lombo-sacrés, sur le plexus aortique, sur le plexus hypogastrique, qui innerve les viscères pelviens), on ne peut qu'admirer l'ingéniosité d'un procédé qui, par la mise en jeu de quelques points nerveux abdominaux, stimule une grande partie de l'économie.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur le mode de développement et les variétés des tumeurs de l'ovotestis.* Note de M. **A. Peyron**, présentée par M. Quénu.

Mes recherches sur la pathologie comparée des tumeurs des glandes génitales, appuyées sur une étude synthétique du développement de ces organes dans la série des mammifères me permettent d'étendre et d'interpréter le groupe des néoplasies ovariennes de type séminifère dont la forme bénigne seule avait été isolée antérieurement par Pick et Schickele (1905-1906) sous le nom d'*adénome testiculaire de l'ovaire*.

Elles présentent chez les divers mammifères étudiés (femme, jument, chienne, vache) un type général d'organisation avec des particularités spéciales à chacun d'eux.

1° Le type étalon de cette morphologie néoplasique est d'évolution plutôt bénigne. On trouve des cordons à contours plus ou moins réguliers, pourvus d'une membrane propre : leurs éléments cellulaires à limites tantôt nettes, tantôt indécises ou même absentes, offrent souvent dans ce dernier cas un cytoplasme d'architecture fibrillaire. Les noyaux, parfois groupés en couronne à la périphérie des cordons, rappellent tantôt ceux des petites cellules épithéliales du tube séminifère, tantôt ceux des éléments prismatiques allongés des cordons médullaires. On peut les trouver parfois refoulés par de gros éléments à cytoplasme clair et à noyau sphérique, paraissant être les homologues des spermatogonies oviformes ou des volumineuses cellules sexuelles des cordons médullaires.

Entre les cordons on rencontre, mais par places, et dans certaines tumeurs seulement, des éléments interstitiels de type assez dissemblable. Dans les cordons eux-mêmes peuvent apparaître des cavités microkystiques bordées par une assise régulière d'éléments épithéliaux cubiques ou cylindriques. Ces divers caractères doivent être rapprochés des dispositions décrites chez l'homme sous le terme d'*adénome testiculaire*, en particulier dans le testicule ectopique.

2° Une variété moins bénigne et qui correspond à une dédifférenciation plus accentuée, offre l'apparence d'un sarcome cloisonné à cellules fusiformes très allongées parfois groupées en collerettes périthéliales; mais l'étude des zones de transition montre que les alvéoles correspondent en réalité à la membrane propre des tubes séminifères et que les éléments d'aspect sarcomateux dérivent eux-mêmes des petites cellules épithéliales.

3° J'ai observé chez la femme des dispositions identiques à celles de certains endothéliomes de l'ovaire décrits par des auteurs allemands, la comparaison de mes préparations avec les figures données par ces derniers ne laisse aucun doute sur leur erreur d'interprétation. J'incline à croire que les formations wolfiennes du réte s'incorporant à la périphérie de la tumeur ont dû, par leur apparence endothéliforme, être une des causes les plus fréquentes de cette méprise.

4° Le dernier type histologique dont la fréquence est également spéciale à l'ovaire de la femme, reproduit presque jusqu'à l'identité les caractères de l'épithélioma séminifère du testicule : nappes homogènes mal cloisonnées par un stroma délicat riche en éléments lymphoïdes; cellules polygonales à membrane très nette, à cytoplasme clair bourré de glycogène et renfermant un diplosome. Sa présence dans l'ovaire a déjà été signalée (Chenot et Masson). Mais sa genèse et son interprétation, pas plus d'ailleurs que dans le testicule, n'avaient été complètement élucidées : mes recherches viennent de mettre en évidence l'existence et la grande importance de cristalloïdes qui n'y avaient pas encore été observés : les uns minces et allongés, les autres courts et trapus, comme ceux des spermatogonies et des cellules de Sertoli récemment découverts chez l'homme par Montgomery et par Winiwarter. Ces cristalloïdes (dont la description détaillée sera faite ailleurs) permettent de rapporter la genèse du séminome, dans le testicule comme dans l'ovaire, à la prolifération de cellules souches de la lignée séminifère dont ils représentent un élément essentiel de différenciation, en cellules sertoliennes d'une part, et spermatogonies d'autre part.

Ainsi se trouve établie une distinction sûre avec les néoformations de la granulosa, des éléments interstitiels ou luteiniques, et surtout avec le choriome pur, dans lequel Pick (trompé par une ressemblance superficielle avec les cellules du type Langhans) a rangé à tort tous les cas identiques au précédent.

Ainsi constituées, les tumeurs de l'ovotestis me paraissent devoir être réunies provisoirement en un seul groupe jusqu'à ce que l'on dispose d'une série de documents nouveaux dans lesquels les cristalloïdes et les éléments interstitiels auront été étudiés avec soin. Sous le bénéfice de ces réserves, je rapporte ces tumeurs à la première série d'ébauches germinatives qui constituent normalement dans l'ovaire les cordons médullaires (de Winiwarter) par opposition à la zone corticale fœtale (seconde poussée) et aux invaginations du *post partum*.

Les cordons médullaires, ordinairement condamnés à l'atrophie mais qui persistent chez certains animaux (taupe), peuvent se différencier en tubes séminifères et constituer alors les ovotestis étudiés par Pick (porc et

homme). La fréquence des tumeurs précédentes, dont les formes malignes avaient été méconnues par Pick lui-même, apporte précisément dans le problème de l'ovotestis, un argument qui me semble favorable à l'hypothèse d'un hermaphrodisme protandrique plutôt que protogynique, suivant la conception récemment reprise par Bujard ([1]).

BIOLOGIE. — *Biologie de la Perche malgache.*
Note de M. **Jean Legendre**, présentée par M. Edmond Perrier.

Dans deux Notes précédentes sur la perche malgache (*Paratilapia polleni* Eleeker), j'ai indiqué, dans la première ([2]) les particularités de la ponte : époque, éclosion des œufs, etc., et, dans la seconde ([3]), le régime alimentaire de la perchette et de l'adulte. Mes recherches au cours de l'année suivante ont accru les notions antérieurement acquises sur la nidification et porté sur l'alimentation de l'alevin du premier âge.

La découverte des nids est malaisée et a dû être faite par moi dans tous les cas, mon préparateur et les ouvriers indigènes de la station d'Aquiculture en étant incapables. Quant aux pêcheurs, ils ignorent tout de la ponte de la perche.

L'un de ces nids, trouvé sur le talus incliné d'un étang de la station, formait une plaque collée aux herbes rases (graminées), plaque large comme la paume d'un enfant de 10 ans et dont le bord supérieur n'était qu'à 2^{cm} de la surface de l'eau. Ces œufs étaient déjà embryonnés et chez quelques-uns l'embryon déjà mobile.

Agglomérés en grappe sur la graminée à l'aide d'un mucus, les œufs de Paratilapie, dont je conserve une grappe, rappellent beaucoup le frai de certaines grenouilles.

Le couple de géniteurs se tient à 15^{cm} ou 20^{cm} du nid avec lequel le plus gros d'entre eux vient fréquemment se mettre en contact.

Deux jours après, tous les œufs sont éclos, on n'en voit plus un seul sur le talus où ils étaient collés. Près de l'emplacement du nid, les jeunes alevins s'agitent, appuyés aux herbes, près du plafond de l'eau; quelques-uns sont tombés un peu plus bas, mais on n'en voit aucun sur le fond de l'étang.

([1]) Bujard, *De la genèse des ovotestis chez les Mammifères* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, 1921, n° 3).

([2]) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 617.

([3]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 208.

Les jours suivants, la nichée continue à se tenir cachée dans les herbes, au même endroit, se nourrissant des nombreux cyclopes qui nagent en surface. Un des parents veille sur ses petits, dissimulé dans les herbes du bord et fuit quand on l'approche.

Je n'ai pu obtenir la reproduction en aquarium.

J'ai conservé deux mois, sans en perdre un seul, dans un cristallisoir contenant $1^l,5$ d'eau, trente alevins de cette nichée, mis en captivité au 4e ou au 9e jour de leur existence. Ils recevaient matin et soir un repas composé de cyclopes et de daphnies. Ils marquaient une préférence très nette pour les cyclopes qu'ils dévoraient les premiers et poursuivaient jusqu'au dernier. Ces entomostracés se tiennent, au moins pendant les heures chaudes du jour, dans les couches supérieures de l'eau où leur présence attire les alevins en quête de nourriture. Les alevins de perche en liberté, pendant leur premier mois, circulent à fleur d'eau sous la surveillance d'un ou des deux géniteurs, de 9^h ou 10^h à 16^h ou 17^h, après quoi ils disparaissent dans les couches inférieures. Les jours sans soleil on ne les aperçoit pas. Il est probable que les déplacements des alevins suivent ceux de la faunule dont ils se nourrissent.

Au régime de deux repas quotidiens, les larves de perches du cristallisoir prirent la taille et la livrée des jeunes poissons de même âge vivant en liberté; à 2 mois ils furent lâchés dans un étang.

D'après cette expérience et d'autres observations, je crois qu'il est possible d'élever en captivité les jeunes du Paratilapie de Pollen jusqu'au stade d'alevin de 6 mois ou de perchette. Il y a lieu de poursuivre ces expériences et de déterminer, pour la période de 2 à 6 mois, le meilleur mode d'alimentation, naturelle et artificielle, dans un but d'élevage industriel. L'aquiculteur qui voudra faire cet élevage en bac capturera facilement les alevins dans les étangs et marais, où ils nagent en groupes serrés à la surface pendant le premier mois de leur existence.

M. **A.-L. Herrera** adresse une Note intitulée : *Recherches sur la pseudo-caryocinèse des cellules artificielles fluorosiliciques.*

La séance est levée à 17 heures.

E. P.

N° 16.

TABLE DES ARTICLES. (Séance du 18 Avril 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

NOMINATIONS.

CORRESPONDANCE.

N° 16.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

54466 — 4-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. Thouzellier.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 18 (2 Mai 1921).



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 MAI 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CAPILLARITÉ. — *Rectification et complément à une Note du* 18 *avril sur l'aplatissement d'une goutte liquide animée de rotation.* Note de M. J. BOUSSINESQ.

I. Une distraction regrettable m'a fait remplacer arc tang 1, c'est-à-dire $\frac{\pi}{4}$ ou 0,7854, par 1, entre les deux formules (11) et (12) de la Note citée (¹). Il y a donc lieu de corriger les formules (12), qui deviennent

$$(12\ bis)\qquad b = \imath_0(1 - 1,8466k^2),\qquad \text{Aplatissement}\ \frac{a-b}{a} = 0,8466k^2.$$

Et les formules finales (16) (p. 946) deviennent elles-mêmes

$$(16\ bis)\qquad \left(\frac{R}{\imath_0}\right)^3 = 0,9233,\qquad \frac{R}{\imath_0} = 0,9737,\qquad \frac{\imath_0}{R} = 1,027.$$

Dès lors disparaît l'étrange anomalie, à laquelle j'étais conduit, d'un rayon maximum $\imath_0$ de courbure du méridien, inférieur au rayon R de la sphère équivalente à la goutte quant au volume.

II. Je me suis aperçu de ma distraction, en évaluant par les formules (10) et (11) non plus seulement le demi-axe polaire b, mais l'ordonnée y du premier quart de méridien, qui correspond à une abscisse x quelconque entre zéro et $a = \imath_0 \alpha = \imath_0(1 - k^2)$, abscisse dont j'appellerai φ le rapport à $\imath_0$. La limite inférieure des intégrations en t, dans (11), devient alors

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 945.

$\sqrt{\frac{1+\rho}{\alpha-\rho}}$ ou, approximativement, $\sqrt{\frac{1+\rho}{1-\rho}}$. Et l'on obtient, toutes réductions faites, au lieu de la première (12 *bis*) ci-dessus, l'équation générale approchée de la courbe,

$$(17)\qquad y=r_0\left[\sqrt{1-\rho^2}-\frac{k^2}{2}\left(2\sqrt{1-\rho^2}+\sqrt{\frac{1+\rho}{1-\rho}}+\log\frac{2}{1+\rho}\right)\right],$$

se réduisant bien à la première formule (12 *bis*) pour $\rho=0$.

Comme c'est R qui est donné directement, et non r_0, on éliminera r_0 de (17) par les deux dernières (16 *bis*), en faisant, dans (17),

$$(18)\qquad \rho=0,9737\frac{x}{R},\qquad r_0=1,027R;$$

et R pourra même, *dans les termes en* k^2, remplacer a, b, etc.

M. E. Bertin, en présentant un fascicule *Sur le Rhin et le Rhône*, s'exprime comme il suit :

Dans ma Note du 6 janvier 1919, j'ai entretenu l'Académie de la possibilité de relier Marseille, par une voie maritime, avec Anvers, Dunkerque et éventuellement Rotterdam.

La présente Note, publiée par l'Association technique maritime, complète la précédente en donnant le plan sommaire des navires de haute mer, de $4^m,50$ de tirant d'eau, qui navigueraient en sécurité sur les fleuves et canaux de 5^m de profondeur.

Dans l'intervalle des deux Notes, les espoirs légitimes, nés des termes de l'armistice du 11 novembre 1918, ont été anéantis par les clauses du traité de paix, au sujet de la frontière du Rhin.

A la création de la voie maritime Anvers-Marseille, manque le motif supérieur de la sécurité pour la Belgique et la France qui en aurait justifié la dépense.

Le plan des navires propres à utiliser cette voie n'a, en 1921, qu'un intérêt purement documentaire. Cet intérêt suffit pour les faire publier, parce qu'en Europe et ailleurs il ne manque pas de fleuves présentant, sur de longs parcours, une profondeur suffisante pour donner accès aux cargos de $4^m,50$ de tirant d'eau.

NOMINATIONS.

M. le **Prince Bonaparte** est désigné pour représenter l'Académie, avec les membres déjà désignés, à la séance qui se tiendra le 4 mai à la Sorbonne en l'honneur des *Institutions civiles de Napoléon*.

MM. **A. Haller**, **Ch. Moureu**, **A. Béhal** sont désignés pour représenter l'Académie à l'inauguration de la statue de **Adolphe Wurtz** qui aura lieu le 5 juillet prochain à Strasbourg.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une amélioration de l'inégalité isopérimétrique du cercle et la démonstration d'une inégalité de Minkowski.* Note de M. T. **Bonnesen**, présentée par M. Hadamard.

Soient p le périmètre et f l'aire d'une courbe simple fermée convexe. D'après l'isopérimétrie classique du cercle, on a

$$\frac{p^2}{4\pi} - f \geqq 0, \tag{1}$$

où le signe d'égalité n'est valable que pour le cercle. L'inégalité (1) peut être substituée par une autre plus précise, à savoir par l'inégalité

$$\frac{p^2}{4\pi} - f \geqq \frac{\pi}{4}(\mathrm{R} - r)^2, \tag{2}$$

où R est le rayon du plus petit cercle enfermant la courbe, r le rayon du plus grand cercle contenu dans la courbe.

Pour démontrer l'inégalité (2), il suffit d'envisager un polygone convexe. Soit C un tel polygone, et soit C′ la courbe parallèle extérieure à la distance ρ. Pour l'aire f' de C′, on a l'expression suivante :

$$f' = \pi\rho^2 + p\rho + f.$$

La fonction f' de ρ est positive pour les valeurs positives de ρ. Par des considérations géométriques élémentaires, on peut obtenir les résultats suivants : 1° la fonction f' est négative pour $\rho = -r$, ce qui donne l'inégalité (1); 2° f' est aussi négative pour $\rho = -\mathrm{R}$, et en conséquence on a

$$|\rho_1 - \rho_2| > \mathrm{R} - r,$$

ρ_1 et ρ_2 étant les zéros de la fonction f', d'où l'inégalité (2).

Des considérations particulières montrent que le signe d'égalité, dans (2), n'est valable que pour le cercle, c'est-à-dire pour $\mathrm{R} = r$.

Soit maintenant G une surface simple fermée convexe : la projection orthogonale de G dans la direction de coordonnées sphériques (φ, ψ) est une courbe convexe de périmètre $p = p(\varphi, \psi)$ et d'aire $f = f(\varphi, \psi)$. D'après Cauchy, l'aire σ de la surface peut être exprimée par l'intégrale

$$\sigma = \frac{1}{2\pi}\int 2f\, d\omega, \tag{3}$$

l'intégration étant étendue sur la sphère de rayon 1. D'autre part, nous envisageons l'intégrale de contour

$$k = \frac{1}{2\pi}\int p\, d\omega. \tag{4}$$

Pour la surface parallèle (extérieure si $\rho > 0$) G' de G à la distance ρ, on a l'aire de la projection

$$f' = \pi\rho^2 + p\rho + f, \tag{5}$$

et pour des valeurs de ρ telles que

$$-\mathrm{R}(\varphi, \psi) \leqq \rho \leqq -r(\varphi, \psi),$$

f' est négative, sauf dans le cas où $\mathrm{R} = r$. Dans ce cas, la projection est un cercle et f' est égal à zéro pour $\rho = -\mathrm{R} = -r$.

Soient R_m le minimum de $\mathrm{R}(\varphi, \psi)$ et r_{M} le maximum de $r(\varphi, \psi)$, on voit facilement que $r_{\mathrm{M}} \leqq \mathrm{R}_m$.

En intégrant (5), on trouve l'aire σ' de G' exprimée par

$$\sigma' = 4\pi\rho^2 + 2k\rho + \sigma.$$

Pour des valeurs de ρ telles que

$$-\mathrm{R}_m \leqq \rho \leqq r_{\mathrm{M}},$$

$\sigma'(\varphi, \psi)$ est négative, sauf dans le cas où toutes les projections de la surface

sont des cercles, Dans ce cas, on a $\sigma' = 0$ pour $\rho = -R_m = -r_M$. En conséquence, on a

$$\frac{k^2}{4\pi} - \sigma > \pi(R_m - r_M)^2.$$

Pour la sphère seulement, on a

$$\frac{k^2}{4\pi} - \sigma = 0,$$

c'est-à-dire que de toutes les surfaces simples fermées convexes, dont l'aire a une valeur donnée, la sphère donne la valeur la plus petite pour l'intégrale du contour. (H. Minkowski, *Volumen und Oberfläche Ges. Abh.*, p. 259.)

MÉCANIQUE. — *Mouvement du centre de gravité d'un solide symétrique par rapport à un plan vertical se déplaçant dans un milieu résistant.* Note [1] de M. **Alayrac.**

Les formules généralement employées à la résolution de ce problème, en particulier à l'étude du mouvement d'un avion à commandes bloquées, supposent les conditions de régime réalisées, et admettent que le mouvement est rectiligne et uniforme. Nous montrons ici, par l'étude de l'équation différentielle du mouvement que le mouvement rectiligne n'est stable que sous certaines conditions.

Le solide est supposé soumis à trois forces passant par le centre de gravité; le poids, une force propulsive constante, et la résistance du milieu faisant un angle constant avec la trajectoire, et proportionnelle au carré de la vitesse. Tous les résultats subsistent si la résistance est proportionnelle à une puissance quelconque ou même, sous certaines conditions, à une fonction quelconque de V [2].

---

[1] Séance du 18 avril 1921.

[2] En prenant pour nouvelle variable $\rho = \frac{R_y}{P} F(V)$, l'équation différentielle transformée prend exactement la même forme que l'équation étudiée ci-dessous, le facteur 2ρ étant remplacé par $\frac{R_y}{P} V f'(V)$. Dans la discussion des points singuliers, où l'on ne conserve que les termes du premier degré, tous les résultats subsistent avec modification des courbes limites de régions.

Les équations du mouvement

$$m\frac{dV}{dt} = F - R_x V^2 - P \sin\omega,$$

$$m\frac{V\,d\omega}{dt} = \qquad R_y V^2 - P\cos\omega$$

donnent pour l'équation différentielle de l'hodographe

$$\frac{V\,d\omega}{dV} = \frac{\frac{R_y}{P}V^2 - \cos\omega}{\frac{F}{P} - \frac{R_x}{P}V^2 - \sin\omega},$$

qui peut s'écrire, en laissant de côté les cas intégrables $P = 0$, $R_y = 0$, $F = R_x = 0$,

$$\frac{d\rho}{d\omega} = \frac{2\rho(\lambda - u\rho - \sin\omega)}{\rho - \cos\omega},$$

en posant

$$\rho = \frac{R_y}{P}V^2, \qquad u = \frac{R_x}{R_y}, \qquad \lambda = \frac{F}{P}.$$

L'étude de l'équation autour des quatre points singuliers

$$O:\ \omega = \frac{\pi}{2},\quad \rho = 0; \qquad O':\ \omega = -\frac{\pi}{2},\quad \rho = 0;$$

A et B intersections de la circonférence $\rho - \cos\omega = 0$ et du limaçon $\lambda - u\rho - \cos\omega - = 0$, conduit aux résultats suivants : Le point O est un col si $\lambda < 1$, un nœud si $\lambda > 1$ $\left(\text{faisceau tangent à } \omega = \frac{\pi}{2}\right)$. Le point O′ et le point B sont toujours des cols. Le point A est un nœud ou un foyer suivant que $\operatorname{tang}\varphi \gtrless 2\sqrt{2} - 2u$, φ étant solution de l'équation $\lambda - u\cos\omega - \sin\omega = 0$. Le point A est atteint pour $t = +\infty$ si $\operatorname{tang}\varphi < 2u$ et pour $t = -\infty$ pour $\operatorname{tang}\varphi > 2u$. Il y a un cycle limite dans les cas où le nœud ou le foyer sont atteints pour $t = -\infty$.

La courbure de la trajectoire est donnée par l'équation

$$\frac{1}{r} = \frac{R_y}{m}\left(1 - \frac{\cos\omega}{\rho}\right),$$

qui permet de déduire les formes de trajectoires de celles des caractéristiques de l'équation. Il y a trois types de trajectoires : type 1, série de boucles; type 2, ondulations amorties; type 3, forme parabolique.

Régions.	Points singuliers. O.	O'.	B.	A.	Cycle limite.	Forme des caractéristiques.	Forme des trajectoires.
1.....	Nœud $t=-\infty$	Col	N'existent pas		Cycle limite $t=+\infty$	1 série du nœud O au cycle limite. 1 série de l'∞ au cycle limite.	Type 1 : Série de boucles tendant vers une amplitude constante.
2.....	Id.	Id.	Col	Nœud $t=+\infty$		1 série du nœud O au nœud A. 1 série de l'∞ au nœud A.	Type 3 : Forme parabolique avec boucles au début.
3.....	Id.	Id.	Id.	Foyer $t=+\infty$		1 série du nœud O au foyer A. 1 série de l'∞ au nœud A (enroulement sinistrorsum).	Type 2 : Ondulations tendant vers la ligne droite.
4.....	Id.	Id.	Id.	Foyer $t=+\infty$	Cycle limite $t=+\infty$	1 série du nœud O au cycle limite. 1 série du nœud A au cycle limite. 1 série de l'∞ au cycle limite.	Type 1 : Série de boucles (ondulations au début).
5.....	Id.	Id.	Id.	Nœud $t=-\infty$	Cycle limite $t=+\infty$	1 série du nœud O au cycle limite. 1 série du nœud A au cycle limite.	Type 1 : Série de boucles.
6.....	Col	Id.	N'existe pas	Nœud $t=-\infty$	Cycle limite $t=+\infty$	1 série du nœud A au cycle limite. 1 série de l'∞ au cycle limite.	Type 1 : Série de boucles.
7.....	Id.	Id.	Id.	Foyer $t=-\infty$	Cycle limite $t=+\infty$	1 série du foyer A au cycle limite (enroulement dextrorsum). 1 série de l'∞ au cycle limite.	Type 1 : Série de boucles (ondulations au début).
8.....	Id.	Id.	Id.	Foyer $t=+\infty$		Partant de l'∞ et s'enroulant autour du foyer A (sinistrorsum).	Type 2 : Ondulations tendant vers la ligne droite.
9.....	Id.	Id.	Id.	Nœud $t=+\infty$		Partant de l'∞ et aboutissant au nœud A.	Type 3 : Forme parabolique avec boucles au début.

Si l'on représente les deux paramètres u et λ par un point figuratif, les conditions

$$\operatorname{tang}\varphi \gtrless 2\sqrt{2} - 2u, \qquad \operatorname{tang}\varphi \gtrless 2u$$

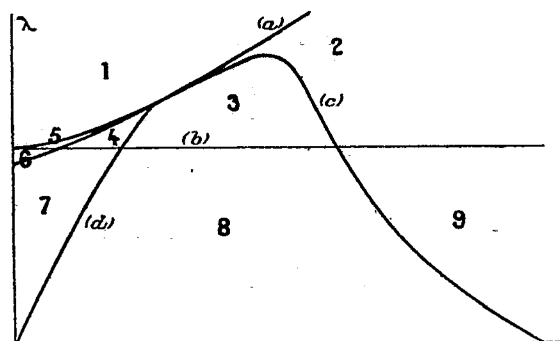
se traduisant par les conditions imposées aux paramètres

$$\lambda \gtrless \frac{2\sqrt{2} - u}{\sqrt{9 - 8\sqrt{2}\,u + 4u^2}}, \qquad \lambda \gtrless \frac{3u}{\sqrt{1 + 4u^2}},$$

l'angle positif des coordonnées est partagé en neuf régions par les courbes

$$\lambda = 1, \qquad \lambda = \sqrt{1 + u^2}, \qquad \lambda = \frac{2\sqrt{2} - u}{\sqrt{9 - 8\sqrt{2}\,u + 4u^2}}, \qquad \lambda = \frac{3u}{\sqrt{1 + 4u^2}},$$

et la discussion précédente donne la forme des caractéristiques et la forme



Délimitation des régions.

(a) $\lambda=\sqrt{1+\mu^2}$, (b) $\lambda=1$, (c) $\lambda=\dfrac{2\sqrt{2}u}{\sqrt{9-8\sqrt{2}u+4u^2}}$, (d) $\lambda=\dfrac{3u}{\sqrt{1+4u^2}}$.

des trajectoires dans chacune de ces régions. Elle est résumée dans le Tableau ci-dessus.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Winnecke (1921 b) faites à l'Observatoire de Bordeaux (équatorial de* $0^m,38$). Note de M. **H. Godard**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates 1921.	★	☄−★ ΔR.	☄−★ ΔP.	Nombre de compar.	Grandeur.
		m s	′ ″		
Avril 26...........	13	−3.30,17	−0. 3,3	20:5	12,0
» 28...........	14	+2. 2,43	+4.31,1	20:5	12,0
» 29..........	15	+1.37,88	+6.51,0	24:6	12,0

Positions apparentes de la comète.

Dates 1921.	Temps moyen de Greenwich.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Avril 26..	9.38. 2,3	16.34.41,68	$\bar{1},740_n$	47.42. 9,5	$0,485_n$
» 28..	11.16.56,1	16.41.18,16	$\bar{1},619_n$	47. 1.53,1	$0,184_n$
» 29..	9.23.35,1	16.44 23.25	$\bar{1},746_n$	46.45.13,7	$0,519_n$

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	Ascension droite moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
13	8,1	16.38. 9,65	+2,20	47.42. 5,7	+ 7,1	A. G. Bonn, 10671
14	9,0	16.39.13,48	+2,25	46.57.15,3	+ 6,7	A. G. Bonn, 10680
15	6,2	16.42.43,11	+2,26	46.38.16,2	+ 6,5	A. G. Bonn, 10710

ÉLECTRICITÉ. — *Emploi de la lampe à trois électrodes pour la mesure des courants d'ionisation*. Note de M. J. **Malassez**, présentée par M. E. Bouty.

Les méthodes de mesure de l'intensité du rayonnement de Röntgen, par le courant d'ionisation que ce rayonnement détermine dans les gaz, presque seules employées dans les recherches de laboratoire, sont peu utilisées dans la pratique radiologique.

Les travaux récents ont montré tout l'intérêt qu'il y aurait à en généraliser l'emploi.

La lampe à trois électrodes, fonctionnant comme électromètre, permet d'effectuer la mesure du courant d'ionisation d'une façon pratique, au moyen du dispositif suivant. Un condensateur de capacité approprié à l'intensité du courant à mesurer a l'une de ses armatures reliée à la grille et à l'un des plateaux de la chambre d'ionisation contenant de l'air, l'autre au pôle négatif d'une batterie de 40 volts, dont le pôle positif est réuni à l'extrémité négative du filament. L'autre plateau est porté à un potentiel de + 120 volts par rapport à ce filament. Une faible fraction de cette différence de potentiel est utilisée pour porter la plaque à un potentiel positif. Nous en préciserons la valeur ainsi que celle du courant du filament un peu plus loin.

Dans ces conditions, si l'on relie les deux armatures l'une à l'autre, on porte la grille à un potentiel de — 40 volts. Un milliampèremètre intercalé dans le circuit de plaque ne décèle donc aucun courant. Entre les deux plateaux de la chambre d'ionisation, il existe une différence de potentiel de 160 volts, nécessaire pour obtenir le courant de saturation.

Pour effectuer une mesure du courant d'ionisation, il suffira d'isoler l'armature reliée à la grille. Les ions positifs se porteront sur le plateau négatif et élèveront le potentiel de la grille. Pour une valeur bien déterminée de ce potentiel de grille et facile à connaître d'avance, pour — 4 volts par exemple, le milliampèremètre dévie. Connaissant la capacité du système, la variation de potentiel de la grille et le temps de la décharge, on en déduit l'intensité moyenne du courant d'ionisation.

Pour que cette méthode soit applicable, il faut que le courant de fuite de la grille soit très faible vis-à-vis du courant d'ionisation à mesurer. La fuite par isolement imparfait de la grille est tout à fait négligeable par rapport aux courants d'ionisation qu'on peut obtenir entre deux plateaux de 10^{cm} de côté, distants de 1^{cm} pour un milliampère circulant dans l'ampoule,

courants qui sont de l'ordre de 10^{-8} ampère. Mais la fuite par apport sur la grille d'ions positifs produits pendant le fonctionnement de la lampe est beaucoup plus gênante. Cette fuite, qui dépend de la perfection du vide réalisé, est variable suivant la lampe employée.

Pour toutes les lampes que nous avons essayées, nous avons constaté que ce courant de fuite pouvait être rendu négligeable vis-à-vis du courant d'ionisation produit par les rayons de Röntgen, en ne faisant passer dans le filament qu'un courant de 0,4 à 0,5 ampère et en ne prenant qu'un voltage de plaque peu élevé de 20 à 40 volts au maximum.

On diminue ainsi beaucoup le nombre des électrons émis par le filament et leur vitesse, donc le nombre des ions dans la lampe. De cette façon, le courant de fuite peut être réduit à une valeur inférieure à 10^{-10} ampère.

Ainsi, inférieure à l'électromètre à quadrants et à l'électroscope dans les mesures des très faibles courants d'ionisation, la lampe est, au contraire, appelée à rendre des services dans tous les cas où les courants d'ionisation sont grands vis-à-vis du courant de fuite.

Elle a, sur l'électromètre à quadrants, l'avantage de ne pas nécessiter de réglage et de pouvoir actionner un appareil enregistreur convenable.

PHYSIQUE. — *Sur quelques conséquences de la contraction de Lorentz au point de vue de la cohésion, de la gravitation et de l'électromagnétisme.* Note de M. F. **Guéry**, présentée par M. Paul Janet.

I. L'expérience classique de Michelson prouve que la vitesse de transmission des phénomènes optiques n'est pas affectée par le mouvement de la source, pour un observateur entraîné avec celle-ci.

En second lieu, le résultat d'une expérience de M. Sagnac permet de supposer que, dans l'expérience de Michelson, la constance de la vitesse de transmission par rapport à la source n'est qu'une apparence, et que c'est bien en réalité par rapport à l'éther, milieu de référence général, qu'on doit considérer la vitesse de transmission comme constante. Le développement des conséquences de l'expérience de Michelson, dans l'hypothèse ainsi justifiée d'un éther de référence, conduit, comme on sait, à la nécessité de la contraction de Lorentz.

Enfin, l'expérience, en consacrant certaines conséquences de l'hypothèse moléculaire, a conduit à se représenter la matière comme constituée d'éléments n'occupant dans l'espace qu'une place extrêmement petite. La

contraction de Lorentz serait alors produite par une modification de la force de cohésion due au mouvement relatif de la matière et de l'éther.

II. Si l'on considère un point se déplaçant dans l'éther d'un mouvement uniforme, les points tels que des rayons lumineux, partant en même temps du point mobile, y reviennent également en même temps, après les avoir atteints, sont sur un ellipsoïde de Lorentz ayant ce point pour centre, et se déplaçant avec lui. On obtiendra donc une répartition des molécules semblable à celle qui correspond à la contraction de Lorentz, en supposant que la distance qui intervient dans les équations du mouvement sous l'action de la force de cohésion est la moitié du trajet aller et retour d'un rayon lumineux partant d'un point du système mobile et y revenant après réflexion sur un autre point, substituée à la distance des positions simultanées de ces deux points.

En ne faisant que cette modification dans les équations du mouvement, on trouve, non pas un système contracté suivant la loi de Lorentz, mais un système semblable et plus grand. On est ainsi conduit, pour rétablir l'échelle exacte de la déformation, à appliquer un coefficient inférieur à l'unité à l'effet de la force de cohésion sur les éléments des corps en mouvement par rapport à l'éther. Les auteurs de la théorie cinétique ont envisagé avec faveur, entre autres hypothèses, celle d'après laquelle la force de cohésion serait proportionnelle à la cinquième puissance de l'inverse de la distance. Si l'on désigne par k le facteur de contraction de Lorentz, on trouve, en appliquant aux équations du mouvement d'un point matériel soumis à cette force, les modifications résultant de ce qui précède, que le coefficient en question a pour valeur k^6.

Nous appliquerons le résultat précédent à la gravitation et à l'électromagnétisme,

III. Considérons un centre attirant, le Soleil par exemple, et un corps attiré, la planète Mercure, pour fixer les idées, cette planète étant celle pour laquelle les modifications de la loi de Newton doivent être le plus sensibles, en raison de la grande vitesse de son mouvement.

Nons devons remplacer la distance des positions simultanées des deux astres par le demi-trajet aller et retour d'un rayon lumineux et introduire dans les équations du mouvement la modification résultant de la présence du coefficient $k^6 = \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right)^3$.

Il est facile de démontrer que le demi-trajet aller et retour est égal à la distance des positions simultanées, au moins à un degré d'approximation supérieur au carré de l'aberration.

On déduit de ce qui précède la nouvelle équation de la trajectoire. Celle-ci est une ellipse tournant dans son plan avec une vitesse conforme à celle déduite de la théorie de M. Einstein, qui pourra être considérée comme vérifiée par l'expérience, s'il est bien acquis que le mouvement séculaire du périhélie de Mercure est de 43″ et non 38″, chiffre de Le Verrier.

IV. Considérons, d'autre part, une charge électrique se déplaçant en ligne droite d'un mouvement uniforme de vitesse v par rapport à une autre charge supposée fixe. α étant l'angle de la ligne joignant les charges avec la direction du mouvement, on trouve la relation suivante entre la distance r des positions simultanées et le demi-trajet aller et retour r'

$$r'^2 = r^2 \frac{1 - \frac{v^2}{V^2}\sin^2\alpha}{\left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right)^2}.$$

En remplaçant r par r' dans les équations du mouvement et appliquant à l'effet de la force le coefficient k^e, on trouve pour la valeur du champ l'expression

$$\text{(1)} \qquad H = \frac{e}{V^2 r^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{V^2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

On peut, d'autre part, se demander à quelle expression du champ électrique on parvient en appliquant à une charge en mouvement rectiligne et uniforme la théorie de Maxwell-Hertz, relative au double circuit magnétique et électrique, et s'imposant la condition que le champ électrique reste radial et qu'après l'application des relations qui définissent les champs électrique et magnétique dans cette théorie, on retrouve l'expression du champ électrique d'où l'on est parti. On arrive ainsi à l'expression suivante du champ H d'une charge e à une distance r dans une direction faisant un angle α avec celle du mouvement à vitesse v de la charge

$$\text{(2)} \qquad H = \frac{e}{V^2 r^2} \frac{\varphi\left(\frac{v}{V}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{V^2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Enfin, conformément à une ancienne théorie de Gauss, par application de la formule électrodynamique d'Ampère, on peut chercher quelle modi-

fication du champ électrostatique de charges égales et opposées en mouvement relatif constituant un courant équivaudrait au champ magnétique de ce courant.

On arrive ainsi à la formule

$$H = \frac{e}{V^2 r^2}\left[1 + \frac{\rho^2}{2V^2}(3\sin^2\alpha - 1)\right] \tag{3}$$

qui sera une première approximation de la relation (2) si

$$\varphi\left(\frac{\rho}{V}\right) = \left(1 - \frac{\rho^2}{V^2}\right)^{\frac{1}{2}} = k.$$

Dans la formule (1) il manque le facteur k pour qu'elle puisse avoir comme première approximation la formule de Gauss. Mais comme ce même facteur ne se déduit pas non plus de l'application de la théorie de Maxwell-Hertz et doit y être introduit arbitrairement pour la faire coïncider avec l'expérience, on peut se demander s'il ne proviendrait pas d'une propriété intrinsèque de la charge électrique [1].

RADIOLOGIE. — *A propos de la protection des tiers contre les rayons* X. Note de M. G. **Contremoulins**, présentée par M. G. Lippmann.

Dans ma Note du 18 avril [2], je relatais deux expériences mettant en évidence le danger couru par les habitants d'étages contigus à des postes de Röntgen dépourvus de protection efficace.

J'ai complété ces recherches par des nouvelles dont voici le résumé succinct :

Première expérience : J'ai recherché si, derrière le mur d'un pavillon de malades sis en face de mon laboratoire, il était possible de déceler la présence d'un rayonnement X émanant d'un de mes postes. J'ai pris volontairement le plus éloigné.

Le mur a 50^{cm} d'épaisseur, il est en briques et pierres, situé à 15^{m} du focus d'un

(1) Si la loi de la force de cohésion était telle que le coefficient applicable à l'effet des forces sur les corps en mouvement fût k^5 au lieu de k^6, on trouverait, sans retouche, l'expression du champ électrique ayant la formule (3) comme première approximation; mais on ne trouverait plus que les $\frac{5}{6}$ de la valeur indiquée par M. Einstein pour l'anomalie de Mercure, c'est-à-dire 35″, chiffre plus voisin par défaut de celui de Le Verrier que celui de M. Einstein ne l'est par excès.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1030.

Coolidge standard qui l'irradie obliquement suivant un angle de 40° environ.

Rayonnement utilisé : 17^cm d'étincelle. 2 milliampères. Pose : 4 heures.

La plaque utilisée est du type métroradiographique, elle est placée au contact d'un écran renforçateur réduisant au $\frac{1}{10}$ degré. Une bande de papier noir interposée entre la surface sensible et l'écran sert de témoin pour éliminer le voile dû au développement.

La plaque présente une impression générale très apparente, sauf à l'endroit où se trouvait la bande témoin.

Deuxième expérience : Deux plaques préparées comme il est indiqué ci-dessus sont exposées derrière des os humains et des objets métalliques à 40^m de distance du focus.

Rayonnement utilisé : 17^{cm} d'étincelle. 2 milliampères. Pose : 1 heure.

Les clichés donnent des images correctes et remarquablement fouillées.

Troisième expérience : Une plaque, préparée comme il vient d'être exposé, est placée derrière un crâne sec, un crabe en partie vidé, une bouteille en verre contenant une solution de sulfate de cuivre à 30 pour 100, un radiochromomètre, un morceau de plomb de 3^{mm}. L'ensemble est placé à 80^m du focus.

Rayonnement utilisé : 17^{cm} d'étincelle. 2 milliampères. Pose : 4 heures.

Le cliché donne une image correcte.

Ces temps de pose ont été calculés en partant d'un cliché type impressionné à 2^m en 10 secondes avec 17^{cm} d'étincelle et 2 milliampères.

On peut constater que les clichés obtenus à 2^m et à 40^m sont identiques. Celui impressionné à 80^m est plus léger, mais il faut tenir compte des 24 minutes retranchées au temps normal de pose et de l'interposition d'un sapin situé à 20^m sur le trajet des rayons.

Conclusion. — Il appert de ce qui précède que la portée des rayonnements émis par les ampoules du type Coolidge est considérable; que ces radiations conservent la propriété d'être dégradées par les corps qu'elles traversent dans des proportions comparables, quelle que soit la distance.

Le faisceau conserve donc en grande partie son hétérogénéité initiale, puisque les images qu'il fournit des mêmes corps sont comparables à 2^m,40 et 80^m. A 40^m, une compresse de lin donne encore une image à contraste.

Dans ces conditions, on ne peut nier, *a priori*, leur action biologique à distance. Celle-ci décroît vraisemblablement comme la densité du rayonnement, c'est-à-dire proportionnellement au carré de la distance.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les solutions saturées de deux ou plusieurs corps. Application du principe de Le Chatelier.* Note de M. C. **Raveau.**

Historique. — Dès 1895, Meyerhoffer (¹) étudie les équilibres auxquels donnent lieu les quatre éléments des deux couples réciproques


NO^3Am, $NaCl$, NO^3Na, $AmCl$

en présence de solutions saturées. Des considérations de continuité l'amènent à distinguer des solutions, dites *congruentes*, que l'on peut former par addition des trois sels avec lesquels elles sont en contact et des solutions non congruentes, sur lesquelles M. Rengade (²) vient de rappeler l'attention.

D'autre part, la stabilité, dont la considération est due à van't Hoff, exige qu'à une même température deux triades de sels seulement puissent être en équilibre avec des dissolutions. Ces deux triades ont en commun les éléments du couple stable (³). L'analyse des solutions, l'observation directe des cristaux avec lesquels on les met en contact montrent qu'au-dessous de 5°,5 il n'existe que des solutions congruentes. Au-dessus de cette température, une des solutions en équilibre avec une triade devient non congruente. Tous les cas possibles sont discutés d'une façon approfondie.

Représentation géométrique. — Lœwenherz (⁴), puis van't Hoff (⁵) consi-

(¹) *Ueber reciproke Salzpaare (I. Abhandlung): Theorie der reciproken Salze, mit besonderer Berücksichtigung von Saplmiak und Natriumnitrat* (*Wiener Sitzungsberichte*, Band 104, Abt. 2*b*, p. 840-855).

(²) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 60 et 218.

(³) Quoiqu'en pense M. Rengade (*loc. cit.*, p. 60), il n'y a rien de vague dans mes raisonnements relatifs à la stabilité (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 914). L'existence des solutions non congruentes est une question de continuité. J'ajouterai que cette existence, d'une part, ne fait que compliquer l'examen préalable dont j'indiquais la nécessité et que, d'autre part, elle change totalement l'interprétation qu'a donnée M. Rengade de ses expériences à chaud et au sujet de laquelle je faisais des réserves.

(⁴) *Ueber gesättigte Lösungen von Magnesiumchlorid und Kaliumsulfat oder von Magnesiumsulfat und Kaliumchlorid* (*Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 13, 1894, p. 459).

(⁵) Notamment dans les *Untersuchungen über die Bildungsverhältnisse der ozeanischen Salzablagerungen*. Dans le Rapport sur la *Cristallisation à température constante* présenté au Congrès international de Physique de 1900 (t. 1, p. 464), une projection horizontale seule figure. Ce Rapport contient les valeurs numériques utilisées au paragraphe suivant.

dèrent un modèle à trois dimensions rapporté à quatre axes, relatifs à chacun des quatre sels des couples réciproques. Duhem fait coïncider les directions des axes relatifs aux deux sels d'un des couples; les deux autres, perpendiculaires entre eux, sont dans un plan P normal au premier. Je propose de ramener les quatre axes à deux directions rectangulaires dans ce que j'appelle le plan de base. Ce plan contient les huit lignes figuratives des solutions saturées d'un sel en présence d'un second sel ayant un ion commun avec le premier. Pour une solution quelconque, contenant aNO³Am, bNaCl, cNO³Na, dAmCl (si $a > b$, $c > d$) le point représentatif aura pour coordonnées $a - b$ dans le sens de l'axe NO³Am, $c - d$ dans celui de NO³Na; la projection horizontale de Lœwenherz est conservée; la cote du point, qu'il suffira d'inscrire, sera $2(b + d)$ au-dessus du plan de base. Dans l'espace on aurait une sorte de toit, à base octogone plane et à quatre versants, brisés sur les plans normaux aux axes (¹) deux de ces versants se coupent, ceux qui correspondent aux sels du couple stable. La polygone de base se complique quand on a affaire à des sels doubles ou à différents hydrates.

Loi de réciprocité. — Soit une solution (ou un mélange) exactement saturée d'un corps A et presque complètement saturée d'un corps B. Écartant d'abord tout excès de A solide, de façon que la quantité dissoute de A ne varie pas, ajoutons B jusqu'à saturation. Rétablissant ensuite le contact avec A, laissons l'équilibre se rétablir *seul*, c'est-à-dire sans nouvelle addition de B. Si une seconde quantité de A se dissout, c'est que l'addition de B augmente la solubilité de A. Mais la modification intérieure qui accompagne ce retour à l'équilibre ne peut être que de sens contraire à la première variation déterminée par l'introduction de B. C'est dire que B cessera de saturer la liqueur. Donc, réciproquement, une addition de A augmente la solubilité de B.

1° Soit l'équilibre du système Pb, Sn, Bi, qui a fait l'objet d'un travail classique de M. G. Charpy (²). Le diagramme triangulaire est divisé par les trois lignes de double saturation εE(Pb, Bi), εE′(Sn, Pb), εE″(Bi, Sn). Menons les droites qui joignent, par exemple, les sommets Pb, Bi à un point de εE. La condition de réciprocité se traduit ainsi : les deux isothermes qui passent par le point précédent *ne*

(¹) Duhem (*Thermodynamique et Chimie*) n'a pas remarqué que la même brisure devait exister sur ses surfaces le long du plan P.

(²) *Comptes rendus*, t. **126**, 1898, p. 1569. Bien que les corps en équilibre avec les mélanges fondus ne soient pas des métaux purs, leurs variations de composition sont assez lentes pour que la loi s'applique encore.

peuvent pas être situées dans des angles adjacents formés par ces deux droites. En conséquence, d'une part, sur presque tout le diagramme, ces isothermes sont situées dans un même angle, celui qui comprend le troisième sommet; d'autre part, en un seul des points figurés (100°, sur εE'), elles sont dans deux angles opposés (¹).

2° Sur le diagramme de Lœwenherz (*loc. cit.*), l'addition d'un des sels KCl ou SO^4K^2 diminue la solubilité de l'autre; par contre :

3° L'addition d'une petite quantité de SO^4Mg augmente la solubilité de SO^4K^2 seul, tandis que celle de SO^4K^2 diminue la solubilité de $SO^4Mg + 7H^2O$ seul. *Ce défaut de réciprocité ne saurait se prolonger jusqu'à la double saturation.* En effet, nous voyons que l'addition de nouvelles quantités de l'un ou l'autre sel détermine la précipitation de schœnite, $(SO^4)^2Mg, K^2 + 6H^2O$. La réciprocité est satisfaite par ce corps, accouplé séparément à chacun des sels simples.

La loi de réciprocité peut subsister quand la solution contient d'autres corps que A *et* B. Le dissolvant n'est pas nécessairement un corps unique, il peut être un mélange quelconque. Il suffit que la composition de ce mélange ne change pas, c'est-à-dire qu'aucun des corps qu'il contient ne se précipite en même temps que A ou B. Si l'un quelconque de ces corps atteint la saturation, il suffit encore qu'il conserve cet état dans tout le champ d'expérience (²).

Ainsi la loi s'applique aux solubilités de KCl de la schœnite dans une solution toujours saturée de SO^4K^2, aux deux autres combinaisons qu'on peut obtenir par permutation de ces trois sels, etc.

Les résultats de certaines mesures sont en désaccord avec la loi. En présence de $MgCl^2 + 6H^2O$ en excès, la solubilité de la carnallite augmenterait de $5^{mol}\,^1/_2$ à 12^{mol} pour 1000^{mol} d'eau, par addition de SO^4Mg, tandis que la solubilité de $SO^4Mg + 6H^2O$ diminuerait de 48 à 36 par addition de carnallite. Ces mesures devront être reprises.

En résumé, l'étude des solutions saturées de plusieurs corps doit dépouiller

---

(¹) On constate aussi très facilement que la quantité de B à ajouter pour obtenir la saturation est plus grande si on laisse A en contact (double saturation) que si on l'éloigne. C'est une conséquence de la forme que j'ai donnée aux lois du déplacement de l'équilibre (*Comptes rendus*, t. 138, 1909, p. 767).

(²) Dans les notations de Gibbs, on a

$$\frac{\partial u_1}{\partial m_2} = \frac{\partial \mu_2}{\partial m_1} = -\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial m_1}\right)_{m_2}\left(\frac{\partial m_1}{\partial m_2}\right)_{\mu_1} = -\left(\frac{\partial \mu_2}{\partial m_2}\right)_{m_1}\left(\frac{\partial m_2}{\partial m_1}\right)_{\mu_2}.$$

Les dérivées de μ_1, μ_2 dans les deux derniers termes sont positives pour des solutions stables. Elles peuvent être prises en laissant arbitrairement constants m_3 ou μ_3, m_4 ou μ_4, etc.

la nature purement descriptive qu'elle avait jusqu'ici dans les Ouvrages de Thermodynamique. En chacun des points du diagramme sont satisfaites des conditions d'inégalité qui les rendent solidaires les uns des autres. Les nombreuses mesures exécutées fourniront un riche matériel de vérification d'une conséquence du principe de Carnot, en même temps qu'une révision attentive permettra de rectifier les données qui sont en contradiction avec la loi de réciprocité.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dispersion spécifique des carbures d'hydrogène.* Note (¹) de M. E. **Darmois**, présentée par M. Haller.

Dans une Note précédente (²), j'ai indiqué que la dispersion spécifique $\frac{\Delta n}{d}$ était une quantité approximativement constante pour chaque série de carbures d'hydrogène présents dans les essences de pétrole. Les nombres fournis par l'expérience étant assez variables dans certains cas, il est intéressant de les comparer à ceux qu'on peut calculer à l'aide des réfractions atomiques.

Les réfractions et dispersions atomiques selon Lorentz ont été recalculées récemment par Eisenlohr et Auwers (³).

La dispersion moléculaire $\frac{M}{d}[f(n_1)-f(n_2)]$ s'écrit $\frac{M}{d}(n_1-n_2)f'(\nu)$, où f' est la dérivée de f, et ν une valeur intermédiaire entre n_1 et n_2. Désignons par c_1 et c_2, h_1 et h_2, l_1 et l_2 les réfractions atomiques du carbone, de l'hydrogène et de la double liaison pour les deux radiations. Pour un carbure C^pH^{2q} on aura

$$\frac{\Delta n}{d}f'(\nu)=\frac{p(c_1-c_2)+2q(h_1-h_2)+l_1-l_2}{12p+2q}$$

dans le cas d'une double liaison.

1° *Carbures saturés cycliques* $q=p$. — Si la fonction utilisée est celle de Gladstone, $f'=1$ et $\frac{\Delta n}{d}=$ const. Les réfractions atomiques correspondant

(¹) Séance du 25 avril 1921.
(²) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 952.
(³) Eisenlohr, *Z. ph. Chemie*, t. 75, 1911, p. 585. — Auwers et Eisenlohr, *Ibid.*, t. 83, 1913, p. 429.

à cette formule sont mal connues, il est difficile de donner une valeur précise de la constante.

Pour la fonction de Lorentz on a $f' = \frac{6\nu}{(\nu^2+2)^2}$. Or, la quantité f' est peu variable d'un bout à l'autre de la série. Du cyclohexane (C^6) au menthane (C^{10}) f' varie de moins de $\frac{1}{1000}$ (¹). Le résultat est donc le même. On doit avoir

$$\frac{\Delta n}{d}\frac{6\nu}{(\nu^2+2)^2} = \frac{c_1-c_2+2(h_1-h_2)}{14} = \mathrm{A}.$$

Utilisant les valeurs d'Eisenlohr pour H_γ et H_α :

$$c_1-c_2=0,056, \qquad h_1-h_2=0,029,$$

on trouve

$$\mathrm{A}=0,00815, \quad f'=0,526 \quad \text{et} \quad \frac{\Delta n}{d}=155.10^{-4}.$$

C'est le nombre donné par l'expérience.

2° *Carbures saturés aliphatiques* $q=p+1$. On trouve

$$\frac{\Delta n}{d}f'=\mathrm{A}+\varepsilon,$$

où ε tend vers zéro quand p augmente. f' subit ici de C^5 à C^{10} des variations dans le même sens que ε et le quotient $\frac{\Delta n}{d}$ est constant.

	ν.	f'.	$\frac{\Delta n}{d}10^4$ calc.	$\frac{\Delta n}{d}10^4$ obs.
$n.C^5H^{12}$	1,364	0,549	158,6	157
C^8H^{18}	1,402	0,535	159,0	156 (²)
$i.C^{10}H^{22}$	1,413	0,531	159,0	157

3° *Carbures non saturés aliphatiques*

(1″) $$l_1-l_2=0,2075.$$

On trouve

$$\frac{\Delta n}{d}f'=\mathrm{A}+\frac{0,1035}{7p},$$

on prévoit que $\frac{\Delta n}{n}$ sera peu variable avec p et qu'il sera plus grand que pour les carbures saturés.

(¹) La valeur utilisée dans le calcul est $\frac{n_1+n_2}{2}$.

(²) L'accord est satisfaisant.

	v.	f'.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ calc.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ obs.
C^5H^{10}	1,380	0,543	204	194
C^6H^{12}	1,400	0,536	198	204 (1)
C^8H^{16}	1,418	0,529	189	188

4° *Carbures non saturés cycliques*

(1'') $$\frac{\Delta n}{d} f' = A + \frac{0,0826}{7p-1}.$$

	v.	f'.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ calc.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ obs.
C^7H^{12}	1,455	0,515	191	191

5° *Carbures non saturés aliphatiques*

(2'') $$\frac{\Delta n}{d} f' = A + \frac{0,186}{7p-1}.$$

	v.	f'.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ calc.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ obs.	
C^5H^8	1,396	0,537	254	220-227	(Brühl)
C^6H^{10}	1,406	0,534	237	228,5	(Brühl)
C^7H^{12}	1,429	0,530	225	230	(Auwers)

L'accord est peu satisfaisant, surtout pour le valérylène.

6° *Carbures benzéniques.* — Au point de vue qui nous occupe, on admet qu'ils se comportent comme ayant trois doubles liaisons.

On a alors

$$\frac{\Delta n}{d} f' = A + \frac{0,247}{7p-3}.$$

	v.	f'.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ calc.	$\frac{\Delta n}{d} 10^4$ obs.
C^6H^6	1,509	0,495	293	298-308 (2)
C^7H^8	1,504	0,493	271	300
C^8H^{10}	1,517-1,508	0,493-0,496	259	294-297

Le calcul indique une décroissance de $\frac{\Delta n}{d}$; les valeurs expérimentales montrent la même décroissance, mais *beaucoup moins rapide*.

Conclusion. — La constance approximative de la dispersion spécifique,

(1) Concordance moins satisfaisante.

(2) Et non 388 comme il a été imprimé par erreur dans la Note précédente.

règle déduite immédiatement de l'expérience, est prévue théoriquement pour les carbures saturés. L'accord avec les formules est beaucoup moins bon quand le corps est plus ou moins éthylénique. La variation constatée dans une série est en tout cas beaucoup plus faible que celle que l'on calcule.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le tétraiodure de tellure.* Note de M. A. **Damiens**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans des Notes précédentes, nous avons montré que l'iode et le tellure ne réagissent l'un sur l'autre que pour donner un seul composé défini : le tétraiodure TeI^4. Ce corps qui a été très peu étudié présente cependant de l'intérêt, à cause de la relation établie dans sa formule entre l'iode et le tellure, dont les poids atomiques ont été si longtemps controversés ([1]).

Nous avons pu obtenir le tétraiodure de tellure par deux méthodes nouvelles :

1° L'étude thermique du système iode-tellure ([2]) nous a montré que le tétraiodure est presque complètement insoluble dans l'iode liquide, et qu'il ne se forme pas entre ces deux corps de solution solide. En faisant réagir l'iode en excès sur du tellure finement pulvérisé, et laissant refroidir le mélange très lentement, on obtient une masse constituée par des cristaux de tétraiodure, liés par des cristaux d'iode. Cette masse, concassée, est soumise, dans un extracteur spécial ([3]), à un épuisement méthodique par le tétrachlorure de carbone fréquemment renouvelé. Le résidu est constitué par du tétraiodure présentant à l'analyse une composition très voisine de la théorie (iode pour 100 : 79,53; 79,81; 80,15; 80,07; 80,10). En réalité, si l'on pulvérise très finement ces cristaux, la poudre obtenue cède encore des traces d'iode libre au tétrachlorure (environ $\frac{1}{100000}$ du TeI^4 mis en jeu).

2° L'étude de la vaporisation du système iode-tellure ([4]) nous a conduit d'autre part à isoler un produit répondant très exactement à la formule TeI^4. Les cristaux de tétraiodure se déposent à 100° environ, aux dépens d'une vapeur renfermant un excès d'iode, qui, lui, ne se dépose pas à cette température, et qui, de plus, comme nous l'avons montré antérieurement, ne

([1]) L'étude historique sera donnée dans un autre Mémoire.
([2]) A. Damiens, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1140.
([3]) Kumagawa et Suto, *Biochemische Zeitschrift*, t. 8, 1908, p. 220.
([4]) A. Damiens, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 447.

donne pas de solution solide avec le tétraiodure. Finement pulvérisés, ces cristaux ne cèdent pas d'iode au tétrachlorure de carbone.

Les conditions donnant les meilleurs résultats sont réalisées en chauffant dans des tubes scellés à 150°-160° pendant plusieurs heures le tétraiodure obtenu par notre premier procédé décrit. On réalise ainsi une purification qui fournit 30g de produit purifié pour 100g de produit initial. En chauffant plus haut, l'opération est plus rapide, mais le rendement en tétraiodure diminue.

Composition de ce produit :

		Trouvé.					
	Théorie.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Iode pour 100...	79,93 (1)	80,12 (2)	79,76 (2)	»	»	»	79,77 (4)
Tellure pour 100.	20,07 (1)	»	»	20,14 (2)	19,85 (3)	19,84 (4)	»

L'iode a été pesé à l'état d'iodure d'argent, le tellure à l'état de sulfate basique.

Obtenu par fusion, le tétraiodure se présente en petits cristaux noirs brillants; par sublimation, en lamelles foliacées ayant l'aspect et la couleur du graphite. Ces lamelles peuvent atteindre 4mm à 5mm de longueur. Il ne fond pas sous la pression ordinaire, sans se décomposer. La fusion en tube scellé a été observée à 280°. Densité à 15° (prise dans CCl^4) : 5,05. Volatil et dissociable un peu au-dessus de 100° : la vapeur émise renferme toujours un excès d'iode, correspondant à une dissociation.

Il est peu soluble dans l'alcool, l'acétone, l'acétate d'amyle, insoluble dans l'éther, l'acide acétique, le chloroforme, le sulfure de carbone et le tétrachlorure de carbone.

La facile dissociation du tétraiodure limite aux basses températures les actions chimiques à envisager : au-dessus de 100°, le corps réagit comme un mélange d'iode et de tellure.

L'hydrogène est sans action sensible jusqu'à 150°.

Le chlore et le brome l'attaquent rapidement à froid pour déplacer l'iode.

L'eau froide l'attaque lentement, l'eau chaude plus vite, en donnant de l'acide iodhydrique qui se dissocie bientôt et libère de l'iode.

(1) Poids atomique, I : 126,92; Te : 127,5.

(2) Échantillon moyen de 5 opérations.

(3) Échantillon provenant d'une opération.

(4) Échantillon d'une opération.

L'air humide est sans action sur le tétraiodure. Les alcalis, potasse, soude, ammoniaque, l'attaquent rapidement en donnant un tellurite et un iodure alcalins, fait que plusieurs auteurs avaient déjà indiqué. Les sulfures alcalins le dissolvent rapidement.

Les acides sulfurique, chlorhydrique et nitrique l'attaquent très lentement à froid, plus vite à chaud, en libérant de l'iode. Par l'acide nitrique fumant, la réaction est rapide et complète; l'iode précipite, le tellure entre en solution à l'état de nitrate.

L'acide iodhydrique le dissout en donnant un iodhydrate, les iodures alcalins en donnent des sels doubles.

L'alcool anhydre dissout un peu le tétraiodure. S'il est hydraté, il se fait de l'iodure d'éthyle.

L'ammoniac gazeux anhydre attaque vivement à froid, même à -80°, en donnant, sans dégagement d'aucun gaz, de l'iodure d'ammonium et un corps de couleur jaune, susceptible de faire violemment explosion par choc ou par chauffage, renfermant encore de l'iode après une quinzaine de lavages à l'ammoniac liquide, et soluble dans la potasse qui en libère de l'ammoniac. Nous n'en avons pas poursuivi l'étude.

Les hydrogènes phosphoré et arsénié ne réagissent que bien au-dessus de 100°. Les produits obtenus sont les mêmes que ceux donnés par ces mêmes corps avec l'iode.

Le sodammonium réduit énergiquement le tétraiodure. Il se forme un iodure alcalin et du tellure libre qu'un excès de sodammonium transforme en tellurure de sodium.

En résumé, le tétraiodure de tellure pur, que nous avons préparé, est un corps parfaitement défini, qui peut servir, en raison de ses propriétés, pour la préparation de nombreux dérivés du tellure.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation catalytique des phénylhydrazones.*

Note [1] de M. **Alphonse Mailhe**, transmise par M. Paul Sabatier.

On sait que l'hydrogénation des phénylhydrazones des aldéhydes, effectuée en solution alcoolique à l'aide d'amalgame de sodium et d'acide acétique cristallisable, conduit à un mélange de deux amines primaires,

---

[1] Séance du 18 avril 1921.

dont l'une est l'aniline :



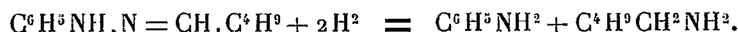
$$C^6H^5NH.N = CHR + 2H^2 = C^6H^5NH^2 + RCH^2.NH^2.$$

Arbousof (¹) a montré que les phénylhydrazones des aldéhydes se dédoublent au contact de certains chlorures métalliques en nitriles et aniline.

On pouvait se demander comment se comporteraient ces composés par hydrogénation de leurs vapeurs au contact du nickel chauffé à une température assez basse, comprise entre 180° et 190°. On sait que la plupart des phénylhydrazones sont des liquides visqueux qui distillent à la pression ordinaire en se décomposant partiellement. Il y avait lieu de craindre que l'hydrogénation par voie sèche ne conduise à une destruction profonde de la molécule. L'expérience a montré qu'il n'en est rien si l'on prend la précaution de pratiquer la réduction dans un rapide courant d'hydrogène.

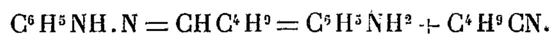
1° *Valéraldéhyde phénylhydrazone* $C^6H^5NH.N = CHC^4H^9$. — Elle bout à 183° sous 52^{mm}. Entraînée lentement en vapeurs par un fort courant d'hydrogène, sur du nickel divisé chauffé à 180°, on peut la transformer complètement sans mouiller le catalyseur. Le liquide condensé, soumis au fractionnement, fournit : 1° un peu d'*isoamylamine*, bouillant à 93°; 2° une quantité importante d'*isoamylnitrile*, bouillant à 129°; 3°, entre 160°-200°, distille la majeure partie du produit qui est constitué par de l'aniline, mélangée d'une faible portion de diisoamylamine.

On voit qu'au contact du nickel à 180°, l'hydrogénation de la valéraldéhyde phénylhydrazone, produit deux réactions bien distinctes. La première, peu importante, scinde la molécule à l'union des deux atomes d'azote en donnant deux résidus qui, saturés par de l'hydrogène, fournissent de l'aniline et de l'isoamylamine dont une partie se dédouble en ammoniac et diisoamylamine :



$$C^6H^5NH.N = CH.C^4H^9 + 2H^2 = C^6H^5NH^2 + C^4H^9CH^2NH^2.$$

La seconde réaction, tout à fait prépondérante, décompose la phénylhydrazone en aniline et isoamylnitrile :



$$C^6H^5NH.N = CHC^4H^9 = C^6H^5NH^2 + C^4H^9CN.$$

2° *Isobutaldéhyde phénylhydrazone* $C^6H^5NH.N = CH.CH(CH^3)^2$. —

(¹) *Journal Soc. Phys. chim. russe*, t. 45, 1913, p. 74.

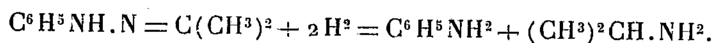
C'est un liquide, bouillant à 167° sous 52^{mm}. Son hydrogénation, effectuée dans les mêmes conditions que la précédente, a fourni un liquide d'où l'on sépare par rectification : des traces d'*isobutylamine*, une dose importante de *nitrile isobutyrique*, bouillant à 108°, et entre 160° et 190°, un mélange d'*aniline* et d'amines aliphatiques qui le rendent alcalin au tournesol. On dose la proportion de ces dernières bases à l'aide d'acide oxalique $\frac{N}{10}$. Il suffit de verser 5$^{cm^3}$ d'acide titré pour obtenir le virage de l'indicateur, ce qui indique la faible quantité de bases aliphatiques qui accompagnent l'aniline.

L'isobutaldéhyde phénylhydrazone s'est comportée comme son homologue supérieur au contact de nickel et d'hydrogène, à 180°.

(La constitution des phénylhydrazones des cétones aliphatiques, $C^6H^5NH.N = CR^2$, montre qu'il ne peut pas se former de nitrile par dédoublement. Il était dès lors intéressant d'examiner les produits de l'hydrogénation catalytique de ces composés.)

1° *Acétone phénylhydrazone* $C^6H^5NH.N = C(CH^3)^2$. — Son hydrogénation, effectuée à 180°, ne produit qu'une transformation incomplète. Il faut pousser la température jusqu'à 220°-230°, pour obtenir une réaction sensiblement totale. Du liquide obtenu, on isole facilement l'*isopropylamine* et la *diisopropylamine*, puis une fraction importante constituée par de l'aniline ayant entraîné un peu d'amine tertiaire.

Toutes les fractions sont entièrement solubles dans l'acide chlorhydrique dilué. La réduction de l'acétone phénylhydrazone n'a lieu que d'une seule manière, suivant l'équation



$$C^6H^5NH.N = C(CH^3)^2 + 2H^2 = C^6H^5NH^2 + (CH^3)^2CH.NH^2.$$

2° *Méthylpropylcétone phénylhydrazone* $C^6H^5NH.N = C\begin{cases}CH^3\\CH^2CH^2CH^3\end{cases}$. — Elle distille à 185° sous 65^{mm}. Hydrogénée à 230°, sur le nickel, elle fournit un liquide d'où l'on retire par fractionnement une amine primaire, l'*amino-2-pentane*, qui bout à 87° et un mélange d'*aniline* et d'amine secondaire aliphatique, la *bis-(métho-1-butyl)-amine*, qui a été dosée par l'acide oxalique $\frac{N}{10}$. 13^g de mélange renferment 2^g,71 de base secondaire.

Ces résultats montrent que l'hydrogénation des phénylhydrazones des aldéhydes et celles des cétones est bien différente.

Les premières se décomposent surtout en nitriles et aniline, sans l'intervention de l'hydrogène. Il y a formation accessoire d'amines aliphatiques.

Les secondes subissent une réaction hydrogénante complète, avec rupture

de la chaîne à l'union des deux atomes d'azote, ce qui entraîne la production d'aniline et d'une amine aliphatique primaire, dont la décomposition partielle donne l'amine secondaire.

GÉOLOGIE. — *Observations touchant une Note sur la tectonique des Pyrénées occidentales.* Note [1] de M. **Pedro Palacios.**

Une Note de M. P. Stuart-Menteath *Sur la tectonique des Pyrénées occidentales* [2] renferme quelques appréciations sur un travail (publié dans le Tome 60 du *Bulletin de l'Institut géologique d'Espagne*) sur les Pyrénées de la Navarre que je tiens à relever.

Je noterai d'abord que dans aucun passage du *Bulletin*, malgré l'affirmation de M. Stuart-Menteath, l'existence du Wealdien dans la chaîne montagneuse qui s'étend du col de Velate jusqu'à Lecumberri n'a été signalée. Où ce terrain apparaît bien déterminé et bien reconnaissable, c'est dans la chaîne de Aralar. Le Wealdien affleure sur le versant septentrional de cette montagne tout le long d'une bande plus remarquable par sa longueur que par sa largeur, appuyée sur des calcaires jurassiques et servant de base à une série de couches aptiennes.

Il est indéniable qu'entre le col de Velate et Lecumberri l'Albien et l'Aptien atteignent un plus grand développement que le Cénomanien, ainsi que le démontrent des indications paléontologiques plus concluantes et plus certaines que ne sont d'ordinaire celles que fournissent les Orbitolines. J'ajouterai, même qu'il est indiqué dans la figure n° 12 du *Bulletin*, que le véritable Cénomanien de Lecumberri ne repose pas directement sur le Lias, mais par l'intermédiaire du Gault.

On lit dans cette Note que « *Le Gault est reconnu en plein Sénonien de la nouvelle carte* ». Si l'on veut affirmer que j'ai confondu le Gault avec le Sénonien, cette affirmation serait gratuite et des plus vagues tant qu'on ne fixerait pas l'endroit ou les endroits auxquels se rapporte cette erreur, qui, du reste, est bien peu probable puisqu'il s'agit de terrains dont la distinction n'offre pas, du moins en Navarre, de grandes difficultés.

Dans mon article sur le terrain cambrien, paru dans le même Tome du Bulletin, je décris, avec une assez grande clarté, à mon avis, en traçant

---

(1) Séance du 25 avril 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 404.

un profil géologique, la situation topographique et stratigraphique du lambeau de terrain que je rapporte à cet âge. Il n'y est pas question, comme semble l'entendre M. Stuart-Menteath, des terrains silurien et dévonien que sillonne le ravin de Changoa où l'on trouve les vestiges d'exploitations minières, auxquelles il fait allusion. Le terrain que je regarde comme cambrien se trouve à l'ouest de cette région dont il est séparé par le mont Altobiscar. On y constate un grand développement superficiel au col de Ibañeta et sur ses deux versants. Il n'est pas constitué exclusivement par des grès ou des quartzites, mais par une série de schistes argileux, phyllades et dalles de grès dont la série totale représente une épaisseur considérable sous les quartzites; ceux-ci correspondent, comme je l'ai déjà démontré, à la base du Silurien qui forme les crêtes de la cime du mont Altobiscar, et qui, de plus, affleure à la suite de ce massif au Nord et au Sud. En outre, je suis surpris par la phrase qui attribue aux *besoins du raccordement* la cause d'avoir signalé dans ma carte le lambeau cambrien en question, lorsque, précisément, ce lambeau, qui traverse la frontière française, constitue un *désaccord* entre ma carte et la carte officielle de la nation voisine.

Je dois ajouter de même, au sujet de certaines indications de Stuart-Menteath, que je n'ignore pas l'existence du Cénomanien en contact avec le Paléozoïque, au pied des montagnes de Roncevaux, puisque, dans le Bulletin précité, je le signale non loin de là, au nord-est de ce village.

Le Trias marqué dans le profil géologique n° 13 du Bulletin correspond à un petit lambeau de grès rouge isolé au sud du Copacoa, hauteur granitique séparée de *la Peña de Aya* par le ravin de Endara. La disposition que présente ce lambeau est celle indiquée dans mes notes prises sur place. A mon avis, ce lambeau triasique ne repose pas directement sur le Silurien, mais sur le Carbonifère qui est aussi représenté dans les alentours de ces massifs granitiques, mais pas avec une grande épaisseur, et qu'on peut facilement le confondre avec celui-là. Il en est ainsi en d'autres portions des montagnes de Navarre, c'est à cela qu'est sans doute dû que, dans un croquis intitulé : *Carte géologique des Pyrénées au sud de Biarritz*, annexé à une des brochures de M. Stuart-Menteath, publiées sous le titre : *Les gisements métallifères des Pyrénées occidentales*, la grande chaîne dans laquelle se détachent les Pics de Azcua et de Aiscolegui entre Bertiz et Echalar, est portée comme silurienne, bien qu'elle se trouve formée d'une série de poudingues, grauwackes, schistes, psammites et grès, avec *Calamites*, évidemment superposée, au terrain dévonien de Bertiz.

Quelques autres détails inexacts, et se rapportant à différents terrains, s'observent également dans le croquis indiqué, parmi lesquels je remarque particulièrement une grande bande de terrain danien située à l'ouest de Madoz, à l'endroit correspondant aux hautes cimes de Aralar dans lesquelles on voit partout affleurer les bancs de calcaires aptiens.

La bande de flysch cénomanien représentée dans ma carte et gisant au pied de *la Peña de Aya*, s'étend en Navarre le long du ravin de Endara, qui, depuis le col de Arechulegui descend pour se jeter dans la Bidassoa non loin de Endarlaza. La situation de ce ravin figure ainsi représentée sur la carte géographique qui a servi de base à la géologie de l'Espagne pour l'exactitude de laquelle tous les moyens possibles ont été mis en œuvre. On doit remarquer qu'entre ce ravin et le faubourg de Zalain, s'élève une ligne de partage dont font partie les hauteurs de Escolamendi.

En ce qui concerne le Trias et le Crétacé de la région de Vera, je ferai remarquer que l'association de l'un et de l'autre n'est ni constante ni aussi continue que semble l'indiquer M. Stuart-Menteath. En face de Alzate et Vera les couches de la bande crétacée inférieure au flysch reposent directement sur le paléozoïque. Il en est de même au nord de Vera, car si l'on y voit de gros bancs de grès associés à un conglomérat et qui rappellent vaguement les caractères des couches triasiques, leur âge véritable se trouve démontré par les restes indiscutables de *Janira* et d'Orbitolines que j'y ai trouvés.

De plus, les conglomérats, qui, superposés aux grauwackes carbonifères, forment les petites collines de la montée de Alzate au col de la Sare, sont par leurs caractères et par certains détails de leur composition très différents de ceux du Trias qui affleurent non loin de là. Ils sont au contraire semblables à ceux que l'on voit à Zugarramurdi appuyés sur le grès rouge des pentes de Peñaplata, et il faut remarquer qu'on peut y voir intercalés des lits argileux semblables à ceux du flysch.

Il me reste à déclarer que, même si ma carte et mes travaux sur « Les terrains de Navarre » peuvent être utilisés pour relier le tracé de la carte géologique d'Espagne avec celui de la France, je n'ai en rien subordonné les résultats de mes recherches à des fins conventionnelles et préconçues ; je les ai exposés, sans aucun parti pris, tels que je les ai loyalement interprétés.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des couches les plus anciennes du Massif armoricain.* Note de M. F. **Kerforne**, présentée par M. Pierre Termier.

Si l'on étudie les couches les plus anciennes de la Nappe de la Vilaine, on trouve la succession suivante de bas en haut :

1° Poudingue pourpré ;
2° Schistes rouges et verts ;
3° Grès à *Dinobolus ;*
4° Schistes intermédiaires ;
5° Grès à *Ogygia armoricana*.

Les deux premiers niveaux sont rapportés au Cambrien ; les seuls fossiles qu'on y ait rencontrés sont le *Vexillum Desglandei* Rou. et une Lingule très voisine sinon identique à la *Lingula Lesueuri* Rou. ; le poudingue pourpré paraît bien être un poudingue de base.

Les trois suivants, qui leur succèdent avec un passage graduel et insensible, sont rapportés à l'Ordovicien inférieur et contiennent une faune relativement abondante ; ils constituent le grès armoricain des auteurs.

Au-dessus viennent les schistes à Calymènes avec *Didymograptus Murchisoni* Beck à la base, qui se parallélisent avec le Llandeilo.

M. Ch. Barrois a étudié la faune du grès armoricain et en a conclu qu'elle appartient à l'Arenig, qu'elle « ne peut pas correspondre au début de la faune silurienne » et que « la faune de Trémadoc est encore à trouver en Bretagne ».

La plupart des fossiles étudiés par M. Ch. Barrois ont été recueillis dans le grès à *Ogygia armoricana ;* mais les mêmes conclusions s'appliquent à la faune du grès à *Dinobolus*, dans laquelle j'ai trouvé des espèces communes et des espèces spéciales, mais très analogues. Les niveaux 3°, 4° et 5° représentent donc l'Arénig. Il en résulte que les poudingues pourprés et les schistes rouges représentent le Trémadoc ; s'ils représentaient en effet le Cambrien, il y aurait une lacune entre 2° et 3°, et non le passage insensible et graduel qu'on constate partout.

Les mêmes conclusions s'appliquent à la région du Cap de la Chèvre.

Dans la Mayenne et en Normandie, Hébert, Œhlert et M. Bigot ont étudié avec la plus grande précision les couches inférieures au grès armoricain ; ils ont trouvé une succession de niveaux puissants et variés, mais présentant des modifications de faciès remarquables et ils les ont séparées

d'une manière définitive des couches sous-jacentes avec lesquelles elles étaient plus ou moins confondues autrefois.

Si on les compare avec celles de la Nappe de la Vilaine, surtout quand on les suit de l'Ouest à l'Est, on est amené, en ne retenant que les divisions principales et typiques, à faire les assimilations suivantes :

Le Poudingue pourpré a son équivalent exact dans les deux régions.

Les Schistes rouges et verts correspondent aux schistes et calcaires de la Mayenne et de la vallée de la Laize.

Le Grès à *Dinobolus* correspond au grès de Sainte-Suzanne, au grès feldspathique, etc.

Les Schistes intermédiaires correspondent aux schistes de Saint-Rémy, remplacés quelquefois par des bancs feldspathiques.

Le Grès à *Ogygia* correspond au grès armoricain (S_{1b}), que le faciès feldspathique envahit lui-même à May-sur-Orne.

Toutes ces couches doivent donc représenter le Trémadoc et l'Arénig comme dans la vallée de la Vilaine et non le Cambrien.

Ceci amène à remettre en question l'âge des schistes inférieurs (X) : schistes de Rennes, phyllades de Saint-Lô, etc.; ne pouvant les ranger avec certitude ni dans l'Algonquien, ni dans le Cambrien, il est préférable de réserver la question pour le moment et de leur garder le nom de Briovérien qui leur a été donné par M. Ch. Barrois.

GÉOLOGIE. — *Sur les éruptions volcaniques liasiques et leurs rapports avec la distribution des faciès dans les géosynclinaux caucasiens.* Note de M. **Pierre Bonnet**, présentée par M. Émile Haug.

Au cours de mes recherches en Transcaucasie, j'ai pu constater que, dans la région qui avoisine à l'est le grand rebroussement de l'Ararat-Alagœz et qui forme la terminaison de l'arc Iranien septentrional, s'intercale, d'une façon constante et en concordance entre les formations du Trias supérieur et celles du Bajocien inférieur, un amas de roches volcaniques basiques.

Il s'agit ici d'éruptions ante-oolithiques, parce que ces roches se montrent toujours en nappe interstratifiée entre les formations indiquées, que jamais elles ne se présentent en injections dans les couches oolithiques, et surtout parce que la transgression du Bajocien inférieur se manifeste ici par le dépôt, immédiatement antérieur à la zone à *Sonninia Sowerbyi*, de grès verdâtres formés d'éléments de ces roches volcaniques sous-jacentes. Il y a

donc dans cette région une lacune stratigraphique correspondant au Lias.

Si nous examinons les autres dépôts liasiques connus dans l'arc Iranien septentrional, en partant du rebroussement de l'Ararat, nous voyons ces intercalations volcaniques remplacées d'abord par des couches à végétaux dans le Kara-Dagh; puis, dans la chaîne de l'Elbourz, au sud de la Caspienne, c'est-à-dire dans la partie centrale de l'arc, nous rencontrons, après une série inférieure à végétaux, des formations marines à Ammonoïdés du Lias moyen et supérieur.

Il y a, par conséquent, à l'époque liasique, dans cette bande sud-orientale du géosynclinal caucasien, d'une part au voisinage du rebroussement, groupement d'éruptions volcaniques avec lacune stratigraphique corrélative, et d'autre part dans la partie médiane de l'arc, localisation des faciès profonds.

Des faits analogues se constatent dans toute la partie orientale du grand Caucase, qui peut être considérée comme l'homologue septentrional de l'arc Iranien de l'Elbourz. En effet, immédiatement à l'est du grand rebroussement du Kazbek, on rencontre des nappes de diabases et de porphyrites interstratifiées dans les schistes présumés liasiques; plus à l'est apparaissent dans le Daghestan occidental, des schistes à séricite, puis des schistes à végétaux et des couches à charbon, et enfin, dans le Daghestan central, des formations franchement marines avec Ammonoïdés.

Mais *cette bande septentrionale apparaît au Lias comme un géosynclinal plus profond que son correspondant méridional.* On y trouve en effet une progression parallèle, mais toujours d'un degré de bathyalité plus accentué. Le rebroussement du Kazbek est le siège de faciès plus profonds que le rebroussement de l'Ararat : tandis qu'au Nord les produits volcaniques alternent avec les formations sédimentaires, au Sud la sédimentation s'arrête complètement pour céder la place aux épanchements laviques. La position des couches à Ammonoïdés du Daghestan est homologue de celle des couches à végétaux du Kara Dagh, et aux couches à Céphalopodes de l'Elbourz correspondraient vraisemblablement des faciès encore plus profonds dans le prolongement du Caucase sous les eaux de la Caspienne, partie de cet arc septentrional qui a subi l'ennoyage le plus prononcé, entre le Caucase et le grand Balkhan.

Le manque presque absolu de données relatives au Lias dans les faisceaux tauriques et la partie occidentale du grand Caucase fait obstacle à la recherche, de ce côté, d'une vérification analogue; mais, à l'ouest du rebroussement du Kazbek, dans les montagnes Mesques et dans le Caucase cen-

tral, apparaissent les premiers indices d'une gradation symétrique : ici couches à végétaux et lignites de Tkvibouli, là formations liasiques à Ammonoïdés avec intercalations volcaniques d'Oni.

Il semble, en résumé, que le géosynclinal caucasien ait manifesté à l'époque liasique, dans la région du rebroussement Ararat-Kazbek, une tendance à l'émersion : celle-ci aurait été accompagnée de la production de fractures suivies d'épanchements volcaniques; le phénomène aurait été plus fortement marqué au Sud, où il aurait eu pour conséquence une interruption complète de la sédimentation. Ces perturbations auraient eu pour résultat le rejet des eaux en dehors des géosynclinaux caucasiens, dans lesquels les régions les plus profondes seules, correspondant aux parties centrales des arcs, seraient demeurées tranquilles; c'est là que les faunes marines auraient pu continuer leur évolution normale, et là on ne connaît pas de traces de phénomènes éruptifs.

Il y aurait donc ici une confirmation du fait que j'ai déjà signalé, à savoir que les faciès, dans la partie centrale des arcs, sont, à une époque donnée, plus profonds que ceux des formations avoisinant les rebroussements.

Il est probable que cette relation, à l'époque liasique, entre la répartition des phénomènes volcaniques et celles des faciès néritiques, pourra être observée, en dehors de l'isthme caucasien, dans d'autres parties des géosynclinaux du système alpin.

ACTINOMÉTRIE. — *Sur les variations de la radiation solaire pendant l'éclipse de Soleil du 8 avril 1921 à Bagnères-de-Bigorre, station de l'Observatoire du Pic du Midi.* Note de M. **Dort**, présentée par M. J. Violle.

Début de l'éclipse à $7^h 20^m$ (temps moyen de Grennwich). — Un rideau de *Cirrho-Stratus* et d'*Alto-Cumulus* cache l'astre jusqu'à $7^h 55^m$. A $8^h 5^m$, les nuages sont à 30° et 40° de distance autour du Soleil, mais une légère couronne blanche de diffraction est visible autour de l'astre.

Les mesures actinométriques faites à partir de $8^h 7^m$ avec un actinomètre type Violle ont donné les résultats suivants :

h m	cal	
8. 7	0,437	(couronne de diffraction de 15° de rayon)
8.21	0,276	(» »)
8.30	0,242	(max. de surface couverte du ⊙ et couronne de diffraction de 10° de rayon)

8h38m	0cal,251	(couronne de diffraction de 8° de rayon)
9. 5	0,653	(» »)
9.50	1,091	(couronne de diffraction de 4° de rayon)
10. 6	1,137	(couronne de diffraction de 3° de rayon)
10.20	1,147	(» »)

Fin de l'éclipse dans la station à $9^h 48^m 40^s$ (temps observé).

Observations de comparaison.

7 *avril* 1921.

7h59m	0cal,947	(couronne blanche de diffraction de 15° autour du ⊙)
8.19	1,017	(» »)
8.48	1,088	(» »)
9.13	1,088	(» »)
9.30	1,164	(» »)
9.45	1,153	(» »)

11 *avril* 1921.

7.31	0,925	(couronne de diffraction de 7° autour du ⊙)
7.44	0,979	(» »)
8.00	1,050	(» »)
8.28	1,132	(» »)
8.58	1,137	(» »)
9.28	1,142	(» »)
10. 5	1,191	(» »)

En comparant les mesures relevées le 8 avril aux moyennes des mesures (comptées pour $\frac{2}{3}$ le 7 avril et pour $\frac{1}{3}$ le 11 avril), nous avons le Tableau suivant :

	8 avril 1921.	7 et 11 avril 1921.	Rapport.
8h.00m	0cal,55	0cal,98	0cal,56
8.15	0,30	1,05	0,29
8.30	0,24	1,09	0,23
8.45	0,32	1,10	0,29
9.00	0,58	1,10	0,53
9.15	0,80	1,11	0,72
9.30	0,94	1,16	0,81
9.45	1,05	1,17	0,89
10.00	1,13	1,17	0,97
10.15	1,15	»	»

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence du chlorure de sodium sur le développement du* Sterigmatocystis nigra. Note de M. **Marin Molliard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

J'ai recherché quelle pouvait être l'action, sur la végétation d'une Mucédinée, de la concentration du milieu de culture réalisée par une substance qui ne se comporte pas comme alimentaire; dans une première série d'expériences j'ai établi des cultures, faites à 35°, sur le milieu nutritif suivant :

Eau	150^{cm^3}
Saccharose	7^g
AzO^3AzH^4	0,471
$SO^4Mg + 7H^2O$	0,060
PO^4KH^2	0,142
$SO^4Fe + 7H^2O$	0,007
$SO^4Zn + 7H^2O$	0,007

auquel était ajouté, à des doses croissantes, du chlorure de sodium pur. Pour des teneurs de 0,25 à 0,75 pour 100 la végétation reste sensiblement normale, mais déjà, avec cette dernière concentration, les conidies se forment plus tardivement et moins abondamment; elles n'apparaissent presque plus en présence d'une dose de 1 pour 100. Pour des concentrations allant de 2 à 5 pour 100, la vitesse de développement diminue rapidement; elle devient très faible lorsque le liquide est additionné de 10 pour 100 de chlorure de sodium et s'annule pour une concentration d'environ 12 pour 100; on n'observe plus trace de conidies pour les doses supérieures à 3 pour 100.

Ce point établi, j'ai recherché si le chlorure de sodium intervenait dans le rendement, évalué comme rapport du poids de substance sèche élaborée au poids du sucre utilisé; à cet effet j'ai comparé la marche du développement et de l'utilisation du sucre dans des cultures effectuées en présence de 0, de 4, de 8 et de 10 pour 100 de chlorure de sodium; les résultats de mes recherches sont consignés dans les Tableaux suivants où j'ai porté les poids M des mycéliums desséchés vers 100° à 105°, les quantités S de sucre disparu (évaluées en sucre interverti) et les nombres R exprimant les rendements :

Durée.	M.	S.	R.	Durée.	M.	S.	R.
	o NaCl.				4 pour 100 NaCl.		
jours 1......	553 mg	1156 mg	0,478	jours 2......	1406 mg	3489 mg	0,411
$1\frac{1}{3}$.....	2214	4304	0,514	4......	2481	7124	0,348
$1\frac{2}{3}$.....	2574	5172	0,497	6......	2397	7447	0,322
2......	3057	6634	0,482	10......	2085	7488	0,278
$2\frac{1}{3}$.....	3178	6785	0,468	15......	2003	"	0,267
$2\frac{2}{3}$.....	3009	6913	0,435	20......	2028	"	0,271
3......	2457	"	0,355	25......	1937	"	0,259
4......	2089	"	0,302	30......	1947	"	0,260
6......	1659	"	0,239	40......	1928	"	0,257
8......	1559	"	0,225				
	8 pour 100 NaCl.				10 pour 100 NaCl.		
2......	684	1713	0,399	3......	707	1792	0,393
4......	806	2686	0,300	6......	821	3721	0,200
6......	897	3520	0,258	10......	873	4672	0,186
10......	1054	5017	0,210	15......	927	5103	0,181
15......	1082	5842	0,185	20......	931	5331	0,174
20......	1103	6144	0,179	25......	929	5530	0,168
25......	1097	6436	0,170	30......	962	5652	0,170
30......	1079	6513	0,165				

Avec 4 pour 100 de chlorure de sodium on observe encore une autolyse très nette, quoique moins accentuée qu'avec le liquide témoin; avec 8 ou 10 pour 100 de sel marin, le poids de substance sèche reste constant une fois qu'il a atteint sa valeur maxima; on voit que le temps nécessaire pour que cette valeur soit acquise augmente avec la quantité de sel et que d'autre part elle est d'autant plus faible que la dose de chlorure de sodium est plus grande; de plus, les rendements sont fortement abaissés par la concentration du milieu de culture; ceux qui correspondent aux époques où les poids maxima de substance élaborée sont réalisés sont ainsi respectivement égaux à 0,468; 0,348; 0,210 et 0,181.

En présence de 8 ou de 10 pour 100 de chlorure de sodium, du sucre continue à être utilisé alors que le poids du mycélium se maintient constant; dans le premier cas il disparaît, du 10e au 30e jour, environ 1500^mg de sucre; dans le second cas, du 10e au 30e jour, environ 550^mg; le chlorure de sodium réalise donc un état d'équilibre, et le sucre utilisé correspond à une ration d'entretien.

J'ai déterminé pour les deux doses les plus élevées de chlorure de sodium

les proportions des deux sucres restant dans les liquides de culture et il résulte des mesures effectuées qu'il n'y a plus que du lévulose au bout de 10 jours avec 8 pour 100 et au bout de 20 jours avec 10 pour 100 de chlorure de sodium; enfin, alors que dans les cultures témoins il se forme de petites quantités d'acide oxalique pendant la période d'autolyse, il ne se produit ni acide oxalique ni acide citrique en présence du sel marin; mais dans ce dernier cas le liquide de culture présente une acidité qui correspond, comme valeur maxima, à environ 5^{cm^3} de solution normale avec 4 pour 100 de sel, 7^{cm^3} avec 8 pour 100 et 6^{cm^3} avec 10 pour 100; cette acidité est due à l'acide azotique du nitrate d'ammoniaque.

On est alors en droit de se demander si l'absence des conidies ne serait pas due à cette acidité libre et si l'action morphogétique exercée par le chlorure de sodium ne serait pas ainsi indirecte; pour répondre à cette question j'ai substitué à des cultures réalisées sur un liquide contenant 8 pour 100 de chlorure de sodium soit de l'eau pure, soit une solution de sel marin à 8 pour 100, soit enfin une solution d'acide azotique à une concentration telle qu'elle corresponde à 7^{cm^3} d'une solution normale pour 150^{cm^3}; les résultats sont des plus nets; il se produit une autolyse et il se constitue des conidies dans les deux premiers cas, avec de petites différences qui ne nous retiendront pas ici, alors que sur l'eau acidulée le mycélium reste d'un blanc pur et ne diminue que très lentement de poids.

On peut aussi observer que si l'on remplace l'azotate d'ammonium par du tartrate d'ammonium, comme source d'azote, la formation des conidies ne se trouve pas empêchée, mais seulement retardée.

En résumé, le chlorure de sodium, à une concentration suffisante, diminue d'une manière très sensible la vitesse des réactions chimiques de la moisissure ainsi que le rendement; il provoque en second lieu la stérilité du mycélium, mais cela d'une manière indirecte, en déterminant l'accumulation de l'acide azotique.

BIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la répartition des zones biologiques sur les dunes méditerranéennes du golfe du Lion.* Note de M. **Gaston Astre**, présentée par M. Guignard.

Dans sa Note présentée à l'Académie le 4 avril 1921, M. G. Kühnholtz-Lordat apporte une intéressante contribution à la connaissance des conditions biologiques des dunes maritimes du golfe du Lion. Ces dunes n'ont

que peu d'importance, parce que leurs causes d'accroissement sont faibles, grâce au voisinage d'une mer pratiquement sans marées, et leurs causes de démolition sont au contraire très fortes, grâce aux vagues qui arrivent parfois sur le bord de la côte à en aplanir la surface et surtout aux vents de terre qui soufflent fréquemment avec violence. Ces deux facteurs ont pour résultat de faire disparaître la disposition régulière initiale des monticules de sable et de lui substituer un aspect chaotique particulier.

Ce régime très spécial, si différent de celui beaucoup plus homogène qui règne d'ordinaire sur les rivages océaniques français, fait qu'on ne retrouve pas évidente au premier abord, dans les dunes du littoral méditerranéen, la grande sériation des associations biologiques en zones telles qu'on peut les observer sur le littoral océanique. Cela explique aisément pourquoi M. G. Kühnholtz-Lordat a pu ne pas croire pouvoir appliquer à la biogéographie de ces contrées les conceptions que nous avons résumées dans notre Note à l'Académie le 11 octobre 1920 et que nous avons formulées dans un autre Mémoire (¹) beaucoup plus étendu, au sujet de la répartition des êtres vivants dans les dunes en quatre zones élémentaires que nous avons dénommées *abiotique*, *oligobiotique*, *mésobiotique et pléistobiotique*, en allant de celle où la vie est impossible à celle où la vie atteint au contraire son maximum de développement.

Dans notre Note précédemment indiquée, nous n'avions eu en vue que les dunes des bords de l'Atlantique et de la Manche. Mais des études ultérieures nous ont montré que nos conceptions pouvaient s'appliquer à toutes les dunes maritimes, en particulier à celles de la Méditerranée, avec, comme seule différence, un degré un peu plus grand de complexité, fait qu'il nous a été facile d'établir par des recherches un peu minutieuses.

Il ne faut pas croire, en effet, que les zones biologiques des dunes soient quelque chose de stable et de fixe. Les sables maritimes sont une des formes sous lesquelles se présentent les régions désertiques des pays tempérés. Dans ces lieux, dont le régime est intermédiaire entre celui des grands déserts tropicaux et celui des contrées tempérées ordinaires, le monde vivant trouve des conditions qui, si elles limitent parfois la rapidité de son développement, lui permettent toutefois d'exister. C'est là que l'on peut le mieux observer les processus par lesquels les êtres vivants tendent à mettre leur emprise sur le milieu physique. Il en résulte entre ces deux milieux,

(¹) GASTON ASTRE, *Biologie des Mollusques dans les dunes maritimes françaises et ses rapports avec la géographie botanique*, 1920. Toulouse, 158 p. (*Thèse de Doctorat en Pharmacie*).

vivant et physique, un complexe plus variable encore que partout ailleurs, puisque les conditions matérielles (sécheresse, vent, etc.) y sont particulièrement changeantes. La distribution géographique des animaux et des végétaux, qui en est une conséquence, ne saurait donc être quelque chose de stable dans les dunes, au moins tant qu'elles ne sont pas définitivement fixées et qu'elles conservent le véritable faciès dunal. Loin de pouvoir s'expliquer par une conception statique, la sériation des zones biologiques des dunes entraîne au contraire, dès le début, une conception essentiellement dynamique. Les associations biologiques peuvent se succéder les unes aux autres, suivant une progression de densité de vie qui peut être croissante ou décroissante par rapport à un caractère déterminé, la xérophilie, par exemple, selon que les agents atmosphériques modifient en plus ou en moins le facteur physique correspondant, la sécheresse dans le cas particulier.

Ce caractère essentiellement dynamique de la biogéographie de ces contrées étant bien établi, il est facile de retrouver dans les dunes du littoral méditerranéen, par exemple dans celles du golfe du Lion, les zones biologiques qu'on observe sur celles des bords de l'Océan.

Au point de vue botanique en particulier, la *zone abiotique* est constituée par les sables tout à fait nus; c'est celle où, par définition, on ne trouve aucun végétal. Elle a dans son ensemble une tendance à diminuer d'importance, puisque peu à peu les vents de terre poussent les grains vers le bord de la mer, et la surface, ainsi conquise par la végétation, peut augmenter lentement.

Cette zone, sur laquelle prennent pied généralement les Oyats (*Ammophila arenaria* Link), d'abiotique qu'elle était, devient, par le seul fait de la végétation qui commence à la fixer, une *zone oligobiotique*. C'est la phase de premier arrêt du sable et d'accroissement consécutif de la dune.

Puis cette dune, créée en quelque sorte par l'obstacle dû aux Oyats, se recouvre d'une végétation plus variée, quoique encore très pauvre, et commence à devenir *mésobiotique*. Tandis que les végétaux qui avaient pu y vivre jusqu'alors avaient eu pour effet d'arrêter le sable marin et d'en édifier les monticules, ceux qui caractérisent la zone mésobiotique auront surtout pour rôle de protéger la dune et d'éviter sa destruction par les vents de terre. C'est ce que M. Kühnholtz-Lordat appelle la phase de conservation et, pour nous en tenir seulement aux plantes qu'il mentionne, nous rangerons *Teucrium Polium* L. et *Ephedra distachya* L. au nombre des espèces caractérisant le début de la zone mésobiotique.

Enfin, pour terminer la progression dynamique, cette formation méso-

biotique finit par ressembler à toutes les formations biologiques de l'intérieur des terres et devient *pléistobiotique*. Mais cette dernière étape ne se voit que dans les dunes internes de Provence.

Sur les bords du golfe du Lion, la progression dynamique s'arrête généralement à la phase mésobiotique; elle suit même souvent une évolution régressive et parfois, lorsque le mistral souffle avec violence, elle peut revenir à son point de départ; la dune est alors démolie par endroits, la zone mésobiotique ou oligobiotique redevient en partie abiotique, et ainsi de suite. La conquête du sable par les êtres vivants recommence jusqu'à une nouvelle tempête atmosphérique, qui aura pour effet de rendre la dune topographiquement et biogéographiquement chaotique.

Il en résulte (et c'est en cela que la phytogéographie des dunes du golfe du Lion diffère de celle du littoral océanique) que les zones biologiques, initialement réparties en série plus ou moins régulière, sont morcelées à l'extrême et présentent une *disposition fragmentée ou chaotique*, *résultant de la persistance, dans les endroits les moins ravagés, de certaines portions de zones originelles plus homogènes*.

Par suite de ce régime spécial qui entraîne une « lutte pour la vie » constante, les dunes languedociennes ou provençales sont les plus aptes à laisser voir, *grâce à la conception sériée de leur biogéographie fragmentée ou chaotique*, les processus de l'équilibre essentiellement dynamique qui s'établit entre le monde vivant et le milieu physique qui le supporte.

BIOLOGIE. — *Sur le phototropisme de* Leucoma phæorrhæa. Note (1) de M. **M. Manquat**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

J. Loeb revendique justement l'honneur d'avoir, le premier, dès 1888, compris que la théorie des Tropismes s'appliquait non seulement aux plantes, mais aux animaux. Rejetant délibérément l'idée « d'instincts » comme anthropomorphique, il a exposé une « conception mécanique de la vie » (2) selon laquelle l'être vivant animal, comme le végétal, ne se meut que sous l'influence d'attractions et de répulsions physico-chimiques exercées par des stimuli d'origine externe (3).

---

(1) Séance du 18 avril 1921.

(2) J. Loeb, *La Conception mécanique de la vie* (Trad. H. Mouton. Paris, Alcan, 1914).

(3) J. Loeb, *The Dynamics of living matter* (Columbia Univ. Press. New-York, 1906).

Bien qu'il ait étudié abondamment les divers tropismes qui peuvent, à son avis, agir sur les animaux, il a donné des soins particuliers à l'examen de leur phototropisme. Ses conclusions sont que la lumière, de quelque source qu'elle provienne, agit sur les animaux d'une façon absolument impérative pour les orienter et les mouvoir dans le sens des rayons lumineux (phototropisme positif) ou dans le sens opposé (phototropisme négatif), par l'intermédiaire de son action sur les points symétriques du corps de l'animal. Ces points ont une photosensivité égale, car il y a dans l'animal une symétrie bilatérale chimique aussi bien que morphologique, d'où il résulte que l'animal tend à se mettre en équilibre photosensitif en maintenant sa position et par conséquent sa direction sous la lumière, de telle façon que ses points symétriques soient également illuminés.

Or, un des animaux qui répondent le mieux, selon Loeb, aux excitations phototropiques est la jeune chenille de *Leucoma phœorrhœa* (¹) : « Je n'ai jamais trouvé, dit-il, dans les conditions naturelles, d'animaux dont la sensibilité héliotropique fût plus forte que celle des jeunes larves de *Chrysorrhœa*. Mais dès que ces animaux ont une fois pris leur nourriture, leur héliotroprisme disparaît et ne se rétablit pas si on les affame à nouveau. »

Voici un aperçu de ses principales expériences à leur sujet :

« Quand les jeunes chenilles qui hivernent dans un nid, sont apportées pendant l'hiver dans une chambre chaude, elles abandonnent le nid (²). Placées dans un tube horizontal dont le grand axe est perpendiculaire au plan d'une fenêtre, elles se dirigent toutes rapidement à l'extrémité du côté fenêtre. Si ce tube est retourné de 180°, elles se dirigent à nouveau du côté fenêtre. Si le tube fait un angle avec le plan de la fenêtre, elles se rassemblent à l'extrémité la plus proche de la fenêtre. Si ce tube est dans l'ombre du côté fenêtre, et éclairé à l'autre extrémité, les chenilles rampent néanmoins jusqu'à cette extrémité assombrie, montrant, explique Loeb, que leur orientation est déterminée par la direction des rayons et non par les différences d'intensité lumineuse. Et, insoucieuses de leur conservation, elles se laissent mourir à cette extrémité plutôt que de revenir en arrière à la recherche de quelque pâture. »

J'ai repris ces expériences sur des chenilles n'ayant jamais mangé et fait les observations suivantes :

1° Ces chenilles se refusent résolument (A. Pictet l'avait déjà ob-

(¹) J. Loeb, *Concept. mécan. de la vie*, p. 61. L'espèce utilisée par Loeb et dénommée par lui *Porthesia chrysorrhœa* est sans aucun doute le Bombyx cul-brun et doit s'appeler correctement *Leucoma phœorrhœa* (De Joannis).

(²) J. Loeb, *Dynam. of liv. matter*, p. 726, et *Les Tropismes et la Psychologie* (*Revue des Idées*, n° 70, 15 octobre 1909, p. 259).

servé) [1] à sortir de leurs nids pendant l'hiver, quelle que soit la température du milieu où on les conserve. Je n'ai, malgré des efforts réitérés, obtenu aucun résultat en ce sens. Récoltées vers le 15 novembre, mes chenilles ne sont sorties de leurs nids que spontanément, à partir du 10 mars suivant.

2° Placées dans un tube horizontal, les chenilles vont vers la lumière ou vers plus de lumière. Leur marche est rectiligne dans l'ensemble, mais sinueuse et hésitante dans le détail : il y a assez souvent plusieurs retours en arrière avant la décision qui les conduit à l'extrémité du côté de la lumière. Leur rapidité est très variable (de quelques minutes à plus de 8 heures pour couvrir 45^{cm}) Quelle que soit l'extrémité éclairée du tube, côté fenêtre ou côté chambre, il y a marche vers la source lumineuse, ce qui semble favorable à la théorie des tropismes. Mais si ce tube est ouvert à l'extrémité côté fenêtre, assez habituellement les chenilles en sortent et divaguent, sur la table où est posé le tube, dans toutes les directions, y compris en sens inverse de la lumière.

3° Si le tube entre en partie dans une boîte opaque du côté fenêtre, les chenilles se refusent à y pénétrer, fait observé par Loeb et interprété par lui dans le sens tropistique. Mais, maintenues dans un tube fermé placé dans une obscurité complète continuelle, elles finissent par se mettre en mouvement et par se répartir dans ce tube; quelques-unes même vont jusqu'à l'autre extrémité.

4° Si elles sont placées dans la partie éclairée d'un tube parallèle au plan de la fenêtre, tube à moitié éclairé, à moitié sombre, elles devraient, selon Lœb, demeurer dans la partie éclairée. Or elles rampent à l'autre extrémité et en sortent en éventail.

5° Placées sur une surface horizontale en partie éclairée et en partie sombre, elles accomplissent des trajectoires enchevêtrées et, souvent, parties de la lumière, évoluent dans l'ombre, n'adoptant une marche rectiligne que lorsqu'elles rencontrent une ligne saillante du sol qu'elles suivent.

6° Des chenilles aveuglées par un vernis ne les blessant pas, se comportent comme des chenilles normales.

7° Dans la nature, au sortir du nid, elles montent d'abord vers la lumière. Si elles ne trouvent pas de bourgeons, elles redescendent sur les

[1] A. Pictet, *A propos des Tropismes* (*Bull. Soc. Vaudoise*, vol. 51, n° 186, septembre 1915).

branches éclairées, et si les bourgeons leur manquent encore, elles grimpent dans les parties plus sombres.

Je conclus :

La jeune chenille de *Leucoma phœorrhœa* ne semble pas subir une action tropique de la lumière, n'est pas *compelled to move* ([1]).

Les expériences par tubes uniformisant la trajectoire de ces chenilles donnent l'impression de mouvements d'ensemble, d'où l'illusion d'un tropisme.

J'estime que c'est la mémoire de l'espèce qui incite ces chenilles ayant passé l'hiver dans des nids qui se trouvent à des intersections de branches, à chercher au réveil leur nourriture au-dessus d'elles du côté éclairé. Si elles ne l'y trouvent pas, elles redescendent et la cherchent sur d'autres branches, éclairées ou non éclairées. Si elles se trouvent dans une obscurité complète et continuelle, après une attente plus ou moins longue, elles s'élèvent quand même vers les bourgeons.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Contre les infections microbiennes chez les Invertébrés.* Note de MM. E. **Couvreur** et X. **Chahovitch**, présentée par M. Gaston Bonnier.

M. Paillot ayant fait connaître dans une Note à l'Académie des Sciences ([2]) un mécanisme d'immunité humorale chez les Insectes, comme nous avions fait nous-mêmes antérieurement des constatations du même ordre, nous avons cru devoir signaler la chose ([3]). M. Paillot prétend actuellement ([4]) avoir indiqué des faits analogues dès 1919. Il ne donne pas l'indication bibliographique du travail où il aurait consigné ses remarques; n'ayant pu retrouver ce travail, nous ne saurions nous prononcer sur le bien-fondé de la réclamation de M. Paillot.

Mais, dans la Note où il la formule, il fait la critique des expériences que nous avons instituées, et nous sommes obligés de répondre à cette critique.

I. Il est bien entendu que nos recherches visent exclusivement l'*immunité naturelle*, il ne nous semble pas que l'on ait suffisamment prouvé l'existence chez les Invertébrés d'une *immunité acquise;* nous n'admettons

---

([1]) *Dynam. of liv. matter*, p. 126.

([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 397.

([3]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 711.

([4]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 876.

donc pas, jusqu'à démonstration plus probante, l'existence chez eux d'*anticorps*. Nous ajouterons d'ailleurs que nos tentatives pour en provoquer l'apparition ont toujours été suivies d'insuccès.

II. Nous n'avons nullement prétendu avoir découvert la destruction possible *in vitro* de micro-organismes par des humeurs, et nous n'ignorons pas le pouvoir exercé par le sérum de quelques Vertébrés vis-à-vis de certains microbes. Nous avons simplement constaté que ce pouvoir existe dans le sang et quelques autres liquides de certains Invertébrés.

III. Le mélange d'une culture de colibacille ou de bacille pyocyanique avec du sang d'escargot en vie estivale ou avec d'autres liquides (sucs digestifs) par nous expérimentés, est bien devenu stérile. Nous nous sommes assurés que les microbes étrangers pouvant être apportés par les liquides mis en usage et mélangés par conséquent à la culture des microbes choisis, n'entravaient ni le virage du rouge neutre par le coli, ni la fluorescence du bouillon provoquée par la présence du bacille pyocyanique.

IV. Nous n'avons pas en effet déterminé à quelle cause était due la destruction des microbes mis en contact avec le sang ou les autres liquides essayés, ce sont des recherches qui sont encore en cours d'exécution, mais ce manque de détermination n'infirme en rien la réalité des faits observés.

V. C'est parce que nous avions constaté *in vivo* la résistance des escargots et des vers à soie spécialement au stade de chrysalide, à certains microbes, que nous avons été amenés à chercher quelle pouvait être la cause de cette résistance et à découvrir que le liquide sanguin, et d'autres liquides tels que les sucs digestifs, pouvaient jouer un certain rôle défensif. Il ne nous semble pas que cette constatation soit aussi peu en rapport avec la question générale de l'immunité que veut bien le dire M. Paillot.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la pression osmotique d'arrêt de la division cellulaire.* Note (1) de MM. **F. Vlès** et **J. Dragoiu**, présentée par M. F. Henneguy.

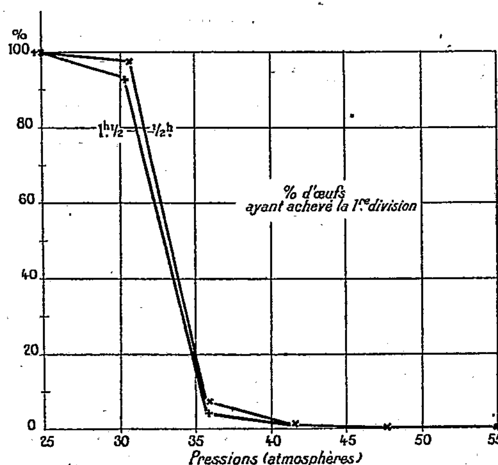
Au cours d'une étude sur l'arrêt de la division de l'œuf d'Oursin par élévation de la pression osmotique extérieure, nous avons mis en évidence toute une série de processus intéressants au point de vue biologique, et qui relient et complètent les recherches classiques relatives à l'action des solu-

(1) Séance du 25 avril 1921.

tions hypertoniques sur les œufs (Loeb, Morgan, Lillie, Spaulding, Herlant, etc.).

Les expériences ont été conduites conformément au type suivant :

Des œufs d'Oursin fécondés sont suivis au microscope, et l'on attend l'étirement en haltère du diaster de première division. A ce moment, des lots de ces œufs sont plongés dans des solutions isoélectrolytiques de conductivité électrique pratiquement constante, contituées par des non-électrolytes (saccharose) dissous dans de l'eau de mer, et présentant des pressions osmotiques croissantes échelonnées en séries à partir de la pression normale de l'eau de mer (25^{atm} environ). Concurremment avec des témoins continuant leur évolution dans l'eau de mer ordinaire, les lots d'œufs immergés dans ces solutions expérimentales sont soumis périodiquement à des numérations statistiques ayant pour but de déterminer les nombres moyens des œufs



ayant achevé leur division, de ceux restés en route, et le détail de ces deux catégories; on construit ainsi des courbes donnant, par exemple, le pourcentage des œufs ayant achevé leur division en fonction de la pression osmotique de leur milieu extérieur. Après expériences sur la première division, des expériences analogues sont reprises sur les divisions suivantes, jusqu'au stade de blastomères.

Résultats. — Une première série d'expériences faites entre 25^{atm} et environ 100^{atm} nous a indiqué que les courbes statistiques se divisaient en trois régions de propriétés différentes :

1° Entre 25^{atm}-30^{atm} environ, les perturbations par rapport aux témoins sont négligeables, et la division, d'aspect normal, présente seulement un léger retard.

2° La zone suivante, entre 30^{atm} et 50^{atm}-60^{atm} (*zone critique*), comprend au début une chute rapide jusqu'à zéro du pourcentage des œufs ayant

achevé leur division, et inversement le pourcentage des œufs restés ou redevenus sphériques augmente et se fixe à 100 pour 100.

3° De 50^{atm}-60^{atm} à 100^{atm} (*zone des grandes perturbations*) les œufs, qui ne se divisent pas, ne restent plus sphériques et sont déformés en capsules ou en tétraèdres; on paraît avoir dépassé une certaine limite de compressibilité au delà de laquelle la sphère n'est plus une forme d'équilibre stable pour le protoplasma ovulaire. Les deux premières zones sont visiblement seules intéressantes vis-à-vis des processus physiologiques normaux de l'œuf.

Arrêt de la division. — Les courbes statistiques montrent que 10 pour 100 des œufs ont déjà leur division bloquée pour 33^{atm}, et 90 pour 100 pour 39^{atm}; il est probable que la pression arrêtant la division du cytoplasma de la moyenne des œufs est voisine du chiffre de 36^{atm}, soit un excès de 11^{atm} environ sur le milieu normal des œufs. Cet excès de 11^{atm} équilibre évidemment la pression osmotique interne de la cellule en division; mais si pour de telles pressions la division cytoplasmique est bloquée, il ne s'ensuit pas que l'évolution intérieure de l'œuf soit immobilisée : sur le vivant les diasters continuent à se modifier, on voit se former des asters accessoires, etc. Par contre, en dépassant la pression d'arrêt du cytoplasma d'une dizaine d'atmosphères de supplément, on ralentit puis on paraît arrêter définitivement l'évolution nucléaire, dont les asters semblent figés. Ces phénomènes nucléaires ne peuvent d'ailleurs pas être éclaircis par le simple examen sur le vivant, et l'examen histologique nous apportera sur ce point des précisions importantes. Divers phénomènes accessoires ont été observés au passage : c'est ainsi que les statistiques conduisent à un certain moment à la notion de refusionnement des blastomères sous l'action de fortes pressions.

Travail d'arrêt de la division. — Il est facile de calculer le travail que nous avons fourni en élevant de π_0 à π la pression osmotique extérieure et qui équilibre le travail osmotique de la division cytoplasmique, si l'on a pris soin de mesurer sur les œufs en expérience leurs volumes et les variations $(V - V_0)$ de ceux-ci. Or, en effet, $T = \pi V - \pi_0 V_0$. Dans ces conditions la première division représente 4,09 ergs; la seconde 1,8; la troisième 0,85; la quatrième 0,29 (¹). Il est intéressant de remarquer que le

(¹) Ces chiffres sont un peu plus forts que ceux indiqués par Spaulding pour l'énergie de la division d'*Arbacia* (par pression osmotique), et plus faibles que ceux obtenus par Fauré-Fremiet et sur l'œuf d'*Ascaris* (calorimétrie, action des rayons ultra-violets), mais qui ont d'ailleurs une signification différente puisqu'ils mettent en jeu des travaux autres que le travail osmotique.

travail d'arrêt diminue à mesure que le nombre des blastomères augmente, suivant une loi linéaire de première approximation $T = an^{-1} + b$.

Si l'on met le travail en relation avec le volume du blastomère auquel il correspond, on aboutit à une exponentielle $V = \frac{B}{A}(e^{AT} - 1)\begin{pmatrix} A = 0,13 \\ B = 9,10^{-8} \end{pmatrix}$, qui représente les faits avec une bonne approximation. (Travail calculé à partir du volume : première division : 4,02 ergs; deuxième : 1,66; troisième : 0,81; quatrième : 0,28.)

En conclusion, l'augmentation de la pression osmotique extérieure sans variations sensibles des éléments de la dissociation électrolytique retarde d'abord la segmentation de l'Oursin, puis, quand l'accroissement de pression est de 11^{atm}, arrête la division cytoplasmique, mais sans altérer au début l'évolution interne de l'appareil nucléaire; avec un supplément de pression, on peut inhiber visiblement celle-ci.

Le travail d'arrêt de la division cytoplasmique externe est une fonction simple du volume de l'élément cellulaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'émulsine sur le galactose en solution dans des alcools propyliques de différents titres.* Note de M. **Marc Bridel**, présentée par M. L. Guignard.

Em. Bourquelot, H. Hérissey et M. Bridel ont montré que le galactose se combine à l'alcool propylique sous l'influence de l'émulsine des amandes, la réaction ayant été observée dans une solution de galactose à 1 pour 100 dans l'alcool propylique à 20 pour 100 d'eau, en poids. Le propylgalactoside β formé a été obtenu à l'état cristallisé [1].

Pour étudier systématiquement la réaction qui a lieu, sous l'influence de l'émulsine, entre le galactose et l'alcool propylique dans des alcools de différents titres, on a opéré de la façon suivante :

On a préparé neuf mélanges renfermant, pour 100^{cm^3}, $0^g,4848$ de galactose et 10^g, 15^g, 25^g, 35^g, 45^g, 55^g, 65^g, 70^g et 75^g d'alcool propylique pur, le volume de 100^{cm^3} étant complété avec de l'eau distillée. On a ajouté, dans chaque mélange, 1^g d'émulsine et l'on a placé le tout à l'étuve à $+30^o$. On a suivi la marche de la réaction en dosant le galactose. On a obtenu les résultats suivants, les chiffres indiquant le galactose libre dans 100^{cm^3} :

(1) *Synthèse de galactosides d'alcools à l'aide de l'émulsine. Propylgalactoside β et benzylgalactoside β* (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 330; *Journ. Pharm. Chim.*, 7e série, t. 7, 1913, p. 286).

Alcool propylique à	14 jours.	21 jours.	29 jours.	46 jours.	113 jours.	Galactose combiné.
10g	0,4182	»	0,3978	0,3978	0,4040	0,0808
15........	0,4007	»	0,3893	0,3746	0,3696	0,1152
25........	0,3893	»	0,3430	0,3430	0,3227	0,1621
35........	0,3689	»	0,3315	0,3300	0,3127	0,1721
45........	0,3978	»	0,3857	0,3689	0,3299	0,1549
55........	0,3371	»	0,3260	0,3280	0,3180	0,1668
65........	»	0,2575	0,2460	0,2440	0,2274	0,2574
70........	»	0,1992	0,1901	»	0,1643	0,3205
75...	»	0,1293	0,1164	0,1164	0,1011	0,3837

Dès les premiers résultats, ce qui frappe, c'est qu'il y a moins de galactose combiné, au 14e jour, dans l'alcool à 45g que dans des alcools plus faibles à 25g et à 35g et dans un alcool plus fort à 55g. Ce fait anormal se retrouve à chaque fois que l'on a essayé les liquides, et, quand on a arrêté la réaction le 113e jour, il y avait 31,95 pour 100 de galactose combiné dans l'alcool à 45g et 33,43, 35,45 et 34,40 pour 100 dans les alcools à 25g, 35g et 55g respectivement.

On a pensé que ce fait, contraire à la doctrine de la réversibilité, pouvait être dû à une destruction plus rapide du ferment dans l'alcool à 45g que dans les autres alcools.

Pour vérifier cette supposition, le 25e jour, on a recueilli séparément l'émulsine de tous les liquides, on l'a lavée avec soin à l'alcool éthylique à 95c et on l'a séchée dans le vide. On a remis à sa place 0g,50 de nouvelle émulsine qu'on a recueillie de la même façon à la fin de la réaction et qui est restée ainsi 92 jours en contact avec les alcools.

On a essayé ces émulsines sur une solution de galactose à 1 pour 100 environ dans l'alcool éthylique à 80c, en utilisant 0g,15 d'émulsine et 15cm³ de cette solution. Au bout de 4 jours, on a dosé le galactose libre restant dans les solutions.

L'émulsine ayant séjourné 21 jours dans les alcools propyliques à 10g, 35g, 45g, ne possède plus qu'une activité très faible; celle qui a séjourné dans les alcools plus forts agit mieux et d'autant mieux que l'alcool est plus concentré. On a obtenu des résultats comparables avec les émulsines ayant séjourné 92 jours dans l'alcool propylique.

Ces faits sont à rapprocher de ceux que nous avons signalés, Bourquelot et moi, en étudiant la résistance, à l'action de la chaleur, de l'émulsine en contact avec les alcools éthyliques à 70c, 80c, 90c, 95c et 100c [1]. L'émulsine résiste d'autant mieux que le milieu renferme moins d'eau.

(1) *Journ. Pharm. Chim.*, 7e série, t. 7, 1913, p. 65.

L'émulsine étant tuée dans les alcools faibles et jusque dans l'alcool à 55^g, on pouvait se demander si l'on avait bien atteint l'équilibre dans ces alcools. On a recommencé un essai sur les alcools à 10^g, 25^g, 35^g, 45^g et 55^g pour 100^{cm^3}. On a fait agir d'abord l'émulsine à $+30^o$ pendant 28 jours, puis on a filtré et l'on a remis une nouvelle quantité de ferment qu'on a fait agir 46 jours à la température ordinaire et qu'on a recueilli. On a remis une nouvelle dose de ferment qu'on a fait agir 43 jours dans les mêmes conditions. L'essai a donc duré 117 jours.

Dans les alcools à 10^g, 15^g et 25^g, on est arrivé sensiblement aux mêmes quantités de galactose combiné, respectivement $0^g,0832$; $0^g,1152$ et $0^g,1605$ au lieu de $0^g,0808$; $0^g,1152$ et $0^g,1621$ dans le premier essai. Pour l'alcool à 35^g, on est arrivé à un chiffre un peu plus élevé : $0^g,1947$ au lieu de $0^g,1721$. Pour les deux autres alcools, les quantités de galactose combiné sont encore inférieures à celles que l'on a combinées dans l'alcool à 35^g.

Les émulsines ayant séjourné, à la température du laboratoire, 46 et 43 jours dans les alcools, ont été essayées comme on l'a vu dans la première expérience. Elles avaient conservé leurs propriétés synthétisantes sur le galactose dans l'alcool éthylique à 80^c.

Le ferment n'étant pas tué, à la température ordinaire, dans l'alcool propylique à 45^g, comment expliquer qu'on ne soit pas arrivé à combiner plus de galactose en 117 jours? Cela tient à ce que la réaction est excessivement lente, à la température ordinaire. Ainsi, du 74e au 117e jour, la quantité de galactose existant dans 100^{cm^3} d'alcool propylique à 45^g n'a baissé que de $0^g,0113$. Il faudrait donc prolonger des mois et peut-être des années l'action du ferment pour atteindre l'équilibre dans ces alcools, en admettant qu'on puisse y arriver.

En résumé, la galactosidase β, ferment contenu dans l'émulsine des amandes, qui agit sur les galactosides β, est tuée assez rapidement à $+30^o$, dans les alcools propyliques à 10^g, 15^g, 25^g, 35^g, 45^g et résiste dans les alcools plus forts. Elle conserve son activité, à la température ordinaire, dans tous les alcools essayés. La galactosidase β combine le galactose à l'alcool propylique, quel que soit le titre de l'alcool dans lequel elle agit. La proportion de galactose combiné augmente d'abord avec le titre de l'alcool, puis, à cause de la destruction du ferment, cette proportion diminue dans les alcools à 45^g et 55^g. Dans les alcools à 65^g, 70^g et 75^g, dans lesquels le ferment résiste bien, la proportion de galactose augmente de nouveau avec le titre de l'alcool et l'on arrive à près de 80 pour 100 de galactose combiné dans l'alcool à 75^g.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence des sels d'urane sur le fixateur d'azote.* Note de M. E. KAYSER, présentée par M. P. Viala.

Dans une Note antérieure ([1]) nous avons montré qu'à doses convenables certains sels d'urane pouvaient agir comme stimulants sur le ferment alcoolique; Agulhon et Sazerac ont reconnu que l'acétate et le nitrate d'urane pouvaient activer ([2]) les phénomènes d'oxydation dus au ferment acétique et à la bactérie du sorbose; Stoklasa a signalé l'action favorable du nitrate d'urane sur certaines bactéries du sol et il trouve que l'action de ce sel sur l'*Azotobacter chroococum* est plus faible que pour les autres bactéries étudiées ([3]).

Nous avons voulu voir comment se comportait à cet égard l'*Azotobacter agile* qui a fait l'objet de nos précédentes Notes.

Le milieu minéral contenant les sels habituels a été additionné d'une part de 1,94 pour 100 de mannite, d'autre part de 2,06 pour 100 de glucose; les liquides répartis entre des vases coniques furent ensuite additionnés d'acétate d'urane, sel soluble, et de phosphate d'urane, sel considéré comme insoluble, dans les proportions indiquées au Tableau suivant; l'ensemencement, après stérilisation, a été fait avec une génération maintenue à l'obscurité; les vases furent placés dans des conserves blanches ou jaunes à la température de 27°; l'analyse fut effectuée au bout d'un mois

Coloration.	Sel ajouté.	Dose employée.	Hydrate disparu total.	Hydrate disparu pour 100.	Azote total assimilé.	Azote fixé par gramme d'hydrate détruit.
			Milieu mannité.			
			g		mg	mg
Blanc	témoin	–	2,230	76,6	11,506	5,159
»	acétate	$\frac{1}{15000}$	2,490	85,6	11,368	4,565
»	acétate	$\frac{1}{6000}$	2,455	84,4	13,205	5,379
»	phosphate	$\frac{1}{6000}$	1,825	62,7	9,067	4,968
Jaune	témoin	–	2,330	80,1	10,297	4,419
»	acétate	$\frac{1}{6000}$	2,115	72,7	9,259	4,377
»	phosphate	$\frac{1}{6000}$	1,515	52,1	6,629	4,375
			Milieu glucosé.			
Blanc	témoin	–	1,609	52,1	8,328	5,175
»	acétate	$\frac{1}{15000}$	1,890	61,2	12,263	6,488

On constate que pour les conserves blanches, les cultures mannitées,

([1]) *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 185.

([2]) *Ibid.*, p. 1186.

([3]) *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1096; t. 156, 1913, p. 153; t. 157, 1913, p. 879.

additionnées d'acétate d'urane, ont fait disparaître plus de mannite que le témoin et qu'avec la dose de $\frac{1}{6000}$ il y a une augmentation d'azote fixé; l'action du phosphate a été contraire, la proportion de mannite détruite atteint encore 62,7 pour 100.

Le phosphate ne gêne cependant pas la combustion de la mannite; une culture d'azotobacter avec la dose de $\frac{1}{4000}$ de phosphate a fourni les résultats suivants :

	Mannite détruite.	Pour 100.	Azote total fixé.	Azote par gramme de mannite.
Après 1 mois......	1g,367	43,5	5mg,347	3mg,170
Après 4 mois......	2g,918	92,8	6mg,376	2mg,185

Nous remarquons que dans les conserves jaunes le témoin montre la plus forte destruction, dépassant même le témoin blanc; les sels d'urane paraissent ici avoir contrarié l'assimilation d'azote avec les doses employées.

Dans le milieu glucosé, l'addition d'acétate d'urane a été nettement favorable; signalons que la proportion de glucose brûlé n'atteint pas celle de la mannite pour une même dose d'azote fixé, le microbe a travaillé plus économiquement.

L'uranium intervient-il comme composé chimique ou comme catalyseur par son pouvoir radioactif?

Déjà, en 1912, G. Petit a émis (¹) l'hypothèse d'une action favorisante de la radioactivité sur la fixation de l'azote gazeux; Stoklasa a remarqué qu'une terre ensemencée d'azotobacter et soumise aux émanations radioactives s'enrichissait en azote. Il y a donc une grande probabilité que le pouvoir radioactif de l'uranium est le facteur dominant; il contribue à stimuler le microbe et il peut en résulter une augmentation de la production végétale.

EMBRYOGÉNIE. — *La forme reptilienne du spermatozoïde du Pangolin et sa signification.* Note de MM. **R. Anthony** et **Ch. Champy**, présentée par M. Ed. Perrier.

Les spermatozoïdes du Pangolin (*Manis javanica* Desm.) ont une forme spéciale (²), identique à celle qu'on observe chez les Reptiles. C'est une exception unique parmi les Mammifères (Monotrèmes exceptés).

(¹) Congrès international de Pathologie comparée, Paris.

(²) Nous ignorons si chez le Pangolin la spermatogénèse subit des arrêts périodiques. Chez certains Édentés (*Tatu novemcinctum* L.) et chez l'Oryctérope, il s'en produit certainement.

Les spermatozoïdes des Reptiles, ainsi que ceux des autres Sauropsidés (Oiseaux) ont une tête très allongée, cylindro-conique et plus ou moins enroulée en spire. Cette forme spermatique n'est d'ailleurs pas particulière aux Sauropsidés : elle doit être fort ancienne, car on la trouve avec ses caractères essentiels chez les Amphibiens, et même chez les Sélaciens. L'un de nous ([1]) a montré que dans ces groupes ([2]) se développe toujours, au cours de la spermatogénèse, dans le noyau de la spermatide, un appareil axial qui consiste en une sorte de baguette élastique tendue entre l'acrosome et le centrosome postérieur; c'est de la torsion de cette baguette au moment de l'allongement de la spermatide que dérive la torsion plus ou moins accusée, suivant les espèces, de la tête spermatique définitive.

Cette torsion de la tête spermatique est parfois très atténuée et tend à disparaître, soit chez des types isolés (*Rana esculenta*, parmi les Amphibiens), soit dans des groupes d'une très vaste compréhension (Téléostéens). Mais, même alors, on en observe constamment des traces plus ou moins nettes dans l'évolution des spermatides.

Les spermatides des Mammifères sont caractérisées par une tête courte généralement sans symétrie axiale, mais zygomorphe, en forme de cuiller légèrement tordue. L'appareil axial dont on retrouve parfois quelques vestiges ne se montre bien développé à aucun moment de la spermatogénèse, du moins dans les formes où celle-ci est connue (nous possédons nous-mêmes une importante série de documents sur la spermatogénèse des Mammifères). Seul, le spermatozoïde de l'Echidné présente au contraire une tête longue et spiroïde; il est nettement reptilien. G. Retzius ([3]), qui l'a figuré, a négligé de faire ce rapprochement. C'est là un caractère qui s'ajoute à beaucoup d'autres, semblant indiquer entre les Monotrèmes et les Sauropsidés l'existence de liens étroits.

Les spermatozoïdes du Pangolin sont assez semblables à ceux de l'Echidné. Leur tête allongée s'atténue progressivement en pointe, coupée en biseau à sa base comme chez beaucoup de Reptiles et d'Amphibiens. Elle forme une sorte d'hélice d'un tour à un tour et demi; à sa partie

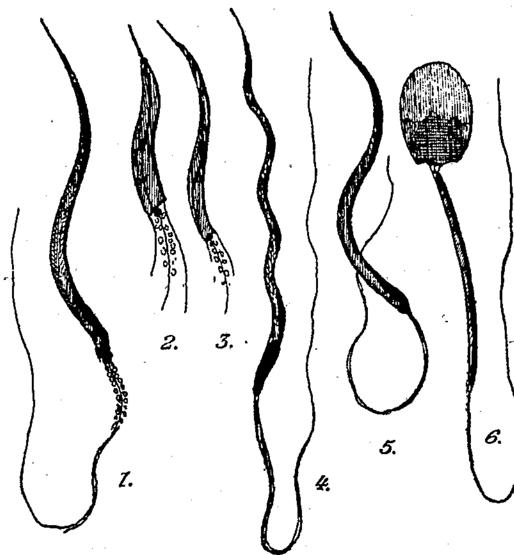
---

([1]) Champy, *Archives de Zool. exp.*, t. 52, et *C. R. Soc. biol.*, 1913. — Voir aussi, en ce qui concerne plus particulièrement les Reptiles, Bulliard, *C. R. Ass. Anat.*, 1921.

([2]) La spermatogénèse des Sélaciens est, il est vrai, inconnue; mais la forme de leurs spermatozoïdes montre qu'ils doivent très probablement se développer suivant un processus semblable à celui qu'on observe chez les Amphibiens et les Sauropsidés.

([3]) G. Retzius, *Biologisches Untersuchungen*, t. 13, p. 7, pl. XXIX, fig. 1.

postérieure, on distingue le corpuscule central proximal et une courte pièce intermédiaire. Au cours de la spermatogénèse on voit se développer un appareil axial identique à celui des Reptiles.



1. Spermatozoïde du Pangolin (*Manis javanica* Desm.); 2, 3. Formes d'allongement des spermatides de Pangolin (*Manis javanica*) avec appareil axial typique; 4. Spermatozoïde de l'Echidné (d'après Retzius); 5. Spermatozoïde d'un Reptile (*Testudo græca*); 6. Spermatozoïde de *Dasypus* (*Chœlophractus*) *villosus* (d'après Retzius).

Cette forme spermatique, si nettement reptilienne, du Pangolin doit-elle être interprétée comme la persistance d'un caractère ancien ou bien considérée comme secondaire et attribuée à une simple convergence?

On est tenté d'accorder *a priori* à la forme des spermatozoïdes, en général, une signification phylogénétique importante. C'est là un caractère sur lequel on ne conçoit pas que l'action du milieu s'exerce facilement. Mieux que tout autre, il paraît capable de rendre compte des affinités réelles des groupes. S'il varie parfois rapidement (Rongeurs), on ne peut discerner entre ces variations et des conditions possibles d'adaptation quelconques le moindre rapport. Le groupe tout entier des Marsupiaux, où l'on observe la même variété et la même multiplicité d'adaptations somatiques générales que chez les Euthériens, est caractérisé par une forme de spermatozoïdes à ce point homogène qu'elle peut servir de moyen de diagnose.

Cependant, en ce qui concerne le Pangolin en particulier, rien, à l'excep-

tion de la structure nettement reptilienne de ses écailles (lesquelles coexistent au surplus avec des poils), ne paraît pouvoir le rattacher aux formes ancestrales dont on peut concevoir que dérivent les Mammifères. L'ensemble de l'anatomie du Pangolin dont, au surplus, on est encore incapable de préciser les affinités, indique plutôt au contraire, et par les régressions même qu'on y constate, une extrême spécialisation.

Si l'on attribue à la forme spermatique du *Manis* la valeur d'un caractère ancestral, il faudrait alors admettre que le phylum, dont notre *Manis* actuel est le type terminal, s'est détaché du tronc mammalien de très bonne heure, conservant sans modification, et pour des causes que l'on ne peut connaître, cette forme spermatique ancienne, alors que suivant un mécanisme également inconnu, le spermatozoïde se serait au contraire profondément modifié dans tous les autres groupes de Mammifères aussi bien euthériens que marsupiaux.

Peut-on admettre d'autre part que cette forme spermatique soit un résultat de convergence? Si l'on conçoit que des facteurs externes puissent modifier dans un certain sens la structure des écailles, il est plus difficile d'admettre qu'ils peuvent agir sur la forme du spermatozoïde. Pour l'attribuer dans le cas particulier à un phénomène de convergence, il faudrait admettre une certaine corrélation entre la structure des écailles et la forme spermatique, faire dépendre celle-ci indirectement de celle-là.

L'hypothèse de la convergence est en outre ici difficile à admettre, car on conçoit malaisément que l'appareil spiral ait réapparu tel qu'il était après avoir disparu complètement.

Pour ces raisons, l'hypothèse d'une persistance ancienne paraît la plus vraisemblable. Le spermatozoïde du Pangolin, de même que celui des Monotrèmes, n'aurait pas varié dans sa forme au cours de l'évolution, comme l'a fait celui de tous les autres Mammifères.

EMBRYOGÉNIE. — *L'activation parthénogénétique des œufs de Grenouille rousse* (Rana temporaria *L.*) *dans les milieux hypotoniques et hypertoniques.* Note de M. **R. Hovasse**, présentée par M. Henneguy.

Activation par l'eau. — Bataillon a signalé, en 1904, chez le Crapaud une activation des œufs vierges pris dans la cavité générale et placés dans l'eau ordinaire. Il a remarqué de même que les œufs utérins de Grenouilles pré-

sentent parfois dans l'eau distillée une activation analogue. Il a interprété ces faits comme dus à une immaturité des œufs considérés. Une série de recherches faite sur des œufs parfaitement mûrs vient de me donner des résultats analogues, mais d'une interprétation différente.

Des œufs de *Rana temporaria* descendus dans l'utérus depuis plusieurs jours (Grenouilles fraîches) ou depuis plus d'un mois (Grenouilles conservées à la glacière), *plutôt surmatures qu'immatures*, réagissant normalement vis-à-vis du spermatozoïde ou du stylet, sont plongés dans l'eau distillée. Après s'être ratatinés, et avec une heure ou deux de retard sur les témoins fécondés ou piqués au sang, ils se segmentent en forte proportion.

Si la même expérience est faite avec des œufs analogues, mais débarrassés mécaniquement de leur gangue au sortir de l'utérus, *la segmentation est générale dans l'eau distillée ou ordinaire.*

Des œufs intacts sont placés dans l'eau ordinaire, leurs gangues s'y imbibent. Au bout de temps variables, on les dégangue par petits lots qui sont alors placés dans l'eau distillée ou ordinaire. On constate ainsi que le pourcentage des segmentations diminue avec le temps, plus vite dans l'eau distillée que dans l'eau ordinaire. Il devient nul dans l'un ou l'autre milieu pour les œufs dégangués après plus de 48 heures d'imbibition.

Si l'on suit sous le microscope les œufs dégangués et mis dans l'eau, on voit qu'ils augmentent de volume. Puis, après un maximum de taille obtenu en 30 ou 40 minutes ($T = 13^{\circ}$ à 16°) leur diamètre diminue assez brusquement, d'une façon comparable à la *contraction* qui s'observe normalement après la fécondation ou la piqûre expérimentale. Le volume croît ensuite jusqu'à l'apparition des premiers sillons irréguliers, caractéristiques de la parthénogenèse abortive. Chez les œufs munis de leur gangue observés dans l'eau ordinaire, on observe de même une augmentation, mais beaucoup plus lente et dont le maximum n'est atteint qu'en plusieurs heures; l'activation n'en résulte qu'exceptionnellement.

Il semble donc que l'activation soit liée ici à une contraction, réaction de l'œuf causée par la pénétration brusque de l'eau dans son intérieur. On peut, d'autre part, en induire le rôle de la gangue en temps normal : elle paraît constituer un *amortisseur*, empêchant par son imbibition lente le brusque contact de l'œuf et du milieu hypotonique.

Activation par les solutions. — Des œufs sont plongés non imbibés d'eau, dans des solutions isotoniques de substances diverses : LiCl, NaCl, KCl, KBr, KI, KCy, $CaCl^2$, $MgCl^2$, $MgSO^4$, Na^2SO^4, $(AzH^4)^2SO^4$, $Ca(AzO^3)^2$, sucres, urée, disposées en séries de concentrations croissantes depuis 0 jusqu'à 2 pour 100 (calculées en NaCl). *Ils y sont laissés à demeure*, ou reportés ensuite dans l'eau ordinaire après 2 ou 3 heures de contact. Au bout de 6 ou 7 heures ($T = 13^{\circ}$ à 16°) les œufs se segmentent dans un grand nombre de solutions, et en proportions variables suivant les substances

considérées. Aucun rapport n'apparaît entre le pourcentage des segmentations et les concentrations. L'influence de celles-ci n'est sensible que pour la toxicité de certaines solutions salines, qui croît proportionnellement à leur titre : par exemple KI, KBr, $Ca(AzO^3)^2$, NaCl.

Les résultats les meilleurs sont ceux obtenus avec les solutions hypotoniques de sels, les solutions hypo, iso, ou hypertoniques des non électrolytes employés, tout au moins pour ce qui concerne les œufs restés à demeure dans les solutions. Le report des œufs dans l'eau ordinaire n'améliore pas les résultats, abstraction faite des solutions toxiques pour l'œuf dont le rôle se trouve atténué, sinon supprimé. L'enlèvement de la gangue est presque toujours favorable.

L'étude des variations de volume de l'œuf donne les résultats suivants : aux faibles concentrations, il y a toujours initialement une augmentation de taille, suivie plus ou moins tôt d'une contraction à laquelle fait suite une nouvelle augmentation lente et durable. Si l'on augmente le titre des solutions, les choses se passent de même dans les non-électrolytes jusqu'à des concentrations très hypertoniques : plus de 2^g pour 100 (en NaCl) pour le saccharose; tandis que, à partir de $0^g,13$ pour 100 (en NaCl) pour $Ca(AzO^3)^2$, on voit l'œuf diminuer de volume, lentement pendant les premières minutes, puis plus brusquement, après un minimum atteint en une demi-heure, l'œuf se remet à croître lentement jusqu'à la division.

Si l'on s'en tient dans les deux cas au premier temps (augmentation de taille avec le sucre, diminution avec le sel), la pression osmotique ne peut rendre compte des faits. Il semble nécessaire de faire intervenir un autre facteur physique, bien moins précis, sans doute parce que moins étudié, *l'imbibition* (*Quellung*) *des colloïdes de l'œuf*. Les substances qui amènent le gonflement, même en solutions très hypertoniques, sucres ou urée, ont été reconnues par les auteurs comme *imbibantes*. Ils qualifient de *désimbibantes* celles dont l'action se montre inverse sur l'œuf de Grenouille : $Ca(AzO^3)^2$ et divers sels.

Le mécanisme de l'activation semble différer suivant ces deux catégories. Avec les substances imbibantes, elle est du même type qu'avec l'eau distillée qui n'en est qu'un cas particulier. Avec les autres, l'activation, qui est plus rapide, paraît coïncider avec la diminution de volume de l'œuf, comparable ainsi avec une contraction et qui fait peut-être corps avec elle.

Il y aurait donc ainsi dans les deux cas, activation liée à une contraction de l'œuf, tantôt active, tantôt à demi-passive. La contraction apparaît donc comme le phénomène général, dont Bataillon a fait ressortir toute l'importance théorique.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *La fièvre aphteuse bovine n'est pas transmissible à l'homme; la stomatite aphteuse humaine n'est pas transmissible aux bovins.* Note de M. CHARLES LEBAILLY, présentée par M. E. Leclainche.

Les traités classiques de médecine humaine et de médecine vétérinaire enseignent, sur la foi d'expériences faites en Allemagne en 1834, que la fièvre aphteuse se transmet des animaux à l'homme par l'intermédiaire du lait. Périodiquement, on publie des observations qui semblent confirmer cette donnée. Je me suis livré à une enquête sur le sujet et voici le résultat de mes observations :

Au cours de l'épizootie de fièvre aphteuse qui sévit depuis 1919 en Normandie, j'ai visité un grand nombre de fermes et je n'ai constaté aucun cas de fièvre aphteuse humaine parmi les nombreuses personnes qui étaient en contact avec les animaux malades.

J'ai observé, d'autre part, de juin 1920 à avril 1921, dix cas de stomatite aphteuse sur des habitants de Caen. Les malades présentaient le même tableau clinique : éruption d'aphtes très nombreux sur les bords de la langue, à la face interne des lèvres et des joues, aux gencives, au palais; leur température oscillait entre 38° et 39°,5. Ils avaient bu du lait non bouilli à l'exception d'un seul cas (9e cas). La maladie ne s'est jamais propagée aux autres membres de la famille. Leurs âges étaient respectivement de 4, 35, 3, 5, 49, 25, 7, 45, 9 et 14 ans. Les enquêtes sur l'état de santé des vaches qui ont fourni le lait, faites par M. Bertin, vétérinaire départemental, n'ont pas donné de renseignements certains, sauf pour les 3e et 5e cas où le lait ne provenait sûrement pas de vaches malades.

Ce cinquième cas concerne un homme de 49 ans atteint de fièvre (39°) et porteur d'une forte éruption aphteuse survenue 4 jours après l'absorption de lait cru. Son observation a la valeur d'une expérience : en effet, le malade reçoit depuis plusieurs années son lait d'une seule ferme, toujours la même, et l'enquête a démontré que les vaches y étaient absolument indemnes de fièvre aphteuse. Les cinq premiers cas ont été observés avant janvier 1921, alors que la fièvre aphteuse sévissait dans de nombreuses exploitations, les cinq derniers s'échelonnent de janvier à avril, période pendant laquelle l'épidémie, en décroissance, n'existait plus que dans de rares exploitations.

Les médecins de la région m'ont fait remarquer qu'ils observaient en tout temps des stomatites semblables. Y a-t-il relation de cause à effet entre ces éruptions buccales et l'ingestion de lait cru? on peut le supposer, mais

alors il s'agirait de tout autre chose que de la fièvre aphteuse des bovidés. Au surplus j'ai fait les expériences suivantes :

Première série d'expériences (essais négatifs de transmission de la stomatite aphteuse humaine aux bovidés) :

Expérience 1 (7e cas). — Enfant de 7 ans, t. 39°, éruption buccale en voie d'extension. On prélève du liquide des vésicules intactes, du produit de raclage des aphtes, on recueille et l'on défibrine 10^{cm^3} de sang. Ces produits ont été injectés séparément sous la peau d'un jeune bovin. L'animal, mis en observation pendant trois semaines, n'a présenté ni troubles ni élévation thermique. Inoculé ensuite avec du virus aphteux, il a contracté 5 jours après la fièvre aphteuse.

Expérience 2 (8e cas). — Femme de 45 ans en pleine poussée de stomatite aphteuse, 38°,8. Prélèvements de salive, sérosité et aphtes. On recueille et défibrine 50^{cm^3} de sang. Ces produits sont inoculés séparément sous la peau d'une génisse. Aucune réaction. Après un délai de 20 jours cette génisse inoculée avec du virus aphteux a présenté 4 jours plus tard les symptômes classiques de la fièvre aphteuse.

Expérience 3 (10e cas). — Fillette de 14 ans, l'éruption ayant débuté le matin même. La sérosité des vésicules, des débris d'épithélium et de la salive ont été inoculés sans résultat à un jeune bœuf. Soumis 15 jours plus tard à l'épreuve du virus, l'animal a contracté une fièvre aphteuse typique.

Deuxième série d'expériences (essais négatifs de transmission de la fièvre aphteuse bovine à l'homme) :

Expérience 4. — Un demi-centimètre cube de virus aphteux buccal d'un bœuf est inoculé sous la peau d'un singe du poids de 1^{kg} (*Macacus cynomolgus*). Ni réaction thermique ni lésions aphteuses.

Expérience 5. — Elle a trait à une inoculation accidentelle. Par suite du mouvement de défense d'un animal, un aide s'est enfoncé profondément dans la main l'extrémité d'une pipette chargée de virus qui venait d'être recueilli dans un aphte. Il n'en est résulté aucun trouble.

Expériences 6, 7, 8. — Le virus utilisé a été le sérum d'un bovin ayant contracté la maladie cinq jours après l'inoculation et dont la température atteignait 41° au moment de la saignée. Trois sujets d'expérience ont reçu respectivement sous la peau 8^{cm^3}, 3^{cm^3}, 3^{cm^3} de ce sérum. En outre, chez chacun d'eux plusieurs centimètres cubes du produit virulent ont été déposés dans la bouche. On a fait à la face interne des joues, des lèvres et aux gencives de légères érosions au contact desquelles le virus aphteux a été maintenu pendant au moins cinq minutes. Une génisse de 300^{kg} a reçu en même temps sous la peau 8^{cm^3} de ce sérum. Cette génisse a présenté 72 heures plus tard une éruption aphteuse buccale intense et 41°, elle a succombé à la maladie le neuvième jour. L'autopsie à été faite par MM. Bertin et Fréger. Les sujets humains sont restés complètement indemnes.

Il me paraît légitime de conclure de ces observations et expériences que la fièvre aphteuse bovine et la stomatite aphteuse de l'homme sont des maladies absolument distinctes, puisque la première ne peut être transmise expérimentalement à notre espèce ni la seconde aux bovidés.

PATHOLOGIE. — *Sur le Lathyrisme ou intoxication provoquée par les graines de Gesses.* Note (¹) de M. Marcel Mirande, présentée par M. G. Guignard.

A la suite du médecin Cantani, de Naples, on a donné le nom de *lathyrisme* à l'intoxication déterminée, chez l'homme et chez les animaux, par l'alimentation au moyen des graines de certaines Gesses, notamment du *Lathyrus sativus* et du *L. Cicera*.

Pendant la guerre, l'Administration militaire, obligée de faire entrer dans l'alimentation chevaline des substances qui n'y entrent pas habituellement, y a introduit, notamment, les graines de ces plantes. Des accidents ayant été signalés de divers côtés, une décision du 8 octobre 1919 vint mettre un terme à ce mode d'alimentation. Il y a quelques semaines, M. le vétérinaire-major de 1re classe Léger, de Grenoble, vint me faire part de graves accidents survenus parmi les chevaux de la garnison de cette ville, dans l'alimentation desquels était entrée une certaine quantité de graines de *Lathyrus sativus*, et me demander mon avis à ce sujet; il avait constaté, dans son service, de nombreux cas d'intoxication dont 16 mortels, dans une période de temps assez courte.

Une première étude des graines de *Lathyrus sativus* et de *L. Cicera* m'a donné les résultats suivants :

Les graines concassées, broyées, ou réduites en farine grossière et humectées d'eau, placées dans un récipient en verre, à la température de 35° à 40°, donnent, au bout de quelques heures, une autofermentation dégageant une assez grande quantité d'anhydride carbonique et d'*acide sulfhydrique*.

La substance, dont la décomposition fournit ce dégagement de H^2S, est contenue dans les cotylédons et non dans le tégument séminal. Cette fermentation se produit d'autant plus vite que le broyage est plus fin; une farine moyennement fine dégage son H^2S en 6 heures ou en 8 heures.

Si l'on fait une macération dans l'eau des graines broyées, la substance mère de H^2S est contenue dans l'eau de macération; un lavage soigné est cependant nécessaire pour l'extraire totalement.

Les graisses, dépouillées ou non de leur tégument, mais laissées entières et mises dans un peu d'eau, ne donnent pas lieu à ce dégagement d'hydrogène sulfuré; desséchées ensuite, broyées et humectées, elles n'en dégagent pas non plus. Le simple début des phénomènes germinatifs subis par les graines entières a transformé la substance mère de H^2S.

(¹) Séance du 25 avril 1921.

La fermentation spontanée qui fournit ce dégagement de H^2S ne commence guère qu'à 35°; elle est très active entre 35° et 40°, température de la plupart des animaux à sang chaud; elle se produit aussi jusqu'à 60° environ, c'est-à-dire jusqu'à la température moyenne de coagulation des matières albuminoïdes. A partir de cette température de coagulation, l'autofermentation ne se produit plus; mais par l'ébullition ou à l'autoclave (de 110° à 120°) on obtient la décomposition *directe*, mais *partielle* seulement, de la substance mère de H^2S. Cette décomposition partiells est accrue sous l'action des acides dilués.

L'autofermentation sulfhydrique se fait par action lente de l'eau; elle ne semble pas être influencée par quelque phénomène d'oxydation ou de réduction.

Je suis parvenu à extraire de ces graines une substance qui, par la chaleur seule et encore mieux avec les acides dilués, dégage de l'H^2S.

Cette Note a simplement pour but, en signalant, après bien d'autres, le danger des graines de Gesse dans l'alimentation animale, de jeter quelque lumière sur la cause du *lathyrisme* et de susciter l'étude de cette maladie sous un angle nouveau.

Cornevin ([1]) et d'autres auteurs, plusieurs vétérinaires de l'armée et notamment M. le major Léger, que j'ai cité plus haut, ont observé que si les Gesses sont données aux chevaux après macération et rejet du macérat, elles sont sans danger. Cornevin constate également que si les graines de Gesse sont données aux animaux concassées ou réduites en farine, les phénomènes morbides apparaissent plus rapidement qui si elles sont distribuées entières et sans avoir subi ces opérations. Mes expériences, citées plus haut, donnent l'explication de ces faits.

L'empoisonnement semble bien causé par l'acide sulfhydrique qui se dégage dans l'estomac de l'animal comme *in vitro*. On connaît la puissante toxicité du H^2S gazeux qui altère le globule sanguin, s'empare de son oxygène et y détermine la formation de sulfure de fer. Les animaux meurent par asphyxie, parfois très rapidement, parfois après une période plus ou moins longue. Dans ce dernier cas, ils succombent peut-être aux lésions lentes produites sur les hématies.

M. **Henri Kœchlin** présente un Mémoire intitulé sur l'*Élasticité plane*.

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

A 16 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

([1]) Cornevin, *Des plantes vénéneuses et des empoisonnements qu'elles déterminent.* Paris, 1887, lib. Firmin-Didot.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie présente, par l'organe de son Doyen, la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Em. Bourquelot* :

En première ligne.	M. GEORGES URBAIN
En seconde ligne.	M. ÉMILE BLAISE
En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique.	MM. MARCEL DELÉPINE PAUL LEBEAU ROBERT LESPIEAU CAMILLE MATIGNON

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et demie.

É. P.







N° 18.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 2 Mai 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

NOMINATIONS.

CORRESPONDANCE.

COMITÉ SECRET.

54466 — 5-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie

Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gerant : E. THOUZELLIER.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 20 (17 Mai 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 17 MAI 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce la présence à la séance de M. **Sœrensen**, Directeur du Laboratoire de Carlsberg, à Copenhague.

M. **L. de Launay** présente à l'Académie son Ouvrage, *La Géologie de la France*. Cet Ouvrage, d'une forme toute nouvelle, est destiné à combler une lacune dans notre enseignement, aucun livre antérieur n'ayant été consacré au même sujet, depuis l'*Explication de la Carte géologique de France* par Elie de Beaumont et Dufrénoy en 1841.

L'auteur y a tenté la synthèse d'innombrables monographies jusque-là disséminées en aboutissant à des conclusions personnelles. Bien que ce travail s'adresse d'abord aux géologues, il a été écrit de manière à pouvoir être lu, sans connaissances techniques antérieures, par tous ceux qui s'intéressent à la structure du sol français et qui veulent en comprendre la géographie physique, ou simplement les paysages. 64 photographies et 8 grandes cartes en couleurs hors texte, qui couvrent toute l'étendue de notre territoire, facilitent la lecture du texte et le rendent plus vivant.

M. **J. Costantin** fait hommage à l'Académie du Tome III, nos 1 à 3, des *Annales des Sciences naturelles* (dixième série) : *Botanique*.

CORRESPONDANCE.

L'**Association des Ingénieurs sortis des Écoles spéciales de Gand** prie l'Académie de vouloir bien l'autoriser à inscrire son nom au Comité d'honneur sous le patronage duquel sera organisée une manifestation en souvenir de **Jules Boulvin**, ancien Correspondant de l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Hippolyte Dessoliers. *Comment l'homme accroîtra progressivement les pluies des régions arides ... en créant et en multipliant les centres de coordination atmosphériques.*

Maurice Lecat. *Bibliographie des séries trigonométriques,* avec un Appendice sur le Calcul des variations.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Calcul des coefficients d'une série trigonométrique convergente quelconque dont la somme est donnée.* Note (¹) de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Hadamard.

Soit $F(\theta)$ une fonction continue [premier caractère des fonctions résolubles $(2, s)$]. Posons

$$Q(\theta, u) = Q(\theta + u, -u) = \frac{F(\theta + u) - F(\theta)}{u},$$

$$R(\theta, u) = \frac{F(\theta + u) + F(\theta - u) - 2F(u)}{u^2} = \frac{Q(\theta, u) - Q(\theta, -u)}{u}.$$

On dit, d'après Riemann, que $F(\theta)$ possède une *dérivée seconde généralisée* $f(\theta)$ au point θ, si $R(\theta, u)$ tend vers $f(\theta)$ quand u tend vers zéro, θ étant indépendant de u. Nous poserons

$$f(\theta) = F''_g(\theta).$$

On peut appeler, de même, *nombres dérivés seconds généralisés de* F

(¹) Séance du 9 mai 1921.

(nous les désignerons par $d_{2.g}F$) les valeurs limites (extrêmes ou médianes) de $R(\theta, u)$ quand $u \to$ zéro. Si les $d_{2.g}F$ sont toujours finis, F possède, évidemment, le second caractère des fonctions résolubles $(2, s)$.

Même, si F''_g existe et est fini, la fonction $F(\theta)$ ne possède, généralement, pas de dérivée première continue. Mais le raisonnement suivant (¹) met en évidence certaines propriétés différentielles du premier ordre de F.

Supposons que $|R(\theta, u)|$ et $|R(\theta+k, u)|$ soient inférieurs à un même nombre A quel que soit u. En prenant la succession des points images de $\theta+h$ par rapport au couple de points-miroirs θ, $\theta+k$, c'est-à-dire une suite de points dont le premier est $\theta+h$ et dont chacun des autres est le symétrique du précédent par rapport à θ et à $\theta+k$ alternativement, on démontre la formule

$$Q(\theta, h) = Q(\theta, k') + \delta A \frac{h^2}{k} \qquad \left(\delta^2 < 1,\ 1 \leq \frac{k'}{k} \leq 2\right).$$

Soit $h_1, h_2, \ldots, h_n, \ldots$ une suite de nombres de signes quelconques décroissant en valeur absolue et tendant vers zéro. *Si* $|R(\theta, u)|$ *et* $|R(\theta+h, u)|$ *sont, quel que soit* u, *inférieurs à un même nombre* A, *et, si le rapport* $\left|\frac{h_n}{h_{n+1}}\right|$ *est inférieur à un nombre* α *indépendant de* n : *d'une part,* F *possède une dérivée* $\Phi(\theta)$ *au point* θ (cette conséquence subsisterait avec une autre hypothèse moins précise sur la suite h_n); *d'autre part, on a*

$$Q(\theta, h) = h\Phi(\theta) + 4\delta\alpha A h^2, \tag{1}$$

quel que soit $|h|$ *inférieur à* $|h_0| = \alpha|h_1|$.

Observons qu'en vertu du théorème de Baire, si les nombres $d_{2.g}F$ sont finis quel que soit θ sur l'ensemble parfait P, ou bien $|R(\theta, u)|$ est borné quel que soit θ sur P et quel que soit u, ou bien il existe sur P un ensemble K non dense sur P et tel que, à toute portion ϖ de P sans point commun avec K, correspond un nombre A de façon que $|R(\theta, u)| < A$, si θ est sur ϖ, et quel que soit u.

Donc $F(\theta)$ *possède le troisième caractère des fonctions résolubles* $(2, s)$.

Mais, de plus, en tout point θ de ϖ pour lequel existe une suite $\theta + h_n$, appartenant à ϖ et telle que $1 < \left|\frac{h_n}{h_{n+1}}\right| < \alpha$ (l'ensemble P sera dit posséder en θ un *indice* au plus égal à α), on a la formule (1) pour $|h| < \alpha|h_1|$.

(¹) *Académie des Sciences d'Amsterdam*, mai et juin 1920.

On déduit de là que, *si les nombres* $d_{2.g}F$ *sont finis sur un ensemble épais* E, *il existe une pleine épaisseur* H *de* E *telle que, en tout point de* H : 1° F *possède pour dérivée ordinaire* $\Phi(\theta)$; 2° $\Phi(\theta)$ *possède une dérivée approximative* $f(\theta)$; 3° $f(\theta)$ *est la dérivée seconde généralisée de* F. Et même, plus précisément, on a une identité de la forme

$$F(\theta+h)=F(\theta)+h\,\Phi(\theta)+\frac{h^2}{2}[f(\theta)+\varepsilon] \quad \text{avec} \quad \lim_{h=0}\varepsilon=0.$$

Enfin, du continu retranchons les segments spéciaux de P, sauf un nombre limité d'entre eux, les segments σ'. Soient $E(\sigma')$ et $P(\sigma')$ l'ensemble fermé restant dans P et son noyau parfait. Pour toute portion ϖ de P sans points communs avec K et contenant une portion $\varpi(\sigma')$ de $E(\sigma')$, il existe un nombre n positif tel que

1° Pour tout point θ situé sur ϖ, $|R(\theta,u)|$ est inférieur, quel que soit u, à un même nombre A; 2° si θ est sur $\varpi(\sigma')$ il existe une suite $h_1, h_2, \ldots, h_n \ldots$, dépendant de θ, mais telle que $|h_1|>\eta$ et de manière que $1<\left|\frac{h_n}{h_{n+1}}\right|>3$, $\theta+h_{+n}$ étant sur ϖ.

Donc $\Phi(\theta)$ *est continu et résoluble sur* $\varpi(\sigma')$ [quatrième caractère des fonctions résolubles $(2,s)$].

En résumé, *si* $F(\theta)$ *possède une dérivée seconde généralisée* $f(\theta)$ [tout au moins sur une épaisseur pleine, $R(\theta,u)$ ayant en tous cas ses limites d'indétermination pour $u=0$ finies en chaque point], $F(\theta)$ *est résoluble* $(2,s)$ *et l'on a* $F''_{0,a.}=f(\theta)$ *sur une épaisseur pleine.*

Donc, $f(\theta)$ *est intégrable* $(T_{2,s})$.

Supposons que $f(\theta)$ soit la somme d'une série trigonométrique partout convergente :

$$a_0+\Sigma(a_n\cos n\theta+b_n\sin\theta)=a_0+\Sigma A_n,$$

f est la dérivée seconde généralisée de

$$F(\theta)=\frac{a_0}{2}\theta^2+C\theta+C'-\sum\frac{A_n}{n^2}.$$

On a

$$a_0=\frac{F(\alpha+2\pi)=F(\alpha-2\pi)-2F(\alpha)}{4\pi^2}$$

ou, sans quitter un champ de longueur 2π,

$$a_0=\lim_{h=0}\frac{F(\alpha)+F(\alpha+2\pi)-F(\alpha+h)-F(\alpha+2\pi-h)}{2\pi h};$$

d'où

$$a_0 = T_{2,s}(f, \alpha - 2\pi, \alpha, \alpha + 2\pi)$$
$$= \frac{1}{4\pi} \lim \frac{T_{2,s}(f, \alpha, \alpha + h, \alpha + 2\pi) + T_{2,s}(f, \alpha, \alpha + 2\pi - h, \alpha + 2\pi)}{h};$$

a_n et b_n sont donnés par la même formule où f est remplacé respectivement par $f \cos n\theta$ et par $f \sin n\theta$.

La méthode se simplifie quand on l'applique à la détermination de la variation $F(b) - F(a)$ d'une fonction F, sachant que celle-ci possède une dérivée première généralisée donnée

$$f(x) = \lim_{h=0} \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h} \quad (h > 0).$$

Il est à remarquer que si

$$\lim_{h=0,\, k=0} \frac{F(x+h) - F(x+k)}{h-k} = \Phi(x)$$

et : 1° si la relation vaut quand h et k sont indépendants, mais toujours distincts, et quel que soit x, alors $\Phi(x)$ est la dérivée continue de x; 2° si le rapport $\frac{h}{k} = \lambda \neq 1$ est indépendant de h et de k (il peut dépendre de x), alors $\Phi(x)$ est la dérivée ordinaire de F au point x, à moins que $\lambda = -1$.

L'intérêt de ce genre de recherches est de conduire, dans le domaine de la théorie des fonctions, à des notions nouvelles, dont la réalité, l'efficacité, le caractère peu artificiel se montrent à ce fait qu'elles s'imposent dans la résolution de problèmes à la fois très généraux et très définis.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les contours d'encadrement.* Note de M. **Gustave Dumas**, présentée par M. Paul Appell.

On sait l'importance, pour la théorie des fonctions algébriques, du contour qui transforme une surface de Riemann T en une surface simplement connexe T', contour auquel Riemann donne le nom de courbe d'encadrement.

Le but de cette Note est de donner une manière simple d'obtenir ces contours d'encadrement sur une surface fermée quelconque, bilatérale ou unilatérale.

Par une « triangulation » préalable, on transforme la surface donnée T en un polyèdre Π, dont on oriente les arêtes et les faces supposées en nombre fini.

Ce polyèdre Π est constitué de la même manière que ceux qui ont été considérés dans une précédente Note (¹). Sur Π, se trouvent les courbes C_i limitant les faces et les courbes Γ_j non homologues à zéro. Les Tableaux de Poincaré sont ici désignés comme Tableau A et Tableau B, le premier se rapportant aux sommets et aux arêtes, le second aux arêtes et aux faces de Π. Au Tableau A se rattache aussi le système d'équations A.

α, β, γ représentent les nombres respectifs de sommets, d'arêtes et de faces; $\Delta = -\alpha + \beta - \gamma$ est la « caractéristique » de Π.

Soit, maintenant,

$$C = \sum_{j=1}^{\rho} l_j \Gamma_j + \sum_{i=1}^{\mu} k_i C_i,$$

où, pour les surfaces bilatérales, $\rho = \Delta + 2$, $\mu = \gamma - 1$, et, pour les surfaces unilatérales, $\rho = \Delta + 1$, $\mu = \gamma$, l'ensemble des solutions entières du système d'équations A, et, partant, l'ensemble des courbes fermées susceptibles d'être tracées sur Π.

En disposant convenablement des indicatrices des faces, on tire du Tableau B, pour les surfaces *bilatérales*, l'égalité

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{\gamma} C_i = \sum_{j=1}^{\rho} (\text{zéro} \,.\, \Gamma_j),$$

et, pour les surfaces *unilatérales*, l'égalité

$$(2) \qquad \sum_{i=1}^{\gamma} C_i = 2Z + \sum_{j=1}^{\rho} 2 m_j \Gamma_j,$$

dans le premier membre desquelles *toutes* les faces de Π se rencontrent.

Z est un contour fermé, tracé sur le polyèdre unilatéral Π, et qui, sur celui-ci, donne lieu à une homologie sans division. Les m_j sont des coefficients égaux respectivement à zéro, 1 et -1.

A cause de la forme des premiers membres de (1) et (2), on voit que les seconds membres de ces mêmes égalités définissent sur Π, avec adjonction, s'il le faut, de « coupures » parcourues un même nombre de fois dans chaque sens, un contour d'encadrement de Π, et, par conséquent, de T.

Ce contour d'encadrement, si l'on ne choisit pas d'une manière spéciale les Γ_j, détache sur Π, soit une, soit, en général, plusieurs régions simplement

(¹) G. Dumas et J. Chuard, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1113.

connexes. Ceci comme conséquence du fait que tout contour fermé tracé à l'intérieur de l'une de ces régions est nécessairement homologue à zéro, ainsi qu'il résulte de l'examen de la structure du Tableau A.

Pour les surfaces bilatérales, les « zéros » au second membre de (1) signifient que si l'on parcourt dans un même sens tout le contour d'encadrement, on parcourra, nécessairement, le même nombre de fois dans chaque sens, chacune des courbes Γ_j.

Pour les surfaces unilatérales, le second membre de (2) indique que Z serait parcouru deux fois de plus dans un sens que dans l'autre et qu'il en serait de même des courbes Γ_j pour lesquelles le coefficient m_j ne se réduit pas à zéro.

Dans chacun des seconds membres de (1) et (2), le nombre des contours constitutifs du contour d'encadrement est le même. Ce nombre est $\Delta + 2$. On reconnaît là le nombre que l'on fait intervenir dans la formule d'Euler proprement dite et par lequel on peut fixer, sans aucune distinction, l'ordre de connexion des surfaces bilatérales ou unilatérales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries dont le terme général tend vers zéro.* Note de M. **Bratu**, présentée par M. Appell.

1. Étant donnée la série à termes constants

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots, \tag{1}$$

nous considérons, dans le plan de la variable complexe z, les points u_n et S_n, qui correspondent aux affixes de même nom. Nous dirons indifféremment point z ou nombre z.

En faisant la somme géométrique des vecteurs Ou_1, Ou_2, ..., Ou_n, on obtient une ligne brisée $OS_1S_2\ldots S_n$. Soient : E l'ensemble de tous les points S_n; E' l'ensemble dérivé de E et *supposons d'abord l'ensemble* E *borné.*

Nous convenons de dire que tout nombre S' de l'ensemble E' est *une valeur limite de la série* (1). Si E' est formé d'un seul élément S', la série (1) est *convergente.* Si E' est formé de p nombres S'_1, S'_2, ..., S'_p, nous dirons que la série a ces p *valeurs limites*. En général, le nombre p peut être fini ou infini; l'ensemble E' peut être dénombrable ou avoir la puissance du continu.

Théorème. — *Si le terme général de la série tend vers zéro pour $n \to \infty$, il ne peut arriver que ces deux cas extrêmes :*

1° Ou bien *la série a une seule valeur limite;*

2° Ou bien *l'ensemble des valeurs limites de la série a la puissance du continu.*

2. *Séries à termes réels.* — En supposant $a \leqq S_n \leqq b$, nous démontrons que si u_n tend vers zéro pour $n \to \infty$ et si c et d sont deux points limites distincts de l'ensemble de points S_n, *tous les points de l'intervalle* (c, d) *sont des points limites de cet ensemble.*

Ainsi la série

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \ldots - \frac{1}{2m} - \ldots - \frac{1}{2m} + \frac{1}{2m+1} + \ldots,$$

où le nombre des fractions égales est égal à leur dénominateur commun, a 0 et 1 comme valeurs limites extrêmes. Donc *l'ensemble* E' *est tout l'intervalle* (0, 1).

3. *Séries à termes complexes.* — Posons $S_n = x_n + iy_n$ et supposons $a \leqq x_n < b$, $\alpha \leqq y_n \leqq \beta$.

Par hypothèse on a, pour $n > N$,

$$|u_n| = |S_n - S_{n-1}| < \varepsilon$$

et *a fortiori*

$$|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon, \qquad |y_n - y_{n-1}| < \varepsilon.$$

Par suite, les deux séries à termes réels

$$(2) \qquad \begin{cases} x_1 + (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + \ldots + (x_n - x_{n-1}) + \ldots, \\ y_1 + (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \ldots + (y_n - y_{n-1}) + \ldots \end{cases}$$

rentrent dans la catégorie des séries étudiées plus haut. Les ensembles de droites $x = x_n$ et $y = y_n$ ont comme éléments limites : ou bien une seule droite $x = \xi$ ou $y = \eta$, ou bien un ensemble continu de droites limites compris entre deux droites extrêmes $x = c$, $x = d$ ou $y = \gamma$, $y = \delta$.

Si $x = \xi$ est une droite limite, entre $x = \xi - h$ et $x = \xi + h$ il existe *une infinité* de points S_n, aussi petit que soit h. Il en est de même pour les deux droites $y = \eta - h$, $y = \eta + h$ si $y = \eta$ est une droite limite de la seconde catégorie.

On voit facilement que :

1° Si chacune des suites x_n et y_n a un seul élément limite ξ et η, la suite S_n a *une seule valeur limite* : $\xi + i\eta$.

2° Si la suite x_n a un seul élément limite $x = \xi$, mais la suite y_n a comme éléments limites tous les nombres d'un intervalle (γ, δ), la suite S_n a comme valeurs limites les affixes de *tous les points du segment* $x = \xi$, $\gamma \leqq y \leqq \delta$.

3° De même, si l'on change x en y et y en x.

4° Si la suite x_n a comme limites tous les nombres d'un intervalle (c, d) et la suite y_n tous les nombres d'un intervalle (γ, δ) et si $x = \xi$ est une droite *quelconque* comprise entre $x = c$ et $x = d$, nous démontrons que :

a. La ligne brisée $L(OS_1 S_2 \ldots S_n \ldots)$ coupe *une infinité de fois* la droite $x = \xi$.

b. *Sur chaque droite* $x = \xi$ *il existe au moins un point limite* S' *de l'ensemble* $E(S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots)$.

On en conclut que, dans les trois derniers cas, *l'ensemble* E' (dérivé de E) *a la puissance du continu.*

4. *Remarques.* — 1° Si tous les points S_n se trouvent sur une même courbe continue Γ, tous les points limites S'_p se trouvent sur cette courbe. Si A et B sont deux *points limites* distincts, les valeurs limites de la série sont *les affixes de tous les points d'un arc* $A'B' \geqq$ *arc* AB *de la courbe* Γ.

Ainsi, les sommes $S_m = \frac{p}{q} e^{\frac{p\pi}{2q}i}$, où $\frac{p}{q}$ sont les fractions

$$(3) \qquad \frac{1}{2n},\quad \frac{2}{2n},\quad \ldots,\quad \frac{2n}{2n},\quad \frac{2n}{2n+1},\quad \frac{2n-1}{2n+1},\quad \ldots,\quad \frac{1}{2n+1},\quad 0$$

pour $n = 1, 2, 3, \ldots$, prennent une infinité de fois les valeurs 0 et i. Tous les points S_m se trouvent sur l'arc $\Gamma(0, i)$ de la spirale $\rho = \frac{2\theta}{\pi}$ et l'ensemble des valeurs limites de la série correspondante est formé par les affixes de tous les points de l'arc Γ.

2° Si la ligne brisée L a une longueur déterminée, la série est *absolument convergente*. Si la ligne L est infinie, mais si elle tend asymptotiquement vers un point A pour $n \to \infty$, la série est *convergente* sans être absolument convergente.

3° Il peut arriver que l'ensemble des valeurs limites E' *remplisse complètement une aire* $\mathcal{A}$. Considérons les points $A(i)$, $B(1+i)$, $C(1)$, $D(1-i)$, $E(-i)$. En divisant les segments AB et ED en quatre parties égales, on a les points équidistants AIGKB et EHFJD. Prenons comme L la ligne brisée

OABCDFGAOEHIGFJKBC...,

les côtés qui vont de O à C ou de C à O ayant respectivement les longueurs $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \ldots, \frac{1}{2^n}, \ldots$. La suite des valeurs S_m est

$$(4) \qquad 0,\quad i,\quad 1+i,\quad 1,\quad 1-\frac{i}{2},\quad 1-i,\quad \frac{1}{2}-i,\quad \frac{1}{2}-\frac{i}{2},\quad \frac{1}{2}+\frac{i}{2},\quad \ldots.$$

Dans ce cas, *l'affixe de tout point du rectangle* ABDE *est une valeur limite de la série considérée.*

5. *Cas général.* — Nous dirons qu'un point de l'infini est un *point limite* de l'ensemble E, si l'on trouve une infinité de nombres entiers $n_1, n_2, \ldots, n_i, \ldots$, pour lesquels on ait $S_{n_i} > N$ et $|S_{n_i+1} - S_{n_i}| < \varepsilon$, aussi grand qu'il soit N et aussi petit qu'il soit ε.

Si l'ensemble E *n'est pas borné*, le théorème reste vrai, à la condition de remarquer que, si $\lim u_n = 0$ pour $n \to \infty$, tous les points de l'infini, de l'ensemble, sont des *points limites.*

La série harmonique a *une seule valeur limite :* ∞. Elle est divergente. La suite S_m du paragraphe 4, 1°, où les numérateurs des fractions (3) sont multipliés par $\sqrt{n}$, a comme points limites o et ∞. L'ensemble E' de la série correspondante est toute la spirale $\rho = \frac{2\theta}{\pi} (0 \leqq \theta \leqq \infty)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières d'ordre fini.* Note de M. G. **Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $f(z) = \Sigma c_n z^n$ une fonction entière d'ordre fini ρ, r_n le module du $n^{\text{ième}}$ zéro, $M(r)$ le maximum du module de la fonction pour $|z| = r$, et R_n le rapport rectifié de $|c_n|$ à $|c_{n-1}|$ tel que je l'ai défini dans ma Thèse. On sait que l'exposant de convergence de la suite des nombres R_n est égal à ρ, celui de la suite r_n est égal à ρ lorsque ρ n'est pas entier et est dans tous les cas au plus égal à ρ (Borel, *Leçons sur les fonctions entières*). Cette proposition générale peut être complétée par la suivante qui se signale également par sa simplicité et sa précision.

Lorsque ρ n'est pas entier, les séries

$$\sum \frac{1}{R_n^\rho}, \quad \sum \frac{1}{r_n^\rho}$$

et l'intégrale

$$\int_\alpha^\infty \frac{\log M(x)}{x^{\rho+1}} dx \qquad (\alpha > 0)$$

sont à la fois convergentes ou divergentes.

Lorsque ρ est entier, l'intégrale et la première série convergent ou divergent en même temps, et si elles convergent la seconde série converge également.

Dans ce dernier cas, la convergence de la première série entraîne que le genre est $\rho - 1$. A ce sujet, je signalerai que la proposition suivante :

« *Si la série*

(1) $$\Sigma\left(\sqrt[n]{|c_n|}\right)^\rho$$

converge, et si l'on a en outre

$$\lim_{n=\infty} n\left(\sqrt[n]{|c_n|}\right)^\rho = 0,$$

le genre est $\rho - 1$ »,

que M. Lindelöf avait annoncée comme étant probablement inexacte, est bien effectivement erronée. Il résulte en effet des propositions démontrées ultérieurement par M. Lindelöf que la fonction

$$f(z) = \sum_{q=1}^{q=\infty} \frac{z^{2\rho q^2}}{[2\rho p^2 \log(2\rho q^2)]^{2q^2}}$$

est de genre ρ (¹).

MÉCANIQUE. — *Sur la théorie de la relativité et le mouvement séculaire du périhélie de Mercure.* Note (²) de M. **J. Le Roux**, présentée par M. G. Kœnigs.

On a considéré comme une confirmation éclatante de la théorie de la relativité la découverte d'une loi de gravitation susceptible d'expliquer le mouvement du périhélie de Mercure.

Une critique judicieuse constate que ce résultat a bien été obtenu *à propos* de la théorie de la relativité, mais qu'il n'en est pas une conséquence et ne constitue même pas un argument en sa faveur.

Au point de vue strictement logique et mathématique, la question se ramène à la forme suivante :

Einstein cherche à établir les équations du mouvement d'un point par la considération d'une forme quadratique de différentielles à quatre variables

$$ds^2 = \Sigma e_{ik}\, dx_i\, dx_k \qquad (e_{ik} = e_{ki};\ i, k = 1, 2, 3, 4).$$

(¹) A l'endroit cité (*Acta Soc. Sc. Fennicæ*, t. 31, nº 1, p. 48), M. Lindelöf renvoie à la page 203 du Mémoire couronné de M. Hadamard. Mais M. Hadamard parle non pas de la convergence de la série (1), mais de celle de la série $\sum \frac{1}{\varphi(p)^\rho}$, $\varphi(p)$ étant égal avec les notations actuelles à $\sqrt[p]{R_1.R_2\ldots R_p}$, et la convergence de cette série entraîne bien que le genre $\rho - 1$. Cette proposition de M. Hadamard est renfermée dans celle donnée ci-dessus.

(²) Séance du 9 mai 1921.

Cette forme doit tendre comme limite, lorsque l'intensité du champ tend vers zéro, vers la forme directrice envisagée dans la théorie de l'électromagnétisme

$$-dx^2 - dy^2 - dz^3 + dt^2.$$

L'idée d'Einstein, réduite à ses éléments essentiels, rappelle donc le principe de la moindre action et les équations de Lagrange.

La quatrième variable est appelée le *temps;* mais il est évident que ce *pseudo-temps* n'a, en général, que le nom de commun avec le temps ordinaire de la Mécanique. On sait, en effet, que le temps physico-mécanique est déterminé directement ou indirectement par l'observation du mouvement diurne des astres. Rien ne permet de supposer que le pseudo-temps d'Einstein ait une telle signification et, comme le sens physique de ce paramètre ne paraît pas bien défini, il semblerait intéressant de le découvrir.

Il y a toujours inconvénient à désigner par le même mot des quantités de natures différentes. De là naît l'équivoque constante qu'il importe de faire cesser dans l'intérêt de la Science.

Einstein remarque que les formes quadratiques dont les coefficients satisfont à des systèmes covariants d'équations, déduits de la forme elle-même, et subsistant pour une transformation ponctuelle quelconque, forment une classe à part, douée de propriétés intéressantes au point de vue des lois physiques; il parvient à former un pareil système de dix équations.

C'est la solution de ce système qui fournit la loi de gravitation envisagée.

L'intégration des équations d'Einstein, pour le cas du champ de gravitation engendré par une particule, a été effectuée par Schwarzschild. La méthode que je vais indiquer est sensiblement plus simple et plus rapide.

Par raison de symétrie, on est conduit à chercher, pour la forme directrice ds^2, une expression de la forme suivante :

$$-ds^2 = R\,dr^2 + R'\,d\sigma^2 - R''\,dt^2,$$

où r représente la distance à la particule, R, R', R'' des fonctions de r, $d\sigma^2$ l'élément linéaire d'une sphère de rayon *un* et t le pseudo-temps. Exprimons $d\sigma^2$ en coordonnées symétriques : $d\sigma^2 = \dfrac{-4\,dx\,dy}{(x+y)^2}$.

Nous pourrons alors écrire, par un changement de notation évident :

$$-ds^2 = e_{11}\,dx_1^2 + e_{22}\,dx_2^2 + 2\,e_{34}\,dx_3\,dx_4.$$

Les coefficients e_{11}, e_{22} dépendront de la seule variable x_1, et e_{34} sera de

la forme $\frac{-2\varphi(x_1)}{(x_3+x_4)^2}$. Si la fonction $\varphi(x_1)$ n'est pas constante, on pourra, par un changement de variable effectué sur x_1, ramener le coefficient e_{34} à la forme $e_{34}=\frac{-2x_1^2}{(x_3+x_4)^2}$.

Formant avec ces données les dix équations d'Einstein, on constate que sept d'entre elles sont vérifiées identiquement. Les autres deviennent

$$(1,1)\qquad \frac{1}{4}\left(\frac{1}{e_{22}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\log e_{22}}{\partial x_1^2}-\frac{1}{2}\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{11}}{\partial x_1}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{e_{22}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}+\frac{2}{x_1}\right)=0,$$

$$(2,2)\qquad \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}\right)\left(\frac{1}{e_{22}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}\right)\left(\frac{1}{2}\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{11}}{\partial x_1}+\frac{1}{2}\frac{1}{e_{22}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}+\frac{2}{x_1}\right)=0,$$

$$(3,4)\qquad \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{34}}{\partial x_1}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{34}}{\partial x_1}\right)\left(\frac{1}{e_{34}}\frac{\partial e_{34}}{\partial x_1}\right)$$
$$+\frac{\partial^2\log e_{34}}{\partial x_3\,\partial x_4}+\frac{1}{2}\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{34}}{\partial x_1}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{e_{11}}\frac{\partial e_{11}}{\partial x_1}+\frac{1}{2}\frac{1}{e_{22}}\frac{\partial e_{22}}{\partial x_1}+\frac{2}{x_1}\right)=0.$$

L'équation (2, 2) s'intègre immédiatement et donne

$$(1)\qquad \frac{de_{22}}{dx_1}=\frac{c\sqrt{e_{11}\,e_{22}}}{x_1^2},$$

c désignant une constante d'intégration. Tenant compte de ce résultat, l'équation (1, 1) donne ensuite, par un calcul facile,

$$\frac{d\log e_{11}}{dx_1}+\frac{d\log e_{22}}{dx_1}=0,\qquad \text{d'où}\qquad e_{11}e_{22}=\text{const.}$$

Les hypothèses faites conduisent à prendre cette constante égale à l'unité. L'équation (1) s'intègre ensuite et donne

$$e_{22}=c'-\frac{c}{x},\qquad \text{d'où}\qquad e_{11}=\left(c'-\frac{c}{x_1}\right)^{-1}.$$

Portant ces valeurs dans l'équation (3, 4), on trouve

$$c'=1.$$

Remplaçant maintenant x_1 par r, dx_2^2 par $-dt^2$ et prenant, pour l'élément linéaire de la sphère, les coordonnées polaires θ, φ, on a enfin l'expression de ds^2 sous la forme de Schwarzschild

$$ds^2=\frac{dr^2}{\left(1-\frac{c}{r}\right)}+r^2(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\varphi^2)-\left(1-\frac{c}{r}\right)dt^2.$$

La solution trouvée semblerait unique, sauf la valeur de la constante d'intégration c. Cette unité apparente semble avoir été une cause d'erreur dans l'interprétation du résultat. En réalité, il y a une infinité de solutions. Nous en avons restreint le nombre par une série d'hypothèses : en partant d'une forme initiale du ds^2 qui n'est pas assez générale, et en remplaçant $\varphi(x_1)$ par x_1^2. Quoi qu'il en soit, le résultat est très intéressant. Il montre l'utilité de l'introduction du pseudo-temps, dont il resterait à déterminer la signification physique.

Quant à la relativité elle-même, elle n'intervient nullement dans la question.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Aurore boréale dans la nuit du 14 au 15 mai 1921 et phénomènes magnétiques simultanés.* Note de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Deslandres.

Ayant été chargé par M. Deslandres, d'organiser un nouvel appareil magnétique, j'ai surveillé toutes les déviations de l'aiguille aimantée depuis le 8 mai 1921, époque à laquelle un groupe important de taches s'est montré au bord est du Soleil.

L'appareil était encore en montage et non complètement organisé, mais nous avons pu faire avec lui quelques observations intéressantes.

La tache comprenait deux groupes distincts qui ont varié notablement jusqu'à leur passage au méridien central qui a eu lieu dans la journée du 14 de 10^h à 23^h.

Une perturbation isolée assez forte a d'abord été constatée le 12 mai, de 8^h à 10^h.

La nuit du 13 au 14 a été marquée par un mouvement continuel de l'aiguille qui a atteint 25 minutes d'amplitude, de 19^h le 13 jusqu'à environ 7^h le 14.

Comme les perturbations semblaient augmenter pendant la journée du 14, j'ai passé la nuit entière suivante à l'Observatoire, avec l'idée qu'une aurore boréale pourrait se manifester.

Or, un peu avant le coucher de la Lune, à $0^h 15^m$, le phénomène attendu a commencé sous forme d'un rayon dans le méridien magnétique, et s'est développé pour subir un premier maximum à $1^h 4^m$; un deuxième, le plus intense à $2^h 10^m$ et un troisième, observable malgré l'aube naissante, à $3^h 5^m$.

L'aurore a affecté la forme de rayons légèrement divergents en général

vers le zénith et de nuages grossièrement circulaires. Les différentes parties émettaient trois sortes de radiations distinctes.

Une lumière blanche, peut-être un peu verdâtre, une lumière rouge intense et une lumière indigo violette. Au moment de la phase maxima, les rayons atteignaient le zénith et semblaient y converger; par endroits, la lumière de l'aurore était assez intense pour masquer les étoiles de 2e grandeur.

La courbe magnétique de la nuit du 14 au 15 montre des perturbations d'une vingtaine de minutes à l'Est entre 17^h et 22^h le 14 et des écarts d'une amplitude totale de plus de un degré à partir de 23^h.

Des perturbations magnétiques intenses ont donc commencé une vingtaine d'heures avant le passage au méridien central du Soleil d'un groupe de taches important, et ce passage a été suivi d'une aurore boréale remarquable; les trois phénomènes sont donc en bonne concordance.

ASTRONOMIE. — *Observation de la comète Pons-Winnecke* (1921 *b*), *faite à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon*. Note de M. **J. Guillaume**, transmise par M. B. Baillaud.

Date 1921.	Temps moyen de Lyon.	Δα.	Δδ.	Nombre de compar.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	⋆
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 10...	13.15.22	−0. 7,03	+ 2.12,2	10:10	17.30.41,64	−9,200	45.58. 8,1	+8,957	1

Position des étoiles de comparaison.

⋆.	α moyenne, 1921,0.	Réduction au jour.	δ moyenne, 1921,0.	Réduction au jour.	Autorité.
	h m s	s	° ′ ″	″	
1 = BD + 45°, 2550 (9,0)..	17.30.46,28	+2,39	45.55.59,7	− 3,8	A.G. Bonn, 11258

Remarque. — La comète est vaguement circulaire, d'environ une demi-minute d'arc de diamètre, avec faible condensation centrale; éclat total de 11e,5.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la transformation du phénol en cyclohexanol.* Note de MM. **G. Vavon** et **J. Detrie**, présentée par M. A. Haller.

Le phénol, agité dans une atmosphère d'hydrogène en présence de noir de platine, se transforme partie en cyclohexanol, partie en cyclohexane [1].

---

[1] Willstätter, *Berichte*, t. 45, p. 1475.

Ayant eu à préparer des quantités importantes de cyclohexanol, nous avons eu à employer ce procédé de préparation et avons été amenés à en faire l'étude.

Quand on fait varier les conditions expérimentales, la température (entre -10° et $+60^{\circ}$), la nature du solvant (acide acétique, acétate d'éthyle, éther, alcool), la concentration, la quantité et la qualité du platine, les rendements du cyclohexanol varient peu; ils correspondent aux $\frac{2}{3}$ environ du phénol employé.

La vitesse d'hydrogénation est grande : avec 15^{g} de platine, en opérant sur 400^{g} de phénol dissous dans 300^{g} d'acide acétique, nous avons pu fixer jusqu'à 100^{l} d'hydrogène à l'heure. D'ailleurs un même échantillon de platine peut servir à un très grand nombre d'opérations; quand son activité diminue, il suffit, comme l'a montré l'un de nous (¹), de la laver à l'éther et de l'exposer à l'air (un échantillon préparé il y a 14 mois a servi à une centaine d'expériences sur le phénol ou ses dérivés et possède encore une activité notable quoique un peu affaiblie.

La fonction phénol rend l'hydrogénation du noyau aromatique plus facile; cette influence disparaît si l'on bloque la fonction. C'est ce qui résulte du Tableau suivant, où sont donnés les temps en minutes mis pour fixer 1^{l} d'hydrogène sur différents corps, hydrogénés dans des conditions identiques (1^{g} de platine, 50^{cm^3} d'acétate d'éthyle, 10^{g} de corps) :

Phénol	15
Anisol	36
Phénéthol	86
Oxyde de phényle et de butyle	700
Acétate de phényle	55
Benzène	33
Toluène	61

Formation intermédiaire de cyclohexanone. — Si l'on arrête l'hydrogénation du phénol avant qu'elle ne soit achevée, on peut déceler de la cyclohexanone dans le mélange et la retirer pour l'intermédiaire de sa combinaison bisulfitique.

Pour doser la cyclohexanone aux différents instants de l'expérience, il est commode de la peser sous forme de dipipéronylidène cyclohexanone, combinaison qui se forme aisément et quantitativement en présence d'un excès de pipéronal et d'éthylate de sodium.

(¹) VAVON, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1913, p. 22.

Voici les résultats obtenus au cours d'une hydrogénation faite sur 100^g de phénol dans 250^{cm^3} d'alcool :

Volumes d'hydrogène absorbé.	Poids de cyclohexanone.
l	g
0	0
10	7,7
20	10,9
30	12
40	10,4
50	8,8
65	5
79	0

La cyclohexanone augmente donc, passe par un maximum et disparaît totalement en fin de réaction. Ce maximum est d'ailleurs variable avec les conditions expérimentales : il augmente si l'on emploie un platine plus actif, une plus grande quantité de platine, ou si l'on opère dans l'acide acétique. Une expérience faite sur 40^g de phénol dans 200^{cm^3} d'acide acétique avec 17^g de platine, a donné pour le maximum 14^g de cyclohexanone, soit 35 pour 100.

La formation de cyclohexanone est-elle une réaction accessoire ou, au contraire, tout le cyclohexanol passe-t-il par le terme cyclohexanone?

Dans cette seconde hypothèse, au cas où le maximum de cyclohexanone est faible, il faut admettre que la vitesse propre d'hydrogénation de la cyclohexanone est, à masse égale, plus grande que celle du phénol, et d'autant plus grande que le maximum en cyclohexanone est plus petit, car au moment de ce maximum les vitesses de formation et de destruction de la cyclohexanone sont égales.

On peut vérifier ce fait en hydrogénant un mélange de phénol et de cyclohexanone; celle-ci disparaît beaucoup plus vite que le phénol : un mélange de 27^g de phénol et de 22^g de cyclohexanone, après fixation de 11^l d'hydrogène, contenait encore 21^g de phénol et seulement 4^g de cyclohexanone.

Plusieurs expériences ont donné des résultats comparables, d'où il résulte que, dans ces conditions, la vitesse propre d'hydrogénation de la cyclohexanone est bien supérieure à celle du phénol.

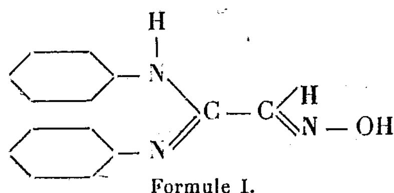
Par suite le cyclohexanol provient, pour la plus grande partie au moins, de la cyclohexanone et non directement du phénol.

A quel moment apparaît la fonction cétone? Préexiste-t-elle dans le phénol, apparaît-elle après fixation de une ou de deux molécules d'hydrogène? C'est un point que nous n'avons pas encore étudié.

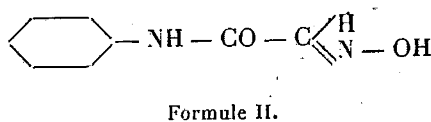
CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'oxime du chloral sur les amines aromatiques; synthèse d'isatines.* Note de MM. **Th. Martinet** et **P. Coisset**, présentée par M. A. Haller.

Le chloral se condense avec les amines aromatiques par sa fonction aldéhydique, mais, sous forme d'oxime, c'est par le chlore qu'il réagit sur les amines. La réaction peut s'orienter dans deux directions différentes. En milieu neutre, deux molécules d'aniline entrent dans la combinaison et l'on obtient l'isonitrosoéthényldiphénylamidine (formule I) (1).

En milieu faiblement acide, au contraire, un atome de chlore seul s'élimine à l'état d'acide chlorhydrique, tandis que les deux autres atomes, par suite d'une hydrolyse, se trouvent remplacés par un atome d'oxygène. On arrive ainsi à l'isonitrosoacétanilide (formule II) (2).



Formule I.



Formule II.

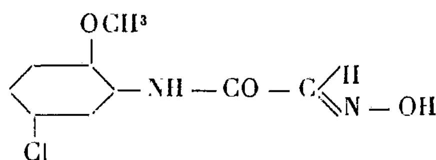
Cette substance, traitée à chaud par l'acide sulfurique, donne l'isatine.

Ce procédé, mis au point, nous a permis de préparer un certain nombre d'isatines connues. Il constitue, en particulier, un procédé commode pour l'obtention de l'isatine ordinaire. La préparation se fait en 24 heures, ce qui fait de l'isatine une matière première très accessible. Nous avons, en outre, isolé une isatine nouvelle, la 4-chloro-7-méthoxyisatine. Le mode opératoire est le suivant : on dissout une molécule de chlorhydrate de *p*-chloro-*o*-anisidine (orthoamino-*p*-chloroanisol) dans 1500$^{cm^3}$ d'eau, on ajoute à la solution une molécule de chlorhydrate d'hydroxylamine et l'on porte à l'ébullition. On verse alors, par petites portions dans le liquide bouillant, une solution d'une molécule d'hydrate de chloral dans 1300$^{cm^3}$ d'eau. On maintient l'ébullition pendant 5 ou 10 minutes et l'on refroidit brusquement; il se sépare le dérivé isonitrosé, F = 190°, soluble dans l'alcool de

(1) Brevet français de la Société pour l'Industrie chimique à Bâle, n° 291359, du 1er août 1899.

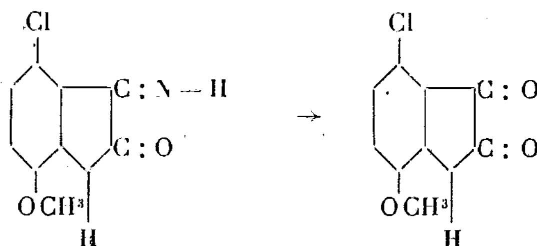
(2) Brevet n° 501153, de la Société S.R. Geigy, publié le 6 avril 1920.

formule III :



Formule III.

Cette substance dans l'acide sulfurique donne une liqueur violette qui, par chauffage, passe au brun rouge et cette solution versée dans l'eau fournit la 4-chloro-7-métoxyisatine. La coloration violette intermédiairement observée semble devoir être attribuée, comme on le montrera plus tard, à la formation de l'imésatine correspondante qui s'hydrolyse au sein de l'acide sulfurique :



Une partie de la 2-métoxy-5-chloroisonitrosoacétanilide est maintenue à 75° pendant 15 minutes dans sept parties d'acide sulfurique concentré; la solution brun rouge, ainsi obtenue et refroidie, laisse précipiter par un excès d'eau la 4-chloro-7-méthoxyisatine. On la purifie par dissolution dans une solution concentrée de soude; la cyclisation, par l'acide chlorhydrique, de l'isatate filtré ainsi obtenu donne la 4-chloro-7-méthoxyisatine, insoluble dans l'eau, soluble dans l'acide acétique, l'alcool bouillant, d'où elle cristallise, par refroidissement, en longues aiguilles rouges qui, par projection sur le bloc Maquenne, fondent à 255°.

Nous avons caractérisé cette isatine par sa phénylhydrazone, aiguilles jaunes soyeuses fondant à 245°; son oxime fondant à 230°, elle est soluble dans l'alcool.

Sous l'action des alcalis en solution alcoolique on observe, comme il était prévu, une coloration violette fugace qui passe rapidement au jaune en donnant l'isatate alcalin correspondant. Nous avons préparé l'isatate de baryum en lamelles brunes probablement quadratiques, solubles dans l'eau, insolubles dans l'alcool, cristallisant avec une molécule d'eau



$$(C^9O^4ClNH^7)ba + H^2O$$

et par double décomposition l'isatate de cuivre.

En condensant cette isatine nouvelle avec l'indoxyle nous avons obtenu la 4-chloro-7-méthoxyindirubine en aiguilles violettes peu solubles dans l'alcool, donnant à l'hydrosulfite une cuve jaune vert peu stable, se transformant presque totalement en indigo ordinaire.

Nous avons dosé l'halogène en brûlant la substance avec du peroxyde de sodium dans un creuset en acier; on amorce la combustion par introduction d'une tige de fer rouge; si la réaction est trop vive on ajoute de la chaux anhydre et pure, le dosage se fait ensuite à la façon ordinaire. La méthode est rapide et satisfaisante.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du propylène dibromé*-2.3 *sur le bromure d'isopropylmagnésium*. Note de M. **Lespieau**, présentée par M. Haller.

Nous avons indiqué, M. Bourguel et moi ([1]), comment on pouvait arriver aux hydrocarbures acétyléniques vrais en utilisant l'action du propylène dibromé $CH^2 = CBr.CH^2Br$ sur les dérivés magnésiens mixtes, et, comme exemple, nous avons décrit la préparation du pentine $CH \equiv C.CH^2.CH^2.CH^3$ par ce procédé.

Il m'a paru utile, pour établir la généralité de la méthode, de l'appliquer au dérivé magnésien d'un bromure secondaire, et, dans ce but, je me suis adressé au bromure d'isopropylmagnésium. La réaction du propylène dibromé sur ce corps étant très vive, il convient d'opérer en présence de beaucoup d'éther; on cesse d'ajouter du dibromure quand son addition paraît ne plus provoquer de dégagement de chaleur. On traite alors par l'eau acidulée, puis on extrait à l'éther.

Après le départ de ce solvant on recueille d'abord, par distillation fractionnée, le composé $CH^2 = CBr.CH^2.CH(CH^3)^2$, liquide incolore bouillant à 126°-127° sous la pression normale; sa densité à 18° égale 1,207; son indice pour la raie D, à la même température, est 1,4627, d'où une réfraction moléculaire 37,17, la théorie exigeant 37,201. Le poids moléculaire déduit d'une cryoscopie acétique a été trouvé égal à 168, la théorie voulant 163. On y a trouvé 49,21 pour 100 de brome, au lieu de 49,08.

La fixation de deux atomes de brome sur le composé précédent fournit le tribromure $CH^2Br.CBr^2.CH^2.CH(CH^3)^2$, bouillant à 116-117° sous 16^{mm}, ayant à 17° une densité de 1,986 et un indice de 1,561, d'où une réfraction moléculaire 52,68, théorie 53,34. Poids moléculaire par cryoscopie acétique 339, théorie 323. Brome pour 100, 74,23; théorie, 74,30.

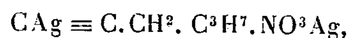
([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1584.

L'attaque de ce tribromure par l'éthylate de sodium fournit avec de bons rendements le dibromure $CHBr = CBr.CH^2.CH(CH^3)^2$ bouillant à 70°-71° sous 11^{mm}, ayant à 17° une densité 1,621 et un indice 1,512, d'où une réfraction moléculaire 44,9, théorie 45,07. Poids moléculaire dans l'acide acétique 248, théorie 242. Brome pour 100, 66,52 au lieu de 66,11.

On a maintenu le dibromure précédent avec de la poudre de zinc et de l'alcool à 95° tiède pendant quelques heures, après quoi on a distillé, au bain-marie, puis rectifié en utilisant une colonne Dufton. Il est d'abord passé un liquide entre 54°,5 et 55°, puis le thermomètre est monté vivement à 78°; à ce moment, ce qui distillait ne précipitait plus le nitrate d'argent alcoolique.

Le liquide du début, malgré la constance de son point d'ébullition, n'était pas un produit unique, mais un mélange à point d'ébullition minimum formé par l'alcool employé et le carbure acétylénique $CH \equiv C.CH^2.CH(CH^3)^2$. Pour isoler ce dernier, il suffit d'ajouter du chlorure de calcium fondu, de laisser quelques jours en contact, de décanter ensuite le carbure qui surnage et de distiller celui-ci. Il passe entre 61°,5 et 62° sous 760^{mm}; sa densité à 0° est 0,7244. Son analyse a indiqué, pour 100, 87,50 de carbone et 12,28 d'hydrogène; la théorie voudrait 87,80 et 12,19. Poids moléculaire cryoscopique 82, théorie 82 (pris dans l'acide acétique avec un abaissement de 0°,61).

Ce liquide est très volatil, il possède une forte odeur aillacée; il précipite le nitrate d'argent alcoolique en donnant des paillettes brillantes, solubles dans l'alcool chaud, et répondant à la formule attendue



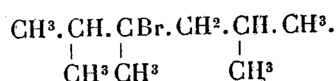
$$CAg \equiv C.CH^2.C^3H^7.NO^3Ag,$$

car on y a trouvé 59,71 pour 100 d'argent. Il précipite en jaune le chlorure cuivreux ammoniacal.

L'attaque du dérivé magnésien par le propylène dibromé ne fournit le composé $CH^2 = CBr.CH^2.CH(CH^3)^2$ qu'avec un rendement de 30 pour 100 environ, calculé à partir de l'épidibromhydrine employée; on obtient simultanément des liquides colorés en violet, qui se décolorent quand on les agite avec une solution de carbonate de potassium et dont il est très difficile de tirer un composé défini. Cependant, après de nombreuses distillations sous pression réduite, j'ai pu extraire un liquide incolore bouillant à 63° sous 11^{mm}, ayant à 24° pour densité 1,0942 et pour indice 1,456. Une cryoscopie acétique lui assigne un poids moléculaire égal à 215; il contient 38,10 pour 100 de brome. Ces données permettent

de penser que l'on se trouve en présence d'un nonane bromé, car le poids moléculaire d'un tel corps serait 207, sa réfraction moléculaire 51,405, en accord avec les mesures faites, enfin il renfermerait 38,64 pour 100 de brome.

La formation d'un tel corps proviendrait d'une fixation du dérivé magnésien employé sur le bromure $CH^2 = CBr.CH^2.CH(CH^3)^2$ à l'endroit de la double liaison, et probablement dans le sens qui conduirait au composé



CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le sulfure d'éthyle ββ-dichloré.* Note de MM. **Delépine**, **Fleury** et **Ville**, présentée par M. Haller.

On sait que le sulfure d'éthyle ββ-dichloré $S(CH^2.CH^2Cl)^2$ a été préparé industriellement par l'union de l'éthylène avec le chlorure de soufre ordinaire S^2Cl^2 ou avec ce chlorure amené à la composition SCl^2 par une addition convenable de chlore, ou enfin par éthérification du thiodiglycol $S(CH^2.CH^2.OH)$ au moyen de l'acide chlorhydrique. Ayant eu à examiner de nombreux échantillons de ces préparations, nous avons fait des observations que nous désirons présenter succinctement.

I. Les produits préparés avec les chlorures de soufre ne sont jamais purs d'emblée; ils contiennent toujours un excès de soufre, soit que celui-ci reste en solution sous une forme indéterminée, soit qu'il se trouve combiné sous forme de $S:S(CH^2.CH^2Cl)^2$, comme on l'a suggéré. Le sulfure pur ou préparé avec le thiodiglycol se distingue des précédents parce que, oxydé dans des conditions convenables par un mélange chromico-nitrique, il ne donne pas d'acide sulfurique du tout, tandis que les autres fournissent des doses de soufre oxydable en acide sulfurique allant de 3 à 14 pour 100, suivant qu'on s'est servi du bichlorure ou du protochlorure de soufre dans leur fabrication.

II. Quand on distille les produits industriels préparés avec les chlorures de soufre, il se dégage toujours quelques centièmes d'acide chlorhydrique; l'opération doit d'ailleurs être faite dans le vide si l'on veut la réussir. Certains peuvent fournir jusqu'à 85 pour 100 d'un liquide cristallisant de 10° à 13°, mais on n'a jamais d'emblée le sulfure d'éthyle ββ-bichloré pur qui fond à 14°,1-14°,15; le produit solide distillé est accompagné de parties encore liquides à 0°. Nous avons réuni plus de 1kg de distillat et extrait le

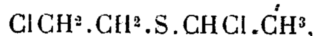
liquide restant à 0°; celui-ci fut redistillé en fractionnant, ce qui a permis de séparer encore une forte proportion de sulfure d'éthyle ββ-bichloré solide; les nouvelles portions liquides ont été refroidies à − 15°, essorées, et fractionnées; elles ont passé de 106° à 150° sous 20^{mm} en diverses portions indiquées dans le Tableau établi plus bas; certaines fractions cristallisaient encore plus ou moins à − 10°; on a refroidi chaque fraction à − 23° et l'on en a aspiré la partie liquide pour en reprendre la densité et en déterminer la teneur en chlore et en soufre, ainsi que le chlore libéré par hydrolyse à 80° après plusieurs heures.

TABLEAU.

Fractionnement du liquide essoré à − 15°.				Propriétés de la partie liquide à − 23° venant des portions précédentes.			
Température.	Poids.	D_{20}.	Crist. − 10°.	D_{20}.	S pour 100.	Cl pour 100.	Cl hydrol.
° °	g						
106-108...	13	1,319	+	1,323	20,24	44,64	27,3
108-110...	24	1,322	+	1,335	19,62	46,62	28,0
110-112...	16	1,328	+	1,338	19,44	47,10	29,0
112-115...	25	1,328	abond.	1,345	19,50	46,45	26,6
115-120...	11	1,334	+	»	20,36	46,50	26,6
120-130...	7	1,338	pas	»	»	»	37,0
130-150...	3	1,378	pas	»	»	»	»
Données relatives à $S(CH^2.CH^2.Cl)^2$ pur...				1,268	20,12	44,65	44,65

Nous avons été surpris de trouver pour les parties liquides, à peu de chose près, les mêmes chiffres de soufre et de chlore que pour le sulfure pur. Le chiffre de chlore obtenu après hydrolyse (action de l'eau à 80°) est toutefois différent. Le soufre oxydable en acide sulfurique est à peu près nul (0,5 pour 100).

Il est vraisemblable qu'il s'agit d'isomères, tels que



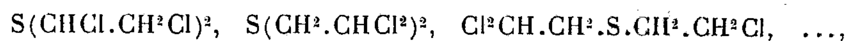
$$ClCH^2.CH^2.S.CHCl.CH^3,$$

ou, plutôt, de composés tels que



$$S(CH:CHCl)^2,\quad Cl.CH^2.CH^2.S.CH:CHCl,\quad CH^3.CHCl.S.CH:CHCl,\quad \ldots,$$

dont la formation s'explique par la présence initiale de combinaisons plus chlorées, comme



$$S(CHCl.CH^2Cl)^2,\quad S(CH^2.CHCl^2)^2,\quad Cl^2CH.CH^2.S.CH^2.CH^2Cl,\quad \ldots,$$

qui perdraient de l'acide chlorhydrique, ainsi qu'on le constate à la rectification du produit industriel.

Le poids moléculaire de ces liquides, pris dans le benzène, a été trouvé

de l'ordre de celui de $S(CH^2.CH^2Cl)^2$. (Observé : 149-164 au lieu de 159.) Nous sommes portés à croire qu'ils contiennent encore du sulfure d'éthyle ββ-bichloré, qui participe pour une certaine proportion à la formation de l'acide chlorhydrique par hydrolyse.

III. Nous avons enfin déterminé la constante cryoscopique du sulfure d'éthyle ββ-bichloré, afin d'avoir une idée de la quantité d'impuretés qui pouvaient correspondre aux abaissements constatés dans les liquides bruts issus des distillations. La formule classique de Raoult $\Delta t = KC : M$ donne $K = 60\text{-}62$ environ, mais cette valeur diminue assez rapidement pour des concentrations un peu fortes; on représente beaucoup mieux les phénomènes par la formule de Louguinine et Dupont $\Delta t = Kn : (n + N)$, n et N désignant les nombres respectifs de molécules du corps dissous et du dissolvant (1); alors $K = 38$; la formule est valable jusqu'à $\Delta t = 10^\circ\text{-}15^\circ$ pour le benzène, le chlorobenzène, le tétrachlorure et le sulfure de carbone. Nous doutons cependant qu'on utilise le sulfure d'éthyle ββ-bichloré comme solvant cryoscopique, car ce n'est autre chose que l'ypérite; cela souligne les minuties qu'a exigées le présent travail.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses de l'acide cyanique et de l'urée par oxydation de cétones, d'acides et d'amines, en présence d'ammoniaque.* Note de MM. **R. Fosse** et **G. Laude**, présentée par M. A. Haller.

1. L'acide cyanique, produit constant de l'oxydation ammoniacale des protéiques, des acides aminés, des hydrates de carbone, de la glycérine, de la formaldéhyde, de la formanide et de l'acide oxamique [R. Fosse (2)], se forme aussi, lorsqu'on oxyde avec NH^3, plusieurs représentants des fonctions : alcool, phénol et aldéhyde [R. Fosse et G. Laude (3)].

2. Dans cette Note, nous établirons que la carbamide prend encore naissance aux dépens de corps à fonction :

Cétone (acétone, acétophénone, cyclohexanone);

Acide monobasique (acétique, propionique, valérianique, cinnamique);

Acide bibasique (malonique, succinique);

---

(1) W. Louguinine et G. Dupont, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 11, 1912, p. 904.

(2) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 320, 908 et 1164; t. 169, 1919, p. 91; t. 171, 1920, p. 635 et 722; t. 172, 1921, p. 161; *Annales Inst. Pasteur*, 1920, p. 715-762; *Bull. Soc. chim.*, t. 29, 1921, p. 158-203.

(3) R. Fosse et G. Laude, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 684.

Acide alcool (glycolique, lactique, tartrique);

Acide phénol (salicylique, *p*-oxybenzoïque);

Amine (méthyl et diméthylamine, éthylamine, aniline, *m*-phénylène-diamine).

3. La nature de la substance et les conditions de l'expérience exercent une influence considérable sur les rendements en carbimide et carbamide. Après tautomérisation du cyanate d'ammoniaque, la quantité d'urée formée, très faible pour les acides monobasiques (0^g,3 pour 100 au maximum), s'élève pour les acétones (2 à 14 pour 100), les acides phénols (11,57 à 19,9 pour 100), et les amines (4 à 47 pour 100).

Tandis que l'éthylamine ne donne que 4,6 d'urée pour 100, l'aniline en produit 15,5 pour 100 et la phénylènediamine 27,4 pour 100.

Mais les rendements augmentent encore avec les amines susceptibles d'engendrer la formaldéhyde par oxydation : la méthylamine conduit à 44,51 d'urée pour 100 et la diméthylamine à 47,9. Ces chiffres ne représentent nullement des valeurs que l'on ne puisse dépasser dans d'autres conditions.

4. Ainsi que nous l'avons déjà signalé, l'addition de cuivre au milieu oxydant favorise, dans certains cas, la formation de l'acide cyanique et de l'urée.

5. On sait que l'urée passe à l'état d'acide cyanique par chauffage avec la potasse en solution dans l'alcool absolu, à 100° [A. Haller (1)], ou même avec l'eau bouillante [Walker et Hambly (2)].

Est-il possible de penser que l'acide cyanique de nos expériences, loin d'être le précurseur de l'urée, en dérive, au contraire, sous l'action de la potasse, libérée par le permanganate?

Si cette hypothèse était fondée, il faudrait admettre que cet alcali, même plus ou moins carbonaté, en présence d'eau et d'ammoniaque et à la température ordinaire, serait capable de transformer l'urée en acide cyanique *intégralement, sans que la réaction soit limitée*, puisque dans nombre de cas nos liqueurs d'oxydation renferment la carbimide sans trace d'urée. Celle-ci n'apparaît que par chauffage avec NH^4Cl. En outre, l'acide cyanique peut encore se former seul, sans urée, lorsqu'on provoque l'oxydation par le permanganate calcique ou par un mélange de MnO^4K et de $SO^4(NH^4)^2$, incapables de donner de la potasse libre ou carbonatée.

(1) A. Haller, *Comptes rendus*, t. 102, 1886, p. 975.

(2) Walker et Hambly, *J. Chem. Soc.*, t. 67, p. 747.

Substances.	Proportions des réactifs. Matière.	H^2O.	NH^3 concentr.	MnO^4K ou MnO^4Na.	Volume total.	Volume dosé.	Xanthylurée pour ce volume. Avant chauffage.	Xanthylurée pour ce volume. Après chauff. avec NH^4Cl.	Urée pour 100^g ou 100^{cm^3}. Avant chauffage.	Urée pour 100^g ou 100^{cm^3}. Après chauff. avec NH^4Cl.	Réactions colorées avec préc. argentique recristallisé du cobalto-cyanate.	Réactions colorées avec préc. argentique recristallisé de l'oxyurée.
						Acétones.						
Propanone...........	$0^{cm^3},1$	4	6	1,2	25	2	0	$0^g,002$	0	3,57	+	+
Propanone............	$0^{cm^3},5$	4	10	4	25	2	0	0,0126	0	4,5	+	+
Acétophénone..........	$0^{cm^3},5$	4	8	3	50	2	trace	0,0196	trace	14	+	+
Acétophénone et cuivre.	$0^{cm^3},5$	4	8	2,5	50	2	trace	0,0214	trace	15,21	+	+
Cyclohexanone.........	$0^{cm^3},5$	4	8	3,5	25	2	0	0,0057	0	2		
Cyclohexan. et cuivre..	$0^{cm^3},5$	4	8	3	50	0	0	0,0044	0	3,1	+	+
						Acides monobasiques.						
Acide acétique.........	1^{cm^3}	4	8	8				trace		trace		
Acide propionique......	1^{cm^3}	4	10	8	20	2	0	0,0019	0	0,27		
Ac. propion. et cuivre..	1^{cm^3}	4	10	8	20	2	0	0,0032	0	0,45		
Acide valérianique.....	$0^{cm^3},5$	0	10	1,8	20	2	0	0,001	0	0,28		
Ac. valérian. et cuivre.	$0^{cm^3},5$	0	10	1,8	20	2	0	0,0037	0	1,05		
Acide cinnamique......	$0^g,5$	4	10	3	25	2	0	0,001	0	0,35		
Ac. cinnamm. et cuivre.	$0^g,5$	4	10	3	25	2	0	0,0055	0	1,96		
						Acides bibasiques.						
Acide malonique.......	$0^g,5$	4	10	5	25	2	0	0,0015	0	0,53		
Ac. malon. et cuivre...	$0^g,5$	4	10	5	50	2	0	0,004	0	2,85		
Acide succinique.......	$0^g,5$	4	10	3,5			0	trace	0	trace		
Ac. succin. et cuivre...	$0^g,5$	4	10	3,5	50	5	0	0,0048	0	1,4		
						Acides phénols.						
Acide salicylique.......	$0^g,5$	4	10	6	50	2	0,001	0,0162	0,71	11,57	+	+
Ac. para-oxybenzoïque.	$0^g,3$	4	10	4	100	5	0	0,0209	0	19,9	+	+
Ac. salicyl. et cuivre...	$0^g,5$	4	10	6	75	2	0,0013	0,019	1,39	20,35	+	+
						Acides alcools.						
Acide glycolique.......	$0^g,4$	2	8	3	20	2	trace	0,0136	trace	4,85	+	+
Lactate de zinc........	$0^g,2$	0	10	1,5	25	2	0	0,0067	0	5,98	+	+
Acide tartrique........	$0^g,4$	5	5	5	25	2	0	0,0028	0	1,25		
Acide tartrique et cuivre.	$0^g,4$	5	5	3	25	2	0	0,0266	0	11,8	+	+
						Amines.						
Méthylamine..........	$0^g,2888$	5	10	5	100	2	0	0,0181	0	44,51	+	+
Diméthylamine........	$0^g,28$	5	10	4	200	2	0	0,0094	0	47,9	+	+
Éthylamine...........	$0^g,3$	5	10	3	40	2	0	0,0098	0	4,66	+	+
Aniline...............	$0^{cm^3},5$	5	10	7	50	2	0,0026	0,0218	1,8	15,56	+	+
Aniline et cuivre.......	$0^{cm^3},5$	5	10	7	100	2	0,002	0,0196	2,85	28	+	+
m-phénylène-diamine..	$0^g,149$	5	10	2	50	2	trace	0,0114	trace	27,4	+	+

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la faune ichtyologique du Sahélien de la région d'Oran.* Note de M. C. ARAMBOURG.

Le Miocène de la région d'Oran est connu depuis longtemps pour l'abondance de restes de poissons que renferme l'un des niveaux du Sahélien, aux environs immédiats de la ville.

Jusqu'ici sept espèces seulement avaient été distinguées dans ce gisement, et décrites par différents auteurs.

J'ai, depuis quelques années, entrepris de recueillir, à Oran même, et en d'autres points du département, notamment à Saint-Denis-du-Sig, les représentants de cette faune, beaucoup plus riche en réalité qu'on ne le soupçonnait.

Je connais, en effet, actuellement environ 80 espèces déterminables, dont l'étude m'a donné les résultats suivants :

Quatorze espèces sont connues, d'Oran ou de niveaux synchroniques européens : *Oxyrhina hastalis* Ag., *Odontaspis acutissima* Ag., *Carcharodon megalodon* Ag., *Myliobatis meridionalis* Gerv., *Syngnathus Albyi* Sauv., *Clupea numidica* Sauv., *Anapterus megistosoma* Sauv., *Scombresox obtusirostris* Sauv., *Podopteryx Bosniaskii* Sauv., *Capros Steindachneri* Kramb., *Diplodus Jomnitanus* Val., *Diplodus oranensis* Woodw., *Trigonodon Oweni* Sism., *Sparus cinctus* Ag.

Douze sont des espèces actuelles : *Hexanchus griseus* Raf., *Oxyrhina Spallanzanii* Bp., *Carcharias (Prionodon) lanica* Mul. et Heul., *Serranus Cabrilla* Lin., *Serranus scriba* C. V., *Scomber Colias* Lin., *Trachurus trachurus* Lin., *Lophius budegassa* Spinola, *Batrachoides didactylus* Bl. Schn., *Capros aper* Lin., *Zeus faber* Lin., *Sparus auratus* Lin.

Dix sont des espèces nouvelles, mais très affines à des types actuels : *Scorpæna* aff. *ustulata*, *Clinus (Labrisomus)* aff. *nuchipinnis*, *Tripterygium* aff. *nasus*, *Lepidopus* aff. *caudatus*, *Neopercis* aff. *atlantica*, *Parapristipoma* aff. *octolineatum*, *Crenidens* aff. *Forskali*, *Myctophum* aff. *laternatum*, *Synodus* aff. *atlanticus*, *Balistes* aff. *capriscus*.

Quarante-cinq sont des espèces nouvelles et appartiennent aux genres suivants :

Carcharias (Prionodon), *Holocentrum*, *Epinephelus*, *Serranus* (2 sp.), *Cepola*, *Scorpæna* (3 sp.), *Trigla*, *Gobius* (9 sp.), *Trichiurus*, *Caranx*, *Naucrates*, *Crenilabrus* (2 sp.), *Mugil*, *Chætodon*, *Ophidium*, *Sparus* (2 sp.), *Pagellus*, *Box* (2 sp.), *Mæna*, *Alosina*, *Spratelloides*, *Myctophum*, *Muræna*, *Achirus*, *Microchir*, *Solea* (?), *Synaptura*, et à trois genres nouveaux des familles suivantes : *Sparidés*, *Scopélidés* (2 sp.), *Labridés*.

On voit qu'il s'agit là d'une faune franchement marine, composée d'un mélange d'espèces côtières dominantes, avec quelques formes bathyales ou bathypélagiques.

Elle comprend un certain nombre de genres récents qui sont signalés pour la première fois à l'état fossile; mais l'intérêt qu'elle présente réside surtout dans l'existence d'espèces actuelles bien caractérisées, et de formes très affines à des espèces vivantes, dont l'ensemble forme près du tiers de la masse totale des espèces recueillies.

Ce fait très intéressant n'a cependant pas été mis en évidence jusqu'ici, dans les divers travaux relatifs aux faunes ichtyologiques européennes, synchroniques de celles d'Oran, et pour lesquelles de nombreuses espèces ont été créées sans préoccupation, ainsi que l'a déjà indiqué Bassani (1), de leur identité possible à des formes actuelles.

D'autre part, le caractère de la faune d'Oran est déjà nettement méditerranéen, malgré la présence de quelques types tropicaux (2) et de quelques formes atlantiques communes à la côte occidentale d'Afrique et à celles de l'Algérie et du Maroc (3). Quant au petit nombre de types purement atlantiques qui s'y rencontrent, comme d'ailleurs pour ceux de la catégorie précédente, l'habitat de leurs représentants actuels est entièrement localisé aux régions de l'Océan qui jalonnent le bord méridional de l'ancien géosynclinal transverse : *Synodus atlanticus* vit sur les côtes de Madère; *Neopercis atlantica* dans la région du cap Vert; *Clinus* (*Labrisomus*) *nuchipinnis*, aux Canaries et aux Antilles.

On peut, par conséquent, les considérer comme *paléoméditerranéens*, en donnant à ce mot son sens géologique, et leurs formes actuelles ne sont que les *relictes* d'une faune plus ancienne s'étendant vraisemblablement à toute la mésogée, et dont le gisement d'Oran nous fournit une trace (4).

La présence, au Sahélien, d'un petit nombre de types tropicaux à affinités indiennes, dans la région méditerranéenne, n'est également que le souvenir de faunes antérieures dont le caractère tropical est bien connu et qui ont émigré vers le Sud-Est, probablement au début des temps néogènes, avant

(1) Bassani, *La ittiofauna delle argille marnone plistoceniche di Taranto e di Nardo* (*Atti della R. Accademia delle scienze fis. e math.*, 2e série, vol. 12, 1905).

(2) *Holocentrum*, *Chætodon*, *Crenidens*, *Spratelloides*.

(3) *Parapristipoma*, *Batrachoides*.

(4) Il est très remarquable, à cet égard, que les mers du Japon, et certaines parties du Pacifique Ouest renferment actuellement un petit nombre d'espèces et de genres dont on ne retrouve les équivalents ou les très proches parents que dans la Méditerranée et les parties voisines de l'Atlantique, à l'exclusion complète de la mer Rouge et de l'océan Indien. L. Joleaud a d'ailleurs déjà attiré l'attention sur l'actuelle localisation, dans certaines parties du Pacifique, d'élasmobranches européens de l'époque mésozoïque.

que la réunion des continents asiatique et africain ne fût définitivement effectuée.

L'ensemble de ces faits, d'ailleurs parfaitement d'accord avec ce que l'on sait déjà pour d'autres groupes zoologiques marins, a pour conséquence de vieillir sensiblement notre faune ichtyologique actuelle en en reculant la date d'apparition dans nos régions, et de montrer sa faible variation depuis cette époque, conséquence de la fixité probable des conditions de vie dans le milieu marin méditerranéen, à partir des temps néogènes.

MORPHOLOGIE DYNAMIQUE. — *Le rapport de la surface alaire à la surface caudale chez les Oiseaux*. Note de M. **A. Magnan**, présentée par M. Edmond Perrier.

Richet, dans son étude sur le vol des Oiseaux (¹), s'est préoccupé du rapport qui existe entre la surface alaire et la surface caudale. Pour calculer ces surfaces, il a employé la méthode géométrique, c'est-à-dire qu'il a comparé les ailes à des figures géométriques, rectangles ou triangles. Tout en reconnaissant qu'il obtenait de cette façon des mesures assez incertaines, il a estimé qu'il était possible de se contenter de ces approximations.

Il n'a retenu dans son travail que les rapports de la surface alaire à la surface caudale des Oiseaux bons voiliers et éliminé ceux des Oiseaux volant mal. Il a trouvé des rapports variant de 2,8 à 13,9 et une moyenne générale de 6,8, chiffre qu'il a jugé intéressant parce qu'il indique à peu près quelle doit être, à son avis, la surface de la queue, envisagée uniquement comme gouvernail chez les grands et petits Oiseaux.

J'ai été amené, dans mes recherches organométriques sur les Oiseaux, à étudier aussi le rapport qui existe entre la surface alaire et la surface caudale. J'ai décalqué avec autant d'exactitude que j'ai pu les ailes de près de 400 Oiseaux, déterminés par moi avec précision. Pour cela j'ai étendu les ailes sur du papier millimétré de façon à donner aux rémiges l'écartement copiant le mieux celui réalisé pendant le vol et j'ai dessiné alors leur contour, y compris les espaces digités qui se rencontrent fréquemment à l'extrémité de certaines ailes. J'ai pu avoir ainsi la surface réelle des ailes en centimètres carrés. J'ai opéré de la même manière pour rechercher la surface de la queue que j'ai étalée au maximum, en ayant soin que les rectrices restent imbriquées comme dans la nature.

(¹) Ch. Richet et Ch. Richet, *Observations relatives au vol des Oiseaux* (*Archivio di Fisologia*, vol. 7, 1909).

Les surfaces que j'ai trouvées sont donc aussi proches que possible de la réalité.

Pour obtenir le rapport cherché, j'ai divisé la surface alaire, directement mesurée en centimètres carrés, par la surface caudale mesurée de la même façon.

Je résume dans le Tableau suivant les chiffres moyens que m'ont donné les différents groupes d'Oiseaux, qui sont caractérisés chacun par un genre de vol particulier. Il est évident que la queue n'est pas uniquement un organe de vol chez les Oiseaux où elle constitue souvent un ornement. Mais comme je n'ai étudié jusqu'ici que des espèces qui ne sont pas dans ce cas, les rapports ci-dessous gardent tout leur intérêt au point de vue du vol.

		Poids moyen du corps.	Rapport de la surface alaire à la surface caudale. Nombres extrêmes. Minimum.	Maximum.	Nombre moyen.
A.	Corvidés	367,5 g	2,2	3,8	3,2
	Passereaux	21,6	2,1	5,1	3,3
	Colombins	400,5	2,6	4,4	3,5
	Rapaces diurnes	1600,2	3,1	4,1	3,4
	Gallinacées	616,5	3,8	4,9	4,1
	Rapaces nocturnes	703,5	3,5	5,5	4,6
B.	Petits Échassiers	226,4	5	9,8	6,8
	Palmipèdes à grandes ailes	1033,7	6	8,6	6,8
	Grands Échassiers	3493,7	6,1	11,1	8,8
	Oiseaux plongeurs	574,6	5,4	22,1	10,3

Il ressort de ce Tableau qu'il existe deux séries d'Oiseaux.

1° La série A formée d'Oiseaux terrestres chez lesquels le rapport étudié est toujours inférieur à 5,5.

2° La série B constituée par des Oiseaux habitués à vivre dans les régions aquatiques, et qui, de ce fait, ont souvent à supporter les effets des grands courants d'air. Chez ceux-ci, le rapport est toujours supérieur à 5.

C'est ainsi que se classent d'ailleurs ces divers groupes, comme je l'ai déjà montré [1], lorsqu'on étudie l'acuité de l'aile, c'est-à-dire le rapport de l'envergure à la largeur de l'aile, et la longueur de la queue. Les Oiseaux de la série B ont en effet une grande acuité et une petite longueur caudale : La largeur de leur aile est très réduite comme celle de leur queue.

(1) F. Houssay et A. Magnan, *L'envergure et la queue chez les Oiseaux* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 39).

Les Oiseaux plongeurs possèdent un rapport de la surface alaire à la surface caudale très élevé parce que leur queue est extraordinairement petite, plus petite que celle des autres Oiseaux fréquentant les rivages et les marais, mais ne menant pas la vie aquatique et cela par suite du modelage exercé par l'eau qui a réduit les rectrices en longueur et en poids comme je l'ai mis récemment en évidence [1].

Ces résultats, bien que présentés sous une forme différente, ne sont pas en désaccord avec ceux fournis par Richet. Ils sont intéressants parce qu'ils montrent qu'une machine volante construite sur le modèle d'un Oiseau bon voilier comme un Rapace, devrait disposer, à certains moments du vol et pour l'atterrissage en particulier, d'une surface caudale de 5^{m^2} pour une surface portante de 20^{m^2}. Un appareil conçu pour voler au-dessus de la mer à la manière des Palmipèdes à grandes ailes, devrait, par contre, être pourvu d'une surface caudale bien moins importante, celle-ci étant de $2^{m^2},8$ au maximum, pour une surface alaire de 20^{m^2}.

HISTOLOGIE. — *Recherches histologiques et histochimiques sur l'atrophie pigmentaire du foie.* Note de M. F. **Ladreyt**, présentée par M. L. Joubin.

Le foie de *Scyllium catulus* Cuv. qui fait l'objet de la présente Note présentait une coloration noir bleuâtre et une réduction des deux tiers de son volume normal. L'examen histologique de l'organe révèle un ensemble de lésions dont les unes sont *aspécifiques* et se traduisent par la plasmolyse des constituants cellulaires; les autres sont *spécifiques* et sont caractérisées par la transformation pigmentaire de la cellule hépatique. Ces deux ordres de phénomènes ont une résultante commune, la formation de larges plages de nécrose dans lesquelles les éléments plus ou moins fusionnés se ramènent essentiellement à deux types : la cellule vacuolisée dont l'évolution est conditionnée par la fonte de certaines parties du territoire cellulaire et la chute du noyau dans le milieu ambiant, la cellule ocracée ou noire caractérisée par des granulations individualisées ou fusionnées en un bloc pigmentaire plus ou moins compact. Au milieu de ces éléments, sont épars des noyaux pycnotiques ou vésiculaires et des granulations de pigment dont la situation extra-cellulaire est consécutive à la destruction des formations où s'était accomplie leur évolution.

---

(1) A. Magnan, *De l'action tourbillonnaire de l'eau sur le corps et la queue des Oiseaux plongeurs* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 236).

Le pigment jaune, successivement traité par l'alcool chlorhydrique ou sulfurique et le ferrocyanure de potassium, présente les réactions caractéristiques du fer : c'est une hémosidérine que, seule, sa forte liaison avec la matière protéique ne me permet pas d'identifier avec la rubigine de Lapicque. Le pigment noir n'est ni un pigment biliaire, ni un pigment ferrugineux : c'est une mélanine très comparable, par ses réactions, à l'hémofuscine de Recklinghausen. Tandis que l'hémofuscine se différencie aux dépens des dérivés hémoglobiques, la mélanine évolue tantôt à partir du pigment ferrugineux, tantôt aux dépens des acides aminés accumulés dans la cellule du foie pathologique. Nous pouvons donc considérer certains éléments du foie atrophique comme des formations tout à fait comparables aux amino-acidophores dont nous devons la notion récente (et nouvelle dans l'histologie du pigment) à M. Verne (1); d'autre part, M. Prenant (2) a signalé, chez les Batraciens, la mélanisation des xanthophores transformés en cellules grises à pigment vraisemblablement amino-acide.

Je n'ai pas tenté d'isoler l'oxydase mélanisante; il m'a semblé que cette recherche serait d'autant plus stérile que même si j'avais pu extraire ce ferment, il m'aurait été bien difficile de déterminer si son activité ne relevait pas d'autres agents. Du reste, pourquoi ne pas conclure plus simplement que la mélanine représente le dernier terme des transformations que l'oxygène du fer hépatique fait subir aux acides aminés? Provisoirement on pourrait schématiser cette mélanisation dans la formule hypothétique suivante :

(Fer + oxygène) + substance albumineuse (amino-acides) = mélanine qui deviendrait, dans le cas de l'hémosidérine :

(Fer + oxygène) + substance albumineuse (dérivés hémoglobiques) = hémofuscine. Peut-être existe-t-il entre le fer et les amino-acides ou les dérivés hémoglobiques certains intermédiaires qui préparent ou déclanchent la réaction, intermédiaires qui formeraient avec le fer un couple catalytique. Dans ce cas, le fer représenterait la complémentaire active (substance pigmentative de Prenant), l'intermédiaire (acidaminase? hémoglobinase?), la complémentaire activante (substance pigmentante de Prenant), les acides aminés et les dérivés hémoglobiques, l'accepteur.

Dans le foie de notre *Scyllium*, la pigmentogenèse paraît relever de deux processus différents : la topographie, la forme et l'évolution des mitochondries et des chromochondries jaunes semblent m'autoriser à conclure que l'hémosidérine et une partie de la mélanine se développent aux dépens

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 1919, et *Thèse*, Paris, 1921.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, 1920.

d'un substratum chondriosomique; une partie de l'hémofuscine provient, au contraire, de la mélanisation des acides aminés. Dans les éléments peu mélanisés, en effet, l'eau dissout une quantité relativement considérable du contenu cellulaire; le phénomène inverse se produit dans les formations contenant de nombreuses granulations noires. Ces faits, suivis sous le microscope, sont confirmés par l'examen histochimique de certains éléments (réactions xanthoprotéique et de Millon positives, réaction du biuret négative, etc.) et la formation de beaux cristaux d'acides aminés (tyrosine et leucine surtout) après évaporation sur lame des produits d'hydrolyse acide des cellules hépatiques.

Conclusions. — A. Le foie atrophique de *Scyllium catulus* Cuv. présente : 1° de larges plages de nécrose, dont l'évolution relève de la plasmolyse ou de l'homogénéisation des constituants cellulaires; 2° des cellules pigmentées jaunes (hémosidérine) ou noires (hémofuscine). — B. Tantôt la mélanine peut être considérée comme l'état définitif du pigment ferrugineux et reconnaît, comme son générateur, une origine mitochondriale; tantôt elle se différencie aux dépens des acides aminés de certaines cellules hépatiques (amino-acidophores de Verne). Dans aucun cas, mes observations ne m'ont permis d'envisager la participation directe des éléments nucléaires à la formation de l'hémosidérine ou de l'hémofuscine.

BIOLOGIE. — *Recherches sur la toxicité du milieu intérieur des Batraciens Urodèles vis-à-vis de leurs œufs.* Note de M. **A. Weber**, présentée par M. Henneguy.

J'ai déjà exposé comment les œufs de *Triton alpestris*, greffés dans la cavité péritonéale d'adultes de même espèce, sont tués rapidement, s'ils sont inoculés à des mâles, un peu moins vite chez les femelles (1). J'ai repris ces expériences et je suis arrivé à préciser certains points.

L'œuf de Triton se détache de l'ovaire et, après avoir passé dans la cavité péritonéale, s'engage dans l'oviducte où il est fécondé et où il s'entoure d'un liquide transparent et d'une coque élastique et résistante. L'œuf ne se segmente jamais avant la ponte; il ne commence à se développer que quelques heures après.

(1) A. Weber, *Greffes d'œufs de Batraciens Urodèles dans la cavité péritonéale d'adultes de la même espèce* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 83, 1920).

Je n'ai pas encore pu déterminer à quel moment apparaît la sensibilité de l'œuf vis-à-vis du milieu interne de l'adulte. Il est probable que cette sensibilité à l'égard d'une substance toxique, qui existe même chez la mère, n'apparaît qu'après la fécondation.

Dans une Note qui paraîtra dans les *Comptes rendus de l'Association des anatomistes* de 1921, j'ai cherché à préciser le temps nécessaire pour amener la mort de l'œuf de *Triton cristatus* greffé sur adulte. Ce temps est d'environ 5 minutes chez le mâle, voisin de 10 minutes chez la femelle. La survie de l'œuf est plus longue dans le péritoine du père ou de la mère ou chez les Tritons à qui la rate a été extirpée.

J'ai observé également un phénomène curieux. En greffant successivement des œufs sur le même adulte, *Triton alpestris* ou *Triton cristatus*, la toxicité vis-à-vis de l'œuf disparaît et ne réapparaît même pas après 24 heures. Il semble que les œufs introduits dans la cavité péritonéale, puis retirés, aient progressivement absorbé la substance toxique du milieu intérieur de l'adulte.

J'ai repris ces différentes expériences sur *Triton cristatus* et *Triton alpestris* et j'ai constaté que le pouvoir toxique de l'adulte pour l'œuf diminue très rapidement avec la vie en captivité. Ainsi un mâle de *Triton cristatus*, qui a séjourné plusieurs mois en aquarium, ne tue plus l'œuf greffé dans son péritoine au bout d'une heure, alors que nouvellement capturé il le tue en 5 minutes. J'ai fait des constatations identiques chez *Triton alpestris*. La toxicité de l'animal élevé en aquarium diminue; elle ne se manifeste plus que par un retard apporté au développement.

Ainsi, des œufs fécondés, non segmentés, de *Triton alpestris* sont greffés successivement dans la cavité péritonéale de leur adulte, mâle ou femelle, et retirés chacun après un séjour d'une heure. Les trois premiers œufs inoculés ont un retard de développement considérable, tandis que les autres évoluent normalement.

Alors que le premier de ces œufs se trouve au stade de quatre blastomères, incomplètement séparés, le cinquième montre déjà seize cellules de segmentation. Le développement se continue normal pour tous ces œufs. Les larves s'édifient; lorsque celles provenant des premiers œufs montrent encore une plaque médullaire étalée, les dernières ont une gouttière nerveuse en voie de fermeture. On constate une assez grande fragilité des larves à développement ralenti, quelques-unes meurent durant les premiers stades de leur édification.

La substance toxique du milieu intérieur des Tritons, capable de tuer rapidement les œufs de leur espèce, s'atténue donc par la vie en captivité. Elle possède alors une action retardatrice sur le développement, mais non tératogène.

J'ai répété les mêmes expériences et obtenu les mêmes résultats en opérant *in vitro* avec du sang de Triton prélevé au moyen d'une pipette dans le ventricule cardiaque. En plongeant successivement plusieurs œufs dans le plasma centrifugé, j'ai constaté que la substance toxique ou retardatrice du développement, lorsqu'elle est atténuée, existe dans le sang. Des passages successifs d'œufs peuvent l'absorber totalement; les premiers œufs sont tués ou retardés dans leur évolution, les derniers se développent normalement. Le sang des Tritons femelles agit toujours avec moins d'intensité et de rapidité que celui des mâles.

Supposant que c'est cette substance toxique qui empêche les œufs de se segmenter dans l'oviducte avant la ponte, j'ai procédé à des greffes d'œufs de Tritons dans la cavité péritonéale d'un Batracien Urodèle ovo-vivipare, *Spelerpes fuscus;* ces animaux étaient du reste en captivité depuis plusieurs mois. La toxicité du milieu intérieur de *Spelerpes* pour les œufs de Tritons est assez considérable, surtout en ce qui concerne les mâles; les œufs sont tués chez ces derniers en moins d'une demi-heure; chez les femelles l'œuf n'est tué qu'après une heure de séjour.

En greffant des œufs de Triton successivement sur des *Spelerpes* adultes mâles ou femelles, je suis arrivé facilement à amener la disparition de cette toxicité.

A ce point de vue, les *Spelerpes* se comportent absolument comme des Tritons.

Il est bien probable que leur toxicité vis-à-vis des œufs de ces derniers provient d'une substance comparable et non pas simplement du fait de l'introduction d'un œuf dans un milieu intérieur différent de celui de son espèce.

Ou bien la substance en question est inoffensive pour les œufs de *Spelerpes*, ou bien elle est arrêtée par la paroi de l'oviducte dans lequel se poursuit le développement.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Recherches sur la présence dans les Météorites, les Pierres dures, les Minerais, le Quartz, le Granite, le Basalte, les Cendres et les laves volcaniques, d'organites susceptibles de reviviscence et sur leur résistance aux hautes températures.* Note de M. V. GALIPPE et Mme G. SOUFFLAND, présentée par M. Henneguy.

Avant d'aborder la question des Météorites, nous devons revenir sur nos recherches sur les fossiles. Bien qu'ayant répondu par avance aux objections relatives à l'introduction possible dans les fossiles de microrganismes venant de l'extérieur, nous avons eu recours à des expériences démonstratives en portant des fossiles à une température variant entre 200° et 340° C. Il est évident qu'aucun microrganisme vivant ne saurait résister à de pareilles températures et cependant les résultats obtenus ont été les mêmes. Ces organismes ont pourtant vécu, édifié des tissus, des organes et assuré leur fonctionnement. Au cours de la fossilisation, ils ont subi une sorte de rétrogradation, identique à celle des tissus au milieu desquels ils vivaient. Ils ont perdu leur eau et leur matière organique. Celle-ci a été remplacée par des éléments minéraux. Ils ont suivi une marche inverse dans nos expériences et ont récupéré ce qu'ils avaient perdu. Leur cycle est indéfini et ils seront toujours capables de donner naissance à des êtres vivants.

Météorites. — Nos expériences ont porté sur 21 spécimens que nous devons à l'amabilité de M. Stanislas Meunier. En voici l'énumération : *M. de New-Concord d'Ensisheim, de Juvinas, de Chassigny, de Beuste de Tadjera, de Jelica; Fer del Inca, Pierre de Kerillis, de Pultusk, de Iowa, de Kuyténé, de Rutham, de Sindré, de Stanneru, d'Ornans, Teilleuls, Triquerre Parnalée, Sevier-County, Fer de Bendayo.*

La technique suivie a été la même que celle appliquée aux fossiles. L'examen microscopique direct des météorites a prouvé qu'elles renfermaient sans exception des corpuscules ovoïdes doués ou non de mouvements. Les ensemencements se sont montrés constamment positifs. Nous avons porté un certain nombre de ces météorites à une température variant de 200° à 335° C. Cette élévation de température n'a eu aucune influence sur les résultats obtenus. Ces expériences démontrent que les météorites, quelle que soit leur composition, renferment des organites susceptibles d'être revivifiés et de se multiplier.

Pierres dures. — Nos expériences ont porté sur les spécimens suivants : *turquoise, opale, agate, onyx, marbre rouge; gris-veiné, obsidienne, pechstein, fluorure de calcium* (deux spécimens). Bon nombre de ces pierres ont été soumises à plusieurs séries d'expériences. La technique employée a été la même que pour les

météorites. Nous avons porté un certain nombre de ces pierres à des températures variant entre 331° et 335° C. Les examens miscroscopiques directs ont montré que toutes ces pierres renfermaient des corpuscules ovoïdes doués ou non de mouvements. Tous les ensemencements ont donné des résultats positifs. Ces expériences sont absolument comparables aux précédentes.

Minerais. — Nos expériences ont porté sur les spécimens suivants : *pyrite en rognons*, *p. cristallisée*, *minerai de fer de Somorostro*, *fer oligiste terreux et cristallisé*, *hématite*, *stibine*, *wolfram*, *acerdèse*, *tourmaline*, *chalcosine*, *galène*, *blende*, *cuivre natif*. Le plus grand nombre de ces minerais a été porté à des températures variant entre 200° et 340° C. avant d'être mis en expérience. Les examens microscopiques directs ont constamment montré la présence dans ces minerais de corpuscules ovoïdes doués ou non de mouvements. Les ensemencements ont tous donné des résultats positifs.

Quartz. — A été l'objet de nombreux essais, les uns par la méthode antérieurement décrite, les autres avec du quartz porté à 200° C. et enfin avec du quartz fondu à 1800° C. et porté par surcroît à la température de 310° C., avant d'être mis en expérience. Tous ces essais nous ont donné des résultats positifs. Les examens microscopiques directs nous ont montré que, en dépit des hautes températures employées, la poudre de quartz était douée d'une vie intense et renfermait un nombre considérable de corpuscules ovoïdes ou arrondis et doués de mouvements très vifs.

Granite et basalte. — Technique habituelle avec résultats positifs. Puis le granite et le basalte ont été portés à des températures variant entre 200° et 800° C., sans que les résultats aient été modifiés. Le basalte fondu à 1300° C., d'après le procédé du Dr Ribbe (de Mauriac) et porté par surcroît à 335° C., avant d'être mis en expérience, a donné des résultats identiques. Les examens microscopiques directs nous ont toujours montré un nombre considérable de corpuscules ovoïdes doués de mouvements. La poudre de basalte, même fondue, renferme plus de corpuscules ovoïdes doués de mouvements que celle de granite.

Cendres et laves du Mont-Pelé (don de M. le professeur Lacroix). — Nous avons fait un très grand nombre d'expériences sur ces produits volcaniques, d'abord avec nos procédés habituels, puis sur ces mêmes produits portés à une température variant entre 120° et 323° C. Tous nos ensemencements nous ont donné des résultats positifs. L'examen microscopique des cendres nous a permis de voir de nombreux corpuscules ovoïdes doués de mouvements très vifs. Il en a été de même pour la lave. On peut supposer que les cendres et la lave du Mont-Pelé ont subi une température de 1800° à 2000° C.

On admet généralement que la vie s'est d'abord développée dans les eaux sous la forme de microrganismes, ancêtres de tous les êtres vivants. Au fur et à mesure que s'opérait le dépôt des sédiments, ces microrganismes ont été entraînés avec eux et y sont restés inclus. Sous l'influence de pressions violentes, les sédiments se sont solidifiés et ont subi une fusion partielle; d'autres modifications se sont produites par l'action d'infiltrations gazeuses

ou liquides; les roches ont pris l'aspect cristallin ou se sont métamorphisées. Toutefois, les microrganismes inclus dans ces roches n'ont point perdu de leur aptitude à la reviviscence et ont conservé une vie latente. Ils se sont minéralisés, perdant leur eau et leur matière organique. C'est ainsi que nous les retrouvons dans nos examens directs sous forme de corpuscules ovoïdes généralement doués de mouvements, alors que souvent les particules minérales les plus fines n'en présentent pas. Nous pensons que si la théorie de l'agitation moléculaire était absolue, elle n'aurait pas montré d'aussi nombreuses exceptions dans les conditions comparables de nos examens et nous inclinons à considérer ces mouvements comme une manifestation de la vie des organites. Quand il s'agit de sphérules d'origine organique, on peut, à volonté, arrêter leurs mouvements par l'emploi de matières tinctoriales. Quoi qu'il en soit, nous retrouvons ces corpuscules ovoïdes dans nos cultures où ils se multiplient et se transforment. L'emploi comme déminéralisateurs de réactifs chimiques favorise leur reviviscence et leur évolution, mais leur intervention n'est pas indispensable et l'on peut concevoir que, si tous les êtres existant actuellement à la surface du globe venaient à disparaître, la vie pourrait renaître grâce aux organites que nous avons décrits et qu'elle demeurerait indestructible. La matière n'est pas inerte, elle constitue, au contraire, un réservoir inépuisable de vie.

PARASITOLOGIE. — *Sur un trypanosome de la Chauve-souris,* Vesperugo pipistrellus, *à formes crithidiennes intratissulaires et cystigènes. Hypothèse relative à l'étiologie du goître endémique.* Note de MM. **Edouard Chatton** et **Robert Courrier**, présentée par M. Laveran.

En Basse-Alsace, le *Vesperugo pipistrellus* est assez fréquemment parasité par un trypanosome dont l'évolution rappelle celle jusqu'ici unique en son genre du *Schizotrypanum Cruzi*, agent de la trypanosomiase humaine américaine ou maladie de Chagas. Nous le trouvons chez 10 pour 100 environ des pipistrelles.

Sa forme sanguine est incapable de multiplication, et le parasite ne prolifère qu'à l'état de formes crithidiennes peu mobiles, sédentaires intratissulaires. Ces crithidia constituent dans les organes des amas sphériques, kystiques, volumineux, résultant de la multiplication sur place des flagellés. Au terme de cette multiplication, une série de scissions précipitées des cri-

thidia produit de nombreux trypanosomes qui se répandent dans la circulation où ils ne se divisent plus.

Nous avons obtenu la culture de ce trypanosome sur milieu Novy-Neal-Nicolle. Elle est remarquable et se distingue des cultures de trypanosomes réalisées jusqu'ici par l'abondance, la prédominance des formes trypanosomes sur les crithidia qui sont les formes culturales normales. La puce de la pipistrelle présente une infection intestinale à crithidia de deux types dont l'un correspond à celui des crithidia intratissulaires des chauves-souris. Nos expériences en cours nous fixeront sur le rôle de cette puce dans la propagation du parasite.

Précisons la description des principaux stades de son évolution chez la Pipistrelle :

1° *Formes crithidiennes en amas enkystés.* — Elles sont de forme et de dimensions très constantes. Le centrosome anténucléaire est toujours bacilliforme. La membrane ondulante est très courte, mais fonctionnelle. Elle imprime aux parasites des mouvements d'oscillation sur place, faibles mais faciles à constater dans les amas kystiques observés à l'état frais.

2° *Siège et structure des amas kystiques.* — Nous les trouvons dans les organes suivants : estomac et intestin (muqueuse et sous-muqueuse), vésicule biliaire, rein, vessie urinaire, rate, ovaire, utérus, épididyme, toujours et exclusivement dans le tissu conjonctif. Sphériques ou ellipsoïdaux, mesurant jusqu'à 200^{μ} de diamètre, ils sont circonscrits par une capsule fibreuse jamais épaisse et souvent très mince. Dans ces kystes, mélangés aux parasites, se voient des blocs formés par un ou plusieurs noyaux hypertrophiés appartenant à des cellules dont le protoplasme a complètement disparu. Cette constatation fait présumer mais ne suffit pas à établir que le parasite est à l'origine intracellulaire.

Des cellules circonscrites par l'infection peuvent être nécrosées sans être envahies.

3° *Transformation des crithidia en trypanosomes dans les kystes.* — Les trypanosomes ne se rencontrent que dans les plus gros des kystes. Ils sont beaucoup plus grêles que les crithidia et bien plus tassés les uns sur les autres quoique l'espace disponible soit plus grand. D'où nous concluons que le passage de la forme crithidia à la forme trypanosome s'accompagne d'une brusque prolifération des flagellés. Le centrosome, de bacilliforme, est devenu ponctiforme.

4° *Trypanosomes du sang circulant.* — Ils sont comme le *Schisotrypanum Cruzi* du type *Lewisi*, mais plus petits. Ils ne montrent aucune figure de division dans le sang.

5° *Relations de l'infection sanguine avec l'infection tissulaire.* — Cette relation est démontrée par les constatations suivantes : Sur 35 chauves-souris dont le sang a été examiné et ensemencé, 3 seulement ont montré des trypanosomes à l'examen direct et les ont aussi fournis en culture. Chez ces 35 chauves-souris, les kystes tissulaires avaient été recherchés dans les organes après la saignée. Seules les trois pipis-

trelles à trypanosomes ont présenté des kystes à crithidia et à trypanosomes. Plus encore, la densité de l'infection sanguine est en rapport direct avec le nombre des kystes dans les organes. Des trois chauves-souris, deux n'avaient que de rares trypanosomes et de très rares kystes, la troisième beaucoup de trypanosomes et de nombreux kystes. La coexistence de crithidia et de trypanosomes dans certains kystes est une autre preuve des liens génétiques qui unissent les deux formes.

L'existence de trypanosomes chez les chauves-souris a été maintes fois signalée. Sept auteurs différents en ont trouvé chez *Vesperugo pipistrellus*. Aucun d'eux ne fait allusion au cycle évolutif que nous décrivons ici, ni même à l'existence de formes tissulaires.

Charles Nicolle et C. Comte (1909) qui à Tunis ont obtenu et entretenu pendant très longtemps des cultures du trypanosome de *Vespertilio Kuhli* n'ont jamais constaté les formes trypanosomes si abondantes dans nos cultures. Mais nous ne croyons pas qu'il y ait là de raisons suffisantes pour affirmer dès maintenant l'autonomie spécifique du parasite que nous étudions.

Une autre question pour l'instant nous préoccupe davantage : le trypanosome de la Pipistrelle est un Schizotrypanum, le seul connu après celui de la maladie de Chagas; on sait que les signes dominants et constants de cette infection sont les signes thyroïdiens : goître, myxœdème.

Certes le goître endémique banal n'est pas à confondre avec la maladie de Chagas. Mais, entité morbide analogue, ne peut-il être attribué à une cause analogue ? Son étiologie est encore des plus obscures.

Ses relations avec la constitution chimique des eaux, avec la physiologie génitale varient avec les régions. Et loin d'exclure un facteur d'ordre topographique, elles l'imposent à l'attention. Il y a des foyers de goître (la Basse-Alsace en est un), comme il y a des foyers de paludisme ou de bouton d'Orient. Le goître est géographiquement localisé comme ces maladies dont le virus est en relation étroite avec la faune, qu'il y ait son animal réservoir, ou son animal vecteur, ou les deux à la fois.

Il nous est permis de nous demander si les chauves-souris, qui hantent les habitations humaines et qui peuvent contribuer à entretenir certains des parasites de l'homme, ne joueraient point ce rôle de réservoir de virus du goître, maladie parasitaire, schizotrypanose.

Il faudra rechercher d'ailleurs si, parmi les trypanosomes des Mammifères et spécialement des Insectivores, il ne s'en trouve point qui présentent les formes viscérales caractéristiques des Schizotrypanums, et qui

peuvent contribuer à entretenir certains des parasites de l'homme, aptères ou ailés.

La fréquence bien connue du goître dans les régions humides et montagneuses du globe suggère le rôle probable, comme vecteurs, de diptères à larves aquatiques : culicides, chironomides, simulides, tabanides.

MICROBIOLOGIE. — *Du pouvoir agglutinant du sulfate de thorium sur les spores d'*Aspergillus fumigatus *Fr.* Note de MM. **A. Sartory** et **P. Bailly**, présentée par M. L. Guignard.

En étudiant les variations du pouvoir agglutinant du sérum sanguin en présence des sels de terres rares, nous avons été amenés à rechercher l'action directe de ces sels sur des émulsions parfaitement homogènes de spores d'*Aspergillus fumigatus* Fr.

Nous nous sommes servis pour nos expériences de solutions de sulfate de thorium dans l'eau bidistillée au $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{500}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{5000}$, $\frac{1}{7500}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{15000}$ et $\frac{1}{25000}$. Il est important d'utiliser une eau très pure si l'on veut éviter en les mélangeant des troubles et même des précipités pouvant gêner les réactions d'agglutination.

Les émulsions des spores sont obtenues de la façon suivante. Une culture d'*Aspergillus fumigatus* sur pomme de terre âgée de 15 à 20 jours est mise dans un matras avec 50^{cm^3} d'eau bidistillée, on agite vigoureusement (au moyen d'un agitateur mécanique) pendant 1 heure environ, de manière à obtenir un mélange aussi parfait que possible. Ce résultat atteint, on filtre sur un tampon de coton. On obtient un liquide trouble contenant les spores en suspension. La vérification est faite par l'examen microscopique.

Dans une série de tubes à hémolyse, nous déposons successivement 1^{cm^3} des solutions titrées de sulfate de thorium, nous ajoutons ensuite dans chaque tube 1^{cm^3} d'émulsion de spores. Pour chaque série d'expériences figure un tube témoin qui contient 1^{cm^3} d'eau bidistillée et 1^{cm^3} d'émulsion. Nous possédons alors une série de tubes dont les dilutions sont les suivantes : (1) $\frac{1}{100}$, (2) $\frac{1}{200}$, (3) $\frac{1}{400}$, (4) $\frac{1}{1000}$, (5) $\frac{1}{2000}$, (6) $\frac{1}{10000}$, (7) $\frac{1}{15000}$, (8) $\frac{1}{20000}$, (9) $\frac{1}{30000}$, (10) $\frac{1}{50000}$. Le tout est placé à l'étuve à 37°.

Au bout de 15 minutes, nous observons dans les tubes (4) et (5) un louche blanchâtre formé par de petits flocons très ténus; les tubes (3) et (6) présentent aussi

cette particularité mais avec moins de netteté. Après 30 minutes, nous constatons que dans les tubes (4), (5) et (6), les flocons plus denses s'agglomèrent et que le liquide s'éclaircit. Dans le tube (3), l'agglutination est moins caractéristique. Enfin, au bout de 45 minutes, l'agglutination est totale dans les tubes (4), (5) et (6), et le liquide est alors parfaitement limpide, les flocons sont volumineux et tombent au fond. Dans le tube (3) l'agglutination n'est toujours que partielle et dans les tubes (1), (2), (7), (8), (9) et (10) et le tube témoin, elle est nulle. Nous continuons d'examiner de 15 minutes en 15 minutes l'ensemble des tubes et nous constatons, au bout de 1 heure 15 minutes, une agglutination totale dans le tube (3) et une très faible agglutination dans les tubes (7), (8), (9), (10) qui va en augmentant sans jamais devenir totale.

Après 2 heures le tube (2) présente également une faible agglutination qui malgré le temps restera partielle. Le tube (1) et le témoin restent identiques, c'est-à-dire ne présentent pas de phénomènes d'agglutination même après 12 heures d'étuve à 37°.

Les flocons sont ensuite examinés au microscope, ils sont uniquement constitués par des spores englobées dans un fin réticulum formant ainsi des paquets plus ou moins volumineux. Les agglutinations microscopiques et macroscopiques sont donc des plus nettes.

En résumé, de ces expériences nous pouvons conclure : 1° que l'agglutination est fort nette du $\frac{1}{400}$ au $\frac{1}{1000}$; 2° qu'elle est maximum et rapide au $\frac{1}{1000}$ et $\frac{1}{2000}$; 3° qu'au $\frac{1}{200}$ et aux taux supérieurs à $\frac{1}{10000}$ elle est très faible; 4° qu'elle est nulle avec des solutions très concentrées.

Les expériences effectuées dans les mêmes conditions avec des sels de lanthane, erbium, yttrium, néodyne et praséodyne ont toujours donné des résultats négatifs, à savoir aucune agglutination. Il est intéressant de rappeler et de rapprocher ici les travaux de Frouin et Moussalli qui ont montré que le pouvoir bactéricide et agglutinant du thorium était plus fort que celui des autres terres rares sur le bacille pyocyanique et les bacilles de la dyssenterie.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Lésions du système nerveux dans le typhus exanthématique et leur rapport avec la névrite ascendante.* Note de MM. G. **Marinesco** et **E. Craciun**, présentée par M. Roux.

Dans les formes graves de typhus exanthématique les lésions sont généralisées à tout le système nerveux central et périphérique, aux ganglions spinaux et à ceux des nerfs craniens. Il existe dans tous les nerfs périphériques, mixtes, moteurs ou sensitifs, un processus de péri-endonévrite se

propageant de la périphérie vers la profondeur où il pénètre grâce aux altérations des vaisseaux entre les fibres nerveuses. Ces lésions consistent dans la multiplication des éléments cellulaires des gaines conjonctives et dans l'infiltration du tissu conjonctif peri et interfasciculaire. En dehors de ces altérations on constate, de distance en distance, la présence de nodules qui affectent des rapports intimes avec le trajet des vaisseaux. Ces nodules sont de forme et de dimensions variables. Sur des coupes longitudinales ils sont fusiformes et disséminés dans toute l'épaisseur du nerf; néanmoins ils sont un peu plus nombreux à la surface.

Ils sont constitués d'habitude par des lymphocytes, des mononucléaires basophiles, des polynucléaires et des cellules provenant de la gaine des vaisseaux. Exceptionnellement nous avons trouvé des nodules constitués exclusivement par de grosses cellules vésiculeuses; quelques cellules plasmatiques et polyblastes, à la périphérie.

Au voisinage des nodules il peut se trouver des hémorragies et les globules rouges forment des traînées qui s'infiltrent entre les fibres nerveuses, de sorte que, sur des coupes transversales, les dernières paraissent plongées dans une suffusion sanguine. Les nodules dissocient et écartent les fibres nerveuses, mais d'habitude on ne voit pas des fibres dégénérées. A leur voisinage les cellules de la gaine de Schwann sont gonflées, leur protoplasme augmente de volume et sont riches en granulations pyroxinophiles. Ces cellules ne jouent qu'un rôle tout à fait secondaire dans la formation des nodules. Ceux-ci sont très abondants dans les nerfs sensitifs (brachial cutané) et l'on peut les suivre sur tout leur parcours jusqu'aux ganglions spinaux qui offrent des réactions inflammatoires accusées, que l'on peut voir aussi bien à la surface que dans l'intérieur du ganglion. Il existe dans les ganglions une infiltration des petits vaisseaux précapillaires, consistant dans la présence d'un grand nombre de cellules plasmâtiques et de lymphocytes, infiltration surtout accusée entre les cellules nerveuses, de sorte qu'il se forme autour de ces dernières une espèce de nodule péricellulaire qui comprime, à divers degrés, la cellule nerveuse.

En dehors de ces nodules péricellulaires il y en a d'autres qui ressemblent aux nodules rabiques, à la formation desquels les cellules satellites prennent une part importante. Des ganglions le processus vasculaire s'étend le long des racines postérieures, se propage jusqu'aux méninges et dans la moelle épinière. Le nombre des mast-zellen est augmenté dans les nerfs périphériques, comme dans les ganglions. Le processus inflammatoire des méninges

est constitué par l'infiltration diffuse des gaines adventices et du tissu propre de l'arachnoïde et de la pré-mère. Dans ces dernières on aperçoit des mononucléaires basophiles, des lymphocytes, quelques polynucléaires et des macrophages. Les lésions de la moelle épinière portent sur la substance grise et la substance blanche, mais elles sont plus accusées dans la première. C'est surtout dans celle-ci qu'on voit un grand nombre de nodules, très abondants dans les renflements lombaire et cervical; leur structure varie, dans une certaine mesure, suivant leur siège.

Dans la substance blanche ils sont plutôt lâches et constitués, pour la plupart du temps, par des cellules névrogliques, presque exclusivement par des astrocytes, tandis que dans la substance grise, où ils sont compacts, ils présentent une constitution histologique plus complexe. A leur formation prennent part des cellules à noyau oblong, recourbé, souvent en division directe, des noyaux ronds et plus foncés, quelques cellules plasmatiques des polynucléaires et des lymphocytes. Il n'y a qu'à la périphérie des nodules compacts que les cellules névrogliques sont hypertrophiées ou même multipliées. Toujours dans la substance blanche on voit des rosettes et des nids de cellules névrogliques, autour des petits vaisseaux. L'infiltration des vaisseaux précapillaires et pour la plupart des veinules s'accuse à mesure qu'ils se rapprochent de la substance grise. Dans le bulbe il y a les mêmes lésions, mais les nodules siègent de préférence dans les olives.

Les lésions du cervelet, en dehors de la méningite, consistent dans la présence des nodules, d'aspect arborescent, qui ont été si bien décrits par Spielmeyer. Ils sont constitués par des cellules névrogliques, en bâtonnet ou de forme triangulaire. Les nodules sont très nombreux dans les tubercules quadrijumeaux. Ils sont plus rares dans la couche optique et les corps striés, plus nombreux dans l'écorce cérébrale du lobe frontal, pariétal et temporal et fait défaut dans l'occipital où cependant il y a une méningite assez accusée.

L'analyse des lésions que nous venons de décrire nous autorise d'admettre que le virus du typhus exanthématique véhiculé par la voie sanguine, comme cela a été démontré par Ch. Nicolle, se propage aussi par voie lymphatique, ainsi que le témoignent les altérations de névrite ascendante, constituée par une phase de névrite interstitielle, phase ganglionnaire, méningitique et médullaire.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Conservation du virus aphteux par le froid.* Note de M. CHARLES LEBAILLY, présentée par M. Roux.

L'étude expérimentale de la fièvre aphteuse est reprise périodiquement à l'occasion des épizooties, mais les conditions sont alors défavorables, puisqu'on est exposé à expérimenter sur des animaux qui possèdent pour une raison ou une autre un degré souvent gênant de résistance (immunité provenant d'une atteinte antérieure, immunité conférée aux jeunes par le lait des animaux guéris).

Il y aurait grand intérêt à posséder en tous temps dans les laboratoires un virus actif de façon à expérimenter dans l'intervalle des épidémies sur des animaux sans passé aphteux.

Loeffler, Roux et Nocard ont conservé à la glacière la sérosité aphteuse, soit pure, soit diluée dans l'eau salée physiologique. Ils ont constaté qu'elle y gardait son activité pendant un mois [1]. J'ai répété ces expériences et réussi dans les mêmes conditions à garder le virus généralement bien qu'inconstamment actif pendant 26 jours au voisinage de 0°.

Étant donnés les résultats avantageux que l'on obtient en gardant la pulpe vaccinale à basse température — 15° à 18°, on pouvait espérer allonger considérablement de même la durée de conservation des produits aphteux. J'ai tenté cette conservation avec un appareil fonctionnant entre — 4° et — 8°; 800^{cm^3} de sang d'un bovin en pleine période fébrile ont été recueillis aseptiquement dans un flacon renfermant 50^{cm^3} d'une solution stérilisée de citrate de soude à 10 pour 100 dans l'eau distillée, puis répartis en petits flacons. La température n'étant pas suffisamment constante, le virus s'est trouvé soumis à des alternatives fâcheuses de gel et de dégel.

Au bout de 15 jours cependant 10^{cm^3} de ce sang ont conféré en 5 jours par inoculation sous-cutanée à deux bovins une fièvre aphteuse typique et intense.

Le même virus s'est encore montré actif au bout de 72 jours à la dose de 10^{cm^3} en inoculation sous-cutanée. L'animal d'expérience, un bœuf de 18 mois, a contracté le septième jour une fièvre aphteuse classique avec symptômes très violents : aphtes buccaux énormes et multiples, aphtes des espaces interdigités, dyspnée, température atteignant 40°, 8.

---

(1) Cosco et Aguzzi ont plus récemment gardé du sang aphteux virulent pendant plus d'un mois au froid.

Il n'est pas douteux qu'à l'aide d'appareils frigorifiques fonctionnant régulièrement on puisse arriver à des résultats bien supérieurs et mes expériences sont continuées dans ce sens. La congélation, emprisonnant le microbe inconnu et les éléments du sang, paralyse les réactions humorales et les oxydations qui ont pour effet d'atténuer, puis de faire disparaître la virulence.

Il est à peine nécessaire de faire remarquer l'importance pratique de tels résultats. Nous avons dit plus haut combien il était désirable de posséder en permanence au laboratoire un virus aphteux actif. Cette condition indispensable de l'expérimentation en dehors des périodes d'épidémie nous paraît à présent réalisée.

La séance est levée à 16 heures.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 14 mars 1921.)

Note de M. *L.-E. Dickson*, La composition des polynomes :

Page 637, ligne 4, *au lieu de* $X, \ldots, Y_n$, *lire* $X_1, \ldots, X_n$; lignes 9, 21, 26, *au lieu de* (*z*), *lire* (2); ligne 31, *au lieu de* opérations, *lire* hypothèses; ligne 32, *au lieu de* considérer, *lire* considérez.

Page 639, lignes 11 et 15, *au lieu de* q dans le dénominateur, *lire* 9.

(Séance du 18 avril 1921.)

Note de M. *A. Dubois*, Sur la constitution du smalt :

Page 972, ligne 4, *au lieu de* l'impératrice Marie-Louise, *lire* l'impératrice Joséphine.

(Séance du 25 avril 1921.)

Note de M. *Delépine*, Sur les racémiques actifs :

Page 1051, ligne 30, intervertir les nombres $\pm 93^\circ$ et $\pm 63^\circ,8$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1921.

Calculo de las Probabilidades, par D. Manuel Velasco de Pando. Madrid, de Fortanet, 1920; 1 vol. 30cm.

Vector Calculus, by Durgaprasanna Bhattacharyya. Calcutta, Université, 1920; 1 vol. 21cm.

A new graphical Solution of the Problem, what position a train of concentrated loads must have in order to cause the greatest stress in any given part of a bridge truss of girder, by Henry T. Eddy. Extrait des *Transactions of the American Society of civil Engineers*, 1920. (Présenté par M. le général Sebert.)

A New graphical Method of constructing the Entropy Temperature Diagram of a gas or oil engine from its indicator card, by Henry T. Eddy. Extrait des *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1899. (Présenté par M. le général Sebert.)

The Electromagnetic Theory and the Velouty of Light, by Henry T. Eddy. Extrait de *Physical Review*, 1905. (Présenté par M. le général Sebert.)

The Properties of Superheated Steam, by Henry T. Eddy. Extrait of *The Minnesota Engineer*, 1909. (Présenté par M. le général Sebert.)

The mechanical Principles of Brennans Mono-Rail Car, by Henry T. Eddy. Extrait from the *Journal of the Franklin Institute*, 1910. (Présenté par M. le général Sebert.)

Slab Deflection and subsidence of Column supporto in a floor test of international Hall, Chicago, made september 1913, by Henry T. Eddy. Extrait from the *Journal of the Franklin Institute*, 1916. (Présenté par M. le général Sebert.)

The Theory of the Flexure and Strength of Rectangular flat plates applied to Reinforced Concrete Floor Slabs, by Henry T. Eddy. Minneapolis, Rogers et Cº, 1913; 1 vol. 28cm. (Présenté par M. le général Sebert.)

The graphical Treatment of Alternating Currents in branching Circuits, by Henry T. Eddy, 1914. (Présenté par M. le général Sebert.)

Steel stresses in flat Slabs, Henry T. Eddy. Extrait des *Transactions of the American Society of civil Engineers*, 1914. (Présenté par M. le général Sebert.)

A further Discussion of the Steel stresses in Flat-Slab Floors, by Henry T. Eddy. Extrait des *Transactions of the American Society of civil Engineers*, 1914. (Présenté par M. le général Sebert.)

On the Distribution of the Energy stored in reinforced concrete Beams and column-supported, Flat-Slab Floors, by Henry T. Eddy. Extrait from the *Journal of the Franklin Institute*, 1918. (Présenté par M. le général Sebert.)

Auflagendrucklinien und Deren Eigenschaften, par von H. T. EDDY. Berlin, von Ernst et Korn, 1890. (Présenté par M. le général Sebert.)

Concrete-Steel Construction. Part I : Buildings, by HENRY T. EDDY. Minneapolis, 1919; 1 vol. 23cm.

La théorie de la relativité restreinte et généralisée (*mise à la portée de tout le monde*), par A. EINSTEIN, traduit par Mlle J. ROUVIÈRE. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 18cm.

L'éther et la théorie de la relativité, par ALBERT EINSTEIN, traduit par MAURICE SOLOVINE. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 23cm.

Hôpital de l'Institut de France. *Chirurgie de guerre et d'après-guerre*, par AUGUSTE BROCA. Paris, Masson, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Quénu.)

Vie d'Élie Metchnikoff (1845-1916), par OLGA METCHNIKOFF. Paris, Hachette, 1920; 1 vol. 21cm. (Présenté par M. Roux.)

Conseil international de recherches. Union géodésique et géophysique internationale. Section d'océanographie physique. BULLETIN n° 1. Venezia, Carlo Ferrari, 1921; 1 fasc. 29cm.

Détermination des positions géographiques par les méthodes des hauteurs égales, par F.-J. DUARTE. Paris, J. Hermann, 1920; 1 vol. 25cm.

U. S. A. Congress. *A Bill to fix the metric system of weights and measures as the single standard for weights and measures*, by BRITTEN. Washington, 1920; 1 fasc. 26cm. (Présenté par M. Guillaume.)

Union internationale de la Chimie pure et appliquée. *Statuts et Règlement.* Paris, Secrétariat général, s. d.

The spiral Orbit in celestial Mechanics, by J. G. R. GOEDHART. New-York, 1921; 1 fasc. 22cm.

Typhus Fever with particular Reference to the Serbian Epidemic, by RICHARD P. STRONG, GEORGE C. SHATTUCK, A. W. SELLARDS, HANS ZINSSER, J. GARDNER HOPKINS. Cambridge (Mass.), 1920; 1 vol. 26cm.



N° 20.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 17 Mai 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CORRESPONDANCE.

94466 — 5-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie.
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 21 (23 Mai 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 MAI 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret en date du 14 mai 1921 portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Georges Urbain** pour occuper, dans la Section de Chimie, la place vacante par le décès de M. *E. Bourquelot.*

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Georges Urbain** prend place parmi ses confrères.

M. le **Président** annonce la présence à la séance de M. **Trowbridge**, professeur de physique à l'Université de Princeton.

M. **Paul Appell** donne lecture de la lettre suivante qui lui a été adressée par M. **Mittag-Leffler**, Correspondant de l'Académie :

S. M. le Roi Gustave garde avec joie le souvenir du jour mémorable où son auguste père, le Roi Oscar II, parvenu à l'âge de soixante ans, le 21 janvier 1889, eut l'occasion d'accorder une haute distinction, dans un concours institué par lui, en même temps au grand Français Henri Poincaré et à vous, Monsieur le Recteur. Aussi Sa Majesté m'a chargé de vous adresser en son nom une demande.

Lorsque la nouvelle tragique de la mort de Poincaré, qui était alors à l'apogée de sa carrière, parvint dans notre pays, il fut décidé que les *Acta*

mathematica suédois, qui depuis leur fondation, il y a bientôt quarante ans, sont sous le patronage du Roi et qui ont été inaugurés par la publication d'un des éminents travaux de Poincaré pour ensuite en donner une série ininterrompue de vingt-quatre autres dus à sa plume, consacreraient un volume spécial à l'étude des différentes parties de l'œuvre du grand savant qui a posé tant de fondements dans les diverses branches des sciences mathématiques. Ce volume, qui s'ouvre par un compte rendu de Poincaré lui-même sur ses propres travaux, vient de paraître, et Sa Majesté m'a chargé de vous prier, vous l'intime ami de jeunesse et en tant d'occasions le collaborateur de Poincaré, de le présenter en Son nom à l'Académie des Sciences qui, pendant vingt-cinq ans, a pu associer le nom immortel de Poincaré à ceux de tant d'autres que la science compte parmi les plus grands.

M. **Appell** s'exprime ensuite en ces termes :

Le Tome 38 des *Acta mathematica*, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences, est entièrement consacré à la mémoire de notre confrère **Henri Poincaré**.

Le volume s'ouvre par un compte rendu de Poincaré lui-même sur ses propres travaux; vient ensuite un rapport sur la théorie des groupes et sur les travaux de M. Cartan, que Poincaré a lu au Conseil de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris la veille de son opération; viennent ensuite diverses lettres de Poincaré à M. Mittag-Leffler et à L. Fuchs, suivies de lettres de L. Fuchs à Poincaré; le volume contient également un bref article qui m'a été demandé par M. Mittag-Leffler sur Henri Poincaré en mathématiques spéciales à Nancy; une lettre de M. Pierre Boutroux à M. Mittag-Leffler, relative à la méthode de travail de son oncle. Après une importante notice de notre confrère M. Jacques Hadamard sur l'œuvre mathématique de Poincaré, vient une Note de M. Wien sur l'œuvre de Poincaré en physique, une Note de M. Lorenz, relative à deux Mémoires de Henri Poincaré sur la physique mathématique, un article de M. Zeipel sur l'œuvre astronomique de Henri Poincaré, une Note de Planck sur Henri Poincaré et la théorie des *quanta*; une Note de notre confrère M. Paul Painlevé sur Henri Poincaré.

Ce Volume était à peu près imprimé il y a cinq ans, mais la guerre en a retardé la publication. Il présente un très grand intérêt, comme hommage à la Science française et comme contribution à l'Histoire des mathématiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Acide acrylique et éthers acryliques. Acides et éthers halogénopropioniques.* Note de MM. **Charles Moureu**, **Marcel Murat** et **Louis Tampier**.

Si l'acide acrylique $CH^2 = CH - CO^2H$, le plus simple des acides non saturés, n'a jusqu'ici fait l'objet que d'un nombre relativement restreint de recherches, la raison en est, sans nul doute, dans les difficultés que présentait sa préparation. Différents procédés ont été donnés (Redtenbacher, Claus, Caspary et Tollens, Wislicenus, Moureu, Biilmann, etc.). Celui que l'un de nous a indiqué ([1]), consistant à soustraire les éléments de l'acide chlorhydrique à l'acide β-chloropropionique $CH^2Cl - CH^2 - CO^2H$, qu'on obtenait par l'oxydation nitrique du « chlorhydrate d'acroléine » $(CH^2Cl - CH^2 - CHO)^n$, rencontrait un gros obstacle dans la préparation de la matière première, l'acroléine $CH^2 = CH - CHO$, longue et pénible à obtenir et d'une grande instabilité. Une telle difficulté n'existe plus maintenant. Grâce à la découverte récente de procédés de fabrication industrielle et de stabilisation de l'acroléine ([2]), on peut se procurer aisément, aujourd'hui, des quantités quelconques de cet aldéhyde à l'état pur, et nous nous bornerons à indiquer qu'au cours des expériences qui font l'objet de la présente Note on en a traité plusieurs kilogrammes.

Nous avons réussi à améliorer notablement la susdite méthode de préparation de l'acide acrylique, et il nous a été alors possible d'exécuter sur l'acide acrylique une série de recherches, les unes d'ordre physico-chimique et les autres d'ordre purement chimique, dont nous résumerons ici les points principaux.

I. *Préparation de l'acide acrylique.* — Le « chlorhydrate d'acroléine », obtenu en saturant de gaz chlorhydrique sec l'acroléine refroidie à — 15°, est oxydé par 2,3 parties d'acide nitrique de densité 1,49 à 15°. L'attaque étant très vive, on opère sur de petites quantités; on refroidit au début, pour terminer sur le bain-marie. Après refroidissement, on étend d'eau et l'on épuise à l'éther; la liqueur éthérée ayant été séchée sur le chlorure de calcium et l'éther chassé par distillation, on distille le résidu dans le vide. La fraction qui passe à 110°-130° sous 20^{mm} ne tarde pas à se prendre en

---

([1]) Ch. Moureu, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. 2, 1894, p. 191.

([2]) Ch. Moureu et A. Lepape, *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 885. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse, P. Robin et J. Pougnet, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 26.

une masse de cristaux fondant à 40°-42°, constitués par de l'acide β-chloropropionique pratiquement pur.

Ce dernier est chauffé à reflux, pendant un quart d'heure, avec 2^{mol} de soude caustique en solution aqueuse (au $\frac{1}{10}$ environ), on ajoute $0^{mol},6$ d'acide sulfurique, on épuise la liqueur à l'éther (bien exempt d'alcool), et la liqueur éthérée, après lavage et dessiccation sur le chlorure de calcium, est distillée. On sépare d'abord l'éther (à la colonne), et le résidu est distillé dans le vide. On recueille, passant à 47°-52° sous 14^{mm}, l'acide acrylique pratiquement pur.

Le rendement, à partir de l'acide β-chloropropionique, est de 80 pour 100. Calculé à partir de l'acroléine, il est de 40 pour 100. Il nous paraît encore susceptible d'amélioration.

II. *Caractères et constantes physiques de l'acide acrylique.* — L'acide obtenu ci-dessus est d'emblée sensiblement pur. Redistillé, il passe à 48°,5 sous 15^{mm}. Déterminé sur un échantillon résultant d'une série de congélations fractionnées, le point de fusion était de 12°,3 et le point d'ébullition de 141°,6 sous 752^{mm}. On a trouvé, en outre : $D_{4°}^{12°} = 1,0600$ (liquide en surfusion); $D_{4°}^{20°} = 1,0511$; $N_D^{20°} = 1,4224$; d'où R.M. = 17,42 (calc. 17,22).

Nous donnerons encore ici les constantes suivantes [mesures récentes [1] de Moureu et Boutaric] : chaleur moléculaire de neutralisation (par la soude en liqueur étendue) : $13^{cal},85$; chaleur moléculaire de combustion : $327^{cal},9$; conductivité moléculaire limite (à 18°) : 350 mhos; constante de dissociation (à 18°) : $K = 5,6.10^{-5}$.

III. *Action des acides halohydriques sur l'acide acrylique.* — Linnemann a signalé que les acides halohydriques s'unissent à chaud (les autres conditions ne sont pas spécifiées) avec l'acide acrylique en donnant les acides β-halogénopropioniques, et Wislicenus, en chauffant à 130° l'acide acrylique avec la solution saturée d'acide iodhydrique, a obtenu l'acide β-iodopropionique $CH^2I - CH^2 - CO^2H$.

Nous avons reconnu que les gaz HCl, HBr et HI attaquaient à froid l'acide acrylique en donnant, avec rendement intégral, les acides β-halogénés. La réaction est très énergique avec le gaz iodhydrique : à partir de $4^g,4$ d'acide acrylique, on a obtenu $11^g,8$ d'acide iodé (calc. 12^g).

IV. *Éthers de l'acide acrylique et des acides β-halogénopropioniques.* — L'éthérification directe de l'acide acrylique, avant nos recherches, n'avait pas, à notre connaissance, été réalisée. Quelques éthers avaient été obtenus

---

(1) *J. de Chim. phys.*, t. 18, 1920, p. 348.

par voie détournée, notamment en traitant par le zinc les éthers dibromopropioniques $CH^2Br - CHBr - CO^2R$ (Caspary et Tollens). Nous avons réussi, sans difficulté spéciale, à préparer quelques éthers acryliques en chauffant l'acide avec l'alcool correspondant en présence d'acide sulfurique (10 pour 100).

En second lieu, étant donnée la facilité générale avec laquelle les dérivés β-halogénopropioniques perdent les éléments des acides halohydriques sous l'action des alcalis, nous avons pensé qu'on pourrait obtenir les éthers acryliques en traitant les éthers β-halogénopropioniques par une base tertiaire, comme la diéthylaniline, qui soustrairait les éléments de l'acide halohydrique en respectant la fonction éther-sel. Nos prévisions ont été confirmées par l'expérience : l'élimination s'effectue à chaud d'après l'équation suivante :



$$CH^2X-CH^2-CO^2R+C^6H^5N(C^2H^5)^2 = CH^2=CH-CO^2R+C^6H^5N(C^2H^5)^2.HX.$$

Réciproquement, nous avons pu fixer aisément les acides halohydriques sur les éthers acryliques et former ainsi les mêmes éthers halogénopropioniques :



$$CH^2=CH-CO^2R+HX = CH^2X-CH^2-CO^2R.$$

Voici quelques-uns des corps obtenus. Plusieurs n'avaient pas encore été préparés. Nos constantes s'écartent souvent de celles qui ont été données par les différents auteurs.

Acrylate de méthyle $CH^2=CH-CO^2CH^3$: Eb. 80°,5 sous 761mm; $D_{4°}^{18°} = 0,9558$; $N_D^{18°} = 1,4117$. — *β-chloropropionate de méthyle* $CH^2Cl-CH^2-CO^2CH^3$: Eb. 148°-150° sous 760mm; $D_{4°}^{12°} = 1,1874$; $N_D^{12°} = 1,4319$. — *β-bromopropionate de méthyle* $CH^2Br-CH^2-CO^2CH^3$: Eb. 80° sous 27mm; $D_{4°}^{17°} = 1,4880$; $N_D^{17°} = 1,4603$.

Acrylate d'éthyle $CH^2=CH-CO^2C^2H^5$: Eb. 99°,8 sous 761mm; $D_{4°}^{18°} = 0,9238$; $N_D^{18°} = 1,4072$. — *β-chloropropionate d'éthyle* $CH^2Cl-CH^2-CO^2C^2H^5$: Eb. 162°,5 sous 761mm; $D_{4°}^{15°} = 1,1141$; $N_D^{15°} = 1,4284$. — *β-iodopropionate d'éthyle* $CH^2I-CH^2-CO^2C^2H^5$: Eb. 116°-117° sous 45mm; $D_{4°}^{15°} = 1,7040$.

Acrylate de butyle $CH^2=CH-CO^2CH^2-CH^2-CH^2-CH^3$: Eb. 59° sous 25mm; $D_{4°}^{12°} = 0,9117$; $N_D^{12°} = 1,4254$. — *β-bromopropionate de butyle* $CH^2Br-CH^2-CO^2C^4H^9$: Eb. 122°,5 sous 18mm; $D_{4°}^{9°} = 1,2773$; $N_D^{9°} = 1,4577$.

Acrylate d'isoamyle $CH^2=CH-CO^2C^5H^{11}$: Eb. 71°-72° sous 22mm; $D_{4°}^{12°} = 0,9070$; $N_D^{12°} = 1,4287$. — *β-bromopropionate d'isoamyle* $CH^2Br-CH^2-CO^2C^5H^{11}$: Eb. 110°-111° sous 11mm; $D_{4°}^{9°} = 1,2320$; $N_D^{9°} = 1,4556$.

Acrylate de benzyle $CH^2=CH-CO^2CH^2-C^6H^5$: Eb. 110°-111° sous 8mm; $D_{4°}^{8°} = 1,0690$; $N_D^{8°} = 1,5232$.

Acrylate de menthyle $CH^2=CH-CO^2C^{10}H^{19}$: Eb. 128° sous 18mm; $D_{4°}^{15°} = 0,9310$; $N_D^{15°} = 1,4624$.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Généralités de la représentation topographique des couples des moteurs à courants alternatifs.* Note de M. ANDRÉ BLONDEL.

J'ai exposé antérieurement à l'occasion des moteurs synchrones ([1]) un mode de représentation de la valeur du couple des moteurs fondée sur le tracé de courbes de couples constants, dont l'ensemble peut être considéré comme représentant une surface topographique; pour simplifier, j'appellerai une épure de ce genre un *topogramme* des couples. J'ai montré également que le même mode de représentation s'applique à la représentation des puissances transmises par des lignes électriques.

Plus généralement, on peut appliquer à tous les moteurs à courants alternatifs la même représentation, grâce aux deux théorèmes suivants :

Théorème I. — Quel que soit le type de moteur polyphasé alimenté à potentiel constant, la résultante du courant vectoriel du stator $\overline{I}_1$ et du courant vectoriel du rotor $\overline{I}_2$ multiplié par un facteur vectoriel constant est constante. (On distinguera ici les vecteurs par un trait horizontal.)

Désignons, en effet, par R_1 la résistance du stator, par L_1 son coefficient de self-induction, par $\overline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$ son impédance vectorielle, par M le coefficient d'induction mutuelle entre le stator et le rotor (coefficient vectoriel dans les moteurs polyphasés $\overline{M} = M\,|\underline{\alpha})$ et par U_1 la tension appliquée aux bornes du stator; tous les moteurs donnent lieu à une même équation vectorielle des forces électromotrices.

$$\overline{Z}_1\overline{I}_1 + j\overline{M}\,\overline{I}_2 = U_1 \qquad (1)$$

qui, divisée par $\overline{Z}_1$, devient une équation vectorielle des courants

$$\overline{I}_1 + \frac{j\omega\overline{M}}{\overline{Z}_1}\overline{I}_2 = \frac{U_1}{\overline{Z}_1}. \qquad (2)$$

Le second membre de (2) représente le courant vectoriel constant $\overline{I}_s$ qu'on obtiendrait en supprimant le rotor. Le premier membre se compose de deux vecteurs : le vecteur $\overline{I}_1$ et le vecteur $\overline{I}_2$ multiplié par le simple coefficient vectoriel $\frac{j\omega\overline{M}}{\overline{Z}_1}$. Cela démontre la propriété énoncée.

Portons $\overline{I}_1$ suivant une droite dirigée $\overline{OA}$ partant de l'origine ([2]),

---

([1]) *Les moteurs synchrones* (Gauthier-Villars, Paris 1889).

([2]) Le lecteur peut faire aisément la figure lui-même, en suivant le texte.

et $\frac{j\omega\overline{M}}{Z_1}\overline{I}_2$ suivant un autre segment dirigé AS. La résultante $\overline{OS}$ représente $\overline{I}_s$ vecteur constant. Les points O et S étant fixes, on a ainsi un diagramme bipolaire permettant, pour chaque point A, de déterminer $\overline{I}_1$ en fonction de $\overline{I}_2$, ou réciproquement. Par exemple, si l'on se donne $\overline{OA} = \overline{I}_1$, $\overline{I}_2$ est donné en grandeur par $\overline{AS} : \frac{\omega M}{Z_1}$. Pour ramener ce courant *en phase*, il faut le faire tourner, dans le sens des retards, de l'angle constant γ_1, argument du facteur vectoriel $\frac{\omega M}{Z_1}\underline{|\alpha + \gamma_1}$, c'est-à-dire

$$(3) \qquad \gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \text{arc tang}\frac{\omega L_1}{R_1} = \text{arc tang}\frac{R_1}{\omega L_1}.$$

Théorème II. — Dans tout appareil composé de deux parties susceptibles d'un mouvement de rotation de vitesse relative Ω et agissant l'une sur l'autre par induction mutuelle (coefficient $\overline{M}$), le couple mécanique C a pour expression générale, en désignant par I_1 et I_2 les courants dans chacune des parties, et par δ l'angle que font entre eux les enroulements correspondants,

$$(4) \qquad C = MI_1I_2\sin\delta.$$

En effet, la considération de l'énergie montre que la puissance dépensée pendant la rotation a pour expression générale :

$$(5) \qquad P = \omega MI_1I_2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \omega MI_1I_2\sin\delta.$$

L'expression (4) se rencontre, par exemple, dans la théorie du galvanomètre où, en ne considérant que de faibles écarts, on remplace $\sin\delta$ par l'arc δ.

Dans le cas du moteur asynchrone ordinaire, $\alpha = 0$; c'est ce qu'on admettra dans la suite.

Le vecteur $\overline{OA}$ qui représente $\overline{I}_1$ peut se mettre sous la forme suivante, en désignant par x et y ses deux composantes rectangulaires :

$$(6) \qquad \overline{OA} = \overline{I}_1 = x + jy.$$

Désignons par a et b les deux composantes rectangulaires du vecteur constant $\overline{OS}$. Le vecteur $\overline{AS}$ qui représente I_2 *en grandeur* pourra s'écrire

$$(7) \qquad \overline{AS} = \frac{\omega M}{Z_1}\overline{I}_2\,|\underline{\gamma_1} = (a - x) + j(b - y).$$

Le vecteur représentant $\bar{I}_2$ *en grandeur et en phase* sera le vecteur AS tourné de l'angle $(\alpha + \gamma_1)$,

$$(8) \qquad \overline{A'S} = \frac{M}{Z_1}\bar{I}_2 = [(a-x)+j(b-y)][\cos\gamma_1 - j\sin\gamma_1]$$

ou, en développant,

$$(9) \qquad \overline{A'S} = (a-x)\cos\gamma_1 + (b-y)\sin\gamma_1 + j[(b-y)\cos\gamma_1 - (a-x)\sin\gamma_1].$$

Pour effectuer le produit cherché à partir de (1) et de (9), il suffit de calculer à l'aide des projections le produit

$$(10) \qquad -\frac{\omega M}{Z_1} I_1 I_2 \sin\delta = \begin{array}{l} y[(a-x)\cos\gamma_1 + (b-y)\sin\gamma_1] \\ -x[(b-y)\cos\gamma_1 - (a-x)\sin\gamma_1]. \end{array}$$

En ordonnant par rapport aux puissances décroissantes de x_2 et de y_2 et en posant

$$(11) \qquad \frac{C}{q} = M I_1 I_2 \sin\delta,$$

cette équation devient

$$(12) \qquad x^2 + y^2 + x(b\cot\gamma_1 - a) - y(a\cot\gamma_1 + b) = \frac{M}{L_1}\frac{C}{q}$$

ou aussi

$$(13) \qquad \left(x + \frac{b\cot\gamma_1 - a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{a\cot\gamma_1 + b}{2}\right)^2 = \frac{M}{L_1}\frac{C}{q} + \frac{L_s^2}{4\cos^2\gamma_1}.$$

Le centre de tous les cercles d'égal couple ($C =$ const.) a ainsi pour coordonnées

$$(14) \qquad \left\{ \begin{array}{l} x_c = \dfrac{a - b\cot\gamma_1}{2}, \\ y_c = \dfrac{a\cot\gamma_1 + b}{2}, \end{array} \right.$$

et le rayon a pour expression

$$(15) \qquad \rho = \sqrt{\frac{I_s^2}{4\cos^2\gamma_1} \frac{MC}{L_1 q}}.$$

Pour $C = 0$, le rayon est égal simplement à $\frac{I_s}{2\cos\gamma_1}$. Ce cercle passe par l'origine O; donc le centre N des cercles du topogramme des couples sera sur la perpendiculaire élevée sur OS en son milieu, et sur une droite faisant avec OS l'angle $\frac{\pi}{2} - \gamma_1 = \text{arc tang}\,\frac{\omega L_1}{R_1}$.

On vérifie d'ailleurs que le lieu de ces centres quand γ_1 varie a pour équation

$$ax_c + by_c = \frac{a^2 + b^2}{2}, \tag{16}$$

qui représente une droite normale au milieu de OS.

Le mode de représentation des couples par topogrammes est moins direct que celui que l'on emploie ordinairement et qui consiste à mesurer la distance du cercle des diagrammes circulaires à une droite fixe. Mais il a le grand avantage d'être beaucoup plus général et de s'appliquer même quand le diagramme des courants n'est pas un diagramme circulaire.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Visite officielle de* S. A. S. le Prince de Monaco *aux États-Unis.*

L'Académie nationale des États-Unis m'ayant décerné sa grande médaille d'or pour l'année 1920, je viens de me rendre à Washington où devaient se réunir pendant trois jours plus d'une centaine de ses membres qui appartiennent à tous les États de la République.

L'accueil que j'ai reçu a été tel que je tiens, comme associé de l'Institut de France, à vous le faire connaître avec le sentiment que me laisse, au point de vue des intérêts du monde civilisé, un contact pénétrant avec l'élite du peuple américain.

L'Académie nationale avait tenu à marquer son action personnelle vis-à-vis de mon voyage, en donnant à l'un de ses membres les plus illustres, Fairfield Osborn, président du Musée d'Histoire naturelle de New-York, la mission de me recevoir à mon arrivée dans cette ville; et, pendant une semaine, le savant paléontologiste m'accompagna dans les milieux intellectuels les plus distingués. L'un d'eux, la Société de Géographie, décida aussitôt de me donner sa grande médaille d'or pour 1921. Enfin la Société américaine des Explorateurs m'associa, par la remise d'un magnifique diplôme, au groupe remarquable qui la constitue.

Huit jours plus tard, à Washington, dans une réunion solennelle de l'Académie nationale où les progrès de l'Océanographie ont été célébrés d'une façon superbe par le Président et par plusieurs orateurs, la médaille d'or me fut remise.

Il intéressera sûrement mes Confrères de notre Académie de savoir que, après avoir entretenu pendant un mois des rapports continuels avec l'élite

des hommes de la Science, de la politique et des affaires, je suis revenu très confiant dans la résolution partout exprimée chez les Américains, de faire participer les États-Unis aux efforts qui se produisent en ce moment pour établir la paix du monde sur des bases solides et équitables, c'est-à-dire pour que la France et ses alliés n'aient pas à subir les conséquences ruineuses d'une guerre déchaînée par les ennemis de notre civilisation et pratiquée sans aucun égard pour les engagements d'honneur ou pour les mœurs de l'humanité moderne.

Dans les divers milieux de New-York et de Washington, parmi les hommes les plus distingués de l'activité américaine sous toutes ses formes, je n'ai pas cessé d'entendre exprimer des sentiments conformes à l'indignation ressentie par tous les peuples qui assistèrent dans la personne de leurs combattants aux actes mille fois répétés de la barbarie allemande. Constamment j'ai entendu formuler par des hommes dont les qualités morales atteignent la valeur intellectuelle, l'impossibilité, pour un peuple aussi grand, de ne pas accompagner jusqu'au bout ceux qui défendent en ce moment le droit, le progrès et la liberté. J'ai participé à des repas intimes qui rapprochaient des hommes éminents auxquels on voulait faire prononcer devant moi leurs vues sur la situation actuelle : partout j'ai reconnu le même ton, le même ensemble; et si l'on pouvait remarquer des voix timidement indulgentes envers les coupables, elles partaient régulièrement d'un milieu très spécial de la presse, connu de tout le monde. En somme, l'impression que je rapporte est celle-ci.

Le culte de la Science est en grand honneur aux États-Unis, il monte visiblement sous l'impulsion de beaucoup d'hommes remarquables étroitement mêlés à toutes les classes sociales.

Après un mois de séjour dans ce pays, je suis imprégné d'un optimisme que m'ont donné les sympathies et les tendances d'une majorité considérable; optimisme qui, d'ailleurs, n'avait jamais été troublé que par les malentendus rapidement dissipés ensuite par des missionnaires géniaux de la France. Aujourd'hui, qu'ils soient républicains ou démocrates, les Américains sont tous réunis dans une même pensée autour du souvenir vivant de Lafayette et des fondateurs de la République.

Si la guerre européenne recommençait, les Américains reviendraient-ils chez nous ? Oui, si la guerre était amenée par une mauvaise foi évidente de l'Allemagne; alors c'est aussi la voix de leurs morts qui les appellerait.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les systèmes* 3I *dont toutes les droites appartiennent à un complexe linéaire.* Note de M. C. GUICHARD.

Je suppose toujours que l'axe du complexe coïncide avec le troisième axe de coordonnées. Je considère un déterminant O d'ordre 4

$$\Delta = \begin{vmatrix} x^1 & x^2 & x^3 & x^4 \\ \xi_1^1 & \xi_1^2 & \xi_1^3 & \xi_1^4 \\ \xi_2^1 & \xi_2^2 & \xi_2^3 & \xi_2^4 \\ \xi_3^1 & \xi_3^2 & \xi_3^3 & \xi_3^4 \end{vmatrix}.$$

[Les notations sont celles de mon Ouvrage *Sur les systèmes triplement indéterminés et sur les systèmes triple-orthogonaux* (Collection *Scientia*)].

Soit maintenant G une droite qui décrit dans l'espace ordinaire un système 3I, les paramètres directeurs de G pourront toujours être représentés par

$$i, \quad x^4, \quad x^3.$$

Les coordonnées complémentaires qui rendent le système 3I sont

$$x^1 \quad \text{et} \quad x^2.$$

On a ici

$$\frac{\partial x^4}{\partial u_1} = a\xi_1^4, \qquad \frac{\partial x^4}{\partial u_2} = b\xi_2^4, \qquad \frac{\partial x^4}{\partial u_3} = c\xi_3^4.$$

En se reportant aux résultats de ma précédente Note, on voit que si la droite G décrit un système formant un complexe linéaire on devra avoir, avec un choix convenable des variables u_1, u_2, u_3,

$$(1) \qquad a = \xi_1^4, \qquad b = \xi_2^4, \qquad c = \xi_3^4.$$

On voit que tout revient à trouver un déterminant Δ possédant les propriétés (1). De ces équations on déduit

$$(2) \qquad \beta_{ik} = \beta_{ki}.$$

Je pose maintenant

$$(3) \qquad X_1 = \frac{x^1}{1 + x^4}, \qquad X_2 = \frac{x^2}{1 + x^4}, \qquad X_3 = \frac{x^3}{1 + x^4}.$$

Le point M qui a pour coordonnées X_1, X_2, X_3 décrit un système triple orthogonal. Je désignerai par $|h_i|$ les fonctions de Lamé pour le système M

et par $|\beta_{ik}|$, les fonctions β_{ik} qui leur correspondent. On a

$$(4) \qquad |h_1| = \frac{a}{1+x^4}, \qquad |h_2| = \frac{b}{1+x^4}, \qquad |h_3| = \frac{c}{1+x^4}$$

et, par suite,

$$(5) \qquad |h_1^2| + |h_2^2| + |h_3^2| = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 = \frac{1-x^4}{1+x^4}.$$

Les formules

$$\frac{\partial |h_i|}{\partial u_k} = |\beta_{ki}|\,|h_k|$$

permettent de calculer les $|\beta_{ik}|$. En particulier on trouve

$$|\beta_{21}| = \beta_{21} - \frac{ab}{1+x^4}, \qquad |\beta_{12}| = \beta_{12} - \frac{ab}{1+x^4}.$$

On voit que l'on a

$$(6) \qquad |\beta_{ik}| = |\beta_{ki}|.$$

On trouve des systèmes triples connus (*loc. cit.*, Chap. IX).

Quand on possède un système triple possédant les propriétés (6), il y a parmi les systèmes parallèles une infinité de systèmes possédant la propriété (5). Avec un tel système on pourra très simplement remonter au déterminant Δ.

En partant du déterminant Δ on peut facilement former les systèmes cherchés. Pour cela je forme dans un espace d'ordre 4 un système point O (X_1, X_2, X_3, X_4) en prenant, pour les fonctions de Lamé, les valeurs

$$(7) \qquad h_1 = \xi_1^3, \qquad h_2 = \xi_2^3, \qquad h_3 = \xi_3^3$$

qui satisfont bien aux équations

$$\frac{\partial h_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} h_k.$$

Dans ces conditions les dérivées de X_4 sont les mêmes que celles de x^3; je choisis la constante d'intégration de telle sorte que

$$(8) \qquad X_4 = x^3.$$

Je pose maintenant

$$(9) \quad Y = i\rho, \quad Y_1 = X_1 + \rho x^1, \quad Y_2 = X_2 + \rho x^2, \quad Y_3 = X_3 + \rho x^3, \quad Y_4 = X_4 + \rho x^4.$$

Le point qui a pour coordonnées (Y, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) dans un espace

d'ordre (5) décrit quand ρ varie seul une droite; l'ensemble de ces droites forme un système I. La projection d'un tel système sur l'espace ordinaire forme un système 3I. Il en résulte que la droite définie par les équations

$$(10) \qquad Z_1 = i\rho, \qquad Z_2 = X_4 + \rho x^4, \qquad Z_3 = X_3 + \rho x^3$$

décrit un système 3I; en tenant compte de la relation (8) on voit que cette droite appartient à un complexe de paramètre i; par une homothétie on obtiendra un système 3I dont les droites appartiennent à un complexe de paramètre quelconque.

On sait qu'à un système droite 3I sont assemblées deux séries de systèmes points O (systèmes triples orthogonaux). On obtient ces systèmes O, en donnant dans les formules (10) à ρ la valeur fixée par l'équation

$$(11) \qquad Y_1 \pm iY_2 = C,$$

C étant une constante. Soient P le point qui décrit un tel système; A, B, C, D, E, F les centres de courbure des trois surfaces de Lamé. [Ces centres de courbure sont placés comme l'indique la figure (1) de l'Ouvrage cité.] On a alors les propriétés suivantes :

Les droites AD, BE, CF *appartiennent au complexe. Parmi les systèmes droites assemblées au système* P, *il y a une infinité de systèmes appartenant au complexe.*

Il y a une infinité de systèmes P' *parallèles au système* P *et tels que les droites analogues aux droites* AD, BE, CF *rencontrent l'axe du complexe.*

Enfin, en choisissant convenablement les variables u_1, u_2, u_3, on a les relations

$$\xi_1^3 = \beta_{23} - \beta_{32}, \qquad \xi_2^3 = \beta_{31} - \beta_{13}, \qquad \xi_3^3 = \beta_{12} - \beta_{21}$$

qui caractérisent la représentation sphérique des systèmes (P).

Remarque. — On aurait pu se poser un problème plus général. *Trouver les couples de systèmes* 3I *tels que les droites correspondantes des deux systèmes soient conjuguées par rapport au complexe.* On est ramené à la recherche des systèmes O opposés dans l'espace ordinaire (*loc. cit.*, Chap. IX).

M. **Georges Urbain** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé : *Les disciplines d'une science. La Chimie.*

M. **Paul Janet** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de déposer sur le bureau de l'Académie un Ouvrage intitulé : *Problèmes et Exercices d'Électricité générale.* Cet Ouvrage est destiné à

donner aux étudiants l'occasion d'appliquer correctement les lois générales de l'Électricité et du Magnétisme sous des formes variées, et à bien comprendre le sens physique des méthodes du calcul différentiel et intégral; un certain nombre d'applications mécaniques simples montrent le lien étroit des deux sciences et donnent l'occasion de se servir à de fréquentes reprises du principe de la Conservation de l'Énergie.

Je dépose également sur le bureau le Tome I de la cinquième édition de mes *Leçons d'Électrotechnique générale*.

M. **Aimé Witz** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé : *Les gazogènes et l'économie du combustible*.

ÉLECTIONS.

Par 36 voix contre 8 à M. *G. de Toni* et 3 à Sir *David Prain*, M. **Jean Massart** est élu Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de M. *Pfeffer*, décédé.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Charles Moureu** est élu Membre de la *Troisième Section de la Commission technique de la Caisse des recherches scientifiques*.

PLIS CACHETÉS (1).

M. **Georges Bourguignon** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 9 octobre 1916 et inscrit sous le n° 8317.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *La chronaxie dans les états pathologiques chez l'homme*.

(Renvoi à l'examen de M. A. d'Arsonval.)

(1) Séance du 17 mai 1921.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre du Commerce et de l'Industrie** invite l'Académie à désigner un de ses Membres qui la représentera au sein de la *Commission permanente de Standardisation*, réorganisée par le Décret du 11 janvier 1921.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Ouvrage posthume de M. Noël Bernard, intitulé : *Principes de Biologie végétale*. (Présenté par M. J. Costantin.)

2° Les fascicules 9 (2e Partie), 17 et 18 (2e Partie) des *Études de Lépidoptérologie comparée*, par Charles Oberthür. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

3° *Faune malacologique terrestre et fluviatile des îles Mascareignes*, par Louis Germain. (Présenté par M. L. Joubin.)

4° *L'élevage industriel des salmonidés*, par Eugène Juillerat.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les discontinuités des solutions de certaines équations de Fredholm*. Note de M. **Gaston Julia**.

I. On envisage l'équation de Fredholm suivante :

$$f(x) + \lambda \int_C N(x, z) f(z)\, dz = \varphi(x), \tag{1}$$

$\varphi(x)$ est holomorphe dans une région $\mathcal{R}$ du plan des x; C est une ligne joignant deux points a et b dans la région $\mathcal{R}$; $N(x, z)$ peut s'écrire

$$N(x, z) = \frac{G(x, z)}{H(x, z)},$$

G et H étant holomorphes lorsque x et z sont dans $\mathcal{R}$. Mais $H(x, z)$ peut s'annuler dans $\mathcal{R}$: ou, d'une façon précise, z décrivant C de a à b, l'équation $H(x, z) = 0$ admet des racines $x(z)$ intérieures à $\mathcal{R}$, et lorsque z décrit une petite région $\mathcal{R}_1$, entourant C, *aucune des racines* $x(z)$ *n'est intérieure à* $\mathcal{R}_1$. Ceci écarte des noyaux intéressants tels que $N(x, z) = \frac{1}{x - z}$, qui nécessitent une étude spéciale.

Soit Γ une ligne, intérieure à $\mathcal{R}$, joignant α à β, et telle que, lorsque x décrit Γ, de α à β, l'équation $H(x, z) = 0$ ait une racine simple $z(x)$ décrivant C de a à b (Γ est extérieure à $\mathcal{R}_1$). Le but de cette Note est de montrer que Γ *est, pour la solution* $f(x)$ *de* (1), *une ligne de discontinuité artificielle du type introduit par Hermite* (coupures d'intégrales définies).

2. Soient ξ un point de Γ, auquel correspond ζ sur C; x_0 et x'_0 voisins de ξ de part et d'autre de Γ, auxquels correspondent z_0 et z'_0 voisins de ζ et de part et d'autre de C.

Traçons la ligne Γ_1, voisine de Γ, joignant α à β de façon que, lorsque x décrit Γ_1, z décrive une ligne C_1, intérieure à $\mathcal{R}_1$, joignant a à b.

Pour préciser, le contour $\alpha\Gamma\beta\Gamma_1\alpha$, décrit dans le sens positif, contient x_0 et laisse x'_0 à l'extérieur; le contour $aCbC_1a$ contient z_0 et laisse z'_0 à l'extérieur. Envisageons les formules de Fredholm qui expriment la solution de (1) par

$$f(x) = \varphi(x) - \lambda \int_C \mathfrak{N}(x, z, \lambda)\, \varphi(z)\, dz. \tag{2}$$

Le noyau résolvant $\mathfrak{N}(x, z, \lambda)$ est défini par deux séries d'intégrales

$$\mathfrak{D}(x, z, \lambda) \quad \text{et} \quad \mathfrak{D}(\lambda)$$

où les intégrales sont toutes prises, z *décrivant* C.

Si x reçoit la valeur x_0 et ensuite la valeur x'_0 ces intégrales ont un sens, mais les valeurs de $\mathfrak{D}(x, z, \lambda)$ en x_0 et x'_0 ne sont pas voisines, bien que x_0 et x'_0 soient voisins. Au contraire, $\mathfrak{D}(\lambda)$ ne dépend pas de x.

Appelons $\mathfrak{N}_1(x, z, \lambda)$ ce que devient $\mathfrak{N}(x, z, \lambda)$ lorsque les intégrations sont faites *sur* C_1 *et non plus sur* C. On voit que $\mathfrak{D}(\lambda)$ ne change pas et qu'on a la relation

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_1(x_0, z, \lambda) &= \mathfrak{N}(x_0, z, \lambda) + 2i\pi\lambda \frac{G(x_0, z_0)}{H'_z(x_0, z_0)} \mathfrak{N}(x_0, z, \lambda), \\ \mathfrak{N}_1(x'_0, z, \lambda) &= \mathfrak{N}(x'_0, z, \lambda). \end{aligned}$$

Donc, si l'on désigne par

$$f_1(x) = \varphi(x) - \lambda \int_{C_1} \mathfrak{N}_1(x, z, \lambda)\, \varphi(z)\, dz,$$

ce que deviennent les formules de Fredholm quand toutes les intégrations se font sur C_1 on a

$$\left\{ \begin{aligned} f(x_0) &= f_1(x_0) - 2i\pi\lambda \frac{G(x_0, z_0)}{H'_z(x_0, z_0)} f(z_0), \\ f(x'_0) &= f_1(x'_0) \end{aligned} \right. \tag{3}$$

[Lorsque z est dans $\mathcal{R}_1$, les formules de Fredholm définissent sans difficulté $f(z)$, qui est holomorphe dans $\mathcal{R}_1$.]

Le terme $\frac{G(x_0, z_0)}{H'_z(x_0, z_0)}$ est le *résidu de* $\frac{G(x_0, z)}{H(x_0, z)}$ *pour le pôle* z_0.

3. Lorsque x_0 et x'_0 tendent vers ξ,

$$(4) \qquad \begin{cases} f(x_0) \text{ tend vers } f_1(\xi) - 2i\pi\lambda \frac{G(\xi, \zeta)}{H'_\zeta(\xi, \zeta)} f(\zeta), \\ f(x'_0) \text{ tend vers } f_1(\xi). \end{cases}$$

Or $f_1(\xi)$ n'admet comme ligne singulière que Γ_1, elle reste holomorphe en ξ sur Γ; on voit donc que $f(x)$ *est prolongeable analytiquement au delà de* Γ. Mais suivant qu'on passe de x_0 à x'_0 en traversant Γ ou en ne la traversant pas, le résultat final n'est pas le même. Γ *est une ligne de discontinuité artificielle* pour laquelle

$$(5) \qquad \lim_{x_0, x'_0 \to \xi} [f(x'_0) - f(x_0)] = 2i\pi\lambda \frac{G(\xi, \zeta)}{H'_\xi(\xi, \zeta)} f(\zeta).$$

4. Le résultat (5) peut s'établir directement à l'aide de l'équation (1) définissant $f(x)$. On forme la différence $f(x'_0) - f(x_0)$ dans laquelle on transforme les intégrales prises sur C en intégrales sur C_1, il vient

$$(6) \quad f(x'_0) - f(x_0) = 2i\pi\lambda f(z_0) \frac{G(x_0, z_0)}{H'_z(x_0, z_0)} - \lambda \int_{C_1} f(z) \left[\frac{G(x'_0, z)}{H(x'_0, z)} - \frac{G(x_0, z)}{H(x_0, z)}\right] dz + \varphi(x'_0) - \varphi(x_0).$$

En passant à la limite on obtient (5).

Puis en formant $f(x_0) + f(x'_0)$ à l'aide de (1), et transformant encore en intégrales prises sur C_1, il vient

$$(7) \quad f(x_0) + f(x'_0) = -2i\pi\lambda f(z_0) \frac{G(x_0, z_0)}{H'_z(x_0, z_0)} - \lambda \int_{C_1} f(z) [N(x'_0, z) + N(x_0, z)] dz + \varphi(x_0) + \varphi(x'_0)$$

qui, à la limite, donne

$$\begin{aligned} \lim [f(x_0) + f(x'_0)] &= -2i\pi\lambda f(\zeta) \frac{G(\xi, \zeta)}{H'_\xi(\xi, \zeta)} + 2\varphi(\xi) - 2\lambda \int_{C_1} N(\xi, z) f(z)\, dz \\ &= -2i\pi\lambda f(\zeta) \frac{G(\xi, \zeta)}{H'_\xi(\xi, \zeta)} + 2 f_1(\xi). \end{aligned}$$

On en déduit que $f(x_0)$ et $f(x'_0)$ ont séparément des limites données par (4).

5. Ces considérations sont susceptibles de généralisations faciles relatives au cas où ζ n'est pas racine simple de $H(\xi, \zeta) = 0$, au cas où C est fermée, etc.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes hypergéométriques.* Note de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

Les intéressantes propriétés que vient d'indiquer M. Félix Vaney pour des polynomes analogues à ceux de Laguerre ([1]) ont attiré mon attention sur une propriété du même genre, mais beaucoup plus générale, qui permet de faire rentrer les polynomes hypergéométriques dans la classe des polynomes de M. Appell, et qui, je crois, n'avait jamais été remarquée.

1. Considérons le polynome d'ordre n en ξ défini par

$$R_n(\xi) = \xi^n F\left(-n, \beta, \gamma, \frac{\lambda}{\xi}\right),$$

où F est la fonction de Gauss, β, γ et λ des constantes indépendantes de n. Il est facile de voir que ce polynome est de la classe de M. Appell : on a en effet

$$\begin{aligned}\frac{dR_n}{d\xi} &= n\xi^{n-1}\sum_m \frac{(-n, m)(\beta, m)}{(\gamma, m)(1, m)}\frac{\lambda^m}{\xi^m} - \xi^n\sum_m \frac{(-n, m)(\beta, m)}{(\gamma, m)(1, m)}\frac{m\lambda^m}{\xi^{m+1}} \\ &= -\xi^{n-1}\sum_m \frac{(-n, m)(\beta, m)}{(\gamma, m)(1, m)}\frac{(m-n)\lambda^m}{\xi^m} = n\xi^{n-1}\sum_m \frac{(\beta, m)(-n+1, m)}{(\gamma, m)(1, m)}\frac{\lambda^m}{\xi^m} \\ &= n R_{n-1}.\end{aligned}$$

La même propriété appartient évidemment au polynome

$$S_n(\xi) = \xi^n \Phi\left(-n, \gamma, \frac{\lambda}{\xi}\right),$$

où Φ est la fonction de Kummer (cas limite de la fonction de Gauss) définie par

$$\Phi(\alpha, \gamma, x) = \lim_{\beta=\infty} F\left(\alpha, \beta, \gamma, \frac{x}{\beta}\right) = \sum \frac{(\alpha, m)}{(\gamma, m)}\frac{x^m}{(1, m)}.$$

Or, le polynome étudié par M. Vaney s'écrit précisément

$$P_n(x, a) = a^n \Phi\left(-n, 1, -\frac{x}{a}\right),$$

de sorte que, considéré comme fonction de a, il est du type ci-dessus et de la classe de M. Appell : c'est la curieuse propriété signalée par M. Vaney et dont on comprend ici la véritable nature.

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1151.

2. Les fonctions génératrices (au sens de M. Appell) des polynomes R et S sont intéressantes; on verra aisément, par exemple, que la fonction génératrice de R est

$$a(h) = \Phi(\beta, \gamma, -\lambda h),$$

de sorte que l'on a

$$(1) \qquad \Phi(\beta, \gamma, -\lambda h)\, e^{h\xi} = \sum_n \frac{h^n}{n!} R_n(\xi)$$

et de même

$$(2) \qquad B(\gamma, -\lambda h)\, e^{h\xi} = \sum_n \frac{h^n}{n!} S_n(\xi),$$

où B est le second cas limite de la fonction de Gauss, défini par

$$B(\gamma, x) = \lim_{\alpha, \beta = \infty} F\left(\alpha, \beta, \gamma, \frac{x}{\alpha\beta}\right).$$

On sait d'ailleurs que B se ramène aux fonctions de Bessel, par la formule

$$B(\gamma, x) = (\gamma - 1)\, i^{1-\gamma} x^{\frac{1-\gamma}{2}} J_{\gamma-1}(2i\sqrt{x}).$$

La formule (2) n'est pas nouvelle : elle a été indiquée, sous une forme un peu différente et après de très longs calculs, par N. Sonine [1], dont le polynome T est, à un facteur constant près, égal au polynome S ci-dessus.

3. Des considérations analogues s'appliqueraient à la plupart des polynomes hypergéométriques à deux variables et à leurs cas limites.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques questions de calcul fonctionnel.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit U une fonctionnelle dépendant de la fonction $x(t)$ définie dans l'intervalle (0, 1), et assujettie à vérifier la condition

$$(1) \qquad \int_0^1 |x(t)|^p\, dt \leqq R^p.$$

Nous dirons qu'elle est *uniformément continue de degré p* si, quelque petit que soit ε, on peut déterminer η de manière que, dans le domaine (1),

[1] *Math. Annalen*, t. 16, 1880, p. 41.

l'inégalité

$$\int_0^1 |y(t)-x(t)|^p\,dt \leqq \eta^p$$

entraîne l'inégalité

(2) $$|\,U\,|[y(t)]\,|-U\,|[x(t)]\,|\,| \leqq \varepsilon.$$

Nous dirons qu'elle possède la *propriété* G_p dans un domaine si, quelque petit que soit ε, on peut déterminer n de manière que deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ de ce domaine, ayant mêmes moyennes d'ordres 1, 2, ..., p dans chacun des intervalles $\left(\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}\right)$, vérifient nécessairement l'inégalité (2).

Nous appellerons *polynome fonctionnel normal de classe p* une somme d'un nombre fini de termes de la forme

$$\int_0^1\int_0^1\cdots\int_0^1 \varphi(t_1, t_2, \ldots, t_p)\,x^{\alpha_1}(t_1)\,x^{\alpha_2}(t_2)\ldots x^{\alpha_p}(t_p)\,dt_1\,dt_2\ldots dt_p,$$

les exposants α_i étant au plus égaux à p, et la fonction φ étant telle que cette expression ait dans le domaine (1) la continuité uniforme de degré p définie ci-dessus.

On a le théorème suivant :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonctionnelle soit représentable dans le domaine (1) *par une série uniformément convergente de polynomes fonctionnels normaux de classes p est qu'elle y soit uniformément continue de degré p et y possède la propriété* G_p.

Pour $p=1$ ce théorème se réduit, à une petite modification près dans le domaine fonctionnel considéré, à un théorème démontré par Gateaux [1].

2. Nous dirons que U possède la *propriété* H dans un domaine si, quelque petit que soit ε, on peut déterminer n de manière que deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ de ce domaine ayant même fonction sommatoire [2] dans chacun des intervalles $\left(\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}\right)$, vérifient nécessairement l'inégalité (2).

Cette propriété apparaît comme la limite de la propriété G_p pour p infini. Elle caractérise sans doute les fonctionnelles représentables par des séries uniformément convergentes de polynomes fonctionnels normaux de classes quelconques. Je ne puis pour le moment donner à ce sujet un énoncé précis.

(1) *Acc. dei Lincei*, 21 décembre 1913.

(2) Au sens de M. Lebesgue, la fonction sommatoire $f(\xi)$ de $x(t)$ dans un intervalle est la mesure de l'ensemble des points de cet intervalle pour lesquels $x \leqq \xi$.

Pour les fonctionnelles représentables par de telles séries, la valeur de la moyenne dans une sphère de l'espace fonctionnel se calcule aisément par les formules données par Gateaux ([1]).

Quoi qu'il en soit de la relation entre la propriété H et la représentation par de telles séries, on a le théorème suivant :

Pour les fonctionnelles vérifiant la propriété H, *la moyenne dans une sphère a toujours une valeur bien déterminée.*

3. C'est une circonstance connue que, dans l'espace fonctionnel, de deux volumes donnés, l'un des deux est presque toujours négligeable devant l'autre. En particulier, si l'on divise un volume V en deux parties, l'une voisine de la surface extérieure S, l'autre intérieure à la précédente, la seconde est toujours négligeable devant la première, et par suite, la moyenne dans V d'une fonctionnelle uniformément continue U ne dépend que de ses valeurs sur la surface S. Cette remarque est précisée par l'énoncé suivant :

La moyenne dans le volume V *d'une fonctionnelle uniformément continue est égale à sa moyenne, calculée sur la surface* S *qui limite le volume* V, *en accordant à des éléments de surfaces égaux des poids proportionnels aux rayons de courbure moyenne de ces éléments.*

Il arrive d'ailleurs fréquemment que le rayon de courbure moyenne a presque partout la même valeur ; alors les moyennes dans V et sur S sont égales.

D'une manière générale, il existe des catégories étendues de surfaces sur lesquelles toute fonctionnelle uniformément continue est *presque partout égale à sa moyenne* m, c'est-à-dire, en termes précis, comprise entre $m - \varepsilon$ et $m + \varepsilon$, quelque petit que soit ε, sauf dans une fraction négligeable de l'aire totale. Tel est le cas pour les surfaces convexes pour lesquelles le rayon de courbure des sections normales est toujours inférieur à un nombre fixe R.

Mais on peut aussi former des exemples de surfaces que l'on puisse diviser en tranches d'aires comparables, et pour lesquelles les valeurs de la courbure moyenne soient différentes. Pour une telle surface, la moyenne d'une fonctionnelle n'aura pas en général la même valeur sur la surface ou dans le volume qu'elle limite.

([1]) *Bull. Soc. math.*, 1920.

ASTRONOMIE. — *Sur l'aurore boréale du 14-15 mai 1921 observée à Strasbourg.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Deslandres.

L'aurore boréale exceptionnelle du 15 mai a pu être observée par un ciel favorable à l'Observatoire de Strasbourg dans la nuit du 14 au 15 mai.

C'est après minuit et après le coucher de la Lune que sa visibilité s'est fortement accentuée; la clarté de l'horizon Nord est devenue alors vraiment frappante.

Vers 1^h30^m (temps légal; 0^h30^m t. m. Greenwich) M. Rougier, astronome à l'Observatoire, en a noté les limites septentrionales de la partie brillante qui s'étendait depuis Θ Grande Ourse jusqu'à γ Cassiopée se perdant en ce point dans la Voie lactée. Il a cherché à voir des rayons ou des arcs auroraux, sans y réussir en raison de l'illumination du ciel par les lumières de la ville.

Par contre, M. North, notaire à Hochfelden, observant en rase campagne, a bien voulu nous communiquer les observations très complètes qu'il a pu faire du phénomène entre 1^h30^m et 3^h du matin.

Vers le Nord une immense lueur claire, jaune verdâtre, se détachait de l'horizon et, sauf la couleur, aurait pu être comparée à une lueur d'incendie.

A côté de ce foyer, mais séparé de lui et plus à l'Ouest, d'immenses faisceaux de rayons, couleur blanc d'argent, émergeaient de l'horizon et montaient presque jusqu'au zénith. Ces faisceaux changeaient lentement d'intensité et de forme, disparaissaient pour reparaître plus ou moins nombreux, redisparaître, etc.

Tout à fait à l'Ouest, alors qu'avait disparu le foyer jaune verdâtre de l'horizon Nord, la région des faisceaux lumineux s'évanouissait dans une sorte de touffe lumineuse et étendue mais de couleur foncée (rouge chaudron).

A 3^h15^m, le phénomène était encore très apparent, mais à 4^h le lever du jour en avait fait évanouir la visibilité.

PHYSICO-CHIMIE. — *Réactions chimiques et rayons de courbure.* Note de M. **Luce**, présentée par M. Lippmann.

Dans une Note précédente (¹) M. Reboul et moi avons indiqué que l'action chimique d'un liquide sur un solide dépend de la forme de ce dernier, qu'elle est plus vive aux points où la courbure moyenne est la plus grande.

I. Voici les réactions que j'ai étudiées :

Action de dissolutions aqueuses très étendues de chlore, de brome, d'iode et d'hydrogène sulfuré sur l'argent et le cuivre.

Déplacement réciproque de métaux : fer, dans dissolutions très étendues de sulfate ou de chlorure de cuivre; zinc, dans les mêmes solutions et dans azotate et acétate de plomb, azotate mercurique, chlorure de platine; cuivre, dans chlorures d'or et de platine, azotate d'argent. Dans tous les cas, le dépôt (couches minces colorées, dépôt pulvérulent, cristaux) commence aux points où la courbure moyenne est la plus grande.

Attaque de métaux par solutions d'acides très étendues; les bulles de gaz se forment lentement d'abord aux angles et sur les rayures accidentelles ou faites à dessein. Si le polissage est imparfait, elles apparaissent partout à la fois; exemple zinc sur acide chlorhydrique.

Action de dissolution de soufre (benzène, sulfure de carbone, essence de térébenthine, alcool) sur le cuivre, le sulfure de cuivre (couche mince colorée ou dépôt noir) apparaît d'abord aux bords de la lame. L'influence de la courbure est particulièrement nette en opérant avec une solution saturée de soufre dans le benzène. Si la lame est parfaitement polie, le dépôt se fait instantanément aux bords et ne progresse que lentement vers le centre. Si la lame possède quelques rayures, elles noircissent en même temps que les bords. Une lame grossièrement polie noircit immédiatement sur toute sa surface.

Action de gaz ou de solutions extrêmement étendues sur des papiers imprégnés de réactifs appropriés (tournesol, héliantine phtaléine, acétate de plomb).

II. Quand l'attaque produit un sel transparent se déposant en lame mince sur le solide, les colorations interférentielles de cette lame permettent de faire des mesures. J'ai opéré de deux façons :

Première méthode. — J'immerge pendant le même temps dans des solutions aqueuses d'halogène ou d'hydrogène sulfuré des fils de cuivre ou d'argent à bouts paraffinés de diamètres différents. Les fils retirés et séchés, je note la teinte de la lumière réfléchie normalement à leur surface. Les tables de Werthein ou de Rollet permettent de trouver l'épaisseur relative de la lame formée.

(¹) G. Reboul et R. Luce, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 197.

Deuxième méthode. — J'immerge un cône métallique et je note après l'attaque les couleurs et les rayons de courbure correspondants. Exemple : un cône d'argent immergé pendant sept minutes dans une solution d'hydrogène sulfuré a donné les résultats suivants :

Diamètres.	Teintes (anneaux transmis).	Épaisseurs (unités arbitraires).
mm 5,1	brun	120
4,35	rouge carminé	133,5
4	violet	140,5
3,5	indigo	153
3	bleu foncé	166
1,1	vert bleuâtre	250
0,4	orangé	332

J'ai cherché si ces nombres vérifiaient la formule donnée par M. Reboul dans le cas des gaz :

$$a^q = \frac{b}{2R} + c,$$

dans laquelle a, b, c sont des constantes, $2R$ le diamètre et q l'épaisseur relative.

En prenant, dans le cas présent, pour constantes :

$$a = 1{,}0123, \qquad b = 23{,}8871, \qquad c = 0{,}3519,$$

on obtient, en remplaçant les lettres par leurs valeurs, les identités suivantes :

$$4{,}35 = 4{,}33; \quad 5{,}13 = 5{,}13; \quad 5{,}59 = 5{,}62; \quad 5{,}52 = 5{,}47;$$
$$7{,}64 = 7{,}61; \quad 21{,}39 = 21{,}36; \quad 58{,}41 = 59{,}36.$$

La formule se vérifie donc de manière satisfaisante. Il en est de même dans tous les cas étudiés.

Jusqu'à présent, l'influence de la courbure d'un solide se manifeste dans les liquides et les gaz de la même manière.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application de la loi d'action des masses aux résultats obtenus dans la réaction de la galactosidase β sur le galactose en solution dans l'alcool propylique.* Note de M. **Marc Bridel**, présentée par M. L. Guignard.

En interprétant les résultats obtenus par Em. Bourquelot et Em. Verdon dans l'action de l'émulsine sur le glucose en solution dans des alcools

méthyliques de différents titres, M. O. Bailly est arrivé à cette conclusion que « la loi d'action des masses régit la réaction diastasique de synthèse et d'hydrolyse du méthylglucoside β et que l'application de cette loi permet de prévoir les résultats des expériences effectuées dans n'importe quel mélange d'eau et d'alcool méthylique » ([1]).

J'ai appliqué les formules indiquées par M. O. Bailly aux résultats obtenus en étudiant l'action de l'émulsine sur le galactose en solution dans des alcools propyliques de différents titres ([2]). Mon but était de savoir si ces résultats s'accordaient avec la loi d'action des masses qui doit régir les actions fermentaires par le fait même qu'elles sont réversibles ([3]). Dans le cas contraire, j'aurais acquis la preuve que l'équilibre n'a pas été atteint et l'on a vu que l'on a déjà montré expérimentalement qu'il en est ainsi dans les alcools propyliques à 45^{g} et à 55^{g}, à cause de la facile destruction de la galactosidase β à $+30^{\circ}$ dans ces alcools et de l'action excessivement lente du même ferment à la température ordinaire.

Ces formules sont les suivantes :

$$(1) \qquad \frac{x(c+x)}{(a-x)(b-x)} = K,$$

$$(2) \qquad x = \frac{K(a+b)+c \pm \sqrt{[K(a+b)+c]^2 - 4(K-1)Kab}}{2(K-1)},$$

dans lesquelles a représente le nombre de molécules-grammes d'alcool, b celui de molécules-grammes de sucre, c celui de molécules-grammes d'eau et x la quantité, en molécules-grammes, de sucre disparue au cours de l'expérience, le tout dans 100^{cm^3}.

K a été pris égal à 3,7, en le calculant d'après la formule (1) avec les chiffres fournis par l'essai dans l'alcool à 35^{g} pour 100^{cm^3} ([4]).

Le Tableau ci-après résume les résultats des calculs :

([1]) *La loi d'action des masses régit-elle les réactions diastasiques?* (*Journ. Pharm. Chim.*, 7e série, t. **16**, 1917, p. 161).

([2]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1130.

([3]) Em. Bourquelot et M. Bridel, *Synthèses de glucosides d'alcools à l'aide de l'émulsine. La réversibilité des actions fermentaires* (*Journ. Pharm. Chim.*, 7e série, t. 6, 1912, p. 164).

([4]) On trouvera les chiffres qui ont permis de calculer les valeurs de a, b, c, x, dans un Mémoire détaillé.

Titre de l'alcool propylique.	a.	b.	c.	x observé : exp. I.	exp. II.	x calculé.
10.......	0,166	0,00269	4,871	0,00044	0,00047	0,00030
15.......	0,250	»	4,538	0,00064	0,00064	0,00045
25.......	0,416	»	3,871	0,00090	0,00089	0,00076
35.......	0,583	»	3,205	0,00095	0,00108	0,00108
45.......	0,750	»	2,566	0,00086	0,00092	0,00139
55.......	0,916	»	1,843	0,00092	0,00101	0,00174
65.......	1,083	»	1,150	0,00143	»	0,00208
70.......	1,166	»	0,771	0,00178	»	0,00235
75.......	1,250	»	0,400	0,00213	»	0,00247

En éliminant immédiatement les résultats obtenus avec les alcools à 45^g et à 55^g dans lesquels on sait déjà, par l'expérience, que l'équilibre n'avait pas été atteint, on voit que les différences entre les valeurs expérimentales de x et les valeurs calculées sont assez grandes, de près de 30 pour 100 dans l'alcool à 15^g et dans l'alcool à 65^g, de 24 pour 100 dans l'alcool à 70^g, de 18 pour 100 dans l'alcool à 25^g et de 13 à 14 pour 100 dans l'alcool à 75^g.

Dans les alcools à 10^g, 15^g et 25^g, c'est-à-dire dans les alcools plus faibles que celui avec lequel on a calculé K, les valeurs calculées sont plus faibles que les valeurs observées, tandis que dans les alcools plus forts, à 65^g, 70^g et 75^g, c'est l'inverse, la valeur calculée étant plus forte que la valeur observée.

Il nous semble que l'on peut interpréter ces résultats de la façon suivante :

Dans les alcools faibles, à 10^g, 15^g et 25^g, l'équilibre de la réaction a été atteint, alors que dans les alcools forts, à 65^g, 70^g et 75^g, il n'en est pas de même, ainsi que dans l'alcool à 35^g qui nous a servi à calculer la valeur de K. C'est ce qui explique que les valeurs expérimentales de x dans les trois premiers alcools sont plus fortes que les valeurs calculées.

Le fait suivant vient appuyer cette interprétation :

On a vu que, dans l'alcool à 35^g, il avait été combiné, en 117 jours, 0^g,1947 de galactose pour 100$^{cm^3}$. On a laissé la réaction se continuer, à la température du laboratoire, pendant encore 76 jours, soit une durée totale de 193 jours. Dans l'espace de ces 76 jours, la quantité de galactose restée libre a passé de 0^g,2901 à 0^g,2846, soit une diminution de 0^g,0055 pour 100$^{cm^3}$. La réaction s'est donc continuée lentement vers l'équilibre. Dans ces conditions, l'équilibre n'ayant pas été atteint dans l'essai fait dans l'alcool à 35^g, la valeur de K que l'on a obtenue est trop faible, K augmentant dans

l'équation (1) quand x augmente. Il s'ensuit que les écarts existant pour les essais dans les alcools forts entre la valeur calculée de x et la valeur expérimentale sont plus grands que ceux qu'on a indiqués, x augmentant dans l'équation (2) quand K augmente.

L'application de la loi d'action des masses à l'étude de l'action de la galactosidase β sur le galactose en solution dans l'alcool propylique a montré qu'au moment où les essais ont été arrêtés l'équilibre n'était atteint que dans les alcools faibles. Il faudrait donc, dans les alcools à 35^g, 45^g, 55^g, 65^g, 70^g et 75^g, prolonger de longs mois, et peut-être des années, l'action du ferment pour atteindre cet équilibre, en admettant même qu'on puisse y arriver. On conçoit la difficulté de pareilles expériences.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une cause de dispersion du colloïde dans une classe importante d'hydrosols.* Note de M. **A. Tian**, présentée par M. Haller.

Par suite de l'hydrolyse, toute solution d'un sel dont la base est peu soluble constitue un hydrosol : il faut cependant que la solution ne soit ni trop étendue, ni trop acide pour que le produit de solubilité de la base puisse être atteint. Cette classe d'hydrosols comprenant toutes les solutions de sels de métaux lourds, est particulièrement importante.

Il existe dans ces hydrosols une cause toute spéciale de stabilité, qui permet, dans de très larges limites, la réversibilité de leurs transformations. Cette cause est due à la dispersion spontanée de l'hydrate métallique colloïdal, qui résulte elle-même d'une action chimique.

J'ai récemment montré (1) que dans une pareille solution, le colloïde participe par sa surface à une réaction, neutralisation de la base insoluble par l'acide dissous, avec régénération du sel.

Il en résulte qu'au contact immédiat du colloïde la rétrogradation de l'hydrolyse est assez accentuée, beaucoup plus que dans le reste de la phase aqueuse. L'excès de sel reconstitué va donc, par diffusion, s'éloigner de la couche génératrice, subir l'hydrolyse normale et abandonner l'hydrate temporairement dissous. De nouvelles particules, évidemment plus petites que la particule qui leur a donné naissance, vont se former, d'abord très près de celle-ci. Puis par le même mécanisme ces particules seront divisées et transportées plus loin. Il y aura donc *dispersion du colloïde*.

Vérification expérimentale. — On peut par l'expérience prouver direc-

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1179.

tement la réalité de cette action en prenant, ce qui est plus commode et revient exactement au même, un sel dont l'acide et non l'hydrate est peu soluble. J'ai utilisé l'oléate de sodium.

Soit une solution, nécessairement hydrolysée, d'oléate de sodium recouverte d'une couche d'acide oléique. On constate, au bout de peu de temps, que la surface de séparation des deux liquides perd sa netteté. Une demi-heure après on voit une zone émulsionnée d'épaisseur appréciable : elle est surtout visible dans la partie supérieure du liquide aqueux qui se raccorde aux parois, entre le vase et le ménisque d'acide oléique; après quelques heures la couche blanche et opaque tranche nettement sur l'excès de liquide, elle a alors quelques millimètres d'épaisseur; le lendemain elle en a environ 4; les jours suivants elle augmente très lentement et après plusieurs semaines son épaisseur ne dépasse guère 1^{cm}.

En outre, au-dessous de cette couche visible et dont le contour, au moins les premiers jours, est parfaitement net, se trouve une zone claire comme le reste du liquide, où pourtant de l'acide oléique en suspension est en excès sur la composition du liquide normalement hydrolysé. En effet, si la solution primitive a été colorée en rose par addition d'une trace de phénol-phtaléine, cette substance est non seulement décolorée dans la zone émulsionnée, mais à quelque distance de celle-ci. La décoloration est due, dans cette région, à l'excès notable des particules d'acide oléique, en sorte que la teneur en soude libre n'est plus suffisante pour colorer en rose la phtaléine, comme cela se produit dans la partie inférieure, normalement hydrolysée, de la solution. L'addition de phtaléine démontre, en outre, que la composition chimique de la phase aqueuse n'est plus la même en tous les points.

J'ai montré ensuite par des expériences qui seront décrites ailleurs que la division et la dispersion de l'acide oléique sont bien le résultat d'une action chimique et non le fait de la solution de savon agissant comme substance émulsionnante, quoique la production spontanée d'une émulsion par simple contact, à température constante, sans aucune agitation, soit bien improbable.

Des phénomènes importants se trouvent expliqués par ce mode de dispersion colloïdale.

Peptisation par les solutions hydrolysées de sels de métaux lourds des hydrates métalliques précipités. — On sait qu'il est généralement facile de dissoudre les hydrates métalliques dans les solutions salines de métaux lourds : par exemple, l'hydrate ferrique se dissout sans difficulté dans une solution pas trop étendue de perchlorure de fer.

Action détersive spontanée du savon. — La détersion exercée par une solution de savon, sans aucune agitation, propriété bien connue et souvent utilisée, peut s'expliquer par le même mécanisme : les matières grasses, surtout lorsqu'elles sont étendues sur une grande surface et à chaud, sont d'abord dédoublées en glycérine et acides gras, lesquels sont ensuite peptisés par la solution hydrolysée de leurs sels alcalins. Cette action du savon est, bien entendu, tout à fait indépendante de celle qui procède par émulsion directe, déterminée par des moyens mécaniques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Floculation du sulfure d'arsenic colloïdal. Principe d'une méthode d'étude.* Note de MM. **A. Boutaric** et **M. Vuillaume**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Parmi tous les phénomènes que présentent les solutions colloïdales, la floculation paraît un des plus propres à nous éclairer sur leur constitution. Les nombreux auteurs qui l'ont envisagée se sont surtout préoccupés des conditions à réaliser pour provoquer une floculation complète. Nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier le mécanisme de la floculation et nous avons porté notre attention sur les modifications qui précèdent, dans la solution, la séparation entre le gel et le liquide intermicellaire.

1. Principe de la méthode. — Nous avons appliqué à l'étude de ces modifications la méthode spectrophotométrique utilisée antérieurement par l'un de nous pour suivre la formation des précipités [1] et certaines réactions en milieu coloré [2].

Sur l'un des faisceaux d'un spectrophotomètre de Féry, nous disposons une cuve en verre à faces parallèles, de $60^{mm},6$ d'épaisseur, contenant 50^{cm^3} d'une solution colloïdale de sulfure d'arsenic, préparée par l'action d'un courant d'hydrogène sulfuré sur une solution d'anhydride arsénieux à $2^g,5$ par litre.

a. A cette solution, on ajoute 50^{cm^3} d'eau et l'on note la position x_0 du prisme absorbant qui réalise l'identité des plages pour les deux faisceaux dans la région spectrale $\lambda = 575^{m\mu}$.

(1) A. Boutaric, *Contribution à l'étude des milieux troubles* (*Le Radium*, t. 11, 1914, p. 74, et *Annales de Physique*, 9e série, t. 9, 1918, p. 183).

(2) A. Boutaric, *Sur la vitesse de réduction du permanganate de potassium par l'acide oxalique* (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 711, et *Journal de Physique*, 5e série, t. 7, 1917, p. 152).

b. A 50^{cm^3} de la solution primitive, on ajoute 50^{cm^3} d'une solution d'un électrolyte de concentration convenable. L'opacité de la cuve va en augmentant; on rétablit l'égalité d'intensité des plages en déplaçant le prisme absorbant. Soit x la position de ce prisme à un instant quelconque t. Le coefficient d'absorption dû à la modification réalisée dans la solution à l'instant t par la présence de l'électrolyte est proportionnel à $x - x_0$.

2. *Variation du coefficient d'absorption en fonction du temps.* — La courbe de la figure 1 indique la variation du coefficient d'absorption en fonction du temps, obtenue en versant 50^{cm^3} d'une solution de KCl de concentration $\frac{6,5}{50}$N dans 50^{cm^3} du colloïde.

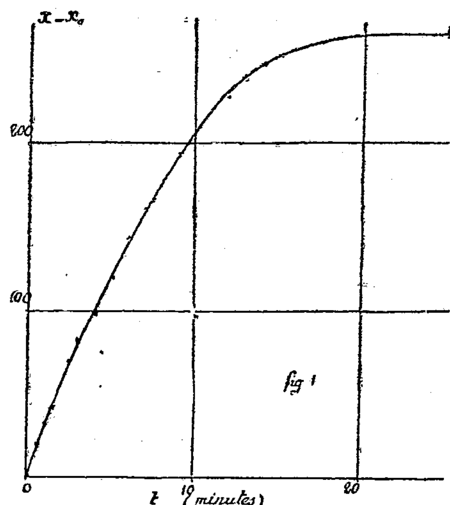


Fig. 1.

Le coefficient d'absorption croît d'abord très vite, puis de plus en plus lentement, il tend vers une limite. La séparation entre le gel et le liquide intermicellaire se produit *lorsque la limite est atteinte*, sous l'influence de causes très légères (agitation, fumée de tabac) témoignant d'une instabilité particulière du colloïde assez comparable à une sursaturation (¹).

On remarquera l'analogie de forme entre la courbe d'absorption et les courbes de magnétisme.

(¹) Si aucune cause extérieure n'intervient, la solution colloïdale peut être conservée pendant un temps variable; ceci explique l'incertitude des résultats obtenus sur la vitesse de floculation par les méthodes consistant à mesurer le temps qui s'écoule entre l'introduction de l'électrolyte et la floculation complète.

3. *Influence sur la courbe d'absorption de la présence, dans la solution colloïdale, d'un excès d'hydrogène sulfuré et d'un excès d'anhydride arsénieux.* — En étudiant, dans les mêmes conditions de température et de concentration, une même solution, on obtient des courbes d'absorption identiques, aux erreurs de lecture près (1 à 2 divisions de l'échelle du spectrophotomètre), ce qui permet d'augmenter la précision de l'expérience en la répétant un grand nombre de fois.

Il importe toutefois d'opérer sur des solutions *tout à fait identiques*.

a. En particulier, il est essentiel que la solution colloïdale ait été parfaitement débarrassée de tout excès d'hydrogène sulfuré.

Ainsi la figure 2 reproduit les courbes obtenues avec une solution de $BaCl^2$ à $\frac{3N}{2500}$ sur une solution colloïdale débarrassée d'hydrogène sulfuré (courbe *a*) et renfermant un excès d'hydrogène sulfuré (courbe *b*). On voit que l'excès d'hydrogène sulfuré, dans ce cas, accélère la variation de l'absorption.

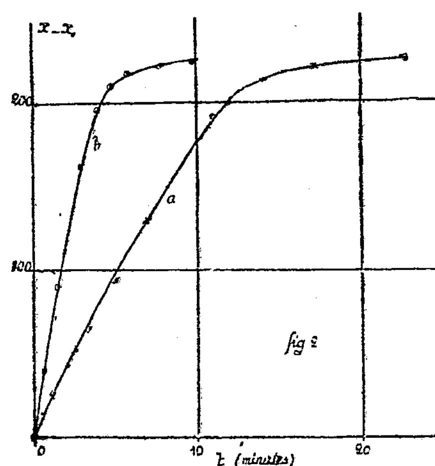


Fig. 2.

Des expériences analogues nous ont permis de constater que la présence d'un excès d'hydrogène sulfuré exerce une influence variable suivant la nature de l'électrolyte. Elle retarde très nettement la floculation pour les chlorures alcalins et le chlorure d'aluminium. Elle l'accélère pour les chlorures de baryum, calcium, strontium. L'influence est beaucoup plus faible, presque nulle, pour les chlorures de manganèse et de magnésium.

b. La présence d'un excès d'anhydride arsénieux a une influence très faible. Nous avons constaté qu'elle accélère légèrement l'augmentation de l'opacité pour tous les électrolytes étudiés. L'accroissement est parfaitement sensible, mais faible, pour un excès d'anhydride arsénieux égal à 2g,5 par litre (la solution contient alors une quantité d'anhydride arsénieux libre égale à celle transformée en sulfure d'arsenic).

En résumé, pour avoir des floculations parfaitement comparables, il importe que la solution colloïdale ne contienne ni hydrogène sulfuré libre (le liquide intermicellaire, après filtration, ne doit pas noircir avec l'acétate de plomb), ni anhydride arsénieux libre (le liquide intermicellaire ne doit rien donner avec l'hydrogène sulfuré); la présence d'un excès d'anhydride arsénieux ayant d'ailleurs une influence beaucoup moins sensible que celle d'un excès d'hydrogène sulfuré.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Contribution à l'étude des huiles de pépins de raisin.* Note de M. **Émile André**, présentée par M. Ch. Moureu.

En France, l'extraction de l'huile contenue dans les pépins de raisin a été l'objet de diverses études pendant la première moitié du XIXe siècle; elles n'ont abouti à aucun résultat pratique (¹). Au cours de la dernière guerre, la pénurie de matières grasses amena l'Intendance militaire à reprendre l'étude de cette question; une usine installée à Villefranche-sur-Saône a extrait des quantités importantes d'huile de pépins de raisin; quelques industriels des départements de l'Hérault et du Var s'y sont également intéressés; mais, ces efforts méritoires n'ont pas réussi à vaincre l'indifférence des viticulteurs français qui négligent, comme par le passé, les profits qu'ils pourraient tirer de l'exploitation des sous-produits de la vigne.

Au point de vue chimique, l'huile de pépins de raisin est mal connue, les données que l'on trouve dans les traités spéciaux et dans les diverses publications périodiques sont assez nombreuses, mais elles sont à tel point discordantes qu'elles paraissent contradictoires. La densité, l'indice de saponification, l'indice d'iode, l'indice d'acétyle sont tellement variables qu'il paraît impossible de leur fixer aucune limite.

Dans le but d'éclaircir, s'il était possible, ce point particulier de la chimie des matières grasses, nous avons entrepris quelques recherches dont les premiers résultats font l'objet de la présente Note.

Nous avons examiné onze échantillons différents d'huile de pépins de raisin; six ont été préparés au laboratoire en épuisant par l'éther de

---

(¹) Bastilliat, *Compte rendu des travaux de la Société des Arts et Sciences de Mâcon*, 1813. — Julia Fontenelle, *Journal de Chimie médicale*, 1827, p. 66. — Roy, *Recherches sur la nature physique et chimique de l'huile de pépins de raisin* (*Thèse de l'École supérieure de Pharmacie de Paris*, 1840.

pétrole [1] des pépins de raisin récoltés par nous-même; trois autres provenaient des Huileries Maurel et Prom à Marseille où ils avaient été obtenus par pression de pépins de raisin noir d'origine italienne; les deux derniers nous ont été fournis par les Services de Santé et de l'Intendance militaires; ils provenaient de l'usine de Villefranche-sur-Saône.

On trouvera dans les deux Tableaux ci-dessous : 1° les renseignements généraux que nous avons pu nous procurer au sujet de chacun de ces échantillons; 2° les résultats que nous avons obtenus dans la détermination de leurs principales constantes physiques et chimiques.

Nos.	Raisins.	Année de la vendange.	Pays d'origine.	Teneur en huile. °/o.	Couleur de l'huile.	Observations.
1...	Blancs	1918	Touraine	13,3	Jaune vert clair	Pépins retirés du marc après distillation
2...	Id.	1919	Id.	10,7	Jaune à peine vert	Pépins retirés de la cuve après soutirage du vin
3...	Noirs	1918	Id.	7,0	Vert clair	Id.
4...	Id.	Id.	Id.	14,0	Jaune vert	Id.
5...	Id.	Id.	Id.	14,4	Jaune clair	Id.
6...	Id.	Id.	Id.	11,3	Vert foncé	Pépins retirés du marc après distillation
7...	Id.	Id.	Italie	»	Vert clair	Huile de 1re pression
8...	Id.	Id.	Id.	»	Id.	Huile de 2e pression
9...	Id.	1912	?	?	Jaune vert	Huile extraite par pression en 1913
10...	Id.	1918	France méridionale	»	Brun vert	
11...	?	Id.	?	»	Id.	

Nota. — Le n° 2 provenait d'une vendange à cépage unique le *Pineau;* les nos 3, 4 et 5 provenaient d'une même vendange composée de 90 pour 100 *Gamay* et 10 pour 100 *Grolleau;* le n° 3 a été extrait des petites graines (criblures); le n° 4 des pépins de grosseur moyenne; le n° 5 des grosses graines. Les trois huiles différaient par leur aspect (couleur) et par certaines de leurs propriétés physiques et chimiques.

---

[1] Nous avions pensé tout d'abord que ce dissolvant ne conviendrait pas pour extraire une huile signalée comme contenant des glycérides d'acides-alcools; en fait, les rendements qu'il fournit sont à peine inférieurs à ceux obtenus avec l'éther sulfurique qui dissout des substances résineuses et donne une huile moins pure.

		Indices				
Nos.	Densité.	de réfraction.	de saponification (S).	d'iode (Hanus).	de saponification de l'huile acétylée (S').	d'acétyle [1] $S'-S\left(1+\frac{\lambda S}{1-\lambda S}\right)$.
1...	$D_{0°}^{18°}=0,9216$	$n_D^{18°}=1,4760$	183,7	135,0	201,7	20,9
2...	$D_{0°}^{20°}=0,9193$	$n_D^{20°}=1,4746$	182,5	107,0	194,0	13,3
3...	$D_{0°}^{16°}=0,9103$	$n_D^{18°}=1,4723$	180,0	121,3	197,7	20,4
4...	$D_{0°}^{18°}=0,9180$	$n_D^{18°}=1,4739$	180,0	112,5	205,6	29,6
5...	$D_{0°}^{18°}=0,9210$	$n_D^{18°}=1,4748$	183,0	116,0	201,7	21,4
6...	$D_{0°}^{20°}=0,9180$	$n_D^{19°}=1,4733$	184,0	127,5	212,8	33,4
7...	$D_{0°}^{20°}=0,9186$	$n_D^{19°}=1,4733$	171,0	103,0	189,7	21,4
8...	$D_{0°}^{20°}=0,9170$	$n_D^{19°}=1,4708$	179,0	94,3	204,3	29,2
9...	$D_{0°}^{20°}=0,9250$	$n_D^{19°}=1,4756$	191,1	126,0	206,6	18,1
10...	$D_{0°}^{20°}=0,9334$	$n_D^{19°}=1,4772$	189,5	122,2	231,8	49,3
11...	$D_{0°}^{20°}=0,9226$	$n_D^{20°}=1,4728$	186,7	129,0	210,5	27,7

Dans son Traité classique sur les huiles, graisses et cires, Lewkowitsch constate combien les données fournies sur l'huile de pépins de raisin sont divergentes et considère comme très désirable une nouvelle étude de cette huile [2].

Comme on peut en juger par l'examen des Tableaux ci-dessus, nos recherches confirment tous les résultats qui ont été publiés auparavant. Il n'est pas possible, croyons-nous, de fixer aucune limite pour les constantes physiques et chimiques de l'huile de pépins de raisin. C'est là un fait qui, à la réflexion, ne paraît pas aussi extraordinaire qu'on pourrait le croire. Le *Vitis vinifera* L. est une plante déformée par de nombreux siècles de culture; c'est à peine si elle est capable de vivre lorsqu'elle est privée des soins du viticulteur, le nombre de ses variétés est si grand et celles-ci sont fixées depuis si longtemps que l'on ne peut guère s'étonner que les huiles fournies par leurs graines puissent être si différentes.

---

[1] $\lambda = 0,75$ est une constante particulière à tous les éthers acétiques (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 984).

[2] 5e édition anglaise, vol. 2, page 385 et suiv.

CRISTALLOGENÈSE. — *Sur la coloration artificielle des cristaux obtenus par solidification d'une substance fondue et sur la diffusion cristalline.* Note de M. **Paul Gaubert.**

Les recherches sur la coloration artificielle des cristaux en voie d'accroissement ont surtout été faites par l'addition d'une matière colorante à leur eau-mère. Il semble qu'il est plus facile d'arriver au même résultat en colorant la substance fondue qu'on fait ensuite cristalliser par refroidissement. Ce procédé, employé avec succès pour reproduire le rubis et le saphir, réussit très rarement avec les autres substances. En effet, si la plupart des matières fondues et surtout les corps organiques se colorent bien, au moment de la cristallisation la matière colorante est rejetée et ce n'est que dans des cas exceptionnels qu'il se produit une véritable coloration par suite de la formation d'une solution solide. J'en ai déjà signalé quelques-uns (¹) et le but de cette Note est non seulement d'en indiquer de nouveaux, mais de montrer que la diffusion dans les cristaux ainsi colorés est quelquefois possible.

Les cristaux obtenus par solidification d'une masse fondue contenant une matière colorante sont toujours en apparence colorés, mais l'examen microscopique et l'étude du polychroïsme montrent qu'il s'agit d'inclusions solides de la matière colorante dans le cristal, inclusions plus ou moins petites, plus ou moins régulières, habituellement cristallines, dont le volume, la forme et l'orientation dépendent de la nature de la matière colorante et du cristal à colorer. Parfois, on a affaire à un mélange eutectique.

Après de nombreux essais, j'ai constaté que l'indophénol ou bleu de Java permet de colorer les cristaux de vanilline, de terpine, de pipéronal ou héliotropine, de benzine bibromée, de benzine quadrichlorée, de nitrochlorobenzile, de sulfonal, de trional, de codéine, de cinchonamine, etc. En outre, j'ai observé que les cristaux ou sphérolites de vanilline et de terpine se colorent par presque toutes les matières colorantes organiques.

Les résultats obtenus sont identiques à ceux que j'ai déjà observés avec les cristaux produits dans une eau mère colorée, si l'on considère les propriétés physiques des cristaux. Ainsi, pour chaque sorte de faces limitant le cristal, la matière colorante pénètre d'une manière inégale, aussi les cristaux

(¹) P. Gaubert, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 1073.

d'une même substance peuvent-ils présenter des teintes très variées et montrent fréquemment la structure en sablier.

La plupart des corps organiques présentent plusieurs modifications polymorphiques pouvant parfois se produire simultanément sur une lame de verre porte-objet. Chacune d'elles prend une teinte particulière par suite de l'inégalité de capacité d'absorption de la matière colorante et aussi parce que possédant un ellipsoïde optique particulier, elles montrent un polychroïsme spécial. Ainsi les quatre modifications de la vanilline, les deux du benzoate de naphtyle et de la cinchonamine ont des teintes différentes, ce qui permet de les reconnaître facilement.

Un fait intéressant que peuvent montrer parfois les cristaux obtenus par le procédé étudié ici, est la diffusion de la matière colorante *dans le réseau cristallin sans que celui-ci soit détruit* (¹). Le phénomène est facile à observer avec les cristaux de pipéronal et de benzophénone (modification fondant à 48°,5).

Les cristaux de pipéronal se colorent en rouge violacé avec l'indophénol, mais seulement dans les secteurs limités par certaines faces d'accroissement; les parties correspondant à l'accroissement d'autres faces peuvent être incolores ou colorées, mais alors par des inclusions cristallines d'indophénol, qui parfois ont toutes une orientation identique, ce qui donne à la plage considérée un fort polychroïsme. Les secteurs colorés constitués par une solution solide peuvent être tout à fait transparents, homogènes et sans aucune trace d'inclusion. Mais au bout de quelques jours, si la préparation n'est pas déplacée et, presque instantanément, si elle est chauffée ou si elle subit des chocs répétés, la teinte s'affaiblit beaucoup et il se produit un grand nombre d'inclusions cristallines d'indophénol, ayant toutes la même orientation. Par conséquent, les molécules de la matière colorante, d'abord réparties régulièrement dans le cristal de pipéronal, ont diffusé dans le réseau de ce dernier pour former elles-mêmes de petits cristaux. La solution solide primitive n'est donc pas stable, il y a pour ainsi dire sursaturation cristalline.

Les cristaux de benzophénone présentent le même phénomène, mais comme ils ne se colorent que si la vitesse de cristallisation est grande, on peut attribuer la sursaturation à ce que les molécules de matière colorante,

(¹) M. Wallerant (*Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 100) a étudié la diffusion qui se produit dans les cristaux mixtes au moment des transformations polymorphiques. Le phénomène est donc différent.

si elles ne dépassent pas un certain nombre, conservent avec les particules cristallines les liaisons qu'elles avaient avec les molécules du liquide.

La diffusion de la matière colorante dans le réseau du cristal étant une conséquence de la sursaturation, il est tout naturel qu'elle n'ait pas été constatée dans les cristaux obtenus d'une eau-mère [1].

La diffusion des molécules de matière colorante dans un cristal et la formation d'inclusions cristallines secondaires, de même orientation, permettent de donner une explication de l'origine des inclusions lamellaires d'ilménite dans les cristaux d'hypersthène et de diallage.

Du fer titané existant dans le magma a dû former une solution solide avec le pyroxène. Plus tard, par suite d'actions mécaniques et calorifiques subies par la roche contenant les cristaux, la matière étrangère se trouvant à l'état instable dans le cristal s'est séparée sous forme d'inclusions orientées. Le fait que des cristaux d'augite présentent la structure en sablier, qui montre qu'ils contiennent une matière étrangère au cristal, vient à l'appui de cette explication.

GÉOLOGIE. — *Échelle stratigraphique de la Kabylie des Babors.* Note [2] de MM. **F. Ehrmann** et **J. Savornin**, présentée par M. Ch. Depéret.

La Kabylie des Babors comprend tous les massifs côtiers qui forment à l'admirable golfe de Bougie un décor grandiose.

Tissot et Brossard ont été longtemps les seuls géologues qui aient eu l'occasion, il y a plus de quarante ans, d'y faire des recherches géologiques suivies. Les documents qu'ils ont laissés [3] sont malheureusement fort vagues. M. Ficheur a précisé divers points de détail, en 1890 [4], puis en 1904 [5], et dans l'intervalle a été publiée la troisième édition de la Carte géologique au $\frac{1}{800000}$ (1900). Cette carte montre plusieurs étages mésozoïques. Mais leurs superpositions paraissent comporter de telles lacunes que des géologues n'ayant point vu le terrain ont cru pouvoir récemment

---

(1) S. Ruzicka, *Zeit. phys. Ch.*, t. 72, 1910, p. 381.

(2) Séance du 17 mai 1921.

(3) Notes manuscrites de Brossard : *Texte explicatif de la Carte géologique provisoire au $\frac{1}{800000}$ du département de Constantine*, par J. Tissot (Alger, 1881).

(4) E. Ficheur, *Description géologique de la Kabylie du Djurjura.*

(5) H. Jacob et E. Ficheur, *Notice sur les travaux récents de la Carte géologique de l'Algérie* (*Ann. des Mines*, octobre 1904).

écrire (¹) que la structure de cette région se résume en « une série de digitations (d'une nappe de charriage) dont les têtes correspondent à des barres calcaires liasiques chevauchant les marnes crétacées ».

L'un de nous a rétabli les faits en rappelant (²) que « la stratigraphie de ces massifs est encore à faire, la tectonique suivra ». Grâce aux levés de détail entrepris par F. Ehrmann, pour les cartes au $\frac{1}{50000}$, cette étude est aujourd'hui assez avancée pour que nous en exposions les résultats généraux, contrôlés par des observations faites en commun.

La série des formations reconnues est la suivante :

Permien. Psammites rouges classiques, formant noyau d'un vaste anticlinal dans la vallée inférieure de l'oued Agrioun. Ailleurs, simples traces des mêmes roches emballées dans le Trias.

Trias. Complexe habituel d'argiles bariolées et roches diverses avec gypse et sel gemme. Situations variées, comme toujours, mais avec fréquence de la position normale sous le Lias. Extension superficielle considérable.

Série liasique. L'Hettangien, tel qu'il est bien connu, dans les régions hodnéennes et autres, n'a pas été rencontré. Les faciès lithologiques du Lias inférieur et moyen ressemblent à ceux du Djurjura ou du Bou-Taleb : calcaires massifs avec dolomies, bancs oolithiques, etc. Brossard y a recueilli *Amalthœus spinatus* et *Lytoceras fimbriatum*, qui caractériseraient le Domérien. Nous n'y avons point encore découvert la zone à *Pygope Aspasia,* si remarquable ailleurs et connue à Bougie. Nous attribuons au Lias supérieur une puissante série de calcaires marneux, réglés ou lités, même avec feuillets schisteux. Brossard et M. Ficheur en ont rapporté *Grammoceras radians* et *Lioceras complanatum*.

Oolithique inférieur. Concordant avec le groupe qui précède et formé de calcaires en bancs nombreux, généralement riches en silex. De puissantes lentilles dolomitiques, fort étendues, s'y intercalent. On sait que ce groupe, inconnu au Djurjura, est relativement peu épais au Sud de Sétif, où l'un de nous y a cependant signalé des horizons fossilifères (³).

Oolithique moyen. A l'inverse du précédent, ce groupe d'étages est beaucoup moins puissant qu'au Sud de Sétif et le contraste est frappant. Une faunule d'Ammonoïdés, *Lytoceras, Rhacophyllites,* encore insuffisante, pourra se compléter et servir à le caractériser.

A la partie inférieure s'observe d'ailleurs l'*Argovien*, aux colorations rouges, d'une

(¹) L. Gentil et L. Joleaud, *Les nappes de charriage de l'Afrique du Nord* (*Revue générale des Sciences,* 15 octobre 1918, p. 436).

(²) J. Savornin, *Études sur les nappes de charriage de l'Afrique du Nord* (*Bull. Soc. Hist. nat. Afr. du N.*, 15 mars 1920, p. 44).

(³) J. Savornin, *Étude géologique de la région du Hodna et du Plateau Sétifien* (*Bull. Carte géol. Algér.*, 2e sér., n° 7, p. 154).

constitution identique à celle qu'il revêt à Batna et au Bou-Taleb, où sa faune est riche. Dans les Babors, on n'y voit que des *Aptychus* (¹).

Nous n'avons pu identifier l'*Oolithique supérieur;* mais sa place, réduite, peut aisément être marquée en plusieurs points.

Nous mentionnons à part le *Berriasien*, car il constitue, comme l'*Argovien*, un repère précis permettant de faciles comparaisons lithologiques avec le Bou-Taleb et Batna. Comme il arrive en cette dernière localité, on n'y trouve généralement que des *Aptychus*. Il se rattache à toute la série oolithique sous-jacente par continuité de sédimentation.

De nombreux épisodes détritiques, précurseurs de ceux signalés dans le Crétacé (²), sont marqués par des inclusions de petits galets épars à différents niveaux depuis le Lias supérieur.

L'*Eocrétacique* débute par la zone à *Kilianella Roubaudi*, qui, comme au Bou-Taleb et à Batna, inaugure un ordre de choses nouveau, avec phénomènes de transgressions locales et de discordances. Il est constitué par des marnes et calcaires marneux, fortement schistoïdes, avec intercalations fréquentes de conglomérats spéciaux. On trouve des céphalopodes de faciès bathyal jusque dans ces poudingues. L'*Hauterivien*, le *Barrémien* et l'*Aptien* offrent les mêmes particularités lithologiques, avec variations de détail.

L'*Albien* et le *Cénomanien*, indépendants en général de tous les étages sous-jacents, ressemblent à ce qu'ils sont dans la chaîne des Biban. Toutefois, la zone à *Mortoniceras inflatum*, dont l'un de nous a montré l'importance dans ces régions méridionales, ne paraît jusqu'ici représentée que par un horizon riche en *Belemnopsis ultimus*.

Les deux étages sont encore localement pourvus de bancs poudinguiformes. Ils demeurent généralement groupés.

Le *Sénonien*, sous ses faciès septentrionaux de marnes noires à lentilles calcaires, patinées d'ocre jaune, et de calcaires marneux à *Inocérames*, se reconnaît aisément. Il est largement transgressif, comme on sait, jusqu'au revers nord de la chaîne des Biban.

Les étages tertiaires sont rares et mal conservés. Le *Suessonien* est relégué au Sud. M. Ficheur a signalé des traces de *Mésonummulitique* au Kef Roubba (³). Le *Néonummulitique* est reconnaissable à Tizi Kfrida. Mais c'est surtout à l'Ouest qu'il se développe, comme le montre la carte.

(¹) F. Ehrmann, *Le Jurassique moyen et supérieur dans la chaîne des Babors* (*Algérie*) (*Comptes rendus somm. séances Soc. géol. de France*, 7 juin 1920, p. 117).

(²) F. Ehrmann, *Sur un important mouvement orogénique au début du Crétacique dans la Kabylie des Babors* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 860).

(³) H. Jacob et E. Ficheur, *loc. cit.*, page 34 du tirage à part.

Après M. Ficheur, nous avons reconnu le *Cartennien* ([1]), dont l'un de nous a découvert de nouveaux affleurements se reliant avec ceux de l'est et du sud du Djurdjura.

En résumé, l'échelle stratigraphique de la Kabylie des Babors comprend presque tous les étages mésozoïques, déterminés soit par leurs faunes, soit indirectement par leurs ressemblances avec leurs équivalents d'autres régions.

Abstraction faite des particularités tectoniques, d'ailleurs très variées, les séries se montrent concordantes, avec solutions de continuité locales, dont la première est à la base du Valanginien, une autre sous l'Albien, la troisième sous le Sénonien. Ces lacunes et discordances se multiplient et se généralisent dans les séries tertiaires.

L'évolution orogénique de cette région est donc très comparable à celle de la Chaîne des Biban et des Monts du Hodna, qui portent les multiples empreintes de mouvements d'âge crétacé, nummulitique et néogène.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les oscillations simultanées de la pression et du vent au sommet de la Tour Eiffel et leur relation avec la surface de grain (squall surface de J. Bjerkness) d'une dépression.* Note de M. **R. Dongier**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Dans une Note récente ([2]) j'ai montré que les oscillations simultanées du vent et de la température, observées dans certains cas au sommet de la Tour Eiffel, par pression barométrique sensiblement stationnaire, marquent le passage de la surface directrice (steering surface) qui, sur le front d'un cyclone en mouvement, sert de limite au secteur chaud.

Les mêmes instruments fournissent le moyen de mettre en évidence le passage de ce que M. J. Bjerkness appelle la surface de grain (squall surface) qui sert de limite à la partie, non plus antérieure, mais *postérieure* du secteur chaud.

A la suite du refroidissement déterminé par l'entrée en jeu des masses froides de l'arrière du cyclone, il arrive parfois qu'on observe, à la Tour Eiffel, par température sensiblement stationnaire, des oscillations concordantes, d'amplitudes très notables, du vent et de la pression. De pareilles

---

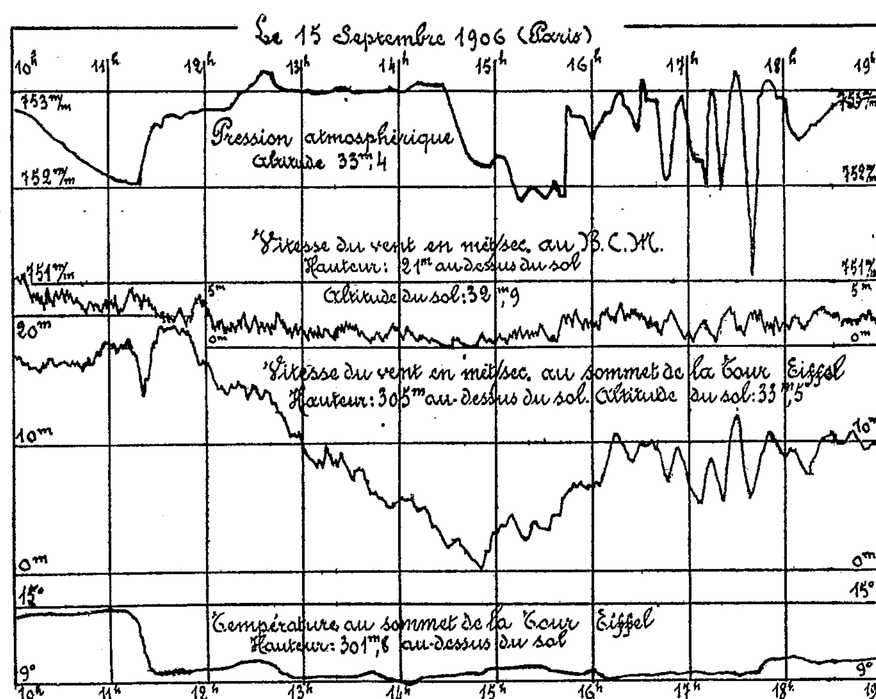
([1]) H. Jacob et E. Ficheur, *loc. cit.*, page 39 du tirage à part.

([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 699.

coïncidences ne se produisent pas fréquemment; dans les Mémoires annuels sur les Orages en France (1906-1910), je n'ai pu les signaler qu'un petit nombre de fois; elles présentent néanmoins un grand intérêt, car elles apportent un témoignage concret à la conception nouvelle de M. J. Bjerkness qui s'exprime ainsi à ce sujet : « L'air froid venant de gauche pénètre sous l'air chaud en forçant celui-ci à remonter rapidement et en exécutant *sans doute* ensuite des oscillations verticales » ([1]).

Le cas que nous allons mentionner s'est produit le 15 septembre 1906 ([2]).

La région parisienne se trouvait alors sous l'influence d'une dépression dont le centre cheminait du nord de l'Écosse (15 sept., à 7^h) vers le Danemark (16 sept., à 7^h). Le refroidissement s'est manifesté brusquement à 11^{h}20^m (voir les diagrammes de la figure ci-dessous); l'abaissement de



la température, de l'ordre de 5°, a été observé simultanément à tous les étages de la Tour Eiffel et au Bureau Central météorologique. Comme d'ordinaire en pareil cas, le baromètre a présenté une montée rapide atteignant

([1]) *Ciel et Terre*, 1920, p. 241.

([2]) R. Dongier, *Les Orages en France en* 1906 (*Ann. du B. C. M.*, t. 1, p. 329; Gauthier-Villars, Paris, 1909).

$0^{mm},6$, et le vent, de direction Ouest, a subi une saute vers le Nord, pour revenir bientôt à sa direction initiale (1).

Ainsi donc, dans les portions basses de l'atmosphère, les masses chaudes ont été remplacées par des masses froides jusqu'à des hauteurs dépassant le sommet de la Tour Eiffel. Il est naturel de penser que les masses chaudes se sont élevées au-dessus des masses froides, et que l'ensemble a donné lieu à des courants juxtaposés de vitesses, de températures et de densités différentes. Ces courants ne se pénètrent pas notablement et ne cheminent pas nécessairement dans la même direction; leur frottement mutuel entraîne la production de vagues dont les effets, si les amplitudes sont assez grandes, peuvent être décelés par les oscillations concordantes de l'anémomètre et du baromètre.

De l'examen des diagrammes, il ressort que le vent au sommet de la Tour Eiffel et la pression ont présenté des oscillations simultanées entre 14^h30^m et 18^h; l'anémomètre a enregistré la composante horizontale, tandis que le baromètre a accusé l'existence d'une composante verticale. Cette production de mouvements ondulatoires dans le sens vertical est confirmée encore par l'existence d'une température à peu près stationnaire; le refroidissement dû à la détente adiabatique de l'air ascendant est alors exactement compensé, quand l'air est descendant, par le réchauffement dû à la compression adiabatique.

Ces conclusions sont en accord avec les vues si ingénieuses émises par M. J. Bjerkness; il serait désirable qu'elles pussent être confirmées par des observations directes, au moyen de dispositifs adaptés à la mesure de la composante verticale du vent.

BOTANIQUE. — *Sur les modifications de la forme et de la structure des Hépatiques maintenues submergées dans l'eau.* Note de MM. **Ad. Davy de Virville** et **Robert Douin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Divers auteurs ont fait, incidemment, quelques observations relatives à l'action du milieu sur les *Muscinées*. On trouvera de rares indications dans

(1) Il importe de remarquer que l'abaissement de température qui marque le passage de la « squall line ou ligne de grain » de M. Bjerkness n'est pas toujours accompagné des manifestations violentes qui se produisent dans le cas ordinaire des grains. Ce phénomène, si redouté des aviateurs, n'est d'ailleurs pas spécial à la limite postérieure du secteur chaud; il se produit dans des conditions météorologiques variées et se reconnaît sur la carte synoptique par la structure en V des isobares.

les travaux de Kny ([1]) et de Cavers ([2]). Maheu ([3]), dans ses études sur la flore des cavernes, Beauverie ([4]), puis Ulmo ([5]), en faisant quelques cultures expérimentales, ont obtenu des résultats plus précis. Récemment, l'un de nous ([6]) montrait que le milieu aquatique pouvait modifier profondément les *Muscinées*. Nos expériences mettent en évidence l'action de ce milieu sur les *Hépatiques*.

Ces recherches ont porté sur un certain nombre de types que nous avons cultivés dans des cristallisoirs sous une faible épaisseur d'eau qui était fréquemment renouvelée. L'immersion occasionne un arrêt momentané du développement de l'appareil végétatif qui continue bientôt à s'accroître, en se modifiant, tandis que les parties qui s'étaient développées dans les conditions habituelles se nécrosent peu à peu.

Riccia ciliata Hoffm. — Les thalles normaux, qui sont peu ramifiés, ont $0^{cm},5$ de long sur $0^{cm},1$ de large et sont garnis sur leurs bords de nombreux cils blanchâtres. Après trois mois de submersion, on observe une ramification abondante (jusqu'à cinq bifurcations successives) qui donne à la plante un port rappelant celui des *Riccia* aquatiques. Ces pousses, moins riches en chlorophylle, ont 2^{cm} de longueur, et les cils caractéristiques de l'espèce ont disparu. Les rhizoïdes, plus nombreux et plus longs, ne présentent plus que de rares épaississements, alors que d'ordinaire ils sont très abondants.

Fegatella conica Corda. — Cette espèce a donné des pousses subapicales dressées et ramifiées, d'un vert pâle, atteignant 7^{cm} de longueur sur $0^{cm},4$ de largeur, au lieu de 1^{cm} comme c'est le cas normalement. La dorsiventralité, fait déjà observé par Ulmo (*loc. cit.*), n'est pas atténuée, mais les stomates sont très saillants, et leurs parois sont fortement redressées, leur ouverture offrant un diamètre de 10^{μ}, alors qu'il n'est habituellement que de 5^{μ}. Dans les chambres aérifères, les cellules hyalines surmontant les poils chlorophylliens ont disparu.

Nous avons observé des modifications du même ordre sur le *Lunularia vulgalis* Mich.

Pellia calycina Nees. — Cultivé sous une faible couche d'eau, ce *Pellia* a donné naissance à des thalles non ramifiées de 6^{cm} de long sur $0^{cm},3$ de large, à bords fortement repliés longitudinalement. Par contre, en eau profonde de 20^{cm}, les pousses, après un même temps de culture, ne mesuraient que 2^{cm} de longueur et leurs bords n'étaient pas repliés. La pression de l'eau entrave donc le développement lorsqu'elle devient trop considérable. Ce nouveau facteur, dont on soupçonnait peu l'importance, doit être pris en considération.

([1]) Kny, *Bau und Entwicklung von* Marchantia polymorpha *L.*, Berlin, 1890.
([2]) Cavers, *Annals of Botany*, t. 17, n° 69, 1904, p. 87-120.
([3]) Maheu, *C. R. du Congrès des Sociétés savantes*, 1906, p. 53-58.
([4]) Beauverie, *Ann. Soc. Linn. de Lyon*, t. 44, 1897, p. 57-69.
([5]) Ulmo, *Recherches sur les Marchantiacées*, 1913.
([6]) Ad. Davy de Virville, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 168-170.

Sphærocarpus terrestris Sm. — Dans l'eau, les thalles ♀ se dressent et s'allongent énormément. Ils ne présentent plus les nombreux lobes que l'on peut observer dans la nature et se montrent sous l'aspect de lames assez étroites, longues de 1^cm environ, portant des involucres dressés plus longs que les involucres normaux et largement évasés; même, sur certains thalles, ces involucres se sont développés sous forme de lames foliacées; ces résultats sont conformes à ceux signalés par Ch. et R. Douin [1] à propos de l'influence de l'humidité sur les *Sphærocarpus* (involucres ouverts ou fendus longitudinalement). Ces faits semblent aussi venir à l'appui des idées de certains auteurs qui considèrent les *Riella* comme des *Sphærocarpus* adaptés à la vie aquatique.

Calypogeia Trichomanis Corda. — Cette espèce a donné des pousses dressées de 2^cm,5 de longueur. Le Tableau suivant résume les différences observées :

Calypogeia Trichomanis Corda.	Type normal.	Type aquatique.
	mm	mm
Distance entre les feuilles..........	0,8	1,2
Cellules de la tige..................	0,070 × 0,035	0,133 × 0,035
Taille des feuilles..................	0,880 × 0,880	0,52 × 0,52
Cellules des feuilles...............	0,049 × 0,040	0,035 × 0,031

On constate donc, lorsqu'on a cultivé cette espèce dans l'eau, une élongation de la tige, ainsi qu'une diminution de la taille des feuilles et de leurs cellules dont les membranes sont moins épaisses. Dans la tige, les membranes des cellules externes ne sont plus cutinisées.

Le *Plagiochila asplenioides* Dum. et le *Lophocolea bidentata* Nees. ont présenté des modifications analogues.

Il résulte donc de ces faits que les *Hépatiques*, cultivées dans l'eau, sont susceptibles de s'adapter à leur nouveau milieu qui provoque des changements remarquables dans le développement, la taille, la structure et aussi dans la direction suivant laquelle se fait l'allongement de ces végétaux. Si ces formes étaient rencontrées dans la nature sans qu'on en connût la genèse, on n'hésiterait pas à les décrire comme des variétés ou même comme de bonnes espèces.

BOTANIQUE. — *Une nouvelle Asclépiadacée aphylle du nord-ouest de Madagascar.* Note de M. **P. Choux**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On connaît aujourd'hui à Madagascar une trentaine d'espèces d'Asclépiadacées aphylles, et c'est à partir de 1906 que le nombre s'en est particulièrement accru, grâce aux travaux de MM. Costantin, Gallaud, Bois,

(1) Ch. et R. Douin, *Rev. gén. de Bot.*, 1917, n° 341, p. 123-136 et 1 planche.

Jumelle et Perrier de la Bâthie. Nous-même, en 1913-1914, avons fait connaître plusieurs espèces qui nous ont paru nouvelles.

La liste n'en est pas cependant entièrement close, puisque nous avons l'occasion de signaler aujourd'hui un genre nouveau.

La plante dont il s'agit a été récoltée en septembre 1920 par M. Perrier de la Bâthie dans des sables très secs de l'Ankarafantsika, c'est-à dire dans ces parties sèches du Boïna où l'on a déjà signalé maintes Asclépiadacées aphylles.

Les tiges, dépourvues de feuilles, sont nombreuses, dressées, mais peu raides. Si certaines s'allongent en s'appuyant sur les buissons d'alentour, d'autres retombent sur le sol où elles s'enracinent. Remarquons déjà que par son port notre plante s'écarte de la plupart des Cynanchinées aphylles malgaches, qui sont surtout des lianes, et parmi lesquelles on ne connaît que quatre espèces non grimpantes, le *Platykeleba insignis* N. E. Br., le *Cynanchum macrolobum* Jum. et Perr., le *C. Perrieri* Choux et le *C. compactum* Choux.

Les enveloppes florales n'ont aucune particularité bien caractéristique. Le calice, de petite taille, est à sépales ovales-triangulaires ou triangulaires arrondis et, dans ce dernier cas, aussi longs que larges ou même plus larges que longs. Leurs dimensions varient entre $1^{mm},1$ et $1^{mm},3$ de longueur sur $0^{mm},8$ à $1^{mm},6$ de largeur. Au niveau de chaque sinus calicinal, se trouvent deux à trois glandes, souvent inégales. La corolle est blanche, finement lisérée de rouge à la gorge. Les pétales, soudés à la base sur $2^{mm},5$ à 3^{mm}, et d'une longueur totale de $8^{mm},5$ à 1^{cm}, sont oblongs, à sommet obtus, entièrement glabres, et mesurent $2^{mm},3$ à $2^{mm},5$ de largeur.

Le principal intérêt est offert par la couronne, qui est formée de cinq pièces vertes, linéaires, très aiguës, s'élargissant cependant un peu à la base, et devenant par suite triangulaires dans cette région. Ces cinq languettes, aplaties dorsalement dans leur partie basilaire, sont soudées aux étamines. Un mince pont aplati latéralement relie les premières aux secondes. En outre — et c'est là le caractère important — ces pièces coronaires sont à peu près complètement indépendantes et nettement séparées les unes des autres. Chacune d'elles s'unit bien à sa voisine sur une hauteur de $0^{mm},1$ à $0^{mm},2$, formant même au point de jonction une minuscule pochette qui fait très légèrement saillie à l'extérieur; mais, comme les filaments coronaires ont une longueur totale de $4^{mm},2$ à $4^{mm},5$, dépassant de $2^{mm},5$ le sommet du gynostège, on peut considérer ces pièces comme presque complètement libres sur toute leur hauteur. De plus, si à leur extrême base, ces pièces sont confluentes et ont de $0^{mm},7$ à $0^{mm},8$ de largeur, elles

s'écartent très rapidement les unes des autres et s'amincissent progressivement jusqu'à devenir linéaires. A partir, cependant, du niveau de l'insertion des rétinacles sur le plateau stigmatique, elles ne se rétrécissent plus que fort peu jusqu'au sommet, où leur largeur est de $0^{mm},087$ à $0^{mm},105$. *La couronne n'a donc point cette forme de coupe, d'anneau ou de tube, qui sert à caractériser les plantes de la tribu des Cynanchinées, tribu à laquelle appartiennent toutes les Asclépiadacées aphylles signalées jusqu'ici à Madagascar.*

Les anthères sont surmontées par une membrane triangulaire, arrondie ou rectangulaire, toujours munie d'une pointe aiguë au sommet. Cette membrane, qui se rabat sur le plateau stigmatique, mesure de $0^{mm},407$ à $0^{mm},595$ de hauteur sur $0^{mm},542$ à $0^{mm},665$ de largeur.

Les pollinies elliptiques ($0^{mm},350$ à $0^{mm},385$ de hauteur sur $0^{mm},210$ à $0^{mm},227$ de largeur) sont pendantes à l'extrémité de caudicules obliques ($0^{mm},192$ de longueur) et un peu arqués, s'élargissant à leur insertion sur les pollinies. Le rétinacle, rouge, court, est de forme ovalaire ($0^{mm},192$ à $0^{mm},210$ de hauteur sur $0^{mm},148$ à $0^{mm},166$).

Le stigmate se compose d'un court pédicelle qui supporte un plateau de contour pentagonal. Chacun des angles du pentagone présente une minime dépression pour l'insertion des rétinacles; et, dans l'intervalle de ces angles, les bords sont fortement déprimés en arc de cercle. Le plateau est surmonté en sa partie médiane d'une portion conique très courte, qui ne dépasse pas $0^{mm},5$ de hauteur, le plateau lui-même ayant une hauteur sensiblement égale.

En définitive, tous ces caractères peuvent être résumés dans la diagnose suivante :

Aphyllum, ramis erectis, multis, parum rigidis. Flores albi, intus leviter rubri. Sepalis ovatis-triangulis, glandulosis, $1^{mm},1$-$1^{mm},3$ *longis,* $0^{mm},8$-$1^{mm},6$ *latis. Petalis oblongis, apice obtusis,* $8^{mm},5$-1^{cm} *longis,* $2^{mm},3$-$2^{mm},5$ *latis, basi* ($2^{mm},5$-3^{mm}) *concrescentibus. Corona viridi,* $4^{mm},2$-$4^{mm},5$ *alta; lobis quinque linearibus, apice acutis, basi leviter triangulis, fere omnino liberis, gynostegium multum* ($2^{mm},5$) *superantibus. Antheræ membrana triangula vel rotundata, apice acuta* ($0^{mm},407$-$0^{mm},595$ *alta,* $0^{mm},542$-$0^{mm},665$ *lata*). *Polliniis ellipticis. Stigmate apice leviter conico.*

Notre espèce ne nous paraît pas pouvoir rentrer dans la tribu des Cynanchinées, au sens où la comprend K. Schumann. Mais elle se placerait parmi les Asclépiadinées, qui jusqu'ici ne sont représentées à Madagascar que par deux espèces. Nous croyons, d'autre part, ne pouvoir la classer dans aucun des genres de cette tribu actuellement connus. Nous créerons donc le genre *Nematostemma* et notre espèce sera le *Nematostemma Perrieri*, que nous pla-

cerions volontiers à côté du genre *Metastelma* R. Br., qui comprend également (section *Amphistelma* K. Schum.) des espèces aphylles, telles que le *Metastelma aphyllum* Dcne, mais dont tous les représentants sont exclusivement de l'Amérique tropicale.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude du rôle physiologique des anthocyanes.* Note de M. **Stan Jonesco**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La question des anthocyanes, qui a été tant discutée dans ces derniers temps, a reçu une solution presque définitive en ce qui concerne leur origine, leur formation et les conditions dans lesquelles elles se forment. A ce point de vue il suffit de citer les récentes recherches de Raoul Combes. Willstätter et ses élèves ont réussi à déterminer la composition et la formule chimique de ces corps.

Si sur ce terrain on a abouti à résoudre la question des anthocyanes, le problème reste complètement irrésolu au point de vue du rôle physiologique que ces pigments jouent dans la vie intime des plantes.

D'après Pringsheim, les anthocyanes se trouvant en grande quantité dans les feuilles, associées à la chlorophylle, elles auraient pour rôle de protéger le pigment vert contre l'intensité trop forte de la lumière. Les recherches ultérieures de Reinke et d'Engelmann ont démontré que la théorie de Pringsheim n'est pas fondée sur des faits rigoureusement établis.

Stahl, s'appuyant sur de nombreux faits observés dans la nature, leur a attribué un rôle très important dans l'élévation de la température des plantes. Enfin Palladine croit que les anthocyanes constituent des pigments respiratoires et jouent le rôle de corps de transition dans l'oxydation des matières qui servent dans la respiration.

Pour éclairer autant qu'il est possible le rôle physiologique de ces pigments, j'ai entrepris une série de recherches dans une voie différente de celle qui a été suivie par les auteurs dont il vient d'être question.

Il ne paraît pas convenable, dans l'état actuel de nos connaissances, d'étudier les glucosides anthocyaniques seuls, lorsqu'on s'occupe de leur rôle physiologique. Ces substances semblent tellement liées aux glucosides flavoniques qu'il est indispensable d'étudier ensemble ces deux groupes de corps. J'ai donc cherché à savoir ce que devient l'ensemble des anthocyanes et des glucosides flavoniques contenus dans des plantules rouges lorsqu'on place ces dernières à l'obscurité. J'ai dosé l'ensemble de

ces corps en épuisant les tissus au moyen de l'alcool à chaud, en précipitant ces glucosides à l'état de combinaisons plombiques, hydrolysant ces dernières et déterminant le pouvoir réducteur des produits d'hydrolyse obtenus. J'ai également déterminé la quantité de sucres réducteurs, sucres non réducteurs, d'amidons et de celluloses dans ces mêmes plantules de façon à établir le rapport qui peut exister entre les variations des anthocyanes et celles des substances hydrocarbonées.

Mes expériences ont porté sur des plantules de Sarrasin et de Blé de Bordeaux développées à l'obscurité. Dès que les plantules avaient atteint une longueur de 3cm à 5cm, elles étaient exposées à la lumière. Après 48 heures d'insolation, le Sarrasin et le Blé étaient fortement colorés par une anthocyane : le Sarrasin en rouge vif, le Blé en rouge violacé. J'ai fait porter mes analyses sur une première série de plantules s'étant pigmentées dans ces conditions et qui servait de témoin, tandis que deux autres séries étaient placées à l'obscurité dans une chambre noire, où je les laissais pendant 6, 10 ou 15 jours. Après 2 ou 3 jours de séjour à l'obscurité, les plantules ont été observées, et j'ai constaté qu'elles se développaient assez bien, tandis que leur coloration commençait à s'atténuer. Après 6 jours d'obscurité, lorsque la coloration avait sensiblement diminué sans disparaître complètement, car la base des tiges était encore colorée, j'ai fait, sur une série de plantules, une analyse semblable à celle qui avait porté sur le témoin. Après un séjour à l'obscurité de 10 jours pour le Blé et de 15 jours pour le Sarrasin, c'est-à-dire lorsque la coloration avait à peu près complètement disparu, j'ai fait l'analyse de la dernière série de plantules. Je réunis dans le Tableau ci-dessous les résultats de l'une des expériences faites; ces résultats sont rapportés à 100g de substance sèche.

		Blé rouge			Sarrasin rouge	
	Blé rouge.	6 jours à l'obscurité.	10 jours à l'obscurité.	Sarrasin rouge.	6 jours à l'obscurité.	15 jours à l'obscurité.
Glucosides anthocyaniques et flavoniques..	g 1,943	g 0,423	g 0,323	g 2,471	g 1,750	g 0,363
Sucres réducteurs.....	5,397	7,558	8,888	5,608	3,326	3,414
Sucres non réducteurs..	1,079	1,052	0,762	0,734	0,279	»
Amidons............	16,234	15,795	14,200	19,086	8,700	8,383
Celluloses...........	1,468	2,186	4,503	0,876	1,228	1,654

L'examen de ce Tableau permet de faire les constatations suivantes :

1° Chez le Sarrasin comme chez le Blé ayant formé des pigments anthocyaniques à la lumière, et maintenus ensuite à l'obscurité, les glucosides anthocyaniques et flavoniques diminuent sensiblement à mesure que se prolonge le séjour à l'obscurité. Chez le Blé, nous voyons la quantité initiale de 1g,943 tomber à 0g,423, après 6 jours, et à 0g,323, après 10 jours. Chez le Sarrasin, la quantité initiale de 2g,471 tombe à 1g,750, après 6 jours, et à 0g,363, après 15 jours. Une grande partie de l'ensemble des glucosides anthocyaniques et flavoniques disparaît donc dans ces circonstances.

2° Dans les mêmes conditions, les sucres réducteurs évoluent de manière différente chez le Blé et chez le Sarrasin. Ils augmentent dans la première plante et diminuent dans la seconde.

3° Les sucres non réducteurs et les amidons diminuent.

4° Dans les deux plantes nous constatons une augmentation des celluloses. Cette augmentation est expliquée par le fait que les plantules continuent à croître à l'obscurité et forment, par conséquent, de nouveaux tissus.

L'observation des plantules colorées par des pigments anthocyaniques au cours de leur séjour à l'obscurité permet de constater nettement la diminution du pigment rouge. On pouvait supposer, ou bien que ces pigments se transforment, repassant par exemple à l'état de glucosides flavoniques, ou bien qu'ils sont détruits. Les analyses dont je viens de résumer les résultats montrent que cette dernière hypothèse doit être adoptée puisqu'une grande partie de l'ensemble des glucosides anthocyaniques et flavoniques disparaît à mesure que les plantules perdent leur pigment rouge.

Il semble donc qu'on puisse conclure de ces faits que les glucosides anthocyaniques et flavoniques sont susceptibles d'être utilisés par les plantes maintenues à l'obscurité dans les conditions où les expériences ont été réalisées.

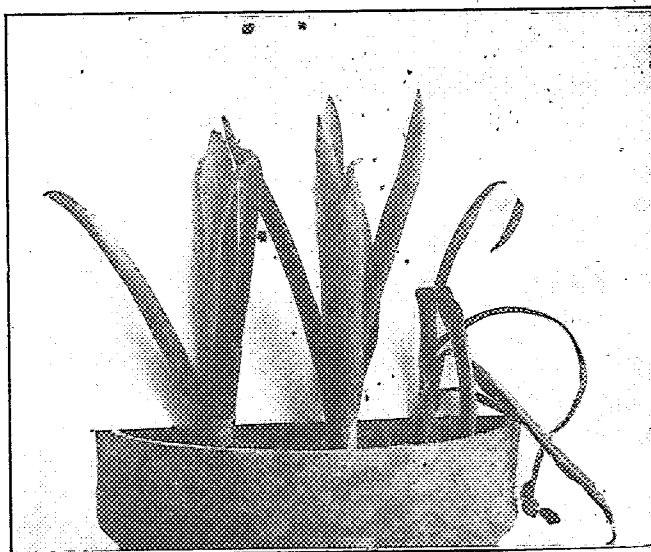
PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *L'anaphylaxie chez les végétaux.* Note de MM. Auguste Lumière et Henri Couturier, présentée par M. Roux.

L'état de sensibilisation qui est conféré, chez les animaux, par l'injection d'une matière albuminoïde étrangère à leur organisme, est un fait dont le caractère est si général que nous avons eu l'idée de rechercher si ce phénomène pourrait aussi se manifester chez les végétaux.

Première expérience. — A cet effet, nous avons choisi, sur une plante d'oseille sauvage, quatre feuilles ayant les mêmes dimensions approximatives. Dans le pétiole de deux de ces feuilles, nous avons injecté, le 24 janvier, $\frac{1}{100}$ de centimètre cube de sérum de cheval; au bout d'un mois, aucune différence de végétation n'est perceptible entre ces quatre feuilles; nous injectons alors à l'une des deux feuilles ayant reçu l'injection préliminaire, ainsi qu'à l'une des feuilles témoins, $0^{cm^3},3$ de ce même sérum.

Pendant quatre jours, on n'observe rien d'anormal; mais à partir du cinquième, on voit la feuille qui a reçu les deux injections, préparante et déchaînante, se flétrir peu

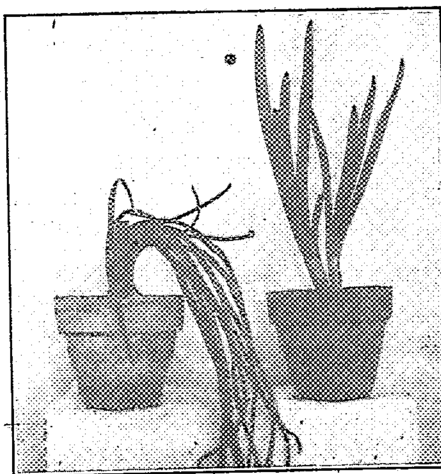
à peu; au dixième jour, elle est complètement flétrie, alors que les autres feuilles continuent à végéter normalement.



Injection préparante seule. Injection massive sans injection préparante. Injection préparante et injection seconde massive.

Fig. 1. — Photographie faite 6 jours après les injections massives.

Deuxième expérience. — Prenant ensuite trois jacinthes, plantées dans le même pot et se trouvant par conséquent dans les mêmes conditions de vie, nous pratiquons



Avec injection préparante. Sans injection préparante.

Fig. 2. — Les deux plantes ont reçu une injection massive. Photographie faite 6 jours après les injections massives.

dans le bulbe de deux d'entre elles, une injection de $\frac{1}{50}$ de centimètre cube de sérum de cheval; trois semaines après, nous constatons que la croissance n'a pas été

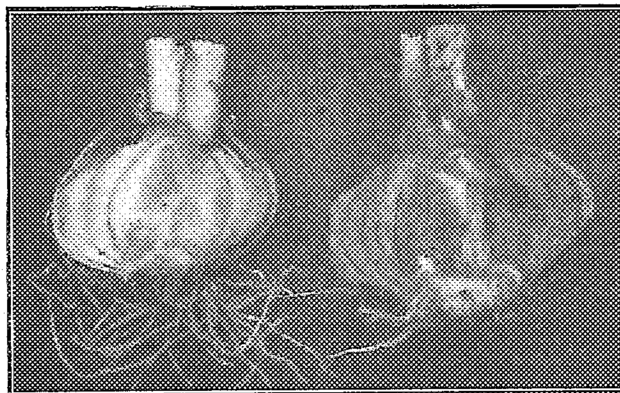
influencée par ce traitement : on injecte alors dans l'un des bulbes ayant reçu l'injection préparante et dans le bulbe non encore traité $\frac{1}{4}$ de centimètre cube du même sérum. Quatre jours après, la plante à laquelle on a administré les deux injections, préparante et déchaînante, commence à dépérir : au onzième jour, elle est flétrie complètement, alors que le développement des autres reste normal.

Troisième expérience. — Le 15 mars, on injecte dans des bulbes d'oignons, plantés 8 jours auparavant, $0^{cm^3},01$ de sérum d'âne, d'autres bulbes étant conservés par ailleurs comme témoins, dans les mêmes conditions; 15 jours après l'injection préparante, qui n'a en rien modifié la croissance, nous injectons dans l'un des bulbes préparés, ainsi que dans le bulbe d'une plante témoin, $0^{cm^3},8$ du même sérum. Au quatrième jour, les feuilles du temoin se plissent légèrement, en conservant cependant leur rigidité, tandis que celles de l'oignon sensibilisé prennent une consistance molle. Au bout de 8 jours, l'état du témoin est demeuré stationnaire, tandis que la plante sensibilisée s'est complètement affaissée.

Si l'on sectionne les tiges de ces deux plantes, on constate que celles du témoin sont franchement vertes et de consistance normale, tandis que les autres sont ramollies, de couleur gris verdâtre et presque pourries.

Le bulbe témoin sectionné est normal, sans que l'on retrouve la trace de l'injection, alors que, chez l'anaphylactisé, la place de l'injection est marquée par une cavité remplie d'un magma brunâtre et la totalité du bulbe se trouve dans un état de pourriture déjà avancé.

Ces premiers résultats, superposables, montrent que l'état anaphylactique peut être créé chez les végétaux.



Sans injection preparante. Avec injection preparante.

Fig. 3. — Injections massives dans les deux bulbes.

Des expériences actuellement en cours ont pour objet de rechercher l'effet des différentes matières albuminoïdes, végétales ou animales, le degré de spécificité de la sensibilisation, la possibilité de désensibiliser les végétaux par l'administration de doses subintrantes et de comparer les caractères de cette anaphylaxie à ceux que l'on observe chez les animaux.

PHYSIOLOGIE. — *Glande interstitielle du testicule et caractères sexuels secondaires chez les Poissons.* Note de M. R. COURRIER, présentée par M. Widal.

L'étude de la glande germinative mâle de l'Épinoche (*Gastrostous aculœtus*) nous a permis d'observer les faits suivants. Au début de mars, le testicule est en préspermatogenèse; des noyaux de Sertoli sont appliqués contre la membrane propre des ampoules spermatiques, et la lumière de ces canaux est occupée par les divers éléments de la lignée séminale : spermatogonies, spermatocytes, spermatides. Les tubes séminifères sont très distendus; les espaces intertubulaires sont presque virtuels; on y distingue de place en place quelques cellules conjonctives aplaties. La spermiogenèse apparaît aux derniers jours de mars. Elle s'effectue rapidement et bientôt les tubes séminifères ne contiennent plus que des noyaux de Sertoli, des spermatozoïdes et des spermatogonies. Tandis qu'a lieu cette évolution dans les canaux spermatiques, certaines modifications apparaissent au niveau des espaces intertubulaires. Ceux-ci s'agrandissent et se remplissent d'un tissu conjonctivo-vasculaire. Les cellules conjonctives, d'abord petites, grossissent considérablement; noyau et protoplasme s'hypertrophient parallèlement et de nombreux capillaires s'insinuent entre les éléments connectifs. Vers la mi-avril, les tubes séminifères sont moins dilatés; ils contiennent des spermatozoïdes qui s'orientent autour des éléments sertoliens. Il existe de très rares spermatogonies; spermatocytes et spermatides font entièrement défaut. Si l'on a traité l'objet par une technique spéciale, les éléments intertubulaires révèlent des détails cytologiques intéressants. Les cellules conjonctives ont acquis un aspect glandulaire parfaitement distinct; autour d'un noyau arrondi à gros nucléole central se trouve un protoplasme de structure différente suivant les éléments considérés. Il est le plus souvent foncé grâce à l'abondance de granulations extrêmement fines qui sont des mitochondries. D'autres cellules possèdent des granulations plus volumineuses et enfin quelques éléments renferment dans leur cytoplasme de gros grains de sécrétion. On a donc sous les yeux les différents stades d'un cycle sécrétoire. Ajoutons que ces cellules glandulaires s'orientent autour des vaisseaux sanguins, devenus très abondants dans les espaces intertubulaires. *Cette description montre nettement que nous sommes en présence d'une glande endocrine en activité : c'est la glande interstitielle du testicule.*

L'Épinoche présente un caractère sexuel secondaire bien marqué au

moment de la reproduction. Le mâle possède une parure de noces très spéciale, le dos est vert émeraude et la région ventrale devient rouge écarlate. Nous avons pu constater que c'était au moment où se produisent les premiers phénomènes sécrétoires dans les cellules interstitielles qu'apparaît la teinte rouge caractéristique. Les travaux de Bouin et Ancel sur le conditionnement des caractères sexuels secondaires chez les Mammifères ont mis nettement en évidence qu'ils étaient sous la dépendance d'hormones élaborées par les cellules interstitielles du testicule. Les faits d'observation que nous venons de relater tendent à montrer qu'il en est exactement de même chez des Vertébrés inférieurs comme les Poissons. Il ne peut s'agir ici d'une action provenant des cellules séminales, car au moment où apparaît la couleur rouge, la spermatogenèse est terminée et les tubes séminifères ne renferment que des spermatozoïdes et des éléments de Sertoli. Il paraît impossible d'attribuer aux premiers un rôle endocrine; quant aux seconds, les recherches des auteurs déjà cités les ont écartés de la question chez les Mammifères en montrant qu'ils ne subissent pas l'hypertrophie compensatrice dans la castration unilatérale et que les caractères sexuels secondaires peuvent se développer et se maintenir en leur absence.

Nous croyons donc qu'il y a lieu d'établir, chez l'Épinoche, une relation de cause à effet entre le fonctionnement de la glande interstitielle et l'apparition de la parure de noces.

Conclusions. — Il existe chez les Poissons (Épinoche) une glande interstitielle du testicule qui présente une évolution cyclique. Cette glande se développe quand la spermatogenèse est terminée. Les caractères sexuels secondaires se révèlent lorsque les cellules interstitielles sont en activité glandulaire; ils paraissent conditionnés par les hormones sécrétées par ces cellules.

Des recherches expérimentales sont en cours en vue de compléter ces faits d'observation.

HISTOLOGIE. — *Nouvelle technique pour les inclusions et les préparations microscopiques des tissus végétaux et animaux.* Note de Mlle **Larbaud**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La méthode la plus généralement employée pour le traitement des pièces anatomiques à inclure dans la paraffine consiste dans le passage successif de ces pièces dans les huit bains suivants : 1, alcool à 30°; 2, alcool à 60°; 3, alcool à 80°; 4, alcool à 95°; 5, alcool absolu; 6, alcool absolu $\frac{2}{3}$, xylol ou

toluène $\frac{1}{3}$; 7, alcool absolu $\frac{1}{3}$, xylol ou toluène $\frac{2}{3}$; 8, xylol ou toluène pur.

Les principaux inconvénients de cette méthode sont : l'impureté des produits employés, les traces d'eau que contient presque toujours l'alcool éthylique dit *absolu*, la contraction du protoplasma et le durcissement des tissus dans le xylol ou le toluène. Enfin, le prix de revient de ces produits est toujours élevé.

J'ai cherché à supprimer ces inconvénients et à simplifier cette méthode en réduisant le nombre de bains. Pour cela, j'ai employé l'alcool butylique normal qui est livré pur et absolument anhydre. Cet alcool est un produit accessoire de la fabrication de l'acétone (procédé Fernbach); actuellement on en fabrique annuellement plusieurs milliers de tonnes qui n'ont aucune application industrielle. Ce produit a, sur l'alcool éthylique, l'avantage de dissoudre la paraffine, ce qui supprime complètement le xylol ou le toluène. C'est donc une simplification de la méthode, et les résultats ont prouvé que c'était aussi une amélioration.

Traitement des pièces anatomiques et des préparations. — L'alcool butylique normal dissolvant très peu d'eau ($\frac{1}{12}$ de son volume), on ne peut pas préparer directement, par addition d'eau, la série des alcools à 30°, à 60° et à 80°. Mais le mélange à parties égales d'alcool éthylique à 95° et d'alcool butylique normal pur est un très bon dissolvant de l'eau. J'emploie donc ce mélange pour les quatre premiers bains. Les calculs montrent qu'à 100$^{cm^3}$ de ce mélange il faut ajouter : 225$^{cm^3}$ d'eau pour obtenir de l'alcool à 30° (1er bain); 62$^{cm^3}$,50 d'eau pour obtenir de l'alcool à 60° (2e bain); 21$^{cm^3}$,87 d'eau pour obtenir de l'alcool à 80° (3e bain), et 2$^{cm^3}$,63 d'eau pour avoir de l'alcool à 95° (4e bain).

C'est alors que s'introduit la simplification de la méthode. En effet, il suffit de deux bains successifs d'alcool butylique normal pur pour achever le traitement des pièces à inclure. Dans le second bain, on ajoute peu à peu de la paraffine, et l'on achève l'inclusion comme d'habitude.

Pour les coupes montées sur lames porte-objet, on remplace la série des alcools éthyliques par la série des alcools éthyliques et butyliques employée pour le traitement des pièces à inclure. Enfin, pour le traitement des coupes de matériaux non inclus dans la paraffine, on remplace les alcools éthyliques à 95° et à 100° par les alcools butyliques correspondants.

Résultats et avantages de cette méthode. — Les essais ont été faits sur des tissus végétaux et sur des tissus animaux; fleurs développées avec leurs divers tissus, jeunes boutons floraux, méristèmes de sommets végétatifs de racines et de tiges, embryons de lapins.

Dans tous les cas j'ai observé la parfaite conservation du protoplasma sans aucune rétraction. Les colorations en masse faites avant l'inclusion n'ont subi aucune altération, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes. Au moment de l'inclusion, les pièces ne sont ni dures ni cassantes, comme

après leur traitement avec le xylol ou le toluène. Enfin, à ces avantages, il faut ajouter le gain de temps par la suppression de deux bains.

Ces résultats permettent de présumer que l'alcool butylique trouvera un débouché dans les laboratoires pour les recherches histologiques.

BACTÉRIOLOGIE AGRICOLE. — *Augmentation du nombre des* Clostridium Pastorianum (*Winogradski*) *dans des terres partiellement stérilisées par le sulfure de calcium.* Note de MM. **G. Truffaut** et **N. Bezssonoff**, présentée par M. L. Maquenne.

Dans un travail précédent [1], nous avons basé l'évaluation du nombre des *Clostridium Pastorianum* du sol sur le comptage des colonies symbiotiques de cet organisme se développant en profondeur dans l'agar des boîtes de Pétri ensemencé par une dilution de terre au $\frac{1}{250000}$.

Un tel mode d'évaluation a l'inconvénient de nécessiter le contrôle de la majorité des colonies se développant en profondeur; aussi, tout en continuant l'étude des colonies symbiotiques, nous avons cherché un procédé de mesure plus rapide.

A cet effet, nous ensemençons des dilutions de terre en tubes d'agar glucosé [2] et, après pasteurisation, nous constatons ou non une fermentation; dans le cas d'une fermentation, nous établissons la présence du *Clostridium* par des préparations, puis nous contrôlons le pouvoir de fixation d'azote par des ensemencements en bouillon [3].

Opérant ainsi, nous avons pu nous convaincre qu'un seul chauffage à 80° pendant 20 minutes des tubes d'agar ensemencés était insuffisant pour assurer des résultats constants; le développement d'anaérobies facultatifs influence défavorablement la fermentation butyrique. La résistance du *Clostridium* au chauffage est bien connue (Omelianski, 1917); cet organisme est susceptible de se développer, même après un chauffage à 110° pendant 20 minutes; on pouvait donc s'attendre à ce que des chauffages à une température plus élevée, en entravant le développement des anaérobies facultatifs, faciliteraient celui du *Clostridium*.

---

(1) *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 1278, et t. **171**, 1920, p. 268.

(2)

Peptone...	2g,5
Liebig....	2
Glucose...	10
Agar......	15
Eau......	1l

(3)

Peptone...	2g,5
Liebig.....	2
Mannite...	10
Eau.......	1l

Cependant, nous avons constaté que deux chauffages à 100° pendant 20 minutes, répétés à 24 heures d'intervalle, diminuent considérablement le nombre des germes de *Clostridium* pouvant se développer et produire la fermentation butyrique; ainsi, en moyenne dans ce cas, sur dix tubes ensemencés avec 1^{cm^3} d'une dilution de terre au $\frac{1}{1000000}$, aucun ne fermente; sur cinq tubes ensemencés avec une dilution au $\frac{1}{500000}$, un seul tube fermente; tandis que, en chauffant deux fois à 80° seulement une dilution au $\frac{1}{100000}$ de la même terre, quatre tubes sur dix fermentent.

Nous avons donc cherché à déterminer un mode de chauffage qui, tout en éliminant les anaérobies facultatifs, donne le plus grand nombre de tubes fermentés; des essais comparatifs faits avec quinze terres de provenance française, tunisienne et marocaine, nous amenèrent aux procédés suivants :

A. Des dilutions de terre au $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{100000}$, $\frac{1}{250000}$ sont placées pendant 30 minutes dans une étuve à 50°. Pour chacune de ces dilutions, 1^{cm^3} est ensemencé dans un tube d'agar glucosé liquéfié, maintenu entre 65° et 70°. On chauffe tous les tubes ensuite à 75° pendant 20 minutes et on les refroidit brusquement dans un courant d'eau froide.

B. On peut introduire dans les tubes un tampon imprégné de pyrogallate de soude (procédé Wright-Burri), ce qui évite le refroidissement brusque.

Quatorze heures après l'ensemencement on chauffe à nouveau les tubes à 50° pendant 30 minutes et l'on répète cette opération deux fois pour ceux qui, maintenus dans une étuve à 35°, n'auraient pas fermenté. En employant un stérilisant à base de CaS (15 pour 100) et de $MgCO^3$ (4,5 pour 100) à la dose de $6^g,66$ par kilogramme de terre, dans des pots contenant 3^{kg} de ce sol, on obtint les résultats suivants :

Tubes refroidis brusquement.

		Huit jours après traitement. Nombre de tubes		Seize jours après traitement. Nombre de tubes	
	Dilutions.	ensemencés.	fermentés.	ensemencés.	fermentés.
Témoin.........	$\frac{1}{10000}$	5	5	5	0
»	$\frac{1}{100000}$	10	3	0	0
Terre traitée....	$\frac{1}{10000}$	5	5	3	2
»	$\frac{1}{100000}$	10	8	0	0

Tubes avec tampon de pyrogallate ensemencés 16 jours après le traitement.

		Nombre de tubes	
	Dilutions.	ensemencés.	fermentés.
Témoin	$\frac{1}{10000}$	3	1
»	$\frac{1}{100000}$	10	1
Terre traitée	$\frac{1}{10000}$	3	3
» »	$\frac{1}{100000}$	10	2

Il est à noter que dans toutes nos expériences, nous avons toujours observé une fermentation butyrique plus énergique dans les tubes ensemencés avec des dilutions de terre partiellement stérilisée que dans les tubes témoins.

Dans les tubes ayant fermenté on a pu constater la présence de formes bactériennes correspondant à celle du *Clostridium Pastorianum*; des bouillons inoculés par des tubes fermentés donnèrent lieu à une fixation moyenne d'azote de 40^mg par litre de bouillon.

En outre, dans nos recherches précédentes faites sur plusieurs centaines de tubes, nous n'avons constaté que deux fois une fermentation butyrique, probablement causée par un spirille non déterminé.

On connaît la difficulté qu'éprouvent les spores bactériennes âgées à germer dans des milieux solides. Nos chiffres ne doivent en conséquence représenter que les *Clostridium* actifs ou venant de sporuler. Toutes choses égales d'ailleurs, le nombre des *Clostridium* que nous avons trouvés dans un sol se trouvant à une température basse est toujours nettement inférieur à celui que nous constatons dans la même terre lorsque la température dépasse 15°.

Conclusions. — L'influence de la stérilisation partielle sur le développement du *Clostridium* est confirmée par ce fait que sur 10 tubes ensemencés avec des dilutions de terre témoins, 3 fermentent, alors que 8 subissent la fermentation butyrique dans le cas de terres partiellement stérilisées, et cela 8 jours après ce traitement. Les rapports sont encore de 2 à 1, 16 jours après le traitement.

Ces méthodes nous ont donné des nombres de *Clostridium* voisins de 100000 au gramme, chiffres qui sont forcément bien au-dessous de la réalité. Il est intéressant cependant de constater que même en les adoptant ils sont de 10 à 100 fois supérieurs à ceux qui ont été donnés par Jones et Murdoch pour les *azotobacter*. Les numérations maxima de ces auteurs sur 17 terres indiquent 1800 organismes par gramme. Nos propres essais ne nous ont pas permis d'en compter plus de 500.

Il nous semble donc que c'est le *Clostridium Pastorianum* et non l'*Azotobacter* qui est l'agent principal de la fixation de l'azote dans le sol.

ENTOMOLOGIE. — *Recherches sur le déterminisme de la perte de la faculté du vol chez les Hemiptères aquatiques.* Note de M. **R. Poisson**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

On sait, d'après les recherches de Ferrière (1914), que certains exemplaires de *Ranatra linearis*. L. possèdent des muscles vibrateurs longitudinaux anormaux. Ces muscles présentent des insertions défectueuses et, d'autre part, ils sont formés de fibres striées beaucoup plus grêles que celles des exemplaires à muscles normaux. Ces fibres sont entourées par des cellules arrondies à gros noyaux entre lesquelles s'insinuent de nombreuses trachées. *Ranatra linearis* nous montre le début d'un processus remarquable : l'indice primitif d'une dégénérescence des muscles du vol (muscles vibrateurs longitudinaux) et la formation, à leur place, d'organes particuliers connus sous le nom d'*organes trachéo-parenchymateux*.

Cette évolution régressive des muscles vibrateurs s'accentue chez *Nepa cinerea* L. En effet, les observations de Ferrière (1914) et de Brocher (1915) montrent que les muscles vibrateurs longitudinaux dorsaux, latéraux dorsaux postérieurs et sternali-dorsaux (vibrateurs transversaux de Janet) s'atrophient progressivement pendant la vie larvaire. Chez l'adulte, sauf quelques rares exceptions, on trouve à la place des muscles vibrateurs longitudinaux, deux organes trachéo-parenchymateux. Ces organes sont constitués par des fibres non striées, entre lesquelles s'insinuent les nombreuses trachéoles musculaires. Les muscles latéraux dorsaux postérieurs et sternali-dorsaux ont totalement disparu. D'après Brocher, ils seraient représentés par des lames de tissus accolés aux sacs aériens.

Les muscles de vol faisant défaut, la *Nèpe* ne peut donc plus voler, quoique possédant des ailes et des élytres d'apparence normale.

Dans le but d'établir le déterminisme qui préside à la régression des muscles du vol chez les Hémiptères aquatiques, j'ai entrepris l'étude de ces muscles :

1° Chez deux espèces affines ne volant pas, *Naucoris cimicoïdes* L. et *Naucoris maculatus* Fabr. (¹), mais dont la première possède des élytres et des

(¹) L'expérience, tentée sur de nombreux exemplaires, a toujours été concluante. Des *Notonectes*, des *Corises*, des *Gerris* macroptères, placées au voisinage d'une source de chaleur d'où elles ne peuvent s'enfuir par la marche, ne tardent pas, sauf quelques très rares exceptions, à s'envoler vers une fenêtre, lorsque la température s'élève. Par contre, *Nèpe* et *Naucorises* ne s'envolent pas et cherchent uniquement à s'enfuir par la marche; elles courent jusqu'à complet épuisement.

ailes normalement développées, alors que la seconde ne présente plus que deux petits moignons alaires.

2° Chez *Gerris lacustris* L., espèce qui vole sous sa forme macroptère et ne vole plus sous sa forme brachyptère [1].

A. Cas de *Naucoris cimicoïdes* (forme ailée).

Les muscles vibrateurs longitudinaux dorsaux ont disparu et ils sont remplacés, ainsi que Ferrière l'a déjà signalé, par deux petits organes trachéo-parenchymateux recouverts en partie par les sacs trachéens. Ces organes sont constitués par des fibres régulières extrêmement minces, sans aucune trace de striation, qui possèdent de gros noyaux de forme ovale, occupant toute la largeur de la fibre. Les fibres sont mélangées à un réseau de trachéoles dont certaines, lorsqu'elles sont pleines d'air, ont l'aspect de petites vésicules.

B. Cas de *Naucoris maculatus* (forme à ailes rudimentaires).

Aucune trace des muscles vibrateurs du vol. Les organes trachéo-parenchymateux eux-mêmes n'existent pas. Dans certains cas, cependant, on peut observer une mince lame de tissu accolée au tronc trachéen correspondant.

C. Cas de *Gerris lacustris*.

1° *Forme macroptère :* Individus de 8^{mm}, ailes de 5^{mm}.

Sur une coupe transversale du mésothorax, on observe une paire de muscles vibrateurs longitudinaux dorsaux et une paire de vibrateurs transversaux [2] parfaitement bien développés et localisés. Latéralement, se trouvent les petits muscles de mise en place des ailes et les muscles moteurs des pattes, dont certaines possèdent une insertion dorsale située au voisinage de celle des vibrateurs transversaux.

2° *Forme brachyptère :* Individus de 8^{mm} de longueur; les élytres atteignent exactement la moitié de la longueur de l'abdomen, elles ne se recouvrent pas. Les ailes rudimentaires mesurent 2^{mm}.

Les muscles vibrateurs du vol n'existent pas et l'on ne trouve pas à leur place d'organes analogues aux organes trachéo-parenchymateux. L'emplacement laissé libre par ces muscles est occupé : *a.* par les muscles dorsaux-ventraux moteurs des pattes qui viennent prendre leurs insertions plus près de la ligne médiane dorsale que normalement; *b.* par les réservoirs des glandes salivaires, par du tissu graisseux et, à maturité sexuelle, par une partie des organes génitaux.

En résumé, cette étude nous montre qu'il n'y a pas parallélisme entre la

---

(1) Guérin et J. Pénau (*Faune entomologique armoricaine*, 1910, in *Bull. Soc. sc. et médicale de l'Ouest*, t. 19, n° 2) disent n'avoir rencontré qu'une seule fois une femelle à ailes nulles et à hémélytres asymétriques. Cette forme brachyptère paraît bien localisée dans certaines stations aux environs de Caen (Calvados).

(2) Chez *G. lacustris*, ces deux sortes de muscles apparaissent après la quatrième mue larvaire. Au voisinage de la cinquième et dernière mue larvaire, ils ne sont pas encore complètement développés.

disparition des muscles vibrateurs et celle des ailes, ainsi que Mercier l'a déjà constaté chez *Chersodromia hirta* Walk et *Apterina pedestris* Meig (¹).

D'autre part, *Ranatre*, *Nèpe*, *Naucorises* (*N. cimicoïdes* et *N. maculatus*) peuvent être envisagées comme formant une série où l'on assiste progressivement à la disparition des muscles vibrateurs du vol. Cette série serait à mettre en parallèle avec celle que donne la comparaison des Diptères pupipares entre eux. Chez ces derniers, Massonnat (²) a montré que l'atrophie des muscles du vol est de plus en plus complète suivant que les rapports du Diptère parasite et de son hôte sont de plus en plus étroits. Aussi certains voient dans la vie parasitaire menée par ces insectes, le déterminisme de la perte de la faculté du vol; les muscles du vol ayant disparu par non usage. Mais, pour les *Ranatres*, les *Nèpes*, *N. cimicoïdes* qui possèdent des ailes normalement développées, la théorie du non usage ne paraît pas aussi évidente que pour les Diptères pupipares.

A mon avis, l'étude de *Gerris lacustris* sous sa forme ailée et sous sa forme brachyptère laisse place à une interprétation plus satisfaisante. En effet, chez la forme brachyptère, la disparition des muscles du vol apparaît brusquement comme le ferait une *mutation*.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

(¹) L. Mercier, *Variation dans le nombre des fibres des muscles vibrateurs longitudinaux chez* Chersodromia hirta *Walk. Perte de la faculté du vol* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 933). — *Apterina pedestris* Meig. *Les muscles du vol chez certains Diptères à ailes rudimentaires ou nulles* (*Ibid.*, t. 172, 1921, p. 716).

(²) Massonnat, *Contribution à l'étude des Pupipares* (*Ann. Université de Lyon*, fasc. 28, 1909).

N° 21.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 23 Mai 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTIONS.

PLIS CACHETÉS.

CORRESPONDANCE.

N° 21.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

64466 — 5-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et C[ie]
Quai des Grands-Augustins, 55
Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921
PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 22 (30 Mai 1921).



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 MAI 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Émile Picard**, en déposant sur le bureau le Tome III des *Œuvres de Georges Halphen*, s'exprime comme il suit :

Je présente à l'Académie, de la part de Mme Halphen, le Tome III des Œuvres d'**Halphen**. Ce volume est à peu près formé uniquement des deux grands Mémoires de notre regretté confrère : *Sur la réduction des équations différentielles linéaires aux formes intégrables* et *Sur la classification des courbes gauches algébriques*. Le premier de ces Mémoires fut couronné par l'Académie en 1881 dans un concours célèbre, auquel prit part Henri Poincaré qui commençait alors à s'occuper des fonctions fuchsiennes. Dans ce travail considérable, où toutes les applications sont poussées jusqu'à leur dernier terme, les invariants des équations différentielles linéaires jouent un rôle capital, et c'est de leur considération que Halphen déduisit la solution du beau problème qu'il s'était posé sur les possibilités de réduction à des classes étendues d'équations différentielles. Le second Mémoire est peut-être l'œuvre la plus profonde d'Halphen, qui a été beaucoup plus loin que ses devanciers dans la classification extrêmement difficile des courbes gauches algébriques. Il a appliqué ses méthodes générales à la classification complète de ces courbes jusqu'au vingtième degré, et à celle des courbes de degré cent vingt.

Un quatrième Volume terminera la publication des Œuvres de l'illustre géomètre qu'une mort prématurée enleva à la Science, en 1889, à l'âge de quarante-quatre ans.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'application de survolteurs statiques répartis au réglage des lignes à haute tension*. Note de M. **A. Blondel.**

Dans une Note antérieure, j'ai comparé différentes solutions réalisables pour les lignes de transport d'énergie à haute tension suivant les caractéristiques de ces lignes. J'ai signalé, en particulier, la ligne sans déphasage, c'est-à-dire celle qui satisfait à la condition $\frac{l}{c} = \frac{r}{g}$, dans laquelle r, l, c, g représentent respectivement la résistance, l'inductance, la capacité et la perditance par unité de longueur.

On obtient actuellement un effet correctif en disposant en dérivation sur la ligne des moteurs synchrones dont on fait varier l'excitation de manière à débiter ou à absorber du courant déwatté. On peut ainsi ramener le courant à être entièrement watté. Mais la chute de tension et le décalage n'en restent pas moins augmentés par la force électromotrice réactive $\omega l I$. Et cette correction n'est obtenue qu'au prix d'une augmentation du courant total dans les câbles.

J'ai étudié dès 1919 d'autres méthodes, que je n'ai pas encore publiées, dans le but d'annuler en même temps l'effet de la réactance des câbles par l'introduction en série dans la ligne de forces électromotrices supplémentaires. L'une de ces méthodes consiste à répartir des survolteurs statiques dont les secondaires seront intercalés en série dans les fils de la ligne; les circuits primaires montés en dérivation entre les câbles seront parcourus par des courants correctifs capables de fournir dans les secondaires les forces électromotrices égales et opposées aux forces électromotrices réactives des lignes. Un cas particulièrement intéressant de cette solution est celui où la compensation sera limitée à ce qui est nécessaire pour réaliser la relation de distorsion nulle rappelée plus haut [1].

La théorie du transformateur statique, appliqué sous cette forme *déphasée*, peut être faite aisément en introduisant des coefficients d'induction tournants, c'est-à-dire tenant compte des réactions mutuelles des circuits de chaque enroulement primaire ou secondaire. On appellera $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ les self-inductions tournantes du primaire et du secondaire, R_1 et R_2

(1) Depuis que j'ai rédigé cet exposé et la théorie suivante, j'ai appris de M. Boucherot qu'il a étudié lui-même par une autre méthode un dispositif semblable et qu'il se réserve d'en faire ultérieurement l'objet d'une publication.

leurs résistances, $\overline{\mathcal{Z}}_1$ et $\overline{\mathcal{Z}}_2$ les impédances vectorielles correspondantes (¹) définies par

$$\overline{\mathcal{Z}}_1 = R_1 + j\Omega\mathcal{L}_1,$$
$$\overline{\mathcal{Z}}_2 = R_2 + j\Omega\mathcal{L}_2$$

(en désignant par j le symbole des imaginaires, et par Ω la pulsation du courant); $\mathcal{M}\,\underline{|\alpha}$ le coefficient d'induction mutuelle tournante, correspondant au cas où l'axe des enroulements secondaires est décalé de l'angle α en avance par rapport à celui des enroulements primaires. On appellera d'autre part $\overline{I}_1$ le courant efficace dans chaque phase du primaire, $\overline{I}_2$ le courant dans chaque phase du secondaire, courant qui est en même temps celui du fil du câble de la ligne mis en série avec cet enroulement secondaire; $\overline{U}_1$ la différence de potentiel entre les conducteurs, E la force électromotrice supplémentaire que doit produire le secondaire dans les fils du réseau.

Cela posé, les équations du survolteur statique peuvent s'écrire comme il suit :

$$\overline{\mathcal{Z}}_1\overline{I}_1 + j\Omega\mathcal{M}\,\underline{|\alpha}\;\overline{I}_2 = U_1, \tag{1}$$

$$\overline{\mathcal{Z}}_2\overline{I}_2 + j\Omega\mathcal{M}\,\underline{|-\alpha}\;\overline{I}_1 = -\overline{E}. \tag{2}$$

La résolution de ces équations se fera facilement par rapport aux inconnues $\overline{E}$ et $\overline{I}_1$.

L'équation (1) donne directement $\overline{I}_1$ en fonction des données $U_1\,\alpha$ et $\overline{I}_2$

$$\overline{I}_1 = \frac{U_1}{\overline{\mathcal{Z}}_1} - j\frac{\Omega\mathcal{M}}{\overline{\mathcal{Z}}_1}\,\underline{|\alpha}\;\overline{I}_2. \tag{3}$$

Portons cette valeur de $\overline{I}_1$ dans (2); on obtient l'expression de $\overline{E}$

$$\overline{E} = -\left(\overline{\mathcal{Z}}_2 + \frac{\Omega^2\mathcal{M}^2}{\overline{\mathcal{Z}}_1}\right)\overline{I}_2 - j\Omega\mathcal{M}\,\underline{|-\alpha}\,\frac{U_1}{\overline{\mathcal{Z}}_1}. \tag{4}$$

On peut développer la parenthèse du premier terme du second membre, en désignant par σ un coefficient de fuites défini par la relation

$$\mathcal{M}^2(1-\sigma)\,\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2; \tag{5}$$

(¹) On distingue ici par des traits au-dessus des lettres les quantités vectorielles, c'est-à-dire variant en phase en même temps qu'en grandeur.

l'expression (4) devient alors

$$(6)\qquad \overline{E} = -\frac{R_1R_2 - \sigma\Omega^2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 + j\Omega(\mathcal{L}_1R_2 + \mathcal{L}_2R_1)}{R_1 + j\Omega\mathcal{L}_1}\,\overline{I}_2 - j\Omega\mathfrak{M}\,\underline{|-\alpha}\,\frac{U_1}{\overline{\mathcal{Z}}_1}.$$

Le facteur de $\overline{I}_2$ au second membre de (7) prend, quand on néglige les résistances des enroulements, la valeur

$$-j\sigma\Omega\mathcal{L}_2.$$

Ce facteur, proportionnel au coefficient σ, est généralement petit.

L'action de survoltage est caractérisée principalement par le second terme et dépend, par conséquent, de l'angle α.

L'impédance résultante aux bornes du secondaire du transformateur s'obtient, simplement, en faisant le rapport $\frac{\overline{E}}{\overline{I}_2}$, $\overline{I}_2$ étant le courant dans les feeders et $\overline{E}$ la tension survoltrice définie par l'équation (4) :

$$(1)\qquad \frac{\overline{E}}{\overline{I}_2} = -\left(\overline{\mathcal{Z}}_2 + \frac{\Omega^2\mathfrak{M}^2}{\overline{\mathcal{Z}}_1}\right) - j\Omega\mathfrak{M}\,\underline{|-\alpha}\,\frac{U_1}{\overline{\mathcal{Z}}_1\overline{I}_2}.$$

En introduisant le coefficient de fuite σ, comme on l'a défini précédemment, et en désignant par $\overline{\mathcal{Z}}_3 = \mathcal{Z}_3\,\underline{|\psi_3}$ l'impédance correspondant au rapport $\frac{U_1}{\overline{I}_2}$, cette expression prend aussi la forme suivante :

$$(2)\qquad \frac{\overline{E}}{\overline{I}_2} = -\frac{R_1R_2 - \sigma\Omega^2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 + j\Omega(\mathcal{L}_1R_2 + \mathcal{L}_2R_1)}{\overline{\mathcal{Z}}_1} - j\Omega\mathfrak{M}\,\frac{\overline{\mathcal{Z}}_3}{\overline{\mathcal{Z}}_1}\,\underline{|-\alpha},$$

ou, en séparant les parties réelles et les parties imaginaires,

$$\begin{aligned}(3)\qquad \frac{\overline{E}}{\overline{I}_2} = &-\mathfrak{M}\,\frac{\mathcal{Z}_3}{\mathcal{Z}_1}\sin(\psi_3 - \psi_1 - \alpha)\\ &-\frac{(R_1R_2 - \sigma\Omega^2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2)\cos\psi_1 + \Omega(\mathcal{L}_1R_2 + \mathcal{L}_2R_1)\sin\psi_1}{\mathcal{Z}_1}\\ &-j\Bigg[\Omega\mathfrak{M}\,\frac{\mathcal{Z}_3}{\mathcal{Z}_1}\cos(\psi_3 - \psi_1 - \alpha)\\ &\qquad+\frac{\Omega(\mathcal{L}_1R_2 + \mathcal{L}_2R_1)\cos\psi_1 - (R_1R_2 - \sigma\Omega^2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2)\sin\psi_1}{\mathcal{Z}_1}\Bigg],\end{aligned}$$

en désignant par ψ_3 l'angle de décalage de l'impédance vectorielle $\overline{\mathcal{Z}}_3$.

Si l'on néglige les résistances R_1 et R_2, cette formule prend la valeur approchée suivante, d'une discussion plus facile,

$$(3\,bis)\qquad \frac{\overline{E}}{\overline{I}_2} \approx \frac{\mathfrak{M}}{\mathcal{L}_1}\mathcal{Z}_3\sin\left(\psi_3 - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) - j\left[\frac{\mathfrak{M}}{\mathcal{L}_1}\mathcal{Z}_3\cos\left(\psi_3 - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sigma\Omega\mathcal{L}_2\right].$$

De même, le survolteur modifie, par sa présence, l'admittance de fuite entre les deux fils de ligne. Cette admittance résultante se déduit du rapport $\frac{\overline{I}_1}{U_1}$, qui a pour expression

$$\frac{\overline{I}_1}{U_1} = \frac{1}{\mathfrak{Z}_1} - j\frac{\Omega\mathcal{M}|\alpha}{\mathfrak{Z}_1}\frac{I_2}{U_1} = \frac{1}{\mathfrak{Z}_1} - j\frac{\Omega\mathcal{M}|\alpha}{\mathfrak{Z}_1\mathfrak{Z}_3}. \tag{4}$$

Développons le second membre de cette équation pour séparer les parties réelle et imaginaire; on obtient après réduction

$$\frac{\overline{I}_1}{U_1} = \frac{\cos\psi_1}{\mathfrak{Z}_1} - \frac{\Omega\mathcal{M}}{\mathfrak{Z}_1\mathfrak{Z}_3}\sin(\psi_3+\psi_1-\alpha) - j\left[\frac{\sin\psi_1}{\mathfrak{Z}_1} + \frac{\Omega\mathcal{M}}{\mathfrak{Z}_1\mathfrak{Z}_3}\cos(\psi_3+\psi_1-\alpha)\right]. \tag{5}$$

Si l'on néglige la résistance R_1, on a l'expression approchée

$$\frac{\overline{I}_1}{U_1} \approx -\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{L}_1\mathfrak{Z}_3}\sin\left(\psi_3+\frac{\pi}{2}-\alpha\right) - j\left[\frac{1}{\Omega\mathfrak{L}_1} + \frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{L}_1\mathfrak{Z}_3}\cos\left(\psi_3+\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right]. \tag{6}$$

Le survolteur équivaut donc à la concentration en un point de la ligne :

a. En *série*, d'une *résistance* sensiblement égale à

$$R' = \frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{L}_1}\mathfrak{Z}_3\sin\left(\psi_3-\frac{\pi}{2}-\alpha\right),$$

et d'une *réactance* sensiblement égale à

$$\Omega\mathfrak{L}' = -\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{L}_1}\mathfrak{Z}_3\cos\left(\psi_3-\frac{\pi}{2}-\alpha\right) - \sigma\Omega\mathfrak{L}_2.$$

b. En *dérivation*, *entre phases*, d'une *conductance* (ou perditance) sensiblement égale à

$$G' = -\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{L}_1\mathfrak{Z}_3}\sin\left(\psi_3+\frac{\pi}{2}-\alpha\right),$$

et d'une *capacitance* sensiblement égale à

$$\Omega C' = -\frac{1}{\Omega\mathfrak{L}_1} - \frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{L}_1\mathfrak{Z}_3}\cos\left(\psi_3+\frac{\pi}{2}-\alpha\right).$$

Supposons que l'on dispose des survolteurs statiques semblables à celui qu'on vient de considérer, en des points régulièrement espacés d'un intervalle le long d'une ligne x ayant pour résistance, inductance, perditance et capacité linéiques (c'est-à-dire par unité de longueur x) respectivement r, l, g, c. Les constantes apparentes de cette ligne par unité de longueur deviendront respectivement

$$r' = r + \frac{R'}{x}, \qquad l' = l + \frac{L'}{x}, \qquad g' = g + \frac{G'}{x}, \qquad c' = c + \frac{C'}{x},$$

expressions dans lesquelles R', L', G', C' ont les expressions données plus haut.

On peut en déduire la condition à remplir par les constantes du transformateur et par la distance x de répartition pour obtenir une ligne sans distorsion (c'est-à-dire ne produisant pas de décalage de phase), au moyen de la relation connue

$$r'c' = g'l',$$

dans laquelle il suffit de substituer à r', l', g', c' leurs valeurs. La perditance naturelle g n'est d'ailleurs pas une constante absolue; elle varie dans de très grandes limites suivant la tension de la ligne. Il en est de même par conséquent de g'.

On voit ainsi qu'on peut toujours trouver, pour une valeur donnée de $\overline{\mathfrak{E}}_3$, des constantes de transformateur, un espacement x et un angle de calage α permettant d'obtenir la compensation. Mais une fois que l'on a réalisé et mis en place des transformateurs donnant cette compensation, le calage α devra être modifié pour chaque valeur des courants I_2 débités dans la ligne, si l'on suppose le potentiel sensiblement constant à toute charge. Cela conduit à employer des transformateurs polyphasés, formés de deux parties mobiles l'une par rapport à l'autre, comme les survolteurs statiques, et dont on puisse régler le calage en cours d'exploitation; il faut alors vaincre le couple qui s'exerce entre le stator et le rotor, suivant les dispositifs connus.

Cette régulation des lignes par survolteurs statiques est soumise à certaines limitations par le fait même qu'elle produit seulement un échange de la puissance réactive prise en dérivation en une puissance réactive restituée dans le circuit en série; il en résulte que l'on ne peut pas fournir de la puissance réactive à la fois en série et en dérivation, et que, d'autre part, il y a forcément équivalence entre la puissance réactive absorbée d'une part et la puissance réactive restituée d'autre part, sans qu'on puisse faire varier le rapport entre ces deux quantités.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des suffrages, M. **H. Le Chatelier** est réélu Membre de la *Commission permanente de standardisation*.

CORRESPONDANCE.

M. Jean Massart, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *L'effort du réseau du Nord pendant et après la guerre*, par M. Javary. (Présenté par M. E. Tisserand.)

2° Les Tomes I et II de *Fundamenta mathematicæ* (Varsovie), rédigés par Stefan Mazurkiewicz et Waclaw Sierpinski.

3° *Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire*, par M. Milankovitch.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de Bessel à deux variables.* Note de M. Benjamin Jekhowsky, présentée par M. Appell.

Les fonctions de Bessel à plusieurs variables dont le type le plus simple, après la fonction classique, est la fonction à deux variables, ont été considérées jusqu'à présent sous forme d'intégrale ou sous forme de série exprimée à l'aide des mêmes fonctions d'une seule variable. Je me propose de donner l'expression de ces fonctions sous forme de séries entières convergentes pour toutes les valeurs de la variable et indiquer quelques propriétés qui en résultent.

a. En partant de la relation

$$(1)\qquad e^{\left[\sum_{n=1}^{n=2}\frac{x_n}{2}\left(u^n-\frac{1}{u^n}\right)\right]}=\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty}J_k(x,y)u^k,$$

on trouve

$$J_k(x,y)=\sum_{p=-\infty}^{p=+\infty}\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{k-2p}\left(\frac{y}{2}\right)^{p}}{\Gamma(1+k-2p)\,\Gamma(1+p)}\times\left[1+\sum_{q=1}^{q=+\infty}(-1)^q\sum_{n=0}^{n=q}\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2(q-n)}\left(\frac{y}{2}\right)^{2n}}{(q-n)!\,(k-2p+q-n)!\,(p+n)!\,n!}\right]$$

avec

$$0! = 1, \qquad (p+0)! = 1, \qquad (k+2p+0)! = 1;$$

d'où l'on déduit les propriétés suivantes de ces fonctions :

$$\begin{aligned}
J_k(x, y) &= (-1)^k J_{-k}(x, -y),\\
J_k(x, y) &= (-1)^k J_k(-x, y),\\
J_k(x, y) &= J_{-k}(-x, -y),\\
J_k(-x, y) &= J_{-k}(x, -y),
\end{aligned}$$

vérifiées pour toutes les valeurs de l'indice k entier (¹).

b. Si, dans l'expression (1), on change u en $-\frac{1}{u}$, et si l'on multiplie cette nouvelle expression par la primitive, puis on la développe, en égalant les termes indépendants de u, il vient

$$\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} (-1)^k J_k^2(x, y) = J_0(2x),$$

d'où, en prenant la dérivée, on trouve

$$J_1(2x) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} (-1)^{k-1} J_k(x, y) J_{k-1}(x, y),$$

$$\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} (-1)^k J_k(x, y) \frac{\partial J_k(x, y)}{\partial y} = 0.$$

Enfin si, dans l'exponentielle de la relation (1), on remplace x et y par $2x$ et $2y$, puis qu'on identifie avec le carré de l'exponentielle, on obtient

$$J_{\mp k}(2x, 2y) = \varepsilon_k \sum_{p=0}^{p=+\infty} J_{\mp(k+p)}(x, y) J_{\pm p}(x, y)$$

avec

$$\varepsilon_0 = 1 \quad \text{et} \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = 2,$$

formule qui, pour une variable, se réduit à la formule de E. Lommel [*Besselsche Funkt.*, p. 31, 48 (§ 12, 15)].

(¹) On vérifie aisément ces propriétés aussi par la formule (3) que nous avons donnée dans le *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2ᵉ série, t. 41, février 1917.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les développements de Jacobi*. Note de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

Les polynomes hypergéométriques de Jacobi $\mathcal{P}_n^{\alpha,\beta}(x)$, orthogonaux dans $(-1, +1)$, sont définis par la fonction génératrice

$$(1-2xz+z^2)^{-\frac{1}{2}}(1+z+\sqrt{1-2xz+z^2})^{\alpha}(1-z+\sqrt{1-2xz+z^2})^{\beta},\quad (\alpha<1, \beta<1).$$

Supposons que $f(x)$, sommable dans $(-1, +1)$, ne devienne infinie aux points frontiers $x=-1$ et $x=+1$ que d'ordres moindres que $1-\alpha$ et $1-\beta$ respectivement. Le développement de $f(x)$ en série de Jacobi s'écrit :

$$(1)\quad f(x) \sim 2^{-(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty}\left(n+\frac{1-\alpha-\beta}{2}\right) \times \frac{\Gamma(n+1)\,\Gamma(n+1-\alpha-\beta)}{\Gamma(n+1-\alpha)\,\Gamma(n+1-\beta)} \mathcal{P}_n^{(\alpha,\beta)}(x) \int_{-1}^{+1} \frac{f(y)\,\mathcal{P}_n^{(\alpha,\beta)}(y)\,dy}{(1+y)^{\alpha}(1-y)^{\beta}}.$$

Pour $\alpha=\beta=\frac{1}{2}-\lambda$, (1) se réduit au développement ultrasphérique de $f(x)$. Darboux, en étudiant la convergence de (1) aux points intérieurs $|x|<1$, a établi (¹) que la série (1) diverge partout, si les ordres d'infinitude de $f(x)$ aux points frontiers sont $\geqq \frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}$ et $\frac{3}{4}-\frac{\beta}{2}$ respectivement. Par exemple, le développement (1) de $(1+x)^{\omega}$ diverge partout, si $\alpha<\frac{1}{2}$ et $1-\alpha>\omega\geqq\frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}$, quoique cette fonction est à variation bornée et continue dans $(\varepsilon-1, 1)$.

Mais en se bornant aux polynomes $\mathcal{P}_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ avec $\alpha+\beta<0$ et $|\alpha-\beta|<1$, on démontre le théorème que voici :

Pour $\alpha+\beta<0$ et $|\alpha-\beta|<1$, la série (1) au point $x=x_0$ est sommable $(C, \delta>1-\alpha-\beta)$ avec la somme $\frac{1}{2}[f(x_0-0)+f(x_0+0)]$, si $f(x)$ est à variation bornée dans le voisinage de ce point intérieur $x=x_0$; la sommabilité est uniforme dans tout intervalle de continuité de $f(x)$, compris dans un intervalle, où $f(x)$ est à variation bornée.

Par exemple le développement divergent de la fonction $(1+x)^{\omega}$ avec $\omega\geqq\frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}$ est uniformément sommable $(C, \delta>1-\alpha-\beta)$ vers la fonction développée dans l'intervalle $1\geqq x\geqq\varepsilon-1$ $(\varepsilon>0)$.

(¹) *Journal de Liouville*, 3ᵉ série, t. 4, 1878, p. 393.

La démonstration est basée sur un théorème de Chapman ([1]) et sur la sommabilité (C, $\delta > 1 - \alpha - \beta$) de la série

$$(2)\quad 2^{-(\alpha+\beta)}\sum_{0}^{\infty}\left(n+\frac{1-\alpha-\beta}{2}\right)\frac{\Gamma(n+1)\Gamma(n+1-\alpha-\beta)}{\Gamma(n+1-\alpha)\Gamma(n+1-\beta)}\varphi_n^{(\alpha,\beta)}(x)\,\varphi_n^{(\alpha,\beta)}(y)$$

avec la somme zéro pour $x \neq y$, si $\alpha+\beta<0$ et $|\alpha-\beta|<1$; la sommabilité est uniforme pour $|x-y| \geqq \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$). La recherche de la sommabilité (C, δ) de la série (2) se réduit à son tour grâce aux formules

$$(3)\quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\rho-\frac{1}{2}\right)}{(1+x)^{\alpha}(1-x)^{\beta}}\varphi_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{2^{\frac{1}{2}+\beta}\,\Gamma(n+1-\beta)}{\Gamma(\rho+\alpha)\Gamma(n+1)}\int_0^{\theta}\int_0^{\omega}\frac{\left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^{\beta-\alpha}\sin\omega\cos[(n+\rho)\varphi]\,d\varphi\,d\omega}{(\cos\omega-\cos\theta)^{\frac{3}{2}-\rho}(\cos\varphi-\cos\omega)^{\rho+\beta}},$$

$$(4)\quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\rho-\frac{1}{2}\right)}{(1+x)^{\alpha}(1-x)^{\beta}}\varphi_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{2^{\frac{1}{2}+\alpha}\,\Gamma(n+1-\alpha)}{\Gamma(\rho+\beta)\Gamma(n+1)}\int_0^{\pi}\int_{\omega}^{\pi}\frac{\left(\sin\frac{\omega}{2}\right)^{\alpha-\beta}\sin\omega\cos[(n+\rho)\varphi-\rho\pi]\,d\varphi\,d\omega}{(\cos\theta-\cos\omega)^{\frac{3}{2}-\rho}(\cos\omega-\cos\varphi)^{\rho+\alpha}},$$

où $x=\cos\theta$, $2\rho = 1-\alpha-\beta$, à l'étude de la série

$$\sum_{0}^{\infty}(n+\rho)\frac{\Gamma(n+2\rho)}{\Gamma(2\rho)\Gamma(n+1)}\cos[(n+\rho)u-\rho\pi]\qquad (0 \leqq u \leqq 2\pi),$$

qui est sommable (C, $\delta > 2\rho$) et a zéro pour somme, si $u \neq 0$, 2π, et l'est même uniformément dans l'intervalle (ε, $2\pi-\varepsilon$).

La formule (3) n'est valable que si $\alpha+\beta<0$ et $\beta-\alpha<1$ et (4) n'est valable que si $\alpha+\beta<0$ et $\alpha-\beta<1$. Il est très probable que les restrictions $\alpha+\beta<0$ et $|\alpha-\beta|<1$ ne sont nullement nécessaires et qu'on les lèvera en étudiant la série divergente (2) par une méthode directe. Cette étude directe doit aussi diminuer l'index $\delta > 1-\alpha-\beta$ de la sommabilité de la série (2) jusqu'à $\delta > \frac{1-\alpha-\beta}{2}$ pour $|x|<1$ et même jusqu'à $\delta > 0$, si x et y se trouvent tous les deux à l'intérieur de l'intervalle $(-1, +1)$. On prouve facilement que la série (2) n'est pas sommable $\left(C,\ \delta \leqq \frac{1-\alpha-\beta}{2}\right)$ pour $y = \pm 1$, $|x|<1$ et ne l'est pas non plus (C, $\delta \leqq 1-\alpha-\beta$) pour $x = -y = \pm 1$.

([1]) *Quarterly Journal*, t. **43**, 1912, p. 1-53, § **1**, théorème II, A.

MÉCANIQUE. — *Sur une conséquence des lois du frottement.* Note [1] de M. Ét. Delassus, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Considérons un phénomène physique dépendant de deux variables x, y de telle sorte que le fait qui se produit pour un système de valeurs de x, y soit unique et varie d'une façon continue avec ces variables tant qu'elles resteront dans un certain domaine réel $\mathfrak{D}$.

Supposons qu'on en propose une théorie mathématique conduisant à faire dépendre le fait qui se produit d'une inconnue z le déterminant d'une façon univoque et continue et que cette inconnue z soit déterminée par une équation finie

$$S(x, y, z) = 0$$

du quatrième degré dont les seules racines acceptables sont les racines positives.

Admettons que l'hypothèse suivante soit réalisée : Il existe, à l'intérieur du domaine $\mathfrak{D}$ du plan des xy, un point $x_0 y_0$ pour lequel l'équation S possède une racine triple positive z_0 et une racine simple négative z'_0.

De l'existence de x_0, y_0 réel donnant une racine triple résulte l'existence d'unecourbe γ passant par $x_0 y_0$, réelle dans le voisinage de ce point et pour les points de laquelle l'équation a une racine double. Un petit cercle C tracé autour de $x_0 y_0$ sera partagé par γ en deux régions $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ telles que :

Dans $\mathcal{R}$, l'équation S n'a que deux racines réelles, l'une positive z_1 voisine de z_0, l'autre négative z'_1 voisine de z'_0. La solution doit donc, d'après la théorie, être fournie par la seule racine acceptable qui est z_1.

Dans $\mathcal{R}'$, l'équation S a trois racines réelles positives, voisines de z_0, et que nous désignerons, rangées par ordre de grandeurs, par $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$; elle a en plus une racine négative ζ' voisine de z'_0. La théorie indique alors que la solution est fournie par l'une des trois racines $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ et que, pour lever cette indétermination en un point ξ, η du contour de $\mathcal{R}'$, il n'y a qu'à partir d'un point xy du contour de R, point à solution bien déterminée z_1, puis à déplacer le point xy sur le contour du cercle de façon à l'amener en ξ, η tout en suivant la racine z_1 par continuité; on arrivera ainsi en ξ, η à une racine bien déterminée fournissant la solution en ce point.

Or, en procédant ainsi on trouve en ξ, η, non une racine déterminée, mais ζ_1 *si l'on va de xy en ξ, η en marchant dans un sens et* ζ_3 *si l'on marche dans l'autre sens.*

---

[1] Séance du 23 mai 1921.

Nous aboutissons donc à une singularité qui, étant conséquence de la simple notion de continuité, ne peut être écartée par aucune considération auxiliaire. Si elle se présente, elle prouve que la théorie mathématique proposée n'a aucune valeur de représentation, même à titre d'approximation, du phénomène physique étudié.

2. Le problème du contact d'un solide mobile et d'un solide fixe avec frottement de glissement, conditions initiales de roulement et réaction du roulement force extérieure au cône de frottement, conduit, pour déterminer le mouvement de glissement qui va se produire au début, à une équation du quatrième degré et nous devons nous demander si la singularité examinée plus haut peut se présenter effectivement.

L'étude algébrique directe semble inabordable par suite des inégalités très compliquées que doivent vérifier certaines quantités (coefficients d'équation d'ellipsoïde d'inertie) figurant dans l'équation considérée.

Par contre, en appliquant des calculs du genre de ceux que j'ai développés dans la théorie des liaisons unilatérales, on est conduit à l'interprétation comme intersection de deux coniques à définitions simples. Utilisant alors quelques propriétés élémentaires, on arrive à prouver, sans calculs fastidieux, que la singularité *peut se présenter effectivement* et non seulement avec la loi classique

$$F = fN,$$

mais aussi avec des lois plus générales de la forme

$$F = \varphi(v) + Nf(v),$$

v étant la vitesse de glissement, de sorte que toutes ces lois, si approchées qu'elles paraissent, sont indistinctement à rejeter.

Sous cette forme, la conclusion pourrait donner lieu à fausse interprétation.

En réalité, la théorie du frottement en un seul contact oblige à admettre un certain nombre de faits considérés comme évidents, puis à déduire de l'expérience la loi de grandeur de F. Or, comme je l'ai montré dans la théorie de la réalisation des liaisons et dans la théorie des liaisons unilatérales, ce sont toujours ces faits si évidents qui entraînent des absurdités ; dans la théorie actuelle, il en existe un tellement évident qu'on n'en parle même pas, c'est l'existence d'une force de frottement bien déterminée correspondant à des conditions données de pression normale et de vitesse de glissement.

C'est dans ces lois évidentes d'existence, de direction et de sens de F, et non dans la loi d'intensité, qu'il faut chercher la véritable origine des absur-

dités. Certaines d'entre elles doivent être fausses et c'est d'ailleurs ce que semblent déjà montrer certaines expériences que je poursuis actuellement; mais qui, vu les moyens de fortune que je suis obligé d'employer par suite de l'absence de laboratoire de Mécanique, manquent peut-être un peu de précision et donnent des résultats plutôt qualitatifs que quantitatifs.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *La radiation diffuse au mont Blanc, comparée à celle des altitudes inférieures.* Note de M. J. **Vallot**, présentée par M. Deslandres.

Dans une précédente Note, à laquelle je renvoie pour la nomenclature [1], j'ai étudié les variations diurne et saisonnière de la radiation diffuse fournie par la voûte céleste, mesurée au niveau de la mer. Il reste à étudier l'influence de l'altitude, et à rechercher le minimum observable de cette radiation.

Les stations choisies sont les suivantes : Nice (50^m), Chamonix (1100^m), Station du Funiculaire (2500^m), Dôme du Goûter (4250), Observatoire du mont Blanc (4350).

Le premier Tableau donne, en calories par minute, les valeurs moyennes de plusieurs belles journées, des radiations et de leurs rapports, en moyenne globale de 8 heures à 16 heures. Le deuxième Tableau donne les valeurs horaires de ces radiations pour des journées où le ciel s'est montré d'une pureté exceptionnelle.

Les valeurs moyennes montrent l'augmentation régulière bien connue de la radiation solaire I_s avec l'altitude; mais la radiation totale I_t éprouve une augmentation brusque à l'Observatoire du mont Blanc. La radiation diffuse I_d diminue d'abord jusqu'à 2500^m, ce qui témoigne de la pureté de l'atmosphère dans les hautes régions, pour éprouver ensuite un saut brusque qui la double au mont Blanc. Cette augmentation insolite s'explique par la réflexion intense de la radiation sur la neige, qui remplace la réflexion infime sur le sol dans les régions inférieures.

En employant deux actinomètres d'Arago, dont l'un était soustrait à la radiation de la neige par un écran noirci placé sous les boules, j'ai obtenu, par différence, une série de mesures de la réflexion I_n sur la neige. On trouvera les résultats à la fin du deuxième Tableau. Ils montrent que I_n

[1] *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1164.

peut atteindre près d'une calorie et dépasser 60 pour 100 de la radiation solaire I_s. Cette intensité explique les accidents d'érythème qui atteignent les alpinistes sur les glaciers malgré l'emploi de chapeaux à larges bords.

En retranchant I_n de I_d, on obtient la radiation I_c de la voûte céleste, I_c moyen diminue très régulièrement lorsque l'altitude augmente, et se réduit à zéro au mont Blanc, ce qui dénote, pour la moyenne des belles journées, une pureté de l'atmosphère très favorable aux observations d'astronomie physique.

Le deuxième Tableau fournit le détail horaire de quatre journées d'été où la pureté de l'atmosphère a été exceptionnelle, donnant sensiblement le minimum de I_c dans chaque région. On voit qu'à Nice I_c peut (très rarement) se réduire à zéro. Cette valeur indique une diffusion très faible, juste égale à la radiation vers l'espace de l'appareil actinométrique.

Dans les deux stations du mont Blanc, au milieu de la journée, alors que l'épaisseur atmosphérique devient peu considérable, l'actinomètre à radiation solaire directe I_s qui est soustrait par construction à la radiation vers l'espace, sauf pour une étroite ouverture, donne des chiffres plus élevés que l'actinomètre à radiation totale $I_{t'}$ préservé de la réflexion de la neige. Alors, la radiation de la voûte céleste I_c devient *négative*. La voûte céleste n'arrête plus la déperdition; la radiation diffuse est devenue nulle et il y a, en plein jour, *radiation vers l'espace* de l'appareil actinométrique. Cette radiation peut atteindre $\frac{20}{100}$ de calorie. Elle a pour effet de diminuer la radiation totale $I_{t'}$ qui devient alors plus faible que la radiation solaire directe I_s.

M'étant servi de l'actinomètre d'Arago, je dois indiquer ici la cause de la variation diurne et saisonnière du coefficient de cet instrument, variation que j'avais signalée, mais laissée inexpliquée ([1]). Toute mesure actinométrique dépend de la chaleur incidente et de la déperdition de l'instrument. Cette dernière varie avec la température ambiante, mais l'expérience de refroidissement des actinomètres dynamiques donne la correction pour chaque mesure. Il n'en est pas de même pour les actinomètres statiques, où aucune opération semblable n'intervient. Les valeurs horaires et saisonnières obtenues expérimentalement pour le coefficient permettent d'y remédier et d'obtenir des résultats très suffisants, en rapport avec la précision relative dont on a besoin dans les recherches de météorologie et d'agriculture.

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 720.

Pour les expériences plus délicates de la présente Note, les coefficients ont été vérifiés à nouveau dans chaque station.

Valeurs moyennes de 8h à 16h.

	Altitude.	I_s.	I_t.	I_d.	$\frac{I_t}{I_s}$.	I_r.	I_c.	$\frac{I_r}{I_s}$.	$\frac{I_c}{I_s}$.
Nice............	50 m	1,12	1,45	0,34	1,30	1,34	0,22	1,20	0,20
Chamonix........	1100	1,21	1,44	0,23	1,19	1,32	0,12	1,09	0,10
Funiculaire......	2500	1,42	1,60	0,19	1,13	1,47	0,05	1,04	0,04
Observatoire....	4350	1,52	2,02	0,51	1,32	1,52	−0,02	1,00	−0,01

Détail des journées exceptionnelles.

		Altitude.	8h.	9h.	10h.	11h.	12h.	13h.	14h.	15h.	16h.	Moyenne.
I_s	Nice.........	50 m	1,18	1,23	1,27	1,30	1,32	1,31	1,26	1,22	1,15	**1,25**
»	Chamonix.....	1100		1,38	1,38	1,38	1,41	1,40	1,36	1,30	1,22	**1,35**
»	Dôme........	4250	1,60	1,59	1,59	1,65	1,66	1,63	1,60	1,56	1,38	**1,58**
»	Observatoire..	4350	1,41	1,47	1,52	1,46	1,56	1,55	1,56	1,52	1,47	**1,50**
I_t	Nice.........	50	1,54	1,53	1,53	1,44	1,44	1,42	1,47	1,51	1,51	**1,48**
»	Chamonix.....	1100		1,53	1,54	1,47	1,48	1,49	1,47	1,45	1,43	**1,47**
»	Dôme........	4250			2,28	2,33	2,33	2,27	2,19	2,09	1,64	**2,15**
»	Observatoire..	4350	1,80	1,96	2,12	2,17	2,23	2,17	2,01	1,79	1,65	**1,99**
I_d	Nice.........	59	0,36	0,31	0,23	0,14	0,12	0,11	0,20	0,29	0,36	**0,23**
»	Chamonix....	1100		0,16	0,17	0,08	0,08	0,09	0,10	0,15	0,20	**0,13**
»	Dôme........	4250			0,69	0,68	0,67	0,64	0,59	0,53	0,26	**0,57**
»	Observatoire..	4350	0,39	0,49	0,60	0,71	0,67	0,62	0,45	0,27	0,18	**0,49**
I_r	Nice.........	50	1,43	1,41	1,38	1,31	1,31	1,31	1,35	1,40	1,42	**1,37**
»	Chamonix....	1100		1,41	1,42	1,34	1,35	1,37	1,35	1,35	1,34	**1,36**
»	Dôme........	4250			1,62	1,42	1,39	1,46	1,56	1,65	1,43	**1,55**
»	Observatoire..	4350	1,50	1,44	1,46	1,26	1,37	1,36	1,40	1,56	1,42	**1,42**
I_c	Nice.........	50	0,25	0,19	0,11	0,01	−0,01	0,00	0,08	0,18	0,27	**0,12**
»	Chamonix....	1100		0,04	0,05	−0,05	−0,05	−0,03	−0,02	0,05	0,11	**0,01**
»	Dôme........	4250	−0,06		0,03	−0,23	−0,19	−0,17	−0,02	0,09	0,03	**−0,03**
»	Observatoire..	4350	0,09	−0,03	−0,06	−0,20	−0,19	−0,19	−0,16	−0,17	−0,07	**−0,11**
I_n	Observatoire..	4350	0,30	0,52	0,66	0,91	0,86	0,81	0,61	0,44	0,23	**0,59**
$\frac{I_n}{I_s}$	Observatoire..	4350	0,21	0,35	0,43	0,62	0,55	0,52	0,39	0,29	0,16	**0,39**

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Dubiago (1921 c), faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Nice (0m,40 d'ouverture).* Note de M. A. **Schaumasse**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1921.	Temps moyen de Nice.	Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	Æ apparente.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.	⋆.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 24....	9.19.4	+0.25,93	+10. 2,3	18:10	9.15.37,75	9,684	+38.15.22,2	0,472	1
» 25....	8.55.8	+1.23,04	— 4.21,8	15:10	9.21. 9,88	9,652	+38.43.41,6	0,409	2

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

⋆.	Gr.	Æ moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Déclin. moyenne 1921,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1...........	7,0	9.15.10,66	+1,16	+38. 5.24,5	— 4,6	A.G. Lund 4571
2...........	8,9	9.19.45,68	+1,16	+37.48. 8,0	— 4,6	A.G. Lund 4605

Remarques. — Comète de grandeur 11,5, présentant vers le centre une faible condensation se fondant graduellement avec le reste de la nébulosité qui paraît arrondie et de 2′,5 environ de diamètre.

OPTIQUE. — *Sur la frange noire de Lippich et la précision des mesures polarimétriques.* Note de M. G. **Bruhat** et de Mlle M. **Hanot**, présentée par M. J. Violle.

On peut chercher à augmenter la précision des mesures polarimétriques de la pratique courante en augmentant l'éclat de la source et en réduisant l'angle de pénombre. Nous avons constaté que dans ces conditions la frange noire de Lippich (1) devient visible dans les polarimètres à pénombre usuels : chacune des deux plages n'a pas un éclat uniforme, et l'égalité d'éclat ne peut pas être réalisée dans tout le champ. Il en résulte une limitation de la précision de la mesure. Nous nous sommes proposé d'étudier le phénomène de la frange noire à ce point de vue, en utilisant comme source l'arc au mercure; les radiations pouvaient être séparées par des écrans colorés convenables, et nous avons fait les mesures, par l'observation visuelle, pour la radiation verte $\lambda = 5460$ et, par la photographie, pour la radiation violette $\lambda = 4360$.

(1) Lippich, *Wien. Ber.*, t. 85, 1882, p. 268.

Nous avons d'abord repris, dans un cas plus général et avec plus de précision, les calculs de Lippich donnant la mobilité de la frange noire. Cette mobilité est caractérisée par le rapport $m = \frac{\rho}{\alpha}$, ρ étant la rotation qu'il faut faire subir à l'analyseur pour éteindre successivement deux points du champ pris sur une perpendiculaire à la direction de la frange, et correspondant à des rayons faisant entre eux l'angle α. Les formules générales que nous avons obtenues, appliquées au cas de deux nicols, donnent $m = 0,48$; différentes séries de mesures, pour des valeurs de α variant de 1° à 2°, nous ont donné des nombres compris entre 0,47 et 0,51, en bon accord avec la valeur théorique.

La connaissance du nombre m permet de calculer la variation d'éclat entre les différents points du champ. Si l'angle des deux nicols est $90° + \varphi$ (φ est dans un polarimètre le demi-angle de pénombre), et si les rayons extrêmes font un angle α avec les rayons centraux, la variation relative d'éclat, d'un bord à l'autre du champ, est $4m\frac{\alpha}{\varphi}$. Pour $\alpha = 30'$ et $\varphi = 2°$, cette variation atteint 50 pour 100 : on voit combien on est loin de pouvoir atteindre l'égalité totale d'éclat entre les deux plages. Ce que l'on cherche à réaliser dans les pointés, c'est un aspect caractéristique du champ, et la précision des mesures dépend de la précision avec laquelle on peut reproduire cet aspect.

Mais l'introduction entre les nicols d'une substance douée de pouvoir rotatoire modifie l'orientation et la mobilité de la frange noire, et l'aspect ne saurait être le même lorsque l'on prend le zéro de l'appareil et lorsque l'on mesure une rotation. Si l'on ramène la frange au centre du champ par une rotation ρ de l'analyseur, le calcul montre que la frange tourne d'un angle $\frac{\rho}{2}$ dans le sens de la rotation et que le nombre m est multiplié par $\sqrt{2}.\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}\right)$. Ces conclusions sont pleinement vérifiées par l'expérience. Voici, par exemple, les résultats de quelques mesures de mobilité :

ρ	−38°,5.	−22°.	0.	+22°.	+38°,5.
m calculé	0,63	0,77	1	1,15	1,27
m_0 observé	0,66	0,79	1	1,18	1,33

La modification correspondante de l'aspect du champ du polarimètre à pénombre dépend de la nature du système de plages et de l'orientation de la ligne de séparation. Voici deux exemples :

1° *Polarimètre de Poynting.* — Les deux franges noires sont sensiblement paral-

lèles; on peut obtenir l'égalité d'éclat en tous les points de la ligne de séparation en la plaçant parallèlement aux franges. L'introduction de la substance fait tourner les franges, et si l'on réalise à nouveau l'égalité d'éclat au centre du champ, il apparaît, aux autres points de la ligne de séparation, des différences d'éclat entre les deux plages. Pour $\alpha = 30'$, $\varphi = 1°$ et $\rho = 20°$, ces différences atteignent 20 pour 100; avec cette pénombre, la précision que l'on peut espérer de la mesure polarimétrique est de l'ordre de la demi-minute : il suffira de commettre une erreur de $\frac{1}{10}$ de la largeur apparente du champ dans l'appréciation de la position du point où l'égalité d'éclat est réalisée pour introduire une erreur de cet ordre de grandeur.

2° *Polarimètre de Laurent.* — Les deux franges noires sont rectangulaires; on peut réaliser l'égalité d'éclat entre les deux plages en tous les points de la ligne de séparation si cette ligne est perpendiculaire à la section principale du polariseur. Lorsqu'on introduit la substance, il n'est plus possible de réaliser cet aspect; pour $\varphi = 2\alpha$, $\rho = 20°$, si les éclats sont égaux au centre du champ, ils diffèrent de 13 pour 100 aux extrémités, et les erreurs sont approximativement les mêmes que dans le polarimètre de Poynting.

En résumé, nos calculs et nos expériences nous permettent d'énoncer la conclusion suivante : *même en choisissant au mieux l'orientation de la ligne de séparation* (¹), *on ne peut pas, avec des nicols, espérer mesurer une rotation de l'ordre de* 20° *avec une erreur inférieure à* 1 *minute*. Or l'emploi de sources lumineuses monochromatiques intenses (arc au mercure), qui tend à s'introduire dans la pratique polarimétrique courante, doit permettre d'obtenir facilement une précision de l'ordre de la demi-minute. Il est donc nécessaire d'éliminer le phénomène de la frange noire, en construisant les polarimètres de précision avec des prismes à champ normal.

OPTIQUE. — *Sur le problème de l'achromatisme des systèmes centrés épais.* Note de M. **R. Boulouch**, présentée par M. J. Violle.

Dans l'approximation de Gauss, on admet qu'il y a achromatisme, lorsque le spectre axial d'un point lumineux-objet placé sur l'axe, est replié, les radiations se superposant deux à deux. Il est aisé de voir que si l'on veut établir un système achromatique, il faudra satisfaire à trois conditions; en effet le point-objet et son image en lumière λ décrivent deux divisions homographiques; dès lors deux images du même point forment également deux divisions homographiques; et, pour assurer la coïncidence de ces deux

(¹) Avec un appareil où cette ligne est mal orientée, comme par exemple le nicol coupé de Cornu-Jellett, les erreurs peuvent être 4 ou 5 fois plus grandes.

divisions, il faut écrire que trois images de longueur d'onde λ coïncident avec trois images de longueur d'onde λ'. Il peut être difficile ou même impossible de satisfaire à ces trois conditions; or dans un grand nombre de cas, pour un objectif de projection par exemple, on n'utilise le système que pour une seule position de l'objet, et dès lors il suffit que l'achromatisme soit réalisé pour ce dispositif. Les images λ et λ' formant deux divisions homographiques il existe nécessairement deux points doubles (réels ou imaginaires) où les deux images de couleur différente sont en coïncidence; il suffira donc d'exprimer que le point utilisé est précisément l'un de ces points doubles, et ce sera une condition unique bien plus facilement réalisable.

D'ailleurs il sera facile d'expliciter ces conditions au moyen de la méthode suivante; l'équation du premier dioptre s'écrit (origine au centre):

$$\frac{1}{n_0 q_0} - \frac{1}{n_1 q_1} = \frac{1}{R_1}\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_0}\right) = \frac{1}{k_1}$$

$$-\frac{dn_0}{n_0^2}\left(\frac{1}{q_0} + \frac{1}{R_1}\right) + \frac{dn_1}{n_1^2}\left(\frac{1}{q_1} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{n_0\,dq_0}{n_0^2 q_0^2} - \frac{n_1\,dq_1}{n_1^2 q_1^2};$$

on peut exprimer les abscisses q_0 et q_1 en fonction du rapport de convergence γ_1 au point considéré :

$$n_0 q_0 = k_1(1-\gamma_1), \qquad n_1 q_1 = \frac{k_1(1-\gamma_1)}{\gamma_1},$$

$$n_0\,dq_0 - \gamma_1^2 n_1\,dq_1 = \frac{k_1(1-\gamma_1)(n_0 - n_1\gamma_1)}{n_1 - n_0}\left(\frac{dn_0}{n_0} - \frac{dn_1}{n_1}\right) = C_1\,d\lambda;$$

nous formons ainsi une fonction C_1 que nous pourrons appeler la fonction de chromatisme du système relative à la radiation λ; pour le deuxième dioptre on aura de même

$$n_1\,dq_1 - \gamma_2^2 n_2\,dq_2 = \frac{k_2(1-\gamma_2)(n_1 - n_2\gamma_2)}{n_2 - n_1}\left(\frac{dn_1}{n_1} - \frac{dn_0}{n_0}\right)$$

ou, en posant $\gamma_1\gamma_2 = \Gamma$, rapport de convergence du système résultant,

$$n_0\,dq_0 - \Gamma^2 n_2\,dq_2 = \frac{k_1(1-\gamma_1)(n_0 - n_1\gamma_1)}{n_1 - n_0}\left(\frac{dn_0}{n_0} - \frac{dn_1}{n_1}\right) + \frac{k_2(\gamma_1 - \Gamma)(n_1\gamma_1 - n_2\Gamma)}{(n_2 - n_1)}\left(\frac{dn_1}{n_1} - \frac{dn_2}{n_2}\right).$$

Or, si l'on désigne par K la constante du système résultant, telle que

$$f = \frac{K}{n'} \quad \text{et} \quad f' = \frac{K}{n},$$

on a

$$\gamma_1 = \Gamma \frac{K}{k_1} + \frac{K}{k_2}$$

et dès lors

$$n_0\, dq_0 = \Gamma^2 n_2\, dq_2 = a_0 \frac{dn_0}{n_0} + \frac{a_1\, dn_1}{n_1} + a_2 \frac{dn_2}{n_2},$$

a_0, a_1, a_2 étant des fonctions du second degré de Γ; on voit aisément que l'élimination continuerait de la même manière et que finalement on obtiendrait

$$n_0\, dq_0 - \gamma^2 n_p\, dq_p = A_0 \frac{dn_0}{n_0} + A_1 \frac{dn_1}{n_1} + \ldots + A_p \frac{dn_p}{n_p} = C\, d\lambda,$$

$A_0, \ldots, A_p$ étant des fonctions du second degré de γ.

Nous pourrons donc écrire pour le système limité aux milieux d'indices n et n'

$$C\, d\lambda = n\, dx - \gamma^2 n'\, dx' = (M\gamma^2 + N\gamma + P)\, d\lambda,$$

les coefficients de la fonction de chromatisme étant des fonctions des constantes de l'appareil, y compris $\frac{dn_0}{d\lambda}, \frac{dn_1}{d\lambda}, \ldots, \frac{dn_p}{d\lambda}$ qui y figurent linéairement :

1° Il y aura achromatisme au point de rapport de convergence α si

$$M\alpha^2 + N\alpha + P = 0;$$

2° Cet achromatisme sera étendu aux points voisins, sur l'axe, si l'on a les deux conditions

$$\alpha = -\frac{N}{2M} = -\frac{2P}{N};$$

3° Enfin, le système sera achromatique si

$$M = 0, \quad N = 0, \quad P = 0.$$

Mais il est préférable, dans le cas particulier envisagé, même si l'on dispose d'un nombre suffisant de constantes indéterminées, de réserver ces constantes pour réaliser un achromatisme s'étendant aux points assez éloignés de l'axe, en écrivant que les diverses aberrations ont les mêmes valeurs pour les radiations λ et $\lambda + d\lambda$.

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL. — *Radiogoniométrie et influences atmosphériques.* Note de M. **Rothé**, présentée par M. E. Bouty.

Quelques mois avant la guerre, j'avais entrepris, à Nancy, l'étude des influences atmosphériques sur la propagation et l'absorption des ondes hertziennes. La méthode consistait à recueillir par antenne des signaux émis spécialement par la Tour Eiffel et à en mesurer l'intensité au thermogalvanomètre de Duddell (¹).

Ces observations ont permis de constater fréquemment au cours de la journée une absorption importante.

Pendant l'été dernier, au cours d'observations sur les orages dont j'indiquerai ultérieurement les résultats, lorsqu'ils auront été complétés, je me suis proposé de rechercher si les variations atmosphériques produiraient aussi, par un effet analogue à la réfraction optique, un changement notable dans le repérage radiogoniométrique des stations d'émission, c'est-à-dire si, suivant les conditions atmosphériques, la direction des ondes serait modifiée en même temps qu'elles seraient plus ou moins absorbées.

J'ai utilisé, à cet effet, une cabane radiogoniométrique, type militaire dont le cadre fut modifié et amené à une gamme de longueur d'onde convenable. Cette cabane était établie dans un pré voisin de la station météorologique de Strasbourg et suffisamment éloignée des bâtiments et des lignes télégraphiques.

Les pointés furent faits régulièrement par un ingénieur électricien, M. Larivière. Ces mesures, faites avec toutes les précautions d'usage, d'après les méthodes de repérage aujourd'hui bien connues, se sont étendues du 20 juillet au 10 octobre 1920. La station de la Tour Eiffel fut pointée à trois heures différentes au moment des émissions de la journée, $9^h 45^m$, $10^h 45^m$, 16^h; celles de Nauen et de Poldhu furent pointées une fois par jour, à 9^h et $9^h 30^m$.

Pendant tout le temps que les observations ont duré, l'état de l'atmosphère fut très variable : il y eut des jours de grande pluie, de ciel découvert ou brumeux, des températures diverses, des situations isobariques variées. Les divergences entre les pointés n'ont dépassé 2° à partir de la valeur moyenne que dans des cas exceptionnels, très rares, et pour lesquels aucune particularité au point de vue météorologique n'apparaît d'une manière manifeste.

(¹) E. Rothé, *Sur l'influence possible des radiations solaires sur la propagation des ondes hertziennes* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1454). — E. Rothé et R. Clarté, *Influence de l'état de l'atmosphère sur la propagation et la réception des ondes hertziennes* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 699).

Ainsi pour Nauen, sur 60 visées ou déterminations de la position du cadre correspondent à l'extinction du son au téléphone :

D (1)...	32	30,5	30	29,75	29,5	29	28,75	28,5	28,25	28
N. P....	1	1	2	4	18	12	2	15	2	3

ce qui conduit à une moyenne voisine de 29°.

Pour Poldhu, sur 60 visées :

D.....	100,5	100	99,5	99,25	99	98,75	98,5	98,25	98	97,5	97,25
N. P....	1	3	11	1	10	1	19	6	6	1	1

Moyenne voisine de 99°.

Pour F. L., à 9h45m, pour 63 visées :

D....	92,5	92	91,75	91,5	91,25	91	90,75	90,5	90,25	90	89,5	89
N. P..	3	2	5	17	3	9	4	9	1	8	1	1

Moyenne voisine de 91°.

Pour F. L., à 10h45m, pour 56 visées :

D.....	92,5	92	91,75	91,5	91,25	91	90,75	90,5	90,25	90	89,5	89
N. P....	2	4	5	19	3	4	1	9	1	1	4	3

Moyenne : 91°.

Pour F. L., à 16h, sur 49 visées :

D.....	92,5	92	91,75	91,5	91,25	91	90,75	90,5	90,25	90	89,5
N. P....	2	2	1	13	1	3	2	20	1	2	2

Moyenne : 91°.

Les écarts observés sont de l'ordre de un ou deux degrés; si l'on considère que les erreurs expérimentales atteignent aisément le degré, on voit que la précision de la méthode ne permet pas de tirer des conclusions certaines sur la cause des petites variations observées.

Dans une Note récente intitulée *Études de radiogoniométrie* (2), MM. G. Ferrié, R. Jouaust, R. Mesny et A. Perot ont publié les résultats d'observations faites à Meudon sur diverses autres stations : Lyon, Hanovre, Rome, Nantes. Il est intéressant de remarquer que ces résultats sont d'accord avec ceux des observations faites à Strasbourg sur Paris, Nauen et

(1) D. = degrés. — N. P. = nombre de pointés.

(2) G. Ferrié, R. Jouaust, R. Mesny et A. Perot, *Comptes rendus*, t. 172, 1921 p. 54.

Poldhu, *en ce qui concerne les pointés de jour*. Les différences observées par ces auteurs sont, en effet, de l'ordre du degré.

Mais ils ont trouvé, *le soir, après le coucher du soleil*, un effet important, très intéressant au point de vue cosmique.

Les situations atmosphériques ne semblent pas avoir en radiogoniométrie une importance prépondérante, il est vraisemblable que cet effet doit bien être attribué, pour la plus large part à des variations dans l'ionisation de l'atmosphère et que les condensations aqueuses ou variations atmosphériques diverses qui se produisent au voisinage du poste de réception ne sont pas la cause principale des variations d'orientation.

Ces recherches seront poursuivies à Strasbourg au cours de cet été, il serait intéressant de pouvoir mesurer par une méthode thermique l'énergie reçue sur antenne et sur cadre pour des signaux de durée déterminée (10 secondes par exemple), en même temps que l'énergie serait également mesurée à la station d'émission. Les données météorologiques seraient notées avec soin aux deux stations d'émission et de réception, en particulier il serait bon de suivre les variations du champ électrique de l'atmosphère.

ÉLECTRICITÉ. — *Ionisation de l'argon par des électrons lents.* Note de M. **Georges Déjardin**, présentée par M. E. Bouty.

I. Le potentiel d'ionisation de l'argon, c'est-à-dire le potentiel correspondant à la vitesse des rayons cathodiques les plus lents qui puissent produire l'ionisation du gaz, a été l'objet d'un assez grand nombre de déterminations (¹). Les résultats obtenus, peu concordants, oscillent entre 12,5 volts (Stead et Gossling) et 17 volts (Rentschler).

Si l'on ne recherche pas une très grande précision, le potentiel d'ionisation d'un gaz peut être aisément déterminé au moyen d'une lampe à trois électrodes, du type courant de la Télégraphie militaire, renfermant le gaz considéré sous une faible pression. La grille et la plaque sont réunies de manière à former une anode unique; une différence de potentiel progressivement croissante est établie entre cette anode et l'une des extré-

(¹) Mc Lennan, *Physical Review*, juillet 1917. — Rentschler, *Physical Review*, t. 14, 1919, p. 503, et *Journal of Franklin Institute*, t. 188, 1919, p. 408. — Found, *Physical Review*, t. 15, 1920, p. 132. — Horton et Davies, *Proc. Roy. Soc.*, t. 97, 1920, p. 1. — Stead et Gossling, *Philos. Mag.*, t. 40, 1920, p. 413. — Hodgson et Palmer, *Radio Review*, août 1920, p. 525.

mités du filament. Le potentiel critique, correspondant à l'ionisation du gaz, est atteint quand la courbe du courant produit par les électrons se détache nettement de la courbe correspondant à la lampe parfaitement vide.

J'ai repris par cette méthode simple, déjà utilisée par Stead et Gossling (et, dans un but un peu différent, par L. et E. Bloch) [1], la détermination du potentiel d'ionisation de l'argon. La lampe employée, préalablement vidée au moyen d'une pompe à mercure, renferme de l'argon sensiblement pur sous une pression de $0^{mm},10$; une différence de potentiel, réglable et mesurable à moins de 0,1 volt, peut être établie entre l'anode unique et l'extrémité négative du filament. Le courant produit par les électrons émis par la cathode incandescente est mesuré avec précision au moyen d'un milliampèremètre intercalé dans le circuit. Les courbes obtenues en portant en ordonnées l'intensité de ce courant et en abscisses le potentiel accélérateur des électrons mettent en évidence un potentiel critique voisin de 15 volts, pour un courant de chauffage de 4 ampères.

Le potentiel critique ainsi déterminé ne peut être considéré comme égal au potentiel d'ionisation de l'argon. Des corrections importantes sont nécessaires par suite de la chute de potentiel le long du filament (2,5 volts environ) et de la vitesse d'émission des électrons. Le potentiel appliqué représente, en effet, le voltage maximum entre les électrodes; le nombre des électrons soumis à cette chute de potentiel est entièrement négligeable à cause du refroidissement des extrémités du filament par les supports. La correction négative à appliquer au potentiel limite observé est de l'ordre de 0,5 volt. Les électrons émis par un filament incandescent possèdent une distribution de vitesses donnée par la loi de Maxwell; l'énergie cinétique moyenne de ces électrons correspond sensiblement à 0,5 volt pour une température absolue du filament égale à 2500°. La correction additive relative à la vitesse d'émission des électrons compense donc à peu près la correction négative précédente [2]. Enfin, il y aurait lieu d'envisager une troisième correction, relative à la différence de potentiel de contact entre le filament incandescent et l'anode placés dans un gaz à basse pression; il est impossible d'évaluer avec certitude cette correction,

---

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1380.

(2) Cependant, le potentiel critique observé diminue légèrement (variations de quelques dixièmes de volt) quand la température du filament s'élève (courants de chauffage de 4,3 et 4,5 ampères).

dont l'ordre de grandeur est probablement le même que celui des corrections précédentes.

En résumé, il résulte de l'étude du courant produit par les électrons que le potentiel d'ionisation de l'argon est voisin de 15 volts (à 0,5 volt près). Cette valeur est en bon accord avec celles indiquées par Horton et Davies (15,1 volts) et Found (entre 15 et 16 volts). La fréquence maximum émise par l'argon, sous un potentiel de 15 volts, est donnée par la relation d'Einstein : $eV = h\nu$; on obtient ainsi une fréquence limite correspondant à une longueur d'onde voisine de 800 Å. Or, au cours de ses recherches sur l'ultraviolet extrême, Lyman a trouvé que le spectre de l'argon se termine au voisinage de cette limite (¹).

II. La discontinuité des courbes de courant n'est accompagnée d'aucune luminosité visible dans la lampe. Quand le potentiel accélérateur atteint une valeur de 16,2 volts, on observe une déviation brusque du milliampèremètre et, simultanément, une luminosité très nette se produit. Elle apparaît d'abord au voisinage de l'extrémité négative du filament, se développe peu à peu si l'on fait croître lentement le potentiel et ne semble complètement épanouie que vers 16,9 volts. Si, après avoir dépassé cette valeur, le potentiel accélérateur décroît progressivement, le phénomène passe, en sens inverse, par les mêmes phases, mais toutefois avec un léger retard, voisin de 0,1 volt.

Le potentiel critique correspondant à l'apparition de la luminosité, nettement supérieur au potentiel d'ionisation, peut être appelé potentiel d'illumination. Il n'est pas, comme le potentiel d'ionisation, une constante spécifique des atomes du gaz. Il dépend de la forme des électrodes et de celle du tube, ainsi que de la pression (²). Par contre, il semble sensiblement indépendant de l'intensité du courant de chauffage (entre 4 et 5 ampères), c'est-à-dire de la température de la cathode.

En vue de compléter les observations précédentes, j'ai recherché quelles étaient les radiations émises par le gaz pour différentes valeurs du potentiel accélérateur des électrons. L'image de l'espace compris entre le filament et la plaque est projetée, au moyen d'un objectif de 25^{cm} de foyer, sur la fente d'un spectrographe. L'appareil employé est muni d'un prisme composé de Rutherford, associé à un collimateur de 25^{cm} de foyer; il est assez lumineux

(¹) *Astrophysical Journal*, 1916, n° 1, p. 101.

(²) CAMPBELL et RYDE, *Philos. Mag.*, t. 40, 1920, p. 585.

et donne, sur les clichés, une dispersion moyenne de 20 Å. par millimètre pour la région spectrale comprise entre 4000 et 4500 Å. Sur les clichés relatifs à des potentiels accélérateurs de 16,5, 17, 20, 25 et 30 volts, sont visibles de nombreuses raies appartenant toutes au *spectre rouge* de l'argon (en particulier les fortes raies : 4045, 4159, 4191, 4198, 4201, 4259, 4272).

La lampe renferme, outre l'argon, de la vapeur de mercure sous une pression extrêmement faible. En effet, quand le voltage appliqué est inférieur à 15 volts, on obtient sur les clichés, pour de très longues poses (2 ou 3 heures), quelques raies du mercure (4047, 4080, 4358). La raie 4358, qui est la plus intense, apparaît pour un potentiel accélérateur minimum de 10,5 volts et, par conséquent, voisin du potentiel d'ionisation bien connu de la vapeur de mercure (cette apparition n'est accompagnée d'aucune discontinuité appréciable du courant produit par les électrons). Enfin, sur certains clichés correspondant à un potentiel compris entre 15 et 16 volts et à une durée de pose de 3 heures, sont visibles, en même temps que les raies du mercure indiquées précédemment, les raies les plus intenses du spectre rouge de l'argon.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur les séries* L *de l'uranium et le principe de combinaison dans les spectres de rayons X*. Note de M. **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Dans une récente Note (1), nous avons présenté les premiers résultats de l'étude détaillée des séries L de l'uranium. Nous avons depuis acquis un certain nombre de faits nouveaux.

I. La série L_1 photographiée seule avec de très longues poses (15 heures-degré) a montré, outre les raies l, α_2, α_1, β_6, β_2, β_7 et β_5, deux nouveaux satellites de β_2 : $\beta'_2 = 754,1 . 10^{-11}$ cm et $\beta''_2 = 747$, ce dernier se confondant avec β_4. Le premier a été prévu théoriquement par A. Sommerfeld : il est extrêmement voisin de β_2 et donne, avec γ_1, la vraie valeur du doublet L (2).

En prenant sur le même cliché la série L_1 et sa discontinuité d'absorption, nous avons vu apparaître, grâce à de très longues poses, une raie blanche très nette (raie d'absorption) juste au delà de la discontinuité. Cette ligne

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 915.

(2) La raie β''_2 semble être pour W : 1239,5 ; la raie β'_2 serait inséparable de β_2.

a la même largeur que les raies d'émission. La distance existant sur la plaque entre la *limite d'absorption* ($L_1 = 721,5$ en accord avec Duane et Patterson), et la raie β_5 étant voisine de $0^{mm},5$ nous avons pu mesurer, d'une façon précise, la différence de fréquence correspondante qui donne l'énergie de l'anneau N_1 (voir plus loin). Nous trouvons ainsi, pour longueur d'onde de la discontinuité N_1, la valeur $\lambda = 200$ U. Å. qui se place dans l'ultraviolet extrême et qui correspond au potentiel d'excitation de 61 volts. Il s'agit probablement là du second anneau garni d'électrons de Bohr, de l'atome d'uranium, en venant de la périphérie.

II. Les potentiels critiques d'excitation des séries L_2 et L_3 sont, d'après les chiffres de Duane et de Patterson, relatifs aux limites d'absorption, respectivement de 20860 et de 21720 volts. Nous avons pu, grâce à une pose très prolongée, effectuée à 21450 ± 50 volts, séparer photographiquement ces deux séries : *Nous ne trouvons dans la série* L_2 *que les raies* η, β_1, γ_5, γ_1, γ_6 *et* γ_2 *qui donnent le doublet* L *de Sommerfeld*. Nous avons observé sur ces clichés les quatre raies K du molybdène [1] qui proviennent d'un film de cet élément évaporé de la cathode Coolidge et déposé sur l'anticathode. Les raies γ_5 et β_3 de U coïncident avec les raies $K\beta_1$ et $K\alpha_1$ de Mo, ce qui pourrait introduire une confusion dans le classement des premières. Cependant les rapports qui existent entre les intensités de γ_1 et γ_5 de U et de $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ de Mo sont tels, sous 21 et 30 kilovolts, que l'on peut conclure avec certitude que γ_5 appartient à L_2 et β_3 à L_3. Par contre, la raie 711,8 que nous avons signalée est certainement $K\alpha_2$ de Mo. Nous trouvons aussi la limite d'absorption K du niobium (644,7) qui semble exister dans le mica constituant la fenêtre transparente du tube. Enfin les raies 679,7 et 685 qui pouvaient être le doublet $K\alpha_1\alpha_2$ de l'élément 43 sont de la série L_3 si elles appartiennent à l'uranium. Elles sont excessivement faibles et seraient en ce cas les homologues des raies 1203,1 et 1209 du tungstène (β_8 et β_9). Cette question sera résolue par l'étude du thorium.

III. La série L_3 a été photographiée à 43 kilovolts de manière à faire apparaître les lignes faibles et à préciser les mesures dans le groupe γ. Nous avons ainsi trouvé une nouvelle ligne $\gamma_8 = 568,9$ *plus courte que* γ_4 et plus faible que γ_4. Les noms des lignes 596,8 et 603,8 doivent être échangés : la première est γ_3 et la seconde γ_6. Nous trouvons de plus deux lignes très

---

[1] Le doublet $K\alpha_1\alpha_2$ de cet élément fut visible sur un cliché effectué à 20600 volts, valeur comprise entre les potentiels d'excitation de la série L_2 de U et de la série K de Mo (19960 volts).

faibles : 624 et 608. Il est très difficile de dire laquelle est γ_7 (ancienne ligne γ_2 intense de tungstène et du groupe des terres rares). Sur le graphique de Moseley, la ligne γ_7 de L_3 est coupée pour l'élément Pt par la ligne γ_2 de plus grande courbure. En même temps les intensités de β_5, γ_2 et γ_7 changent pour un élément compris entre W et Pt; les deux premières deviennent plus intenses pour les éléments lourds et la dernière beaucoup plus faible. Il semblerait que γ_7 doive être pour U la radiation 608, la ligne 624 prenant le nom de γ_9. Nous trouvons en somme dans L_3 les raies γ_8, γ_4, γ_3, γ_7, γ_9, β_8, β_9, β_3 et β_4.

IV. Ce classement est en outre en partie confirmé de deux autres manières distinctes :

1° En calculant les écarts des raies homologues sur le graphique de Moseley par les éléments W et U on obtient des valeurs qui varient régulièrement dans les séries L_1 et L_2, mais non dans L_3;

2° En appliquant le principe de combinaison dans les séries L du tungstène et de l'uranium, les anneaux d'arrivée étant alors connus pour ce dernier élément. Il est très remarquable de constater que l'on retrouve ainsi les cinq discontinuités d'absorption M de Stenström, comme M. Coster l'a récemment montré pour U et Th, et sept limites N qui donnent la genèse des raies M. Pour W on trouve cinq limites M encore inconnues et sept limites N qui permettent d'obtenir l'origine des raies M et même des raies Kβ en utilisant les chiffres de Duane. L'ensemble de ces résultats est exposé dans le Tableau suivant :

Anneaux de départ.	Anneaux d'arrivée.								
	K.	L_3.	L_2.	L_1.	M_5.	M_4.	M_3.	M_2.	M_1.
L_3	α_3	»	»	»	»	»	»	»	»
L_2	α_2	»	»	»	»	»	»	»	»
L_1	α_1	»	»	»	»	»	»	»	»
M_5	»	»	η	l	»	»	»	»	»
M_4	β'_1	β_4	»	»	»	»	»	»	»
M_3	β_1	β_3	»	»	»	»	»	»	»
M_2	»	β_9	β_1	α_2	»	»	»	»	»
M_1	»	»	»	α_1	»	»	»	»	»
N_7	»	γ_9	γ'_5(W)	β_6(W)	»	»	»	»	»
N_6	»	γ_7	γ_5(U)	β_6(U)	»	»	»	»	»
N_5	»	γ_3	»	»	»	δ	»	»	»
N_4	γ	»	γ_1	$\beta_2 \beta'_2$	»	ε	γ	»	»
N_3	»	»	γ_6	β_7	»	»	»	β	α
N_2	»	γ_4	»	»	»	»	»	»	»
N_1	»	γ_8	γ_2	β_5	»	»	»	»	»

La ligne γ_7, intense pour W, donne un anneau N_6 qui ne sert qu'à la production de cette raie, les lignes γ_5 et β_6 provenant de N_7. Au contraire, pour U, l'anneau N_6 est commun pour ces trois lignes, ce qui expliquerait la faiblesse de γ_7. Le Tableau permet en outre de trouver deux différences de fréquence $L_3 - L_2$ et des relations d'addition comme celle de Coster ($L\beta_7 = L\alpha_2 + M\beta$).

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un appareil allumeur-extincteur automatique pour becs de gaz à veilleuse*. Note de M. **Alexandre Cabrier**, présentée par M. J. Violle.

J'ai établi, il y a quelque huit ans (¹), un appareil avec lequel l'allumeur-extincteur de MM. Paul Bernard et Barbe (²) présente plus d'un point de ressemblance.

Mon appareil se compose d'une boîte cylindrique verticale, contenant une cloche mobile, également cylindrique et verticale, que l'on peut tarer à volonté avec des rondelles métalliques. Cette cloche, guidée dans son mouvement vertical par une tige centrale, est elle-même munie intérieurement d'un tube obturateur, coiffant le tuyau d'amenée du gaz. La cloche mobile plonge dans un bain de mercure, ainsi que le tube obturateur, pendant la période de repos où il intercepte le passage du gaz. Relevé avec la cloche, par une surpression à l'usine, le tube obturateur sort du mercure et livre passage au gaz sous la cloche. Celle-ci, tout en continuant à plonger dans le mercure, laisse échapper le gaz par un petit orifice latéral qui en stabilise le débit; le gaz se rend au bec où il s'enflamme à la veilleuse.

Pour l'éteindre, il suffit de provoquer, à l'usine, un abaissement de pression correspondant au minimum que l'on s'est donné; le tube obturateur vient alors plonger à nouveau dans le mercure, interceptant le passage du gaz.

Tous les effets obtenus au moyen de cet appareil (allumage, stabilité de soulèvement de la cloche pendant la période totale consacrée à l'éclairage; extinction) sont du domaine purement physique et n'exigent aucun mécanisme accessoire d'accrochage.

(¹) Brevet italien du 15 décembre 1912, vol. 94, nº 129445; brevet français du 8 novembre 1913, nº 464680.

(²) Paul Bernard et Barbe, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 372.

Pendant la période de repos, la pression du gaz n'agit que sur la petite surface de l'obturateur; et tant que l'action de cette pression, répartie sur cette petite surface, ne devient pas supérieure au poids de la cloche, celle-ci ne se soulève pas suffisamment pour permettre au gaz de s'échapper; la formule d'équilibre est donc, dans ce cas,

$$Ps \leqq Q - q \quad (\textit{état de repos}),$$

P étant la pression du gaz, s la surface de l'obturateur, Q le poids de la cloche, q le poids du mercure déplacé par la plongée de la cloche dans ce liquide.

L'allumage aura lieu au moment de la surpression, quand on aura

$$P's > Q - q \quad (\textit{allumage}),$$

P′ étant la forte pression momentanée, provoquée sous l'obturateur par la surpression à l'usine.

L'allumage obtenu, la surpression cesse et la pression redevient normale au choix; elle agit pendant toute la période de l'éclairage sur une surface correspondant à la totalité de la surface de la cloche; et la formule d'équilibre devient

$$(P - p)S \geqq Q - q \quad (\textit{période d'éclairage}),$$

P étant la pression du gaz à l'intérieur de la cloche, p la pression du gaz à l'extérieur de la cloche dans la boîte, S la surface totale de la cloche.

Pour obtenir l'extinction il faudra que l'action des pressions répartie sur la grande surface S devienne inférieure au poids de l'appareil; ce qui exige un abaissement de la pression à l'usine; la formule d'équilibre sera dans ce cas

$$(P'' - p'')S < Q - q \quad (\textit{extinction}).$$

L'obturateur plongeant à nouveau, la pression n'agira plus que sur sa petite surface et l'état de repos sera rétabli avec la formule d'équilibre déjà indiquée au début.

L'examen de ces formules montre qu'entre les coups extrêmes de surpression pour l'allumage et d'abaissement minimum pour l'extinction, choisis au moment de la mise en service de l'appareil, les pressions intermédiaires peuvent varier d'une façon quelconque sans rompre les effets physiques demandés; *l'accrochage* de la cloche, c'est-à-dire le maintien de son soulèvement pendant la période d'éclairage, est absolument automatique.

Le constructeur peut faire varier à son choix le rapport des diamètres des surfaces S et s, ainsi que le poids Q, pour satisfaire aux besoins de la pratique.

Tous accessoires mécaniques étant évités par ce système, l'appareil a des dimensions très réduites qui lui permettent d'être placé immédiatement au-dessous du bec, dans la lanterne.

Il est en usage sur les 4700 lanternes du réseau de Florence, depuis 1913, avec extinction partielle des lanternes à minuit, et le reste de

l'extinction au matin. Des coups d'extinction et de rallumage rapide couronnés de succès ont contribué à conserver à la ville son éclairage public au gaz durant toute la guerre.

CHIMIE MINÉRALE. — *Catalyse double de l'acide vanadique et de l'eau oxygénée.* Note M. V. Auger, présentée par M. G. Urbain.

On a, depuis longtemps, et à plusieurs reprises, observé que l'acide pervanadique donne naissance, par décomposition spontanée en solution acide, à un mélange de sel de vanadyle et d'acide vanadique. En 1912, Cain et Hostetter [1] ont constaté qu'en solution fortement sulfurique, H^2O^2 décompose les solutions vanadiques et les réduit quantitativement en sulfate de vanadyle $VO(SO^4H)^2$; ils ont expliqué cette réduction en admettant que H^2O^2 donne d'abord naissance à l'acide monopersulfurique de Caro, qui joue le rôle de catalyseur vis-à-vis de l'acide vanadique.

Ayant eu l'occasion d'observer que le passage du vanadium pentavalent au tétravalent avait lieu, sous l'influence de H^2O^2, en présence de divers acides, j'ai attribué cette réaction à la présence des ions H^+ et j'ai poursuivi l'analogie qu'elle semble présenter tout d'abord avec l'action de l'acide chromique sur l'eau oxygénée.

Les expériences qui suivent ont été exécutées en partant d'un acide vanadique colloïdal, ne contenant que des traces de VO^3NH^4, et les solutions employées en contenaient en général 2 pour 100.

Acide chlorhydrique. — Il n'y a pas lieu de faire ici des expériences quantitatives, car cet acide agit déjà seul comme réducteur, en dégageant du chlore; mais en observant deux solutions chlorhydriques également concentrées, dont l'une est additionnée de H^2O^2, on constate que cette dernière vire au bleu en quelques heures, alors que l'autre possède encore une teinte jaune vert après plusieurs jours. La réduction a donc été très accélérée par suite de la formation provisoire d'acide pervanadique.

Acide sulfurique. — En faisant varier la concentration de 10 m. à 0,01 m., on constate qu'aussitôt après l'addition de H^2O^2 à la solution sulfurique 10 m. la coloration rouge pervanadique fait place, en quelques secondes, à la couleur bleue du sulfate de vanadyle; la réduction est totale. La solution 5 m. est catalysée en 24 heures et la réduction atteint 95 pour 100; la stabilité de l'acide pervanadique est à son maximum avec l'acide 1 m. et la réduction n'est terminée qu'après 12 jours environ; elle porte sur 33 pour 100 de vanadium; enfin avec un acide 0,01 m. le taux de réduction est tombé à 2,5 pour 100.

---

[1] *Journ. amer. chem. Soc.*, t. 34, 1912, p. 274.

Acide nitrique. — Dans l'ensemble, les phénomènes sont les mêmes qu'avec SO^4H^2, cependant on note une stabilité plus grande de l'acide pervanadique qui n'est, en solution 1 m., décomposé qu'au bout de 3 semaines à la température ambiante. D'autre part, on ne peut pas expérimenter avec des solutions plus concentrées que 10 m. parce que NO^3H agit à froid comme oxydant; l'équilibre final a lieu entre V^{IV}, V^{V}, NO^3H et NO^2 et se déplace, par élévation de température, en faveur de l'acide vanadique. Les solutions nitriques 10 m. et 5 m. ont été maintenues froides, et dans ces conditions la réduction a porté respectivement sur 100 et 80 pour 100 de l'acide vanadique.

Acides faibles. — L'acide acétique, n'émettant des ions H^+ qu'à faible concentration, ne provoque presque pas la catalyse : la solution 10 m., à peine colorée en rouge par H^2O^2, est catalysée en quelques heures avec une réduction de 12,5 pour 100; cette proportion tombe à 6 pour 100 avec un acide 2 m. et aux environs de zéro pour une solution 0,2 m. Un acide du même type, mais beaucoup plus ionisé, l'acide trichloracétique, a provoqué une réduction beaucoup plus avancée, atteignant 34 pour 100 avec une solution 2 m.

Enfin, comme on pourrait alléguer que tous ces acides peuvent, avec plus ou moins de facilité, donner naissance avec H^2O^2, à un peracide qui jouerait le rôle de catalyseur, que Cain et Hostetter attribuent à l'acide de Caro, j'ai employé de l'acide perchlorique, qui ne doit guère avoir de tendance à s'unir à H^2O^2; une solution acide 5 m., très fortement rougie par H^2O^2, est décomposée spontanément en 24 heures et la réduction de l'acide vanadique est totale.

Solution aqueuse. — La pseudo-solution aqueuse de l'acide vanadique colloïdale, additionnée de H^2O^2, subit des changements notables; son dichroïsme disparaît, elle prend une couleur orangée qui passe au jaune clair à mesure que l'oxygène se dégage, et après quelques heures l'eau oxygénée a été détruite sans que la réduction ait porté sur plus de 2 pour 100 du vanadium; il est probable que celle-ci est due à l'action des ions H^+ émis par l'acide vanadique lui-même.

Pour compléter cette étude, j'ai déterminé l'influence que peuvent exercer les acides persulfurique, monopersulfurique, acide de Caro concentré, sur la solution vanadique; les essais ont montré que, bien loin de faciliter la catalyse réductrice, ces acides l'empêchent au contraire d'être totale.

Les persulfates d'ammonium ou de potassium ne réduisent pas les solutions vanadiques tant que la quantité d'acide sulfurique ne dépasse pas 20 pour 100, et d'autre part, une solution de sulfate de vanadyle est, dans les mêmes conditions, oxydée totalement par ces sels.

L'acide monopersulfurique, versé dans la solution vanadique sulfurique, donne une solution verte contenant des quantités variables de sel de vana-

dyle, sans que jamais la réduction soit totale. Avec l'acide de Caro concentré, et lorsque la concentration sulfurique totale atteint 92 pour 100, le taux de réduction est de 85 pour 100 environ; le peracide est violemment décomposé en dégageant de l'oxygène ozonisé, et cette réaction a lieu avec des traces de sel de vanadium qui catalyse rapidement des quantités quelconques d'acide de Caro. La réduction est de moins en moins avancée lorsque la concentration de l'acide diminue; elle tombe à 70 pour 100 avec SO^4H^2, à 65 pour 100, et à 3 pour 100 avec SO^4H^2 à 45 pour 100. Les états finaux sont des états d'équilibre, car on les retrouve en effectuant les réactions avec des solutions de sulfate de vanadyle.

Les expériences précédentes permettent d'établir le parallélisme très net des acides perchromique et pervanadique. Spitalsky ([1]) a montré, en effet, qu'une solution de CrO^3 catalyse H^2O^2 en se réduisant, pour sa part, dans la proportion de 28,3 pour 100 du CrO^3 total; par addition d'acide au système, l'état final correspond à une réduction de plus en plus considérable du CrO^3, qui devient totale pour une teneur suffisante en ions H^+. L'analogie, complète jusqu'ici, cesse lorsque nous comparons l'action de H^2O^2 sur les sels de chrome et de vanadyle; la solution acide de Cr^{+++} n'agit plus sur H^2O^2, tandis que le sel de vanadyle est immédiatement oxydé en acide pervanadique, de sorte qu'après un temps plus ou moins long, la totalité de l'eau oxygénée introduite se trouve avoir été catalysée, pendant que la solution vanadique a subi une réduction plus ou moins profonde, suivant sa teneur en ions H^+, comme il a été montré plus haut.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le furfuralcamphre et quelques-uns de ses dérivés.* Note de Mlle **Wolff**, présentée par M. A. Haller.

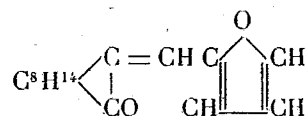
Dans une série de Communications, M. A. Haller ([2]), soit seul, soit en collaboration avec ses élèves, a montré que le camphre sodé est susceptible de se condenser avec des aldéhydes aromatiques pour donner naissance à des combinaisons non saturées dont le type est le benzylidène ou benzalcamphre. Il a également fait voir que le pouvoir rotatoire spécifique et la

([1]) *Zeits. f. anorg. Chem.*, t. 69, 1910, p. 179.

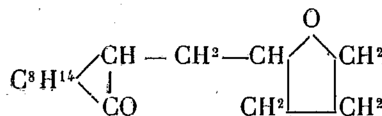
([2]) A. Haller, *Comptes rendus*, t. 113, 1891, p. 22-26; t. 128, 1899, p. 1270. — A. Haller et E. Bauer, *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 1490.

réfraction moléculaire de ces composés étaient plus ou moins exaltés suivant la nature de l'aldéhyde employée dans la condensation. Il nous a paru intéressant d'essayer si le furfurol se prêtait à la même réaction et si, d'autre part, les composés résultant de la condensation possédaient des propriétés analogues aux dérivés déjà décrits.

Furfurylidène camphre. — 150^{cg} de camphre bien sec dissous dans 400^{g} de benzène pur sont chauffés à l'abri de l'air, dans un ballon à réfrigérant ascendant, avec 40^{g} d'amidure de sodium jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus d'ammoniac. On laisse refroidir le mélange et l'on y ajoute ensuite peu à peu 96^{g} de furfurol sec dilué dans un volume égal de benzène. Le mélange s'échauffe. On termine la réaction en maintenant le ballon au bain-marie pendant quelques heures. Après refroidissement, le liquide est traité à plusieurs reprises par de l'eau, séché sur du chlorure de calcium, et distillé pour chasser le benzène. Le résidu est fractionné sous pression réduite. La partie principale passe à 171°-175° sous 11^{mm} et se prend peu à peu en masse par le refroidissement. Soumis à une série de cristallisations le produit solide se présente sous la forme de cristaux jaunâtres fondant à 64°, très solubles dans l'éther, l'alcool et le benzène, mais peu solubles dans l'éther de pétrole. L'analyse et ses propriétés permettent de lui assigner la formule



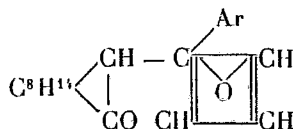
Des essais en vue de transformer ce composé par réduction au moyen de l'amalgame de sodium, en furfurylcamphre, ne nous ayant pas donné de bons résultats, nous l'avons hydrogéné en présence du nickel par la méthode de MM. Sabatier et Senderens modifiée par M. Brochet. Nous devons toutefois remarquer que, dans cette opération, la réduction va au delà de la formation du furfurylcamphre cherché, et qu'il y a fixation de 6 atomes d'hydrogène avec formation de tétrahydrofurfurylcamphre



L'analyse et les propriétés optiques du produit obtenu viennent à l'appui de cette manière de voir.

Le tétrahydrofurfurylcamphre constitue un liquide incolore et visqueux bouillant à 166° sous 14^{mm}, soluble dans l'alcool, l'éther, le benzène et l'éther de pétrole.

Préparation des furyl-arylcamphométhanes (¹)



Elle s'effectue comme celle des diphényl, phénylbenzylcamphométhane préparés par MM. A. Haller et Bauer (²). On ajoute à la solution de l'organomagnésien dans l'éther une quantité de furfuralcamphre légèrement inférieure à celle qu'exige la théorie. Le mélange est ensuite maintenu à l'ébullition pendant quelques heures et, après refroidissement, traité par une solution de chlorure d'ammonium. Après décantation et distillation on obtient le produit cherché qu'il suffit de faire cristalliser ou de distiller dans le vide.

Nous avons ainsi obtenu :

Le phénylfurylcamphométhane $C^8H^{14}\langle{}^{CH - CH - C^4H^3O\,(C^6H^5)}_{CO}$ sous la forme de petits prismes fondant à 114°, très solubles dans l'alcool, l'éther et le benzène, peu solubles dans l'éther de pétrole.

Le benzylfurylcamphométane $C^8H^{14}\langle{}^{CH - CH - C^4H^3O\,(C^7H^7)}_{CO}$ huile épaisse de couleur jaune très soluble dans l'éther, l'alcool, le benzène, peu soluble dans l'éther de pétrole.

Le p-tolylfurylcamphométhane $C^8H^{14}\langle{}^{CH - CH - C^4H^3O\,(C^6H^4CH^3)}_{CO}$ qui distille à 234° sous 17^{mm}. Il forme une huile semblable à la précédente et de même solubilité.

(¹) Nous donnons au radical (O ; CH—C– ; CH—CH) dérivé du furane, le nom de *furyle* pour éviter toute confusion et aussi pour mettre les noms de nos dérivés en harmonie avec ceux attribués par MM. A. Haller et Ed. Bauer aux composés qu'ils ont obtenus.

(²) A. Haller et Ed. Bauer, *Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 971-976; t. 146, 1908, p. 717-722.

Le p-anisylfurylcamphométhane $C^8H^{14}\langle{}^{CH - CH(C^6H^4OCH^3) - C^4H^3O}_{CO}$ dont le point d'ébullition est 255° sous 17mm. Le produit est semblable aux deux précédents et de même solubilité.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du bromure d'éthylmagnésium sur les dibenzylidène cyclohexanone et γ-méthylcyclohexanone.* Note de M. **Manolesco**, présentée par M. A. Haller.

On sait, d'après les expériences de M. Kohler (1), de MM. Haller et Bauer (2), que lorsqu'on fait agir un composé organomagnésien sur les dérivés benzylidéniques de la β-méthylcyclohexanone, du camphre, etc., le radical hydrocarboné se fixe non sur le groupement cétonique, mais sur le carbone de la chaîne benzylidénique qui se trouve en β vis-à-vis de ce groupement.

Dans l'étude que nous avons entreprise sur la dibenzylidène cyclohexanone nous espérions obtenir des corps semblables à ceux que M. Kohler avait obtenus en étudiant l'action des combinaisons organomagnésiennes sur le dibenzylidène-β-méthylcyclohexanone.

Cet auteur a, en effet, isolé : 1° un composé résultant de l'addition d'un groupe phényle sur l'un des complexes benzylidéniques, composé qui existe sous deux formes isomériques; 2° les mêmes composés avec 2at d'oxygène en plus et répondant à la formule $C^{27}H^{36}O^3$; 3° deux composés $C^{33}H^{32}O$ qu'on peut considérer comme des tétraphényl-triméthylcyclohexanones

I. $(C^6H^5)_2CH - CH\langle$ cycle $(CH^2, CH^2, CH - CH^3, CO)$ $C = CH - C^6H^5$

II. $C^{27}H^{26}O^3$

III. $(C^6H^5)_2CH\langle$ cycle $(CH^2, CH^2, CH - CH^3, CO)$ $- CH - CH(C^6H^5)_2$

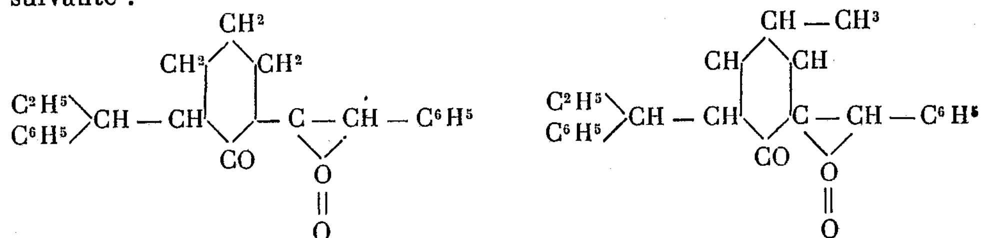
Nous sommes parti de la dibenzylidène cyclohexanone déjà préparée pour la première fois par M. Petrenko-Kritschenko et Arzibascheff (3) et par

(1) *Americ. Chem. Soc.*, t. 36, 1906, p. 177; t. 37, 1907, p. 370.
(2) *Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 971.
(3) *Ber. Ber.*, t. 29, p. 2052.

M. Wallach et de son dérivé paraméthylé, et nous les avons traités par le bromure d'éthylmagnésium en solution éthérée, de façon à obtenir, soit les dérivés monoéthylés, soit les dérivés diéthylés.

Avec les deux composés dibenzylidéniques nous avons observé une réaction et nous avons pu isoler dans chaque cas un produit cristallisé, à côté de quantités notables d'huiles, incristallisables jusqu'à présent, et dont nous poursuivons l'étude.

Ces deux produits cristallisés répondent respectivement aux formules brutes $C^{22}H^{24}O^3$ et $C^{23}H^{26}O^3$, c'est-à-dire qu'ils forment deux peroxydes des composés monoéthylés auxquels on peut attribuer la constitution suivante :



La fonction peroxyde de ces nouveaux composés a été mise en évidence par l'action d'une solution d'iodure de potassium dans l'acide acétique : il y a mise en liberté d'iode.

Préparation du dérivé $C^{22}H^{24}O^3$. — A une solution éthérée de bromure d'éthylmagnésium on ajoute peu à peu de la dibenzylidène cyclohexanone en poudre. La réaction a lieu instantanément et est parfois très vive. Quand tout le produit a été ajouté, il convient de chauffer encore une demi-heure au bain-marie.

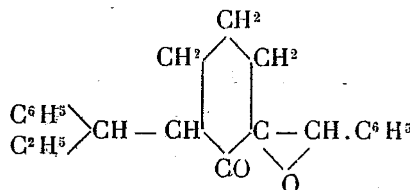
On décompose le produit de la réaction par une solution saturée de chlorhydrate d'ammoniac, les acides dilués donnent de mauvais résultats. En évaporant l'éther on obtient des cristaux blancs fondant à 137°,05 solubles dans le chloroforme, l'alcool méthylique, l'éther.

Cette réaction a été également effectuée dans une atmosphère d'azote et les résultats ont été les mêmes, ce qui semble prouver que l'auto-oxydation se fait après la décomposition du produit par le sel ammoniac. Les rendements en peroxydes ont été environ de 25 pour 100.

Une autre opération a été effectuée en faisant barboter un courant d'air dans la solution éthérée qui provient de la décomposition du magnésien et les rendements ont pu de la sorte s'élever à 55-60 pour 100.

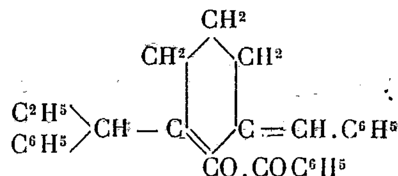
Réduction du peroxyde $C^{22}H^{24}O^3$. — Quand on ajoute une solution d'iodure de potassium dans l'acide acétique à du peroxyde, on constate une mise en liberté d'une quantité d'iode (dosée au moyen d'une solution d'hyposulfite) correspondant à 1^{at} d'oxygène par molécule de produit avec formation subséquente d'un composé cristallisé blanc, fondant à 111°, corps auquel nous croyons devoir attribuer la

formule



Action du chlorure de benzoyle sur la solution éthérée du produit d'addition du bromure d'éthylmagnésium et de la dibenzylidène cyclohexanone. — L'introduction du chlorure de benzoyle dans ladite solution doit se faire peu à peu, en maintenant le ballon dans la glace pendant toute la durée de la réaction. On chauffe ensuite une demi-heure et l'on traite la masse comme à l'ordinaire.

On isole ainsi un produit fondant à 105°, très soluble dans l'éther et le chloroforme, et dont l'analyse correspond à la formule $C^{29}H^{28}O^2$ qui est celle d'un éther-sel auquel on peut attribuer la constitution suivante :



Saponifié par de la potasse alcoolique, ce corps donne naissance à du benzoate de potassium et à une huile incristallisable et qui se décompose quand on veut la distiller. L'alcoolyse nous a conduit au même résultat.

Si au lieu du chlorure de benzoyle on substitue du chlorure de cinnamyle, on obtient un corps blanc cristallisé, fondant à 122°-123°, très peu soluble dans l'éther, soluble dans le benzène à chaud, et dont la saponification donne de l'acide cinnamique et la même huile incristallisable.

Préparation du dérivé $C^{23}H^{26}O^3$, *en partant de la p-méthyldibenzylidène cyclohexanone.* — Obtenu dans les mêmes conditions que son homologue inférieur, ce produit fond à 119°-120°; il est très soluble dans l'éther et dans le benzène. Il se comporte également comme un peroxyde. Nous en poursuivons l'étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'influence du molybdate d'ammoniaque sur le pouvoir rotatoire de quelques sucres.* Note de M. **Georges Tanret**, présentée par M. L. Maquenne.

Depuis les travaux de Gernez (1891-1892) on connaît les modifications de pouvoir rotatoire que subissent les alcools polyatomiques (mannite, sorbite, perséite) quand on additionne leur solution de molybdate acide d'ammonium. On sait peu de chose en ce qui concerne les sucres réducteurs : d'après Gernez, « ils n'éprouvent de la part des molybdates alcalins acides que des effets d'une intensité généralement très faible » ; de leur côté, Rimbach et Weber (1905) virent le pouvoir rotatoire du glucose passer de $[\alpha]_D + 52^\circ$ à $+ 55^\circ,8$, tandis que celui du lévulose baissait de $[\alpha]_D - 91^\circ,9$ à $- 78^\circ,2$. De nouvelles recherches m'ont amené à relever d'importantes variations qui n'avaient pas été signalées jusqu'ici.

I. Dans tous les cas, la technique des expériences a été la même : dissolution du sucre à chaud, de manière à obtenir d'emblée le pouvoir rotatoire stable en cas de multirotation, et, après refroidissement, addition de molybdate d'ammoniaque en quantité progressivement croissante; on complétait ensuite à volume constant. Le poids de sucre employé était de 1^g, le volume total de la solution de 30^{cm^3}, porté parfois à 15^{cm^3} ou 60^{cm^3} pour étudier l'influence de la concentration. Les déterminations suivantes ont été faites à la température de 12° et avec un molybdate bien pur.

Pentoses. — Pour le *xylose*, $[\alpha]_D$ est passé de $+ 19^\circ,2$ à $+ 33^\circ,5$. L'augmentation (74,5 pour 100) est du même ordre que celle du *rhamnose* (105 pour 100) déjà étudié par Gernez et qui passe de $+ 9^\circ,7$ à $+ 19^\circ,9$. Pour l'*arabinose*, au contraire, $[\alpha]_D$ tombe de $+ 105^\circ$ à $+ 84^\circ,9$ (diminution : 19,1 pour 100).

Hexoses. — Le *glucose* m'a fourni des chiffres légèrement plus faibles que ceux de Rimbach et Weber, $[\alpha]_D$ passant de $+ 52^\circ,5$ à $+ 54^\circ,1$ (augmentation : 3 pour 100).

Dans le cas du *galactose*, le pouvoir rotatoire subit une baisse importante et tombe de $+ 82^\circ,5$ à $+ 60^\circ$ (diminution : 27,2 pour 100).

Celui du *sorbose* passe de $- 43^\circ,2$ à $- 36^\circ,3$ (diminution : 16 pour 100).

Avec le *lévulose*, la chute du pouvoir rotatoire est profonde et d'autant plus forte que le titre de la solution sucrée est plus faible. C'est ainsi que, selon qu'on a affaire à des solutions de lévulose à $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{30}$ ou $\frac{1}{60}$, $[\alpha]_D$ tombe de $- 90^\circ$ (valeur moyenne) à $- 60^\circ$, $- 55^\circ$ et $- 50^\circ$.

Quant au *mannose*, son pouvoir rotatoire change de signe et passe de $+ 14^\circ$ à $- 20^\circ$.

Sucres hydrolysables. — On a recherché l'action du molybdate d'ammoniaque sur le pouvoir rotatoire des sucres en C^{12} (saccharose, maltose, lactose, tréhalose), des sucres en C^{18} (mélézitose, raffinose), d'un sucre en C^{24} (stachyose), sur celui de l'inu-

line : elle a été nulle dans tous les cas, quelles que fussent les quantités de sel ammoniacal employé. Il en a été de même pour les sucres de la série cyclique : quercite, *l*-inosite.

Influence du temps. — Les solutions de lévulose additionnées de molybdate d'ammoniaque ne tardent pas, à froid, à se colorer en bleu par réduction du sel (réaction de Pinoff) : le galactose donne aussi la même réaction au bout de plusieurs jours, quoique moins énergiquement que le lévulose. En même temps, on constate pour tous les monoses réducteurs une baisse sensible de pouvoir rotatoire et de pouvoir réducteur. C'est ainsi que pour le lévulose (en solution à $\frac{1}{15}$), $[\alpha]_D$ peut tomber à zéro au bout de six semaines, le pouvoir réducteur n'étant plus que de 60. Aussi une solution de sucre interverti additionnée de molybdate devient-elle dextrogyre au bout de quelques jours.

II. Dans les données numériques précédentes, on pourra trouver le principe d'une méthode d'évaluation rapide de tel ou tel monose réducteur mélangé à d'autres sucres déjà connus, réducteurs ou non, et sur lesquels le molybdate n'a pas d'influence. Les variations de pouvoir rotatoire d'une pareille solution, avant et après addition de molybdate, renseigneront sur le pourcentage du sucre considéré. On trouvera dans un autre Recueil quelques chiffres obtenus au cours de différents essais poursuivis dans cette voie.

III. Pour expliquer ces changements de pouvoir rotatoire, il est naturel d'invoquer la formation de complexes organomolybdiques. Les faits suivants viennent à l'appui d'une telle hypothèse.

On sait qu'il est loisible de doser à la phénolphtaléine les 4 MoO^3 faiblement engagés dans l'heptamolybdate. Or, si à un poids donné de molybdate, dissous à volume constant, on ajoute des quantités croissantes de l'un des sucres précédemment étudiés et optiquement actifs, on voit, par un simple dosage alcalimétrique en présence de phtaléine, une partie des 4 MoO^3 être progressivement saturée par ce sucre.

Ainsi, soit $6^{cm^3},6$ NaOH la quantité de soude normale nécessaire pour neutraliser l'acidité de 1^g molybdate (dissous dans 40^{cm^3} eau) : Il n'en faudra que $5^{cm^3},7$ après addition de $0^g,50$ lévulose, que $5^{cm^3},3$ après addition de 1^g et seulement $4^{cm^3},9$ après addition de $1^g,50$ du même sucre. L'expérience montre que c'est avec les sucres dont la variation polarimétrique est la plus forte que la neutralisation de MoO^3 est aussi la plus complète.

Le virage à la phtaléine est du reste assez fugace et s'efface au bout de peu de temps, exigeant pour se reproduire l'addition de nouvelles quantités

d'alcali, preuve que la combinaison organomolybdique formée se dissocie rapidement et tend vers un nouvel équilibre.

Dans l'état actuel de nos connaissances, il serait peut-être prématuré de proposer une formule représentant la composition de pareils complexes; on pourra sans doute y arriver en employant une méthode d'investigation plus sensible que la méthode polarimétrique, ou mieux encore en isolant à l'état cristallisé un des complexes envisagés. C'est dans cette direction que nous poursuivons nos recherches.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formation de chlorure de Julin dans la préparation du chlore électrolytique.* Note de MM. F. **Bourion** et **Ch. Courtois**, présentée par M. G. Urbain.

En examinant les tuyaux en grès, collecteurs de chlore dans la préparation du chlore électrolytique (électrolyse d'une solution aqueuse de chlorure de sodium), nous avons observé d'une façon constante un peu au delà des cellules la présence d'aiguilles soyeuses, blanc jaunâtre, plus ou moins abondantes, parfois au point d'obstruer presque complètement les tuyaux : elles proviennent vraisemblablement de l'attaque par le chlore, des charbons anodiques.

Afin d'être fixés sur la nature de la substance organique qui en constitue la masse principale, nous l'avons séparée de la partie minérale qu'elle renferme toujours en faible proportion par dissolution dans la benzine bouillante, et cristallisation, la substance blanc jaunâtre ainsi obtenue plus légère, mais de même aspect que la substance primitive, fond à 220°; une deuxième cristallisation dans la benzine fournit une substance aisément sublimable, fondant à 223°, et possédant une légère odeur aromatique. En y dosant le chlore, nous avons trouvé :

	Procédé Baubigny et Chavanne.						Par
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	la chaux.
Cl pour 100......	73,39	73,82	73,74	73,32	72,92	73,56	72,90

Si l'on se rappelle que le chlorure de Julin C^6Cl^6 fond vers 225°-226°, et que sa teneur en chlore est 74,74 pour 100, il est naturel de penser que l'on se trouve en présence de cette substance souillée par un peu d'impuretés mais riches en chlore.

Il est impossible au reste d'en élever le point de fusion et la proportion

de chlore par des cristallisations renouvelées dans la benzine bouillante.

Or Jungfleisch ([1]), en étudiant systématiquement l'action du chlore sur la benzine, a préparé et décrit les dérivés chlorés successifs du benzène, et notamment le chlorure de Julin C^6Cl^6; pour débarrasser ce composé des dérivés de substitution chlorés plus ou moins avancés du benzène, et principalement de C^6HCl^5, cet auteur le traite par un mélange de benzine et d'alcool, car l'alcool dans lequel le chlorure de Julin est insoluble dissout les autres dérivés.

Nous avons alors dissous à l'ébullition 8^g de substance impure, dans 260^g d'un mélange à poids égaux d'alcool et de benzène; les aiguilles obtenues par refroidissement, après essorage, encore faiblement odorantes, soumises au même traitement, ont donné une substance inodore, et plus blanche que la substance primitive; le dosage du chlore par la chaux a donné :

	Observé.			Calculé pour C^6Cl^6.
Cl pour 100........	74,20	74,47	74,70	74,74

Il est dès lors naturel d'admettre que les aiguilles blanc jaunâtre que l'on recueille à la suite des générateurs industriels de chlore sont formées en majeure partie par du chlorure de Julin souillé par une faible proportion de dérivés de substitution chlorés moins avancés du benzène.

Il eût été intéressant de pouvoir en déduire que ce chlorure de Julin provient de l'attaque des charbons anodiques par le chlore naissant; mais la présence des dérivés du benzène, moins riches en chlore, n'autorise guère cette conclusion, et fait songer plutôt que ce composé a pris naissance dans l'attaque des goudrons servant à agglomérer le coke et le charbon pulvérisé, dans la fabrication des charbons anodiques, et que le chauffage ultérieur n'a pas détruits complètement, spécialement lorsqu'il n'a pas été suffisamment prolongé.

A la vérité, la présence de cette substance avait déjà été signalée, car Fœrster ([2]) dans son *Traité d'Électrochimie*, indique que lorsqu'il se dégage du chlore sur des anodes en charbon amorphe, on peut y déceler des traces de tétrachlorure de carbone, de chloroforme, d'hexachlorure de carbone, d'hexachlorobenzol et combinaisons analogues, qui peuvent être séparées par condensation; nous avons signalé sa formation, parce que, avec le temps, il se dépose spontanément, ainsi que nous l'avons vu, et de façon

([1]) Jungfleisch, *Thèse*, Paris, Gauthier-Villars, 1868.

([2]) Fœrster, *Electrochemie wasseriger Lösungen*, 1905, p. 370.

massive, se séparant ainsi des autres produits plus volatils qui l'accompagnent; nous avons constaté sa présence, non seulement dans les collecteurs d'appareils en activité, mais aussi dans des tuyaux hors d'usage, ayant servi avant la guerre.

Il est probable que c'est à cette attaque des charbons par le chlore qu'est due la présence du chloroforme signalée par l'un de nous (¹) dans la benzine extraite des chlorobenzènes industriels et dont l'origine n'avait pas été expliquée. Le chloroforme se condense dans le chlorobenzène brut en même temps que le chlore est intégralement absorbé.

Il conviendrait de faire une contre-expérience en montrant l'absence de chloroforme dans des chlorobenzènes obtenus, à partir du chlore non électrolytique, par exemple, résultant de l'action de l'acide chlorhydrique sur le bioxyde de manganèse.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure de la chaîne des Alpines.* Note (²) de MM. **F. Roman** et **P. de Brun**, transmise par M. Ch. Depéret.

La chaîne des Alpines est un massif montagneux qui s'étend perpendiculairement au Rhône, de Tarascon à Orgon, et surgit brusquement au milieu des terrains tertiaires et quaternaires qui l'environnent de toutes parts. Le Jurassique et le Crétacé inférieur ont pris part à sa formation.

On peut distinguer trois termes dans le premier de ces terrains :

1° Des calcaires dolomitiques (J^4 de la coupe);

2° Des calcaires en bancs minces (J^5);

3° Des calcaires compacts ruiniformes (J^{6-8}).

La rareté des fossiles ne permet pas de préciser les niveaux; le n° 2 paraît correspondre au Lusitanien; le n° 3 représente le Kimeridgien et le Tithonique.

L'Infracrétacé comprend :

1° Des calcaires à faune berriasienne (C_{VI});

2° Des marnes jaunes avec rares fossiles pyriteux (Valanginien inférieur) surmontés par des calcaires en bancs minces (Valanginien supérieur, C_V);

3° Des marno-calcaires jaunâtres (Hauterivien inférieur, C_{IVb}) auxquels se superposent des calcaires blanchâtres en gros bancs, devenant marneux au sommet (Hauterivien supérieur, C_{IVa}).

La faune du niveau inférieur a été signalée par M. Kilian, près de Saint-Étienne-du-Grès.

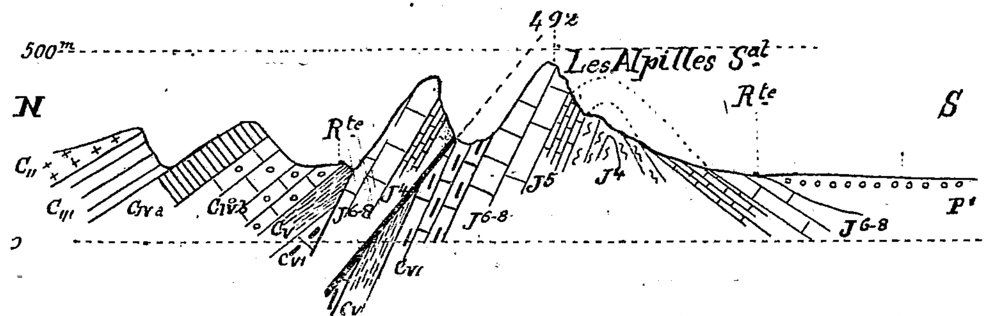
(¹) F. Bourion, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1181, et *Ann. de Chim.*, 9ᵉ série, t. 14, 1920, p. 215-321.

(²) Séance du 23 mai 1921.

4° Calcaires compacts en gros bancs à silex, sans fossiles (Barrémien inférieur, $C_{\prime\prime\prime}$), passant à la partie supérieure à des bancs à débris contenant la petite faune d'Orgon.

La série se termine par le Barrémien supérieur, récifal crayeux, niveau classique d'Orgon (Urgonien, $C_{\prime\prime}$).

Au point de vue structural, la chaîne est formée de deux anticlinaux parallèles, E.-O. Le *pli septentrional*, réduit à sa retombée nord, se suit de Saint-Pierre-de-Vence à Saint-Étienne-du-Grès. Il comprend tous les terrains précités qui plongent vers le Nord. Très faiblement inclinées dans la partie orientale du massif, les assises barrémiennes se redressent presque jusqu'à la verticale, vers le milieu de la chaîne.



Coupe transversale des Alpines passant par le signal des Alpilles.
(Échelle : environ $\frac{1}{75000}$.)

Le flanc sud du pli est représenté par une *surface de contact anormal*, sur laquelle les assises poussées vers le Sud sont venues reposer contre le flanc nord du pli méridional, dont les couches plongent aussi vers le Nord.

Cet accident, de première importance, passe sur le flanc sud du petit chaînon aboutissant à la Patouillarde. Il met en contact les calcaires en plaquettes jurassiques avec le Berriasien, puis les calcaires ruiniformes avec le Valanginien inférieur et, plus loin, ces mêmes calcaires avec l'Hauterivien inférieur, qui plonge sous le Jurassique.

Plus à l'Ouest, une boutonnière de Tithonique sur la route de Mouriès indique la suite de ce même accident, et met ce terrain en contact avec l'Hauterivien. On le retouve au delà, dans un vallon parallèle à celui du château de Pierredon, où il fait apparaître un instant la série jurassique depuis les calcaires dolomitiques. Au delà, l'axe du synclinal s'enfonce et la surface de contact anormal longeant l'Hauterivien borde la dépression occupée par le Danien des Baux.

Le trajet de cette ligne de fracture se rapproche dans son ensemble, mais non dans

ses détails, de la faille portée sur la Carte géologique : à partir de la route d'Aureille, elle passe au sud du chaînon de la Patouillarde et non au nord. Sur ce dernier point, il y a un accident, de moindre importance, faisant seulement disparaître le Berriasien par écrasement.

Le *pli méridional* forme le chaînon culminant du signal des Alpilles (Les Houpies) et son axe passe légèrement au sud de la crête formée par les calcaires jurassiques en bancs minces dressés presque à la verticale. Au-dessous, sur le versant sud, apparaissent les calcaires dolomitiques. On retrouve plus à l'Est ce bombement anticlinal dans la mollasse vindobonienne de la montagne du Deffend, près de Lamanon, et vers l'Ouest on le reconnaît dans le calcaire hauterivien, près de la route d'Aureille, puis dans la bande hauterivienne qui borne au Sud la dépression des Baux, près de Maussane. On ne peut le suivre au delà.

On voit donc que les efforts tangentiels qui ont produit ce massif sont venus du Nord et ont tendu à rompre l'anticlinal principal en le déversant vers le Sud et en faisant disparaître en profondeur tout le flanc sud qui n'est indiqué que par une surface de glissement. Ce fait est en opposition avec ce que l'on observe en Provence, où la plupart des plis sont déversés et même charriés vers le Nord. La chaîne de Sainte-Victoire, comme les Alpines, fait cependant exception à cette règle et se déverse vers la vallée de l'Arc, ainsi que le montrent les coupes de Collot. Le Luberon, qui est le pli le plus voisin, est peu dissymétrique; il offre cependant vers le Sud une ligne de contact anormal indiquant un effondrement qui a permis l'établissement du bassin miocène.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les variations individuelles de* Psiloceras planorbis *Sow*. Note de M[lle] **G. Cousin**, présentée par M. Émile Haug.

On sait que *Psiloceras planorbis* Sow. caractérise les couches de la base de l'Hettangien dans l'Europe occidentale. Les observations que j'ai faites portent sur des échantillons au nombre de 80 environ, dont M. le Professeur Haug a bien voulu me confier l'étude, et qui proviennent tous d'un même gisement : Nellinger Mühle, au sud d'Esslingen (Wurtemberg).

Un premier classement sommaire établi d'après le caractère morphologique le plus apparent, c'est-à-dire l'ornementation, conduit à des séries allant de types entièrement lisses, se rapportant à la forme classique de *Psiloceras planorbis*, jusqu'à des formes diversement costulées, décrites par

quelques auteurs (Wähner, Pompeckj, Holland) comme espèces distinctes.

Ces variations dans l'ornementation, pour être les plus apparentes, ne sont cependant pas les seules; d'autres modifications s'observent : dans l'enroulement, dans l'épaisseur des tours, dans la ligne de suture, dans la position du siphon.

A. *En se basant à la fois sur les caractères de l'ornementation, de l'enroulement, de l'épaisseur des tours, on peut établir plusieurs séries :*

1° L'une part de *Ps. planorbis* et conduit insensiblement à *Ps. Johnstoni* Sow. (espèce pourvue de côtes marquées), par une série de formes de plus en plus costulées où la hauteur et l'épaisseur des tours restent sensiblement les mêmes.

2° Une autre série passe des formes lisses à des formes costulées, où la largeur du tour diminue et où la hauteur croît. On arrive ainsi à des individus ayant des côtes droites, plus ou moins serrées, plus ou moins accusées. Chez certains *Psiloceras*, elles sont droites et rayonnantes; chez d'autres, droites, mais affectant une direction oblique en arrière par rapport au rayon de la coquille; chez d'autres enfin, normales au pourtour de l'ombilic, mais se recourbant en avant vers la région externe.

On a donc des formes qui dérivent insensiblement de *Ps. planorbis* par une série de variations et qui présentent finalement l'apparence de *Ps. subangulare* Opp. Les caractères ornementaux de cette dernière espèce rappellent ceux des *Wæhneroceras*.

3° Une dernière série passe des formes lisses à des formes costulées, où la largeur du tour augmente et où la hauteur diminue. On aboutit ainsi à des individus ayant l'aspect de *Ps. hadroptychum*, espèce de Wähner qui, avec d'autres voisines, établirait, d'après cet auteur, le passage de *Psiloceras* aux *Arietidæ*.

B. *En considérant ensuite la ligne de suture*, on observe une très grande diversité, sans relation avec les caractères morphologiques précédemment décrits. Les variations portent sur le nombre et la forme des indentations secondaires des éléments de la suture. Celle-ci se compose, chez *Psiloceras*, d'un lobe siphonal divisé en deux par une toute petite selle médiane, d'une première selle latérale généralement un peu moins haute que la deuxième, cette dernière moins large que la précédente. Puis, sur la partie du tour restant visible, trois selles dont la hauteur et la largeur vont en décroissant rapidement. Les selles sont légèrement étranglées à la base.

1° Si l'on considère des individus au même stade de développement, on remarque des variations dans la découpure secondaire des éléments de la cloison. Chez certains, le persillage est accentué, caractérisé par des indentations irrégulières faites de lobules ovales, bien arrondis en avant, larges dans leur partie médiane, se resserrant à leur base et se raccordant entre eux sous un angle aigu. Chez d'autres, ces petits lobes secondaires moins nombreux ne sont pas resserrés à la base. Il arrive même que la ligne de suture présente à peine quelques indentations sur ses éléments. Elle corres-

pond cependant toujours au plan général rappelé ci-dessus, mais les selles, au lieu d'être étranglées, sont largement ouvertes à leur base.

2° Une autre variation, indépendante de la précédente, intéresse l'espacement des lignes de suture sur des surfaces de dimensions identiques. Deux cloisons consécutives peuvent être distantes de 1^{mm} ou parfois de 1^{cm}. Ce fait est peut-être en relation avec l'accroissement. Les individus à cloisons très espacées témoigneraient ainsi d'un accroissement rapide, les autres d'un accroissement plus lent.

3° Le plan de la cloison est également variable. Tantôt les cloisons suivent régulièrement des rayons de la coquille; tantôt elles forment un angle aigu avec ces rayons. Dans ce dernier cas, la ligne suturale au voisinage de la région externe présente une avancée très nette vers le péristome.

C. *Le déplacement du siphon est également un caractère qui présente une grande variabilité.* — Rarement le siphon est médian; il est presque toujours déjeté soit à droite, soit à gauche du plan de symétrie de la coquille. Il peut s'éloigner de 1^{mm} à 2^{mm} de la région externe, mais, entre ses déplacements extrêmes, tous les intermédiaires sont possibles. Un échantillon particulièrement intéressant présente à lui seul tous les déplacements possibles du siphon. On en suit la trace d'une façon continue; d'abord à 1^{mm} à gauche de la région ventrale, le siphon passe insensiblement dans le plan médian, puis se dirige nettement à droite de celui-ci.

Chez ces *Psiloceras*, la position du lobe siphonal est liée à la place du siphon. Il en résulte une répercussion sur le plan général de la ligne suturale. On remarque, en effet, une réduction de la largeur des lobes et des selles sur le flanc où se porte le siphon. Cette réduction se traduit par une diminution de largeur et non par une simplification des éléments de la cloison, qui sont au contraire élargis sur le flanc opposé.

Il est à noter également que la présence du lobe siphonal sur un flanc entraîne la première selle latérale à passer sur la région ventrale. Elle se trouve, de ce fait, particulièrement élargie et déformée.

J'ai pu établir que toutes les variations envisagées ci-dessus sont absolument indépendantes les unes des autres. Mais, d'autre part, toutes les combinaisons, toutes les associations de ces variations sont possibles sur un même individu ou sur des individus extrêmement voisins.

Ces constatations, jointes aux suivantes :

a. Provenance d'un gisement unique où l'on trouve associés des quantités d'individus dans un même bloc;

b. Passage d'une manière insensible, par une série de variations morphologiques, de la forme lisse *planorbis* à des formes extrêmes diversement costulées,

permettent de supposer que ces formes extrêmes ne constituent pas des espèces distinctes, mais de simples variations individuelles, comparables à celles que M. Haug a signalées pour *Glyphioceras Beyrichianum* Kon., dans ses Études sur les Goniatites.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Forte perturbation magnétique des* 14-15 *mai* 1921. Note de M. **Flajolet**, présentée par M. Baillaud.

Entre le 14 mai à 12^h30^m et le 15 à 8^h temps moyen local, le déclinomètre enregistreur de l'Observatoire de Lyon nous indique une perturbation très forte et anormale. En effet, les variations sont importantes et rapides; en quelques minutes leur amplitude atteint le degré et vers le maximum la déclinaison a une forte tendance à se rapprocher du méridien géographique. Malheureusement, à ce moment, les images sont sorties des limites de l'enregistrement, c'est-à-dire dépassent dans ce sens 30′ par rapport à la courbe moyenne.

Cette perturbation a été accompagnée de troubles importants sur toutes les lignes télégraphiques. Nous nous bornerons ici à citer les heures et grandeurs des principaux écarts, en prenant comme origine la courbe moyenne diurne de la déclinaison.

Nous affecterons du signe + les oscillations tendant à augmenter la déclinaison. Du côté des oscillations négatives le spot lumineux est fréquemment sorti des limites de l'enregistrement et, par suite, à ce moment, l'écart par rapport à la normale a nettement dépassé 30′.

Le 14 mai.	
16^h	normal
16^h30^m	—16′
17^h à 19^h	sensiblement normal
19^h20^m	—16′
20^h-22^h30^m	normal
22^h35^m	—21′
22′45	normal
23^h0^m	—20′
23^h50^m	+19′

Le 15 mai.	
0^h15^m	—18′
0^h30^m	normal.
1^h20^m	oscillation — > 30′
2^h50^m	id.
3^h30^m à 4^h40^m ...	continuellement en dehors des limites — > 30′
5^h25^m	+26′
6^h à 6^h50^m	en dehors des limites — > 30
7^h10^m à 7^h50^m ...	id.
8^h30^m	sensiblement normal

Depuis le 12 le déclinomètre était agité, et, dans la journée du 16 on note encore des perturbations très fortes.

Entre le 19 à $23^h 50^m$ et le 20 à $0^h 50^m$ une forte perturbation magnétique de 28′ d'amplitude a été encore observée.

A la suite de la première perturbation des modifications ont été apportées à notre mode d'enregistrement pour nous permettre d'enregistrer avec toute leur amplitude les perturbations de la déclinaison magnétique; nous disposons dès maintenant de près de 5° d'amplitude.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude des constituants acides de la gemme du pin maritime. Isomérisation des acides pimariques.* Note (1) de M. **Georges Dupont**, présentée par M. A. Haller.

L'acide abiétique, constituant principal de diverses colophanes, n'est pas, on le sait, un corps pur, mais un mélange complexe d'acides isomorphes, dont un seul constituant pur a été, jusqu'à ce jour, isolé par Schultz (2). Ces acides n'existant pas dans la gemme, mais étant le résultat de l'isomérisation par la chaleur des acides pimariques et sapiniques, il est logique de chercher à obtenir les acides abiétiques purs en partant de leurs acides mères.

Dans une récente Note (3), nous avons indiqué comment nous sommes parvenus à dédoubler l'acide pimarique en ses deux constituants, l'acide dextropimarique et l'acide lévopimarique. Nous allons étudier ici les produits d'isomérisation de ce dernier acide.

1° *Isomérisation par la chaleur.* — Vesterberg (4) a signalé que l'acide dextropimarique était extrêmement stable vis-à-vis de la chaleur et pouvait même distiller sans décomposition. Köhler (5) a montré que l'acide lévopimarique s'isomérisait, au contraire, à la fusion, en donnant un mélange d'acides abiétiques. En solution alcoolique à 5 pour 100 bouillante, nous avons vérifié que cette isomérisation était très lente, le pouvoir rotatoire variant de $-282°,4$ à $-275°,2$ en 4 heures (pour le jaune).

2° *Isomérisation par l'acide chlorhydrique.* — L'intervention d'un catalyseur comme l'acide chlorhydrique rend l'isomérisation rapide à froid et permet aisément de la suivre dans le tube polarimétrique lui-même.

---

(1) Séance du 23 mai 1921.

(2) Schultz, *Moniteur scientifique*, 5e série, t. 10, 1920, p. 102.

(3) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 923.

(4) Vèzes, *Moniteur scientifique*, 4e série, t. 16, 1902, p. 355.

(5) *Moniteur scientifique*, 5e série, t. 4, 1914, p. 95.

Tableau I. — *Isomérisation par $\frac{1}{100}$ d'acide chlorhydrique* (temp. 13°).

Temps.	Acide lévo-pimarique $[\alpha]_J$.	Acide dextro-pimarique $[\alpha]_J$.	Temps.	Acide lévo-pimarique $[\alpha]_J$.	Acide dextro-pimarique $[\alpha]_J$.
Initialement...	—282°,4	+63,5	8h. 5m....	—83°,6	+63,5
0h.10m.........	—254,8	»	9.30....	—79,0	»
0.25.........	—237,6	»	24.......	—76,4	»
0.37.........	—225,6	»	31.30....	—77,8	»
1.............	—204,2	»	51.......	—81,8	»
1.32.........	—179,2	»	106.......	—88,4	»
2.5.........	—159,6	»	146.......	—90,2	»
5.40.........	— 96,0	»	176.......	—91,6	»
			242.40....	—94,2	»

De l'observation des résultats rassemblés dans le Tableau I, nous pouvons conclure :

1° *L'acide dextropimarique* ne subit aucune isomérisation dans les conditions de l'expérience.

2° *L'acide lévopimarique* subit, au contraire, une vive transformation; le pouvoir rotatoire, fortement négatif (—282°,4), s'élève d'abord; au bout de 24 heures, il passe par un maximum très net (—76°,4) puis redescend pour se fixer au voisinage de —95°.

Cette allure de la réaction montre que celle-ci a lieu en deux stades :

Premier stade. — Transformation de l'acide lévopimarique en un premier isomère instable dont les pouvoirs rotatoires sont voisins de

$$[\alpha]_J = -76°,4; \quad [\alpha]_V = -87°,6; \quad [\alpha]_I = -163°,2 \quad (^1).$$

La forme cristalline de ce corps le caractérise comme un acide abiétique; nous appellerons ce corps *acide α-pimarabiétique*.

L'étude physico-chimique de cette première partie de la réaction confirme tout à fait l'hypothèse d'une isomérisation catalytique. La loi d'action de masse indique qu'on doit avoir dans ce cas

$$K = \frac{1}{t - t_0} \log \frac{[\alpha]_0 + 76,4}{[\alpha] + 76,4},$$

$[\alpha]_0$ étant le pouvoir rotatoire à l'instant t_0, $[\alpha]$ à l'instant t, et K une constante. On vérifie aisément que :

1° Cette formule est très exactement vérifiée avec K = 0,00288;

2° Cette constante K est proportionnelle à la concentration du catalyseur, car pour une concentration double on trouve K = 0,0056;

(1) $[\alpha]_J$, $[\alpha]_V$, $[\alpha]_I$ sont respectivement les pouvoirs rotatoires pour les raies jaune, verte et indigo de l'arc au mercure.

3° Il s'agit bien d'une simple action catalytique, car les limites restent les mêmes quand on fait descendre la concentration du catalyseur à $\frac{1}{200}$ (ce qui correspond à 1^{mol} de HCl pour 4^{mol} d'acide lévopimarique.

Deuxième stade. — L'acide α-pimarabiétique n'est pas la forme stable; il s'isomérise à son tour, dans les conditions mêmes de sa formation, et conduit à un nouveau stade de transformation. On peut isoler ce nouvel acide qui, recristallisé dans l'alcool, donne de beaux cristaux ayant la forme si caractéristique des acides abiétiques et les constantes suivantes :

Point de fusion 172°-173° : $[\alpha]_J = -100°,1$; $[\alpha]_V = -115°,4$.

Ce *corps s'identifie parfaitement par ces constantes avec l'acide abiétique pur isolé par Schultz* (¹).

Pour rappeler son origine, nous appellerons cet acide abiétique *l'acide β-pimarabiétique.*

Isomérisation par l'acide acétique. — Nous avons signalé déjà, dans nos précédentes Notes, l'isomérisation, par l'acide acétique, de l'acide lévopimarique, et nous avons utilisé cette isomérisation pour isoler l'acide dextropimarique. Nous avons étudié ici l'isomérisation de l'acide lévopimarique pur en solution acétique à 2,5 pour 100.

1° A froid, l'isomérisation est lente mais sensible : en 2 heures, $[\alpha]_J$ tombe de $-274°,8$ à $-261°,2$;

2° A 100°, la transformation est totale en 40 minutes, le pouvoir rotatoire se fixe à $[\alpha]_J = -61°,6$.

Par précipitation par l'eau et recristallisation dans l'alcool, on obtient de beaux cristaux d'acide β-pimarabiétique.

Conclusions. — Dans cette Note, nous avons montré que la chaleur, l'acide acétique et surtout l'acide chlorhydrique isomérisent l'acide lévopimarique, tandis qu'il laissent inaltéré l'acide dextropimarique.

Avec l'acide chlorhydrique il est possible de saisir deux stades successifs d'isomérisation : l'acide lévopimarique se transforme d'abord en acide α-pimarabiétique, puis celui-ci en acide β-pimarabiétique qui est la forme stable.

Cet acide β-pimarabiétique a pu être isolé et identifié avec l'acide abiétique pur isolé par Schultz.

L'étude physico-chimique confirme qu'il s'agit là de simples réactions d'isomérisation.

(¹) *Loc. cit.* Schultz indique le pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -96°,0$, la valeur qui correspond à environ $-101°$ pour la raie jaune du mercure.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Étude anatomique sur la terminaison arétinienne du nerf optique dans la série animale.* Note de M. N.-A. Barbieri, présentée par M. Perrier.

On ouvre au niveau du plan équatorial le globe oculaire d'un cheval, on vide l'humeur vitrée et l'on détache la rétine. Chez le cheval, la rétine s'insère sur un disque blanchâtre, dépourvu de choroïde, et renfermé par celle-ci comme dans un anneau. Afin d'isoler de la calotte sclérale le segment relatif du nerf optique (longueur 3^{cm} à 4^{cm}), on coupe la sclérotique en suivant les contours de l'anneau choroïdien.

Après avoir dégagé le nerf optique du trou scléral, on constate la plus parfaite intégrité de la dure-mère, laquelle, sans se continuer avec la sclérotique, se termine en cul-de-sac coiffant l'extrémité du nerf. Une petite spatule triangulaire est alors introduite du côté libre du nerf, entre la dure-mère et la pie-mère. On tourne cette spatule à gauche et à droite en parcourant le périmètre du nerf, on l'enfonce de plus en plus pour gagner le cul-de-sac dural sans toutefois le percer. Grâce à cette technique on brise les fibres de l'*arachnoïde* [1] qui relient la dure-mère à la pie-mère. On retrousse alors la gaine durale, devenue libre, on la glisse d'abord le long du nerf, ensuite sur une baguette en os ou en verre située au-dessus du disque optique (*fig.* 1).

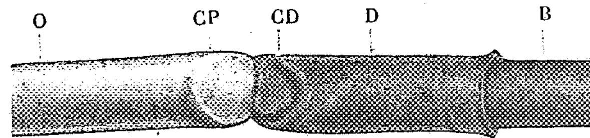


Fig. 1. — O, optique couvert par la gaine piale; CP, coupole piale; CD, coupole durale; D, dure-mère; B, baguette.

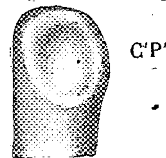


Fig. 2. — C'P', coupole piale détachée des faisceaux nerveux.

Après le passage de la plus grande partie de la gaine durale sur la baguette, des mouvements de flexion suivis de mouvements de traction, réitérés avec soin, entre l'extrémité du nerf et la baguette, permettent de rompre les dernières fibres de l'arachnoïde. Le nerf optique, libéré ainsi de

(1) Barbieri, *Étude anatomique sur la terminaison arétinienne du nerf optique* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1532).

sa coupole durale, se présente complètement recouvert par la gaine piale. Pour séparer cette gaine des faisceaux nerveux sous-jacents, il est nécessaire de répéter la technique indiquée et détruire les nombreuses fibres conjonctives, « fibres interpiales » qui de la face interne de la pie-mère pénètrent dans le nerf. On remarque alors que la pie-mère se termine aussi en cul-de-sac et coiffe une lame conjonctive translucide au-dessous de laquelle viennent se loger les tubes nerveux de l'optique groupés en faisceaux. Chaque tube nerveux de l'optique présente un diamètre inférieur à celui des fibres interdurales ou interpiales. Les coupoles durales et piales ne possèdent pas de trous, excepté ceux destinés au passage des vaisseaux sanguins (*fig.* 2). Ces coupoles demeurent toujours translucides, même après un séjour plus prolongé dans l'alcool, tandis que la cornée devient de suite opaque au contact de l'alcool.

A. *Disque optique.* — Le plus souvent il a une forme circulaire qui coïncide avec la surface d'insertion de la rétine; il possède un diamètre ou

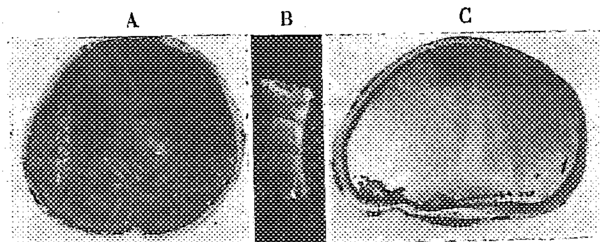


Fig. 3. — A, C, insertion linéaire de la rétine chez le cerf; B, nerf optique qui se termine en massue.

supérieur (cheval) ou inférieur (homme) à celui du nerf optique, et il est ou dépourvu (cheval) de choroïde, ou tapissé par celle-ci. La rétine chez tous les cerfs (*Cervus elaphus*, *C. capreolus*, *Dama vulgaris*) prend son insertion sur une surface linéaire trois ou quatre fois plus petite que la surface terminale de l'optique (*fig.* 3) conformée en clave et recouvert chez le cerf mâle par une pie-mère pigmentée.

B. *Nerf optique.* — Le nerf optique, qui est plus ou moins long chez les Mammifères, se divise (bœuf, *Bos indicus*, *Bubalus buffalus*) en deux parties symétriques; chez les Oiseaux, au contraire, il est très court et il se termine (*fig.* 4) au-dessous de la sclérotique en deux branches, dont l'une robuste et l'autre faible qui chemine dans un petit canal. Ces branches s'étendent sur une surface linéaire surmontée aussi par un peigne linéaire. La rétine prend ses insertions en bas et autour du peigne selon un disque

ovale et translucide qui est situé en dehors du plan qui couvre les branches optiques. Chez le crocodile, le peigne a la forme d'un cône dont la base couvre l'extrémité de l'optique. Un profond sillon transforme l'extrémité du nerf optique des Gadidés dans une lame très mince. Le nerf optique des Mollusques céphalopodes n'arrive même pas à la sclérotique, puisqu'il se termine dans un ganglion prescléral ([1]).

C. *Rétine.* — Le nerf optique (cheval, bœuf) subit 24 ou 48 heures après la mort un ramollissement complet qui permet de le vider de tout son neuroplasma ([2]).

Malgré cela, la rétine présente toujours quelque résistance pour se faire détacher de ses insertions (*fig.* 5).

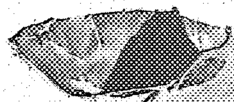


Fig. 4. — Les deux branches du nerf optique (NO) du Jabiru couvertes par le peigne.

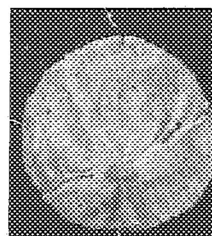


Fig. 5. — Face postérieure de la rétine du bœuf avec l'insertion circulaire (CR).

La rétine est plus ou moins épaisse selon que l'humeur vitrée est plus (bœuf) ou moins dense (cheval). Les Mollusques céphalopodes possèdent une rétine très mince parce que l'humeur vitrée est liquide et est incoagulable par l'alcool. La rétine disparaît lorsque l'humeur vitrée disparaît (Crustacés, Orthopodes). On peut considérer la rétine comme une membrane séreuse qui enveloppe le corps vitré jusqu'aux processus ciliaires.

L'anatomie ne doit pas, à mon avis, interpréter, mais seulement décrire les formes.

Néanmoins, les résultats exposés de l'analyse anatomique me semblent prouver l'indépendance complète et réciproque de la rétine et du nerf optique dans la série animale. Ces résultats ouvrent la voie à des études pour l'intervention chirurgicale possible dans la chambre postérieure des yeux. Il peut se faire qu'on puisse soigner quelque forme de cécité (décol-

(1) Barbieri, *Sur le nerf optique laminaire et sur le nerf optique ganglionnaire* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 677).

(2) Barbieri, *Le neuroplasma est mobile* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1267).

lement de la rétine, glaucome, épaississement de la coupole durale) jugée incurable. Jadis, par crainte de la mort, on n'ouvrait pas le crâne, le thorax, l'abdomen; rien n'arrête aujourd'hui la main habile du chirurgien.

HISTOLOGIE. — *Sur quelques attitudes fonctionnelles du chondriome de la cellule hépatique.* Note de M. R. Noel, présentée par M. Roux.

La cellule hépatique du rat constitue au point de vue du chondriome un objet d'étude remarquable, grâce auquel nous avons pu retrouver chez les mammifères un processus cytologique identique au cycle évolutif sécrétoire du foie des Amphibiens.

Nous avons utilisé comme fixateurs, d'une part le mélange osmio-chromique de Mèves, d'autre part le bichromate-formol de Regaud, suivi d'un mordençage, d'une durée moyenne de 25 jours, dans le bichromate à 3 pour 100. Les coupes ont été colorées par l'hématoxyline ferrique de Heidenhain, et, moins souvent, par la fuchsine acide, selon le procédé de Kull, utilisé comme méthode de contrôle. Les pièces ont été prélevées, immédiatement après la mort, sur des animaux adultes normaux, sacrifiés 2 heures environ après un repas ordinaire.

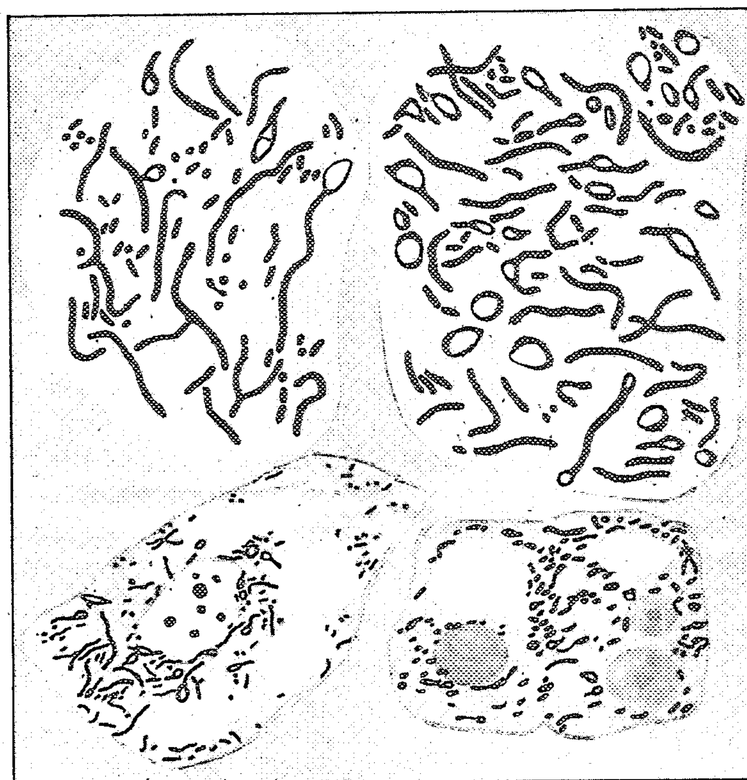
I. La cellule hépatique du rat apparaît bourrée de formations mitochondriales de types divers, dispersées dans toute l'étendue du cytoplasme intervacuolaire. Nulle part on ne note une tendance au groupement, à la polarisation de ces éléments, sauf autour du noyau, où l'on constate une condensation nette des mitochondries et des chondriocontes. Les chondriocontes, beaucoup plus abondants que les mitochondries à ce stade de la digestion, sont en général rectilignes, rarement flexueux, quelquefois bifurqués. On peut voir à une de leurs extrémités, ou au niveau de leur partie centrale, un renflement d'abord fusiforme, qui grossit peu à peu en absorbant la masse chromatique du chondriome initial. On peut ainsi saisir les différents stades successifs de la transformation du chondrioconte en grain de sécrétion. Formes en raquette, formes en goutte d'eau, grains à queue précédant le grain de sécrétion définitivement constitué, se retrouvent ici avec la même netteté que chez la grenouille.

Nous avons montré dans un travail précédent [1] que ces formations

---

[1] Cf. R. Noel, *Sur l'élaboration de grains de sécrétion par le chondriome de la cellule hépatique chez la grenouille* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 84, p. 409, séance du 21 février 1921).

ne peuvent être considérées comme des artefacts relevant de la fixation ou de l'autolyse. Il existe donc, dans la cellule hépatique, un processus élaborateur à substratum mitochondrial.



A gauche : Figure inférieure, cellule hépatique du Rat (G. 1800). — Figure supérieure, détail du chondriome de la cellule hépatique du Rat.

A droite : Figure inférieure, cellule du parenchyme corticale de la racine de courge. — Figure supérieure, détail du chondriome de la même cellule.

II. A l'intérieur du chondrioconte, s'accumulent certains matériaux, issus du protoplasma et qui subissent des transformations menant en fin de compte à *deux substances au moins*, l'une représentée par des grains entièrement teintés par l'hématoxyline ferrique : *grains sidérophiles;* l'autre représentée par des *grains non sidérophiles*, dont le centre, qui se montre clair, est cerclé par une écorce colorable par l'hématoxyline de Heidenhain.

Ces deux variétés coexistent le plus souvent dans la cellule hépatique avec une prédominance plus ou moins marquée de telle ou telle catégorie.

Plus rares sont les cas où l'on ne constate qu'une seule catégorie à l'exclusion de l'autre.

On est donc en droit de croire que le chondrioconte initial peut évoluer dans deux sens histochimiquement différents, et donner naissance à deux variétés de différenciations cytologiques. Il n'est pas possible, actuellement, de définir la nature des produits élaborés par ce processus. Nous poursuivons des recherches dans cette direction.

III. Un rapprochement paraît devoir être effectué entre les faits observés dans la cellule hépatique et les phénomènes du même type, décrits, en particulier par Guilliermond, dans la cellule végétale. L'amyloplaste dérive du chondrioconte initial suivant une série de transformations successives rigoureusement parallèles à celles observées dans la cellule hépatique. Dans les deux cas, comme le montrent les figures ci-dessus, on observe des images identiques représentatives de processus élaborateurs semblables. Il nous paraît intéressant de souligner qu'il s'agit dans l'une et l'autre alternative, comme le remarque Guilliermond, d'éléments cellulaires doués d'une activité synthétique particulièrement grande.

HÉMATOLOGIE. — *Cellules à granulations éosinophiles d'origine histioïde dans le sang circulant de l'embryon.* Note de M. **L.-M. Bétances**, présentée par M. Henneguy.

La plupart des hématologistes ont constaté que les premiers granulocytes apparaissent dans le foie et la rate embryonnaires avant que la moelle osseuse soit constituée, et lorsque la cellule primitive du sang (Hématogonie de Sabrazés, Hémocytoblaste de Ferrata, etc., etc.) qui donne naissance aux cellules lymphocytaires dans les organes lymphoïdes et granulocytaires dans la moelle osseuse, apparaît tout à fait différenciée. J. Jolly n'a trouvé des cellules polymorphes à granulations éosinophiles que lorsque la moelle osseuse est déjà formée, et, chez le Cobaye et le Rat, seulement à une période proche du terme de la parturition [1].

Il nous a semblé assez intéressant, tant au point de vue de l'étude de l'hématopoïèse, qu'au point de vue de l'expérimentation, de signaler le fait

---

[1] J. Jolly et Acuna, *Archives d'Anatomie microscopique*, vol. 7, 1904-1905, p. 257, 260 et 268.

que nous avons constaté chez l'embryon de Cobaye de 27mm, chez lequel la moelle osseuse n'est pas encore ébauchée. Nous avons trouvé à cette période, dans le sang circulant, des cellules éosinophiles à noyau polymorphe tout à fait nettes. Les noyaux de ces cellules étaient constitués par un réseau de chromatine lâche; ils étaient différents de ceux des granulocytes myéloïdes et ressemblaient beaucoup à ceux des cellules histioïdes. Les autres cellules du sang étaient de grandes et moyennes cellules hémoglobinifères à cytoplasme déjà basophile, déjà polychromatique, ou déjà oxyphile; il y en avait plusieurs en division et des érythrocytes avec des restes nucléaires. Dans le foie et la rate nous avons trouvé quelques cellules à granulations basophiles et éosinophiles qui avaient la structure hémohistoblastique, et des hémocytoblastes non complètement différenciés.

Cette constatation, que nous ne sachons pas avoir été faite et qui paraît être rare, vient confirmer ce qui a été déjà constaté expérimentalement, et à l'état pathologique, chez l'adulte, par Dominici, Sabrazes, Maximow, Ferrata, Pittaluga, Franco, etc., et par nous, chez le fœtus de Souris et chez la Souris adulte normale ([1]), c'est-à-dire la formation possible de cellules à granulations éosinophiles, par différenciation directe de la cellule mésenchymateuse polyblastique, diffuse ([2]).

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Mutations physiologiques brusques chez les ferments lactiques par divergences individuelles.* Note de M. C. Gorini, présentée par M. Charles Richet.

Comme je l'ai signalé dès 1892, il y a des ferments lactiques, que j'ai appelés *acidoprotéolytiques*, qui sont capables de solubiliser la caséine en milieu acide, d'où le rôle que je leur ai assigné dans la maturation des fromages. Cette propriété n'est pas toujours de décèlement facile : aussi a-t-elle été souvent méconnue.

Dans une série de travaux ([3]) j'ai démontré que la double fonction saccharolytique et protéolytique de ces ferments présente variabilité et

---

([1]) L.-M. Bétances, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 16 avril 1921, n° 13.

([2]) Franco et Ferrata, *Archivio per le Scienze mediche*, vol. 42, fasc. 3-4, 1919. — L.-M. Bétances, *Hæmatologica*, n° 2, 1920, p. 199. — A. Ferrata et N. Rinaldi, *Hæmatologica*, n° 2, 1920. — A. Ferrata, *Hæmatologica*, n° 2, vol. 2, 1921.

([3]) *Acc. dei Lincei* (1910 à 1921, *passim*).

irrégularité selon les conditions de vie (température, aérobiose, qualité du substratum et notamment du lait, etc.) : la caséolyse se manifeste surtout dans des cultures à des températures basses (20° et 25° C.), en présence d'air et dans du lait qui a été stérilisé modérément (non pas autoclavé, mais plutôt tyndallisé) de manière à conserver sa teinte blanche.

Dernièrement, j'ai établi que, côté des variations transitoires liées aux facteurs extérieurs et au *modus operandi*, ces ferments présentent aussi des *mutations brusques spontanées et transmissibles*.

J'ai observé ceci : normalement les ferments lacticoprotéolytiques coagulent le lait en un premier temps et ensuite redissolvent le caillot; mais parfois, bien que assez rarement, une certaine variété de ferment peptonise le lait toujours en réaction acide, mais sans le cailler auparavant, et une telle modification se perpétue par hérédité. Naturellement, je me suis assuré que la culture se conservait parfaitement pure; il s'agit d'une atténuation ou plutôt d'un ralentissement du pouvoir acidifiant, d'où le manque de coagulation préalable à la peptonisation. Pour supplément de preuve, j'ai ensemencé plusieurs tubes d'une même qualité de lait avec la culture mère d'où provenait l'écart; j'ai constaté au contraire que les repiquages parallèles, toutes conditions égales d'ailleurs, se comportaient normalement.

J'ai rencontré aussi des cas de *rétromutation*, c'est-à-dire d'un retour soudain de l'écart, après plusieurs générations, au comportement normal : et même dans ces cas, les ensemencements parallèles poursuivaient au contraire leur comportement anormal. Partant, j'ai été amené à reconnaître un fait inattendu : qu'il ne s'agissait point d'une modification globale de toute la culture, mais simplement de la modification d'une partie de cette culture.

C'est pourquoi, pour expliquer ces phénomènes de mutation brusque, j'ai eu recours au principe de la divergence individuelle que Charles Richet a invoqué pour justifier l'irrégularité d'un ferment lactique vis-à-vis des toxiques. En effet, on doit admettre logiquement que, parmi des cellules douées d'un double pouvoir saccharolytique et protéolytique, quelques-unes soient surtout saccharolytiques et d'autres surtout protéolytiques; lorsque, par hasard, la semence est constituée exclusivement ou presque de cellules d'un seul type, on a l'écart soudain qui se perpétue par hérédité jusqu'à ce que, toujours par hasard, on tombe dans la semence sur un lot constitué par des cellules à facultés équilibrées.

J'ai observé aussi que les modifications sont d'autant moins apparentes et fréquentes que les conditions de culture sont plus favorables, les repiquages sont plus nombreux et rapprochés, la semence plus abondante et

tirée de toute l'épaisseur de la culture mère. Toutefois, malgré toutes les précautions, les mutations s'accomplissent fatalement, même dans des conditions eugénésiques, et non pas seulement dans des conditions dysgénésiques, comme voudraient certains auteurs pour expliquer les mutations.

Le principe de la divergence individuelle vient aussi me donner raison des incertitudes que j'ai rencontrées dans la détermination de différents types chez plusieurs bactéries du lait (*Streptococcus lacticus*, Coccus de la mamelle, etc.); il amène, en effet, à substituer à la conception de la pluralité d'espèces, sous-espèces, races, types et variétés, la conception de l'unicité de l'espèce avec des variations qui sont liées à des différences *normales* des individualités cellulaires. On arrive par là à apporter une simplification dans la classification des ferments lactiques, qu'on tend à compliquer outre mesure. Et il y a lieu de conclure avec Charles Richet que les variations de l'individualité pour une même espèce prendront une importance croissante dans la Physiologie.

MÉDECINE LÉGALE. — *Procédé de diagnostic individuel du sang et du sperme.* Note de M. **Dervieux**, présentée par M. Edmond Perrier.

Continuant des recherches entreprises depuis 10 ans et modifiant une technique proposée en 1912 [1], j'ai, de la façon suivante, préparé, avec du sperme humain, un sérum précipitant.

Un lapin a reçu, en injections sous-cutanées pratiquées tous les 3 jours, cinq doses de 2^{cm^3} chacune, d'un même sperme humain pur, et employé alors que les spermatozoïdes étaient encore vivants.

Au bout de 3 semaines, le lapin ainsi préparé a été saigné par la carotide. Le sérum recueilli aseptiquement a été conservé en ampoules scellées.

Ce sérum de lapin préparé au sperme humain a pour propriétés fondamentales de donner des précipitations avec le sperme humain et avec le sang humain, alors que le sérum de lapin préparé au sang humain donne des précipitations avec le sang humain mais n'en donne pas avec le sperme humain.

---

[1] Dervieux et Leclercq, *Le diagnostic des taches en médecine légale*, p. 227 et suiv.

J'ai, par une série d'expériences, déterminé comment ce sérum de lapin préparé au sperme humain se comporte vis-à-vis du sperme humain, vis-à-vis du sang humain, vis-à-vis du sang d'homme et du sang de femme, enfin vis-à-vis du sperme et du sang de même origine que lui.

Les résultats obtenus ont été les suivants :

I. Le sérum de lapin préparé au sperme humain donne un précipité avec le sperme humain, alors qu'il ne donne aucune réaction avec les spermes des autres animaux.

II. Le sérum de lapin préparé au sperme humain a, vis-à-vis du sperme originel, un pouvoir précipitant beaucoup plus considérable que vis-à-vis du sperme d'autre provenance.

III. Le sérum de lapin préparé au sperme humain donne encore un précipité avec des dilutions très étendues de sang humain, alors que le sérum de lapin préparé au sang humain n'en donne plus avec des dilutions beaucoup plus concentrées. Il est par conséquent plus sensible; son pouvoir précipitant est en outre plus stable.

IV. Le sérum de lapin préparé au sperme humain donne encore un précipité avec des dilutions très étendues de sang d'homme quand il n'en donne plus avec des dilutions plus concentrées de sang de femme.

V. Le sérum de lapin préparé au sperme humain qui, ainsi que cela a été dit plus haut, donne un précipité avec des dilutions d'un sang humain quelconque, donne un précipité plus intense avec des dilutions beaucoup plus étendues du sang de même origine que lui.

En résumé, ces expériences montrent qu'en utilisant un sérum précipitant préparé avec du sperme humain, il est possible :

1° De diagnostiquer l'origine humaine d'un sperme;

2° De préciser que du sperme provient de tel individu et non pas d'un autre;

3° De diagnostiquer l'origine humaine d'un sang;

4° De vérifier que du sang provient d'un homme ou d'une femme;

5° De préciser que du sang provient d'un individu donné.

En d'autres termes, le procédé permet de prouver l'origine humaine d'un sperme ou d'un sang, de faire le diagnostic individuel du sperme, de faire le diagnostic entre du sang d'homme et du sang de femme, enfin de faire le diagnostic individuel du sang.

Il y a tout lieu de penser que l'on pourrait, de la même façon, préparer, avec le sperme de différents animaux, des sérums précipitants ayant des propriétés identiques. Le procédé aurait ainsi une portée générale.

Etant donné que les sérums précipitants ont une spécificité d'espèce, le fait qu'ils ont aussi une spécificité d'organe et une spécificité d'individu donne à penser que la méthode pourrait être utilisée dans maintes recherches biologiques, notamment pour résoudre certains problèmes de parenté entre les espèces.

MÉDECINE. — *Anaphylaxie alimentaire et sa thérapeutique.* Note [1] de M. **W. Kopaczewski**, transmise par M. d'Arsonval.

Rosenau et Anderson [2] ont établi qu'on peut observer l'anaphylaxie par ingestion des aliments. Ch. Richet [3] a conclu de ses expériences que quelquefois il y a anaphylaxie par ingestion de certaines toxines.

Toutefois les expériences de Rosenau n'ont pas pu être reproduites et avec des aliments tels que le lait ou les œufs on ne peut presque jamais obtenir le choc anaphylactique expérimental. Or, en clinique, on observe souvent des « idiosyncrasies », terme qui n'explique rien, vis-à-vis de certains aliments; Richet, Hutinel, Lesné, etc. en citent plusieurs cas excessivement nets et curieux, pour le lait, les œufs, crevettes, etc.

En somme, la question de l'anaphylaxie alimentaire n'a pas été définitivement tranchée : pourtant elle doit nous intéresser au point de vue pratique, étant donné que les accidents du choc s'observent dans 14 pour 100 des cas d'injections, même premières, des sérums curatifs, et prennent parfois une allure redoutable. Chez les individus soumis à l'alimentation de la viande crue de cheval, pour une cause thérapeutique, des accidents constants apparaissent après une première injection de sérum curatif de cheval : cela a été observé par Rist et Ch. Richet fils [4]. Des cas mortels ont été relatés par Langerhans, d'Isar Alfodi, Mac Keen et Gottstein [5].

En feuilletant les travaux de médecins russes, nous avons constaté qu'ils relatent très souvent des cas excessivement graves, survenant chez les tartares après la première injection de sérum antidiphtérique de cheval. Or, nous savons que les enfants des tartares sont nourris avec du lait de cheval.

Nous avons eu l'occasion, nous-même, d'observer quatre cas d'accidents

(1) Séance du 23 mai 1921.

(2) Rosenau et Anderson, *Bull. Hygien. Laboratory*, 1906, n° 29, et 1907, n° 3.

(3) Ch. Richet, *Anaphylaxie*, p. 75-77, 218-219, 225. Alcan, Paris, 1912.

(4) Rist et Ch. Richet fils, *in* Ch. Richet, *Anaphylaxie*, p. 77.

(5) Gottstein, *Therapeut. Monatshefte*, 1896.

redoutables survenant 11 jours après la première administration sous-cutanée de 30^{cm^3} de sérum antidiphtérique. Dans un cas la gravité des accidents était exceptionnelle : température de 39°,9 C.; arthralgie violente; face vultueuse; tachycardie, pression artérielle, max. = 9,0, min. = 4,5 (à l'appareil de Laubry-Vaquez). L'entourage du petit malade, très impressionné, a fait toutes les difficultés pour pratiquer l'injection du sérum curatif dans un autre cas de diphtérie ultérieure.

En cherchant la cause de cette gravité exceptionnelle nous avons eu l'idée de demander si la famille ne se nourrissait pas de viande de cheval. La réponse a été affirmative.

Il est difficile de ne pas admettre, dans ces conditions, l'influence capitale de l'alimentation et la sensibilisation préalable par la voie digestive.

Des observations analogues et plus remarquables encore ont été recueillies par nous dans trois cas d'anémies graves (dilatation d'estomac, hémorragies répétées hémorroïdales et hémorragie grave causée par un accident de voiture) que nous avons soignés par les injections intraveineuses d'hémoplase de Lumière. Cette préparation est obtenue en dissolvant les globules rouges de mouton par l'action du froid et une centrifugation consécutive, pour se débarrasser de débris de cellules; c'est donc le protoplasma globulaire. Les accidents que nous avons observés à la suite de la première injection intraveineuse chez une de ces malades, ont été des plus redoutables. Nous donnons ci-dessous, avec plus de détails, cette observation vraiment instructive :

Mme L..., 23 ans. Poids 40^{kg}. Hémoglobine = 9,1 pour 100; les globules rouges = 3,4 millions par centimètre. Après la première injection intraveineuse de 5^{cm} d'hémoplase surviennent, 15 minutes après, les tremblements violents avec claquements de dents; sensation d'un froid intense; la température s'élève ensuite à 39°,8 C.; puis la tachycardie et quelques mouvements convulsifs apparaissent. A ce moment la pression artérielle est de : max. = 8,5; min. = 4,5 (à l'appareil Laubry-Vaquez). Au bout de 4 heures, tout disparaît et il en résulte une migraine insupportable, des névralgies et faiblesse marquée des extrémités.

Deux jours après on réinjecte $2^{cm^3},5$ de la même préparation, considérant que la première injection devrait établir l'état antianaphylactique. Or, il n'en est rien : la crise se répète avec la même violence. Une injection sous-cutanée de 10^{cm^3}, pratiquée deux jours après, a provoqué également des accidents les plus graves, n'apparaissant toutefois que 5 heures après l'injection; c'était une migraine terrible; des névralgies diverses; un état de nervosité très marqué; des bourdonnements d'oreilles; tachycardie; faiblesse consécutive et manque d'appétit absolu. Chacune de ces crises a été accompagnée d'émission d'urines très abondantes et foncées, et de sueurs profuses.

En présence de ces accidents, nous avons appliqué la thérapeutique anti-

anaphylactique, dont nous avons antérieurement ([1]) tracé les grandes lignes, et en occurrence nous avons employé les substances diminuant la tension superficielle des humeurs : une injection sous-cutanée de 5^{cm^3} de l'huile camphrée pratiquée 30 à 40 minutes avant l'introduction de l'hémoplase, avait complètement raison de ces accidents.

Mais une question plus embarrassante était celle de l'explication de ces phénomènes, contredisant formellement les faits concernant l'anti-anaphylaxie. En questionnant minutieusement la malade, nous avons appris que son médecin lui avait ordonné de se nourrir exclusivement de viande hachée de mouton et qu'elle continuait journellement cette alimentation. Il est donc plausible d'admettre que l'organisme de cette malade se trouvait en état de sensibilisation continuelle.

Au point de vue général les cas que nous avons cru important de signaler dès à présent, comportent une conclusion pratique capitale : la nécessité, de la part du corps médical, de s'informer de l'alimentation du sujet, avant de pratiquer une injection de sérums curatifs ou de produits organiques de nature similaire (hémoplase, hémostyl, etc.). Cette indication est de plus formelle, étant donnée la nécessité qui oblige la classe laborieuse à se nourrir, par mesure d'économie, de viande de cheval, animal qui sert aussi pour la préparation de sérums curatifs. Dans ces cas, il faut faire précéder l'injection des sérums d'une injection, soit d'huile camphrée, soit de carbonates alcalins, ou bien l'additionner de quelques gouttes d'éther, ou d'une solution à 1 pour 100 d'oléate de soude.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Emploi de l'oxygène, additionné de gaz carbonique, en injections sous-cutanées, comme traitement du mal des altitudes et de certaines dyspnées toxiques.* Note de M. **Raoul Bayeux**, présentée par M. Roux.

Les symptômes morbides du mal des altitudes affectent deux formes bien distinctes, trop souvent confondues dans les descriptions classiques : la forme *asphyxique* et la forme *toxique*. La première se caractérise par de l'anhélation, de la cyanose, de la tachycardie, de l'arythmie respiratoire, de l'insomnie et des troubles anorexiques plus ou moins accentués. La seconde est constituée par un état nauséeux avec ou sans vomissements,

([1]) W. Kopaczewski, *Annales de Médecine*, 1920, n° 4.

céphalée violente, prostration des forces, frissons sans fièvre, refroidissement progressif, respiration lente, superficielle, pouls ralenti, filiforme, et raréfaction des urines.

Tous les ascensionnistes, même les guides, souffrent plus ou moins de la première forme, laquelle se déclare parfois à des altitudes peu élevées. La forme toxique, au contraire, ne se manifeste généralement qu'à partir d'environ 4000^{m}, surtout dans les longues ascensions de neige comme celle du mont Blanc, et particulièrement lorsqu'on séjourne dans les cabanes ou les Observatoires très élevés. Les accidents qu'elle présente peuvent se terminer par la mort, si les sujets qui en sont atteints ne sont pas ramenés assez rapidement à des altitudes plus basses.

Les inhalations d'oxygène, très efficaces contre les accidents asphyxiques, sont sans action contre les accidents toxhémiques, comme l'ont reconnu Mosso, Agazzotti et Kuss.

J'ai d'ailleurs montré ([1]) que l'oxygène est alors aussi efficace en injections sous-cutanées qu'en inhalations : l'effet immédiat est peut-être moins intense, mais, par contre, le bénéfice d'une inhalation de 15 minutes ne dure guère que 3 heures, au lieu que celui d'une injection persiste pendant 20 heures environ : la respiration redevient aisée en quelques minutes et la toxicité urinaire même diminue ([2]). Cependant, pas plus que les inhalations, les injections d'oxygène pur ne suppriment les grandes crises toxiques.

Personnellement, pendant mes séjours au mont Blanc, les indispositions que je ressens consistent seulement en anhélation, cyanose, insomnie et perte radicale de l'appétit. Les injections d'oxygène pur m'ont toujours soulagé, sauf en ce qui concerne l'anorexie, laquelle est déjà un symptôme d'auto-intoxication. A deux reprises, cependant, j'ai été atteint des grands accidents du mal de montagne : la première fois, ce fut en 1904, pendant la nuit que je passai au sommet du mont Blanc (4810^{m}) dans l'ancien Observatoire Janssen; pendant plusieurs heures, j'eus de grands frissons, une céphalée violente, des nausées, des crampes musculaires, un pouls filiforme et une respiration de Cheyne-Stokes. Ne disposant pas d'oxygène à cette époque, je me hâtai de quitter le sommet au point du jour et, redescendu avec de longs efforts jusqu'au Grand Plateau (4000^{m}), je m'y trouvai rétabli. Ma seconde atteinte se produisit en 1920, pendant l'une des deux

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 291.
([2]) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1179.

expéditions que j'ai pu effectuer cette année-là à l'Observatoire Vallot, grâce aux ressources mises à ma disposition par la Société des Observatoires du mont Blanc : le surlendemain de mon arrivée à cet Observatoire, et pendant une nuit d'insomnie, je fus saisi d'un violent malaise avec vertige, nausées, angoisse respiratoire, névralgie occipitale, sueurs froides, arythmie et faux pas du cœur. Une injection de 300^{cm^3} d'oxygène, suivie d'une longue inhalation du même gaz, n'améliorant pas cet état, j'injectai, dans ma poche sous-cutanée d'oxygène, de l'anhydride carbonique pur, à la dose de 100^{cm^3} (ce qui faisait un mélange gazeux à 25 pour 100 de CO^2). Il m'avait suffi pour cela de remplacer, sur mon *Oxygénateur de précision*, le tube d'oxygène de cet appareil, par un tube semblable chargé de CO^2.

A la suite de cette opération, je me trouvai en proie à une espèce d'ivresse analogue à celle que produirait l'absorption d'un vin mousseux ; ma respiration passa de 16 à 28 par minute ; mon cœur battait violemment, ses battements s'étendant jusque dans les artères du cou. Au bout d'environ 20 minutes, tout se calma, y compris mon malaise, et je dormis pendant 8 heures. A mon réveil, je constatai que la masse gazeuse était entièrement résorbée, beaucoup plus vite, par conséquent, que ne l'eût fait de l'oxygène pur.

J'ai repris à Paris cette expérience sur moi-même avec des mélanges gradués de ces deux gaz. Il m'est apparu que l'effet utile de l'adjonction de CO^2 à l'oxygène consiste dans l'activation de l'absorption plasmatique de ce dernier gaz, comme Demarquay et Leconte l'avaient indiqué en 1859. J'ai vu que l'addition de 15 pour 100 de CO^2 à une masse d'oxygène injectée sous la peau suffit pour tripler sa vitesse d'assimilation sans qu'elle soit plus douloureuse. C'est un mélange semblable que Mosso et ses collaborateurs ont recommandé de *respirer* contre le mal des altitudes.

Transportant dans le domaine de la thérapeutique les résultats de ces expériences commencées au mont Blanc, j'ai remplacé l'oxygène pur par mon mélange dans plusieurs cas de dyspnées toxiques où l'injection d'oxygène pur n'agissait que faiblement (dyspnées azotémiques, grippales, bacillémiques), et j'ai rendu le sommeil, en particulier, à des malades qui ne l'obtenaient plus qu'à force d'hypnotiques. C'est là un résultat qui me paraît digne d'intérêt.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Action du bismuth sur la syphilis et sur la trypanosomiase du Nagana.* Note de MM. **R. Sazerac** et **C. Levaditi**, présentée par M. E. Roux.

Sauton et Robert ([1]) ont montré que le bismuth possède une action préventive et, jusqu'à un certain point, curative, vis-à-vis de la spirillose des poules. Ils ont annoncé également des résultats positifs en ce qui concerne le traitement des trypanosomiases par le même corps, mais sans donner de plus amples détails. Nous avons entrepris de confirmer ces dernières recherches et de les compléter par des expériences sur la syphilis expérimentale du lapin.

1° Syphilis. — Nous avons employé le tartrobismuthate de potassium et de sodium, et, comme races de spirochètes :

a. Un virus dermotrope, provenant d'un cas de syphilis primaire humaine, ayant subi des passages successifs sur le lapin;

b. Un virus de paralytique général, entretenu depuis près de deux ans sur la même espèce animale.

De plus, nous avons employé un virus de la spirillose spontanée du lapin (*Spirocheta cuniculi*).

Les animaux ont été traités alors que leurs lésions étaient en pleine évolution et contenaient de très nombreux Spirochètes. L'injection a été pratiquée sous la peau ou dans les muscles du dos.

Expériences. — A. *Virus dermotrope.* — Le lapin 98-B, porteur de nodules scrotaux, très riches en tréponèmes, reçoit 0g,100 par kilogramme du sel en solution aqueuse et injecté dans le muscle. Disparition des Spirochètes dès le lendemain. La lésion s'améliore dès le second jour et guérit le quatrième jour.

B. *Virus neurotrope.* — Lapin 32-M. Lésion préputiale et scrotale très riche en Spirochètes. Même dose de médicament injecté sous la peau. Disparition des Spirochètes et guérison complète le deuxième jour. Absence de récidive après 4 mois.

Mêmes résultats avec le lapin 71-C ayant reçu 0g,050 par kilogramme sous la peau.

C. *Virus cuniculi.* — Lapin 70-O. Lésions préputiales, très riches en Spirochètes. Injection intramusculaire de 0g,100 par kilogramme. Disparition des Spirochètes le troisième jour. Guérison complète sans récidive ([2]).

([1]) *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 30, 1916, p. 261.

([2]) Nous avons tout lieu de croire que les doses inférieures que nous expérimentons actuellement, en ce qui concerne les trois virus, donneront également des résultats satisfaisants.

Des essais thérapeutiques sur l'homme sont en cours. Ils montrent déjà que les tréponèmes disparaissent du chancre et des papules après la première injection d'une dose inoffensive du sel; mais on sait que la guérison des accidents locaux n'est pas celle de la syphilis et que l'efficacité d'un médicament antisyphilitique ne peut être jugée qu'avec le temps.]

2° Trypanosomiase : *Nagana du cobaye.* — Le cobaye infecté supporte assez bien $0^g,200$ du sel par kilogramme en injections sous-cutannée. L'administration de $0^g,060$ par kilogramme provoque la disparition des trypanosomes circulant, après 48 heures; et la dose de $0^g,100$ donne le même résultat dans les 24 à 48 heures. Avec cette dernière dose, on constate une rechute au bout de 12 à 15 jours. De telles rechutes n'ont pu être évitées que difficilement, et l'action thérapeutique n'a pu être appréciée qu'en tenant compte de la survie des animaux traités par rapport aux témoins (25 à 60 jours).

Conclusions. — Il résulte de l'ensemble de ces recherches que le tartrobismuthate de potassium et de sodium exerce une action thérapeutique curative incontestable sur la syphilis expérimentale du lapin (virus dermotrope et neurotrope) et sur la spirillose spontanée de cet animal (*Spirocheta cuniculi*). Les effets curatifs dans la trypanosomiase du Nagana, tout en étant manifestes, sont inférieurs aux précédents. Nous essayons d'obtenir, par l'emploi de certains autres dérivés du bismuth, des résultats analogues ou même plus satisfaisants, tout en diminuant la dose du corps actif à administrer.

La séance est levée à 16 heures et quart.

E. P.

N° 22.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 30 Mai 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTIONS.

CORRESPONDANCE.

N° 22.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

64466 — 5-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55

Le Gérant : E. Thouzellier.

1921
PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 23 (6 Juin 1921).



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET C[ie], IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 JUIN 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce le décès de M. **Gaillot**, Correspondant pour la Section d'Astronomie, survenu à Chartres le 4 juin 1921, et donne lecture de la Notice suivante, rédigée par M. **B. Baillaud** :

Gaillot (**Jean-Baptiste-Amiable**) débuta à l'Observatoire de Paris, le 1er janvier 1861, à l'âge 27 ans. Attaché au Bureau des Calculs, il y accomplit toute sa carrière. Astronome adjoint de première classe en 1868, il fut nommé titulaire en 1874. Sous-directeur en 1897, il se retira en 1903, ayant près de 70 ans. Il fut nommé en 1908 Correspondant de l'Académie.

Pendant son séjour à l'Observatoire il a surveillé et dirigé la publication d'un très grand nombre de volumes des *Annales de l'Observatoire* consacrés aux observations. Il a dressé le plan et poursuivi l'exécution du Catalogue d'étoiles de Paris, résultat de la réobservation des étoiles du Catalogue de Lalande, et a assuré la publication des 8 volumes qui renferment la première partie de cette grande œuvre.

En dehors de ces travaux du service régulier, il a collaboré avec Le Verrier dans ses recherches célèbres relatives aux planètes principales. Cette collaboration est affirmée par Le Verrier lui-même dans les *Comptes rendus* du 21 décembre 1874, lors de la présentation de la théorie de Neptune. Pendant la longue maladie de son illustre directeur, Gaillot construisit les Tables d'Uranus et de Neptune. Après la mort de Le Verrier, Gaillot révisa entièrement les théories d'Uranus et de Jupiter. Ces dernières furent terminées le 30 juin 1913, dix ans après l'admission de Gaillot à la retraite.

En 1902 l'Académie lui avait décerné le prix Damoiseau; elle le lui accorda une seconde fois en 1914; en 1907 il avait eu le prix Pontécoulant. En 1914 il fut nommé, sur la proposition de la grande chancellerie, officier de la Légion d'honneur.

D'une modestie extrême, son premier mouvement avait été de refuser le titre de Correspondant de l'Académie; et plus tard sa promotion au titre d'officier de la Légion d'honneur faillit être empêchée parce qu'il ne voulut pas consentir à écrire une demande à cet égard. Une lettre de M[me] Le Verrier écrite en 1877 à Gaillot, peu après la mort de son mari, contient le témoignage le plus éloquent de la haute estime et de la reconnaissance que Le Verrier et les siens avaient pour lui. Cette lettre sera publiée prochainement. Elle est reproduite dans le rapport de M. Baillaud sur le prix Damoiseau en 1914.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur le calcul de l'intensité des rayons X diffractés par les cristaux. Rectification.* Note de M. **Georges Friedel**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré (¹) comment la considération d'un train d'ondes régulier moyen dont la longueur est petite par rapport à l'épaisseur intéressée et par rapport à la largeur du faisceau permet de prévoir très simplement les lois observées par W.-H. et W.-L. Bragg dans les intensités des rayons X diffractés par les cristaux.

Une erreur est à rectifier dans l'application que j'ai faite de ce principe au cas des radiogrammes de Laue. La formule indiquée est inexacte et doit être remplacée par la suivante, les notations restant les mêmes :

$$I = \frac{\omega s E^2 e}{\nu^2 \rho \cos\theta} e^{-kEd} (F).$$

De ce fait, les considérations relatives à l'existence d'un maximum de I en fonction de θ tombent d'elles-mêmes, ainsi que la possibilité de tirer de l'observation de ce maximum la connaissance de s.

Par contre, on voit que si l'on fait varier l'épaisseur E de la lame cristalline, l'intensité d'une tache variera comme la fonction $E^2 e^{-kdE}$, et présentera par suite un maximum pour

$$E = \frac{2}{kd}.$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1147.

On peut ainsi, soit calculer d'avance l'optimum d'épaisseur de la lame cristalline pour une région du spectre dont le coefficient d'absorption k est connu dans le cristal considéré, soit aussi trouver là un moyen de mesurer k par l'observation de cet optimum.

Je rappelle que k est le coefficient d'absorption massique défini par $i = i_0 e^{-km}$, m étant la masse absorbante traversée par le rayon d'intensité initiale i_0 et de section 1^{cm^2}.

L'expression que j'ai donnée de l'intensité dans la méthode Bragg est à rectifier également, mais ici cela est de peu d'importance. La valeur correcte est

$$I = \frac{\omega^2 s \lambda}{4kd\nu^2} \frac{1}{\sin^2\theta}(F).$$

De ce côté, toutes les conclusions subsistent.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre du Travail** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres qui occupera, dans la *Commission supérieure des Maladies d'origine professionnelle*, la place laissée libre par la démission de M. *A. Laveran*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *The scientific papers of the Honourable* Henry Cavendish *F. R. S.* Volume I : *The electrical researches*. Volume II : *Chemical and dynamical*.

2° Graham Lusk. *Some influences of french science on medicin.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation intégrale dans le domaine complexe*. Note de M. **S. Pincherle**.

Dans une Note fort intéressante (*Comptes rendus*, 21 février 1921), M. R. Wavre considère une équation intégrale dans le domaine complexe, et met en relation la solution de cette équation, du type de Fredholm, avec celle d'un système linéaire d'équations à une infinité d'inconnues. J'ai

exprimé la même idée, il y a quelques années, dans une Note publiée dans les *Rendiconti dell'Accademia delle Scienze di Bologna* [1], et il n'est peut-être pas inutile de rapprocher quelques résultats qui se trouvent dans cette Note de celui de M. Wavre.

Je désigne par (ρ) une circonférence ayant son centre à l'origine et ρ comme rayon; par $S_{(\rho)}$ l'ensemble fonctionnel des séries de puissances entières positives de la variable complexe x, convergentes dans le cercle (ρ), circonférence comprise. Soit un noyau de la forme

$$\alpha(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_{n+\nu,n} x^{n+\nu}}{y^{n+1}}, \tag{1}$$

où les coefficients $a_{n,n}$ sont différents de zéro; supposons que le second membre de (1) soit convergent pour

$$|x| < r, \qquad |y| > \frac{r_1}{r}|x|, \qquad 0 < r_1 < r;$$

si ρ est plus petit que r_1 et si $f(y)$ est un élément de $S_{(\rho)}$, l'expression

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{(\rho)} \alpha(x, y) f(y)\, dy = A(f) \tag{2}$$

est une opération fonctionnelle dont le résultat est aussi un élément de $S_{(\rho)}$. Les opérations itérées $A^2(f)$, $A^3(f)$, ... donnent des éléments du même ensemble, et la série

$$R(f) = \sum_{1}^{\infty} k^{n-1} A^n(f), \tag{3}$$

convergente dans un domaine de $k = 0$ qu'il est facile de préciser, est la résolvante de Fredholm de l'opération A. On peut la mettre sous la forme de rapport de deux fonctions entières de k, dont les coefficients sont des déterminants analogues à ceux qui figurent dans les formules de Fredholm, mais formés de la façon la plus simple avec les coefficients $a_{n,n+\nu}$. Les nombres caractéristiques ne sont autres que $\frac{1}{a_{1,1}}, \frac{1}{a_{2,2}}, \ldots, \frac{1}{a_{n,n}}, \ldots$; quant aux fonctions caractéristiques $\omega_m(x)$, ce sont des séries de puissances de $S_{(\rho)}$:

$$\omega_m(x) = c_{m,0} + c_{m,1}x + c_{m,2}x^2 + \ldots,$$

---

(1) Sessione del 9 aprile 1916.

dont les coefficients sont déterminés par le système

$$(4)\qquad \begin{cases} c_{m,0}(1-ka_{0,0})=0, \\ c_{m,1}(1-ka_{1,1})-kc_{m,0}a_{1,0}=0, \\ c_{m,2}(1-ka_{2,2})-kc_{m,1}a_{2,1}-kc_{m,0}a_{2,0}=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{cases}$$

avec $c_{m,m}=1$, $c_{m,0}=c_{m,1}=\ldots=c_{m,m-1}=0$.

L'équation non homogène

$$(5)\qquad \varphi-kA(\varphi)=f,$$

pour k différent des nombres caractéristiques $\frac{1}{a_{n,n}}$, et $f(x)$ élément de $S_{(\rho)}$, a une solution unique en $S_{(\rho)}$, c'est la solution régulière de M. Wavre. L'équation homogène

$$(6)\qquad \varphi-kA(\varphi)=0$$

a, pour $k=\frac{1}{a_{n,n}}$, $\varphi=\omega_n(x)$ comme solution.

Dans le cas particulier où le noyau a la forme $\frac{1}{y-\lambda(x)}$, $\lambda(x)$ étant un élément de $S_{(\rho)}$, $\omega_1(x)$ n'est autre que la fonction bien connue de M. Kœnigs, solution de l'équation de Schrœder à laquelle se ramène l'équation (6) dans ce cas particulier.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces applicables et l'équation de Laplace*. Note (¹) de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. On sait, qu'étant donné un réseau conjugué C sur une surface S, il n'existe en général aucune surface S′ applicable sur S avec cette particularité que C se transforme sur S′ en un réseau C′ également conjugué ; on doit intégrer une équation aux différentielles totales et l'on trouve trois cas : impossibilité, ou possibilité avec *une* surface S′ et *une seule*, ou possibilité avec une *infinité* de surfaces S′ à un paramètre se déformant d'une façon continue à partir de S. Peterson appelle ce problème *déformation de* S *suivant la base* C. Réciproquement, M. Kœnigs a montré que deux surfaces applicables S et S′ étant connues et rapportées à leur réseau conjugué

(¹) Séance du 30 mai 1921.

commun, leurs coordonnées (x, y, z) et (x', y', z') satisfont à une même équation de Laplace admettant encore les solutions

$$x^2 + y^2 + z^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 \quad \text{et} \quad 1.$$

Reprenons la même surface S et le même réseau C; on peut trouver cette fois une infinité de surfaces S_1 correspondant à S par plans tangents parallèles avec cette particularité que C se transforme sur S_1 en un réseau C_1 également conjugué, les tangentes aux points homologues d'une courbe C et d'une courbe C_1 étant elles-mêmes parallèles : Peterson dit que S_1 est parallèle à S suivant la base C. Cela tient à ce que l'équation de Laplace relative à S et C étant

$$\text{(E)} \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u \, \partial v} + A(u, v) \frac{\partial \theta}{\partial u} + B(u, v) \frac{\partial \theta}{\partial v} = 0,$$

l'expression $L(u, v) \frac{\partial \theta}{\partial u} du + M(u, v) \frac{\partial \theta}{\partial v} dv$ est une différentielle totale exacte, quand θ est une solution *quelconque* de (E), si L, M vérifient le système

$$\text{(1)} \qquad \frac{\partial L}{\partial v} = A(L - M), \qquad \frac{\partial M}{\partial u} = B(M - L).$$

Le système (1) peut être remplacé par l'une ou l'autre des deux équations de Laplace, équivalentes entre elles :

$$\text{(E')} \qquad \frac{\partial^2 L}{\partial u \, \partial v} - A \frac{\partial L}{\partial u} - \left(B + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial u}\right) \frac{\partial L}{\partial v} = 0,$$

$$\text{(E'')} \qquad \frac{\partial^2 M}{\partial u \, \partial v} - \left(A + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial v}\right) \frac{\partial M}{\partial u} - B \frac{\partial M}{\partial v} = 0.$$

Il en résulte aussitôt que s'il existe zéro, une, ou une infinité de surfaces S′ applicables sur S suivant la base C, il existera aussi zéro, une, ou une infinité de surfaces S'_1 applicables sur S_1 suivant cette base (u, v) et, de plus, parallèles suivant cette même base (u, v) à la surface S′ correspondante.

2. Si ces propriétés sont déjà connues, leur rapprochement donne une méthode que je crois nouvelle pour découvrir systématiquement de nouveaux couples de deux surfaces applicables ou de nouvelles familles déformables à un paramètre. Nous partons d'une équation (E) donnée *a priori :* cherchons parmi les surfaces S correspondant à (E) celles qui sont déformables suivant cette base (u, v). Le choix de E pourra être guidé par le désir que soit (E), soit (E′), soit toutes deux puissent être intégrées par la méthode de Laplace ou toute autre méthode. Il faut bien remarquer que

l'intégration de (E') est tout à fait distincte de celle de (E), bien que la donnée de (E) entraîne la connaissance de (E').

3. L'équation (E) la plus simple est $\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=0$. La méthode réussit et fournit une surface minima quelconque avec la famille de ses associées, ou bien une surface de translation engendrée par deux profils plans arbitraires situés dans deux plans rectangulaires, surface déformable à un paramètre, ou bien une surface de translation dont les deux profils générateurs admettent pour cônes directeurs de leurs tangentes deux cônes homofocaux du second degré, surface à laquelle correspond une surface déformée unique. J'ai signalé ces deux dernières solutions aux *Comptes rendus* et aux *Nouvelles Annales* en 1920.

4. L'équation $\frac{\partial^2\theta}{\partial\alpha\,\partial\beta}=\frac{A'}{A}\frac{\partial\theta}{\partial\beta}$, où A est une fonction quelconque de α, donne précisément pour S et S' les surfaces que j'ai étudiées [1] à propos de mécanismes déformables ou transformables : elles correspondent aux formules

$$(S)\qquad x=Ab_1-\int a_1\,dA,\qquad y=Ab_2-\int a_2\,dA,\qquad z=Ab_3-\int a_3\,dA,$$

$$(S')\qquad x'=AB_1-\int A_1\,dA,\qquad y'=AB_2-\int A_2\,dA,\qquad z'=AB_3-\int A_3\,dA,$$

où $A, a_1, a_2, a_3, A_1, A_2, A_3$ sont certaines fonctions de α et $b_1, b_2, b_3, B_1, B_2, B_3$ certaines fonctions de β. Les surfaces S_1, S'_1, que je n'avais pas songé à déterminer et que j'indique aujourd'hui comme application intéressante de cette méthode, s'obtiennent en ajoutant à x, y, z, x', y', z' les quantités $c_1, c_2, c_3, C_1, C_2, C_3$, fonctions de β seulement obtenues par les quadratures

$$\frac{c'_1}{b'_1}=\frac{c'_2}{b'_2}=\frac{c'_3}{b'_3}=\frac{C'_1}{B'_1}=\frac{C'_2}{B'_2}=\frac{C'_3}{B'_3}=\lambda(\beta),$$

où λ est une fonction quelconque. Sur les trois mécanismes qui avaient été retenus, deux fournissent un seul couple à chaque fois : ces couples (S, S'), puis (S_1, S'_1) sont nouveaux. Le troisième mécanisme fournit les surfaces S que Peterson a signalées, susceptibles d'une déformation continue à un paramètre : la base (u, v) se compose d'une série de sections par des plans parallèles à xOy par exemple et d'une série de sections par les plans pivotant autour de Oz; les surfaces S_1, que la méthode de cette Note conduit à former en même temps, sont précisément celles que M. Goursat a étudiées

---

(1) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 363 et 570.

en 1892 (*American Journal of Mathematics*), caractérisées par ce fait qu'au cours de la déformation les sections planes horizontales restent sections planes horizontales : les lignes conjuguées sont les sections planes par des plans tangents à un cylindre parallèle à Oz.

5. On remarquera que les surfaces signalées aux nos 3 et 4 comprennent comme cas particuliers ou dégénérescences presque tous les exemples connus jusqu'ici. Cela suffit pour justifier la méthode exposée qui permet non pas seulement de *constater*, mais d'*expliquer* pourquoi on obtient des surfaces applicables. Un choix judicieux de (E) permettra sans doute d'obtenir des types nouveaux.

ALGÈBRE. — *Sur la théorie des nombres algébriques idéaux.* Note de M. **Auric**.

Considérons une équation irréductible

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

dont les coefficients a_i appartiennent à un corps algébrique A et soit ω_1 une racine de cette équation que nous adjoindrons à A pour obtenir le corps Ω_1.

Nous admettrons que A est un domaine holoïde complet, c'est-à-dire que tout élément de ce corps peut être décomposé en un produit de facteurs premiers, et cela d'une seule manière; si nous appelons $e_1, e_2, \ldots, e_n$ les unités fondamentales de A (e_1 étant une racine ordinaire de l'unité) et $p_1, p_2, p_3, \ldots$ les facteurs premiers de ce corps, une unité quelconque e de A s'écrira

$$e = e_1^{h_1} e_2^{h_2} \ldots e_m^{h_m}$$

et un élément a sera de la forme

$$a = e p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} \ldots.$$

Dans le domaine des entiers réels $e_1 = -1$ et les p_i sont les nombres premiers successifs réels : dans le domaine des entiers complexes

$$e_1 = \pm\sqrt{-1}$$

et les p_i sont les nombres premiers complexes.

En considérant l'ensemble des racines conjuguées $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ et les corps correspondants $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$, nous obtiendrons par composition de ces

derniers un corps normal ou corps de Galois L de degré ρ et nous savons que toute fonction rationnelle de $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ pourra se mettre sous la forme d'une fonction rationnelle d'une racine θ_i choisie arbitrairement parmi les ρ racines de la résolvante

$$G(\theta) = 0.$$

Les corps $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$ sont des sous-corps de L; il en résulte qu'un de ces sous-corps considéré isolément ne sera pas en général un domaine holoïde complet; on comprend, en effet, que deux éléments b_1, c_1, appartenant à Ω_1 et par conséquent à L puissent avoir un diviseur commun contenu dans L, mais non dans Ω_1; ce diviseur, bien qu'existant réellement dans L, sera *idéal* dans Ω_1.

Cette simple remarque montre la nécessité de remonter toujours au corps normal d'un corps donné si l'on veut conserver au calcul algébrique toute sa généralité.

Dans le corps normal L nous savons qu'il existe des unités fondamentales $u_1, u_2, u_3, \ldots$ (u_1 étant une racine ordinaire de l'unité), mais en général la norme de ces unités ne sera pas égale à une unité fondamentale de A; de même nous aurons dans L des nombres premiers $q_1, q_2, q_3, \ldots$ dont les normes ne seront pas en général des nombres premiers de A; enfin le corps L ne sera pas en général un domaine holoïde complet.

Ainsi, dans le corps des nombres quadratiques réels obtenu par l'adjonction de $\sqrt{\Delta}$, il existe toujours des nombres $t + u\sqrt{\Delta}$ dont la norme $t^2 - \Delta u^2 = +1$; mais la résolution de l'équation $t^2 - \Delta u^2 = -1$ n'étant possible que pour certaines valeurs de Δ, il en résulte qu'en dehors de ces valeurs il n'existera pas de nombre quadratique de norme -1; de même, dans le domaine complexe, l'équation $t^2 - \Delta u^2 = +1$ a toujours des solutions, tandis que la relation $t^2 - \Delta u^2 = \pm\sqrt{-1}$ n'est satisfaite que pour certaines valeurs de Δ.

On comprend pourtant, au point de vue de la généralité des calculs, la nécessité de rendre L domaine holoïde complet et d'établir une correspondance univoque entre les nombres de L et ceux de A; il suffit pour cela de postuler l'existence *réelle* ou *idéale* de nombres entiers de L dont les normes soient égales soit à chacune des unités fondamentales e_i de A, soit à chacun des facteurs premiers p_i de ce corps et de poser

$$N(\varepsilon_i) = e_i, \qquad N(\pi_i) = p_i.$$

A un nombre choisi σ d'unités fondamentales ou de nombres premiers

de A correspondront, dans L, $\rho\sigma$ unités fondamentales ou nombres premiers, ρ étant le degré de la résolvante de Galois; c'est en somme une généralisation du théorème de d'Alembert sur l'égalité du nombre des racines et du degré d'une équation algébrique.

La théorie des idéaux algébriques ainsi introduits se développera comme la théorie ordinaire avec la seule différence que l'on aura un plus grand nombre d'idéaux premiers; mais il en résultera plus d'harmonie dans l'exposition et plus de généralité dans les calculs pour la même raison que l'introduction des racines complexes a constitué un progrès considérable par rapport à l'étude exclusive des racines réelles.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la stabilité et la réversibilité des transformations des hydrosols obtenus par hydrolyse des sels.* Note de M. **A. Tian**, transmise par M. Haller.

J'ai eu l'occasion de montrer, dans une Note précédente (1), que les hydrosols constitués par les solutions hydrolysées de sels de métaux lourds étaient le siège d'un phénomène très particulier : l'hydrate peu soluble, en suspension colloïdale, est constamment divisé et dispersé par un processus chimique.

C'est à cette cause que sont dues la grande stabilité et la réversibilité des transformations de ces hydrosols.

Stabilité. — Un fait bien remarquable, et sur lequel il faut attirer l'attention, est la grande stabilité des solutions colloïdales complexes constituées par des solutions salines hydrolysées.

Alors que les hydrosols d'hydrates métalliques sont en général peu stables, puisqu'il suffit de minimes quantités d'électrolytes pour les détruire, il est tout à fait exceptionnel de voir les solutions salines de métaux lourds qui contiennent une proportion plus ou moins grande de leur base à l'état de suspension colloïdale, floculer comme les hydrosols purs. Ce fait est particulièrement remarquable pour des solutions telles que les sulfates métalliques qui contiennent une forte proportion d'anions polyvalents dont la moindre trace amène ordinairement la coagulation des hydrosols d'hydrates métalliques. Cette stabilité est si grande que, pendant longtemps, on a ignoré l'existence d'hydrates libres dans de pareilles solu-

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1291.

tions; il n'y a guère que depuis une vingtaine d'années, depuis que Spring eut montré l'impossibilité de les préparer « optiquement vides », que l'attention des chimistes a été attirée sur leur nature complexe (¹).

La théorie que j'ai exposée explique très bien cette stabilité : tandis que dans l'hydrosol normal d'un hydrate métallique, les particules par évolution plus ou moins lente et irréversible se réunissent entre elles sous l'influence des forces capillaires pour donner des particules de plus en plus grosses, ici nous avons une cause de dispersion qui opère en sens inverse. L'expérience montrant que les sols normaux d'hydrates métalliques sont peu stables, tandis que les solutions hydrolysées de leurs sels le sont à un haut degré, cette cause de stabilité doit être relativement très efficace.

On a donc là un exemple de stabilisation des solutions colloïdales par un processus chimique. Il n'est pas impossible que dans d'autres solutions colloïdales également très stables, il y ait dispersion du colloïde par un mécanisme analogue, grâce à une réaction réversible, comme l'hydrolyse saline, à laquelle prendraient part le colloïde et la phase aqueuse (²).

Réversibilité des transformations. — Prenons une solution saline présentant l'hydrolyse lente. Elle peut être considérée, à chaque instant, comme étant en équilibre chimique. Cet équilibre *actuel* est, comme nous l'avons vu (³), transformé en équilibre *définitif* si l'on empêche, par gélification, la modification du système due au phénomène, en quelque sorte accessoire, de « polymérisation » du colloïde. En milieu non gélatiné, l'équilibre définitif n'est atteint que si l'état définitif de l'hydrosol est lui-même atteint, et, à la stabilité de cette solution, est liée la stabilité de l'équilibre chimique. On vient de voir, et pour quelle cause, combien cet hydrosol était stable : il doit donc en être de même de l'équilibre chimique du système. Inversement, la réversibilité de la transformation chimique doit nécessairement prouver la réversibilité de la transformation de l'hydrosol.

Or, on sait depuis longtemps, qu'au moins entre certaines limites de concentration, l'hydrolyse lente des solutions salines aboutit à des systèmes

---

(¹) On peut faire les mêmes remarques sur la stabilité des solutions des sels dont l'acide est insoluble, tels que les silicates alcalins.

(²) La phase aqueuse pourrait participer à cette réaction réversible, non seulement par l'eau (comme dans l'hydrolyse saline), mais surtout par une matière étrangère à l'hydrosol. La présence de cette « impureté » intéresserait *essentiellement* la stabilité de la solution colloïdale : on sait, en effet, que la purification des hydrosols diminue généralement leur stabilité.

(³) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1172.

en équilibre à la suite de transformations réversibles. Foussereau (¹) a montré, par exemple, que l'on obtient le même état limite que l'on abandonne à froid à l'hydrolyse lente une solution récente de chlorure ferrique, ou la même solution, mais ayant subi une hydrolyse très complète à chaud. Le premier système subit une décomposition hydrolytique croissante, le second décroissante, chacun aboutit lentement à un équilibre déterminé, qui est le même pour les deux.

Il existe donc des transformations colloïdales réversibles (²) : les particules colloïdales sont capables non seulement de s'unir, mais de se diviser, comme l'explique et le prévoit la théorie.

Ce qui précède montre qu'un hydrosol peut passer plus d'une fois par le même état, et qu'il n'est pas exact de dire qu'un des caractères de l'évolution des colloïdes est d'être irréversible, comme les phénomènes de la vie auxquels ils sont intimement liés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Études sur la réfraction moléculaire et le pouvoir rotatoire spécifique du furfuralcamphre et de quelques-uns de ses dérivés.* Note de Mlle **Wolff**, transmise par M. Haller.

Dans une Note précédente, nous avons décrit la formation du furfuralcamphre, du tétrahydrofurfurylcamphre et de quelques arylfurylcamphométhanes. Nous donnons ici un Tableau de leurs réfractions moléculaires et de leurs pouvoirs rotatoires spécifiques. Les réfractions ont été déterminées en solution toluénique 0,1-0,3 normale, à des températures variant entre 23°,2-24°,7. Les nombres calculés sont donnés selon le *Refraktometrisches Hilfsbuch* de Roth et Eisenlohr. Les pouvoirs rotatoires ont été mesurés à des températures variées. Nous les indiquons dans la colonne T (³).

(¹) *Ann. de Phys. et de Chim.*, 16ᵉ série, t. 11, 1887, p. 383.

(²) La réversibilité du phénomène de *dissolution colloïdale* ne prouve pas nécessairement la réversibilité d'une transformation du colloïde, car le départ de l'eau n'a pu altérer ni les dimensions, ni les propriétés des particules colloïdales.

(³) Les nombres qui figurent dans ces Tableaux constituent des moyennes; nous nous réservons de donner, d'une façon plus détaillée, dans un autre recueil, les résultats obtenus.

Nom de la substance.	Formule.	MRα. Trouvé.	MRα. Calculé.	MRD. Trouvé.	MRD. Calculé.	MRβ. Trouvé.	MRβ. Calculé.	β − α. Tr.	β − α. Calc.	$[\alpha]_D$.	T.
Furfuralcamphre...	$C^{15}H^{18}O^{2}\models^{3}$	69,62	64,74	70,23	65,12	72,28	66,00	2,66	1,26	339°	18°
Tétrahydrofurfuryl-camphre........	$C^{15}H^{24}O^{2}$	66,58	66,24	66,82	66,52	68,24	67,22	1,76	0,98	42	20
Phénylfurylcampho-méthane........	$C^{21}H^{24}O^{2}\models^{5}$	89,46	89,15	90,16	89,69	91,50	90,97	2,04	1,82	66	20
Benzylfurylcampho-méthane........	$C^{22}H^{26}O^{2}\models^{5}$	93,94	98,74	94,50	94,31	96,23	95,64	2,29	1,90	57	18
Tolylfurylcampho-méthane........	$C^{22}H^{26}O^{2}\models^{5}$	94,82	93,74	95,51	94,31	97,20	95,64	2,38	1,90	59	24
Anisylfurylcampho-méthane........	$C^{22}H^{26}O^{3}\models^{5}$	96,09	95,38	96,80	95,95	98,82	97,28	2,73	1,90	66	24

Les nombres que nous avons trouvés pour la réfraction moléculaire et le pouvoir rotatoire spécifique sont en accord avec ceux qu'ont obtenus MM. Haller et Muller (¹) pour les produits de condensations du camphre avec des aldéhydes et leurs produits de réduction.

Le furfuralcamphre a, comme les alcoylidènecamphres, de fortes exaltations de la réfraction moléculaire, du pouvoir rotatoire spécifique et de la dispersion moléculaire, et ses exaltations disparaissent lorsque le produit est réduit, c'est-à-dire lorsque, outre la double liaison sur le noyau camphre, les deux doubles liaisons du noyau furanique ont disparu. Les arylfurylcamphométhanes n'ont que de faibles exaltations de la réfraction et de la dispersion moléculaires. Leurs pouvoirs rotatoires restent plus grands que celui du camphre, mais sont très inférieurs à celui du furfuralcamphre.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Variétés allotropiques d'oxydes.* Note de Mlle **S. Veil**, présentée par M. G. Urbain.

L'étude (²), en fonction de la température, de la conductibilité d'un certain nombre d'oxydes métalliques (oxyde de cérium CeO^2, sesquioxyde de chrome Cr^2O^3, oxyde de nickel NiO, oxyde cuivrique CuO, acide titanique TiO^2, oxydes de manganèse Mn^3O^4 et MnO, oxydes d'étain SnO^2 et SnO, oxydes de fer Fe^2O^3 et Fe^3O^4, oxyde de zinc ZnO et oxyde de

(¹) *Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 1370-1373; t. 129, p. 1005-1008.

(²) S. Veil, *Alliages d'oxydes* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 939).

cadmium CdO), montre que de ce point de vue ils se comportent comme les électrolytes (¹) et comme le charbon. La conductibilité est une fonction croissante de la température, la courbe représentative étant d'allure parabolique.

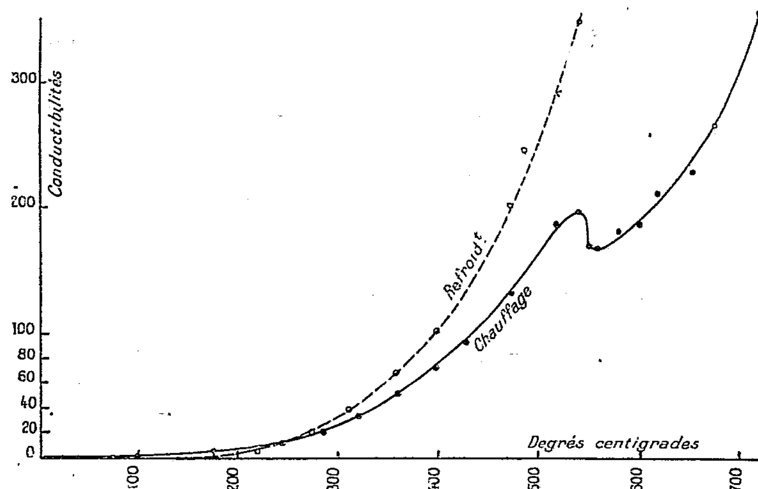


Fig. 1. — *Oxyde de fer magnetique.* — Région du point de Curie.

En outre, certains oxydes montrent des particularités qu'il est possible d'attribuer à des variations allotropiques.

La courbe conductibilité-température relative à l'oxyde magnétique de fer présente à la montée un changement d'allure entre 500° et 600°. Ce changement d'allure correspond au point de Curie, température à laquelle le minéral naturel de magnétite perd son magnétisme. L'expérience a été poussée jusqu'à 1300°; à part le point de Curie, aucune singularité n'a été observée. Au refroidissement, le point de Curie n'est plus visible, le système ne repasse pas par une suite analogue d'états, et la conductibilité reste plus grande.

Rappelons que Curie fixe cette température à 535° par des mesures de susceptibilités magnétiques et que Weiss la fixe à 580°, à la fois par des mesures de magnétisme et par des mesures de chaleurs spécifiques. La méthode envisagée ici fournit des résultats moins précis, étant donnés les phénomènes d'hystérésis et les irrégularités inhérentes à la conductibilité d'oxydes agglomérés.

L'oxyde de cadmium est déjà très conducteur à la température ordi-

(¹) Nernst, *Zeitsch. für Elektroch.*, (6), 1899, p. 41, et Nernst et Reynolds, *Gottin g Nachr.*, 1900, p. 328.

naire. Lorsque la température s'élève, la conductibilité augmente normalement, suivant une courbe d'allure parabolique. Un peu au-dessus de 200°, la courbe redescend puis remonte jusqu'à un second maximum vers 850° et

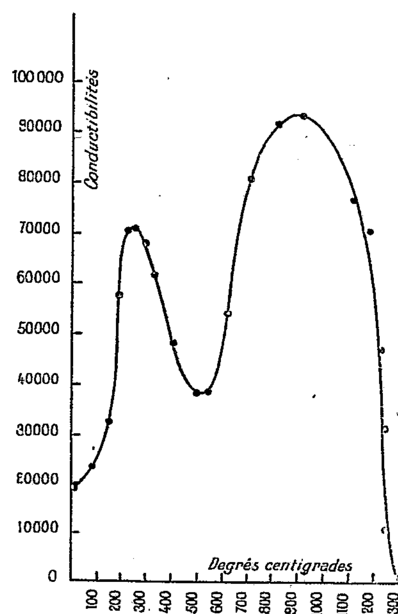


Fig. 2. — *Oxyde de cadmium.* — Chauffage.

redescend. Les observations ont été faites jusqu'à 1300°. La conductibilité n'est plus alors qu'une très petite fraction de ce qu'elle est à la température ordinaire avant le chauffage.

On peut interpréter ces résultats en admettant qu'il existe trois variétés allotropiques, α, β, γ, d'oxyde de cadmium, dont les domaines de stabilité se trouvent de part et d'autre des maxima, le domaine de la variété α se trouvant approximativement entre la température ordinaire et 200°, celui de la variété β approximativement entre 200° et 850° et celui de la variété γ aux températures plus élevées.

Les conductibilités des variétés α et β sont du même ordre de grandeur, la variété γ est relativement très peu conductrice.

Au refroidissement, on obtient, à partir de 1300°, une courbe régulièrement descendante; à 1000°, la conductibilité n'est plus appréciable. Les vitesses des transformations sont trop lentes pour que celles-ci se produisent au cours d'un refroidissement rapide. Après un repos prolongé de l'ordre de quelques semaines à la température ordinaire, l'oxyde reprend spontanément la forme α.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation de la réfraction spécifique des sels dissous en solutions étendues.* Note de M. C. **Chéneveau**, présentée par M. Paul Janet.

M. V. Posejpal a fait paraître dans le *Journal de Physique* (¹) un intéressant travail sur la variation de la réfraction des gaz avec la pression, au-dessous d'une atmosphère. Il arrive en particulier à cette conclusion que le pouvoir réfringent spécifique, $\frac{n-1}{d}$ par exemple, d'un gaz, tel que l'air ou l'anhydride carbonique, ayant un indice de réfraction n pour la raie verte du mercure et une densité d, diminue lorsque le gaz est soumis à des pressions de plus en plus faibles.

J'ai montré, il y a quelques années (²), que le pouvoir réfringent spécifique, $\frac{n_D-1}{d}$, d'un sel dissous, ayant un indice de réfraction n_D pour la raie D et une densité d, occupant le volume de la dissolution, restait constant jusqu'à une limite très petite de la concentration équivalente, de l'ordre de 0,1 équivalent-gramme par litre de solution : de sorte que l'on pouvait conclure que l'ionisation, déjà très avancée, n'agissait pas, en deçà de cette limite, sur la réfraction du corps dissous. Mais, après avoir corrigé les résultats obtenus au delà de cette limite de l'influence possible de la température, ce qui donnait des variations un peu moins rapides que celles déduites des expériences de Dijken (³), j'ai reconnu qu'aux extrêmes dilutions le pouvoir réfringent diminue ou augmente, suivant les cas, lorsque la concentration décroît.

Dans l'hypothèse, aujourd'hui admise, que le corps dissous en solution très étendue est assimilable à un gaz, cela revient à dire que le pouvoir réfringent varie lorsque la pression du corps dissous s'abaisse; en effet, puisque j'ai supposé que le sel dissous occupe le volume de la dissolution, sa pression est alors la pression osmotique, en kilogrammes par centimètre carré, de la solution, proportionnelle à la concentration moléculaire $\frac{\gamma}{M}\cdot 10^{-3}$, si γ est la masse du sel, de masse moléculaire M, dans 1^l de solution. D'autre part, la solution saline étant un électrolyte, si l'on veut con-

(¹) 6ᵉ série, t. 2, nº 3, mars 1921, p. 85.
(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 8ᵉ série, t. 21, septembre 1910, p. 36.
(³) *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 24, 1897, p. 81.

naître exactement la pression P du corps dissous, il faut tenir compte de l'ionisation qui intervient par un facteur $i = 1 + (r - 1)\delta$, en appelant r le nombre d'ions contenus dans 1^{mol} du sel considéré et δ le coefficient de dissociation électrolytique qui est le rapport des conductivités équivalentes de la solution étudiée et de la solution de dilution infinie.

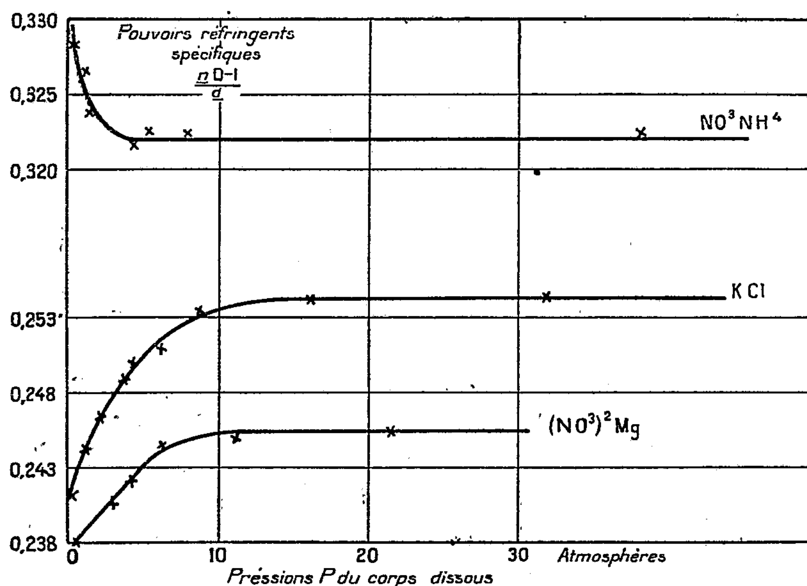
Si R est la constante des gaz parfaits, à une température absolue T, la formule de Van't Hoff, ainsi corrigée, donne

$$P\frac{1000\,M}{\gamma} = [1 + (r-1)\delta]\,RT.$$

Supposant que la température centigrade est de 15°, comme $R = 84,5$ avec les unités adoptées, on peut donc, finalement, calculer la pression P du corps dissous, en atmosphères, par la relation

$$P = \frac{84,5 \times 288}{1,0333 \times 1000}\,\frac{\gamma[1 + (r-1)\delta]}{M}.$$

Si l'on fait ce calcul, pour les solutions des trois sels KCl, NO^3NH^4,



$(NO^3)^2Mg$, que j'avais étudiées, et si l'on porte en ordonnées les valeurs du pouvoir réfringent spécifique $\frac{n_D - 1}{d}$ du corps dissous et en abscisses les valeurs de P, on a les courbes représentées dans la figure ci-dessus. On voit immédiatement l'étroite analogie des courbes obtenues pour KCl et

$(NO^3)^2Mg$ avec celles indiquées par M. Posejpal pour l'air et CO^2; la seule différence est que la diminution du pouvoir réfringent, lorsque la pression décroît, se produit pour le corps dissous dans un domaine de pressions un peu plus élevées que pour le gaz. Mais, alors que pour les solutions de KCl et $(NO^3)^2Mg$ le pouvoir réfringent diminue comme la pression, il augmente pour NO^3NH^4 lorsque la pression s'abaisse.

Sans préjuger des résultats expérimentaux que doit publier sur l'hydrogène M. Posejpal, je peux faire remarquer que ce gaz, contrairement aux autres, paraît donner, entre 1^{atm} et 2^{atm}, un résultat assez analogue à celui obtenu avec NO^3NH^4. En effet, si p est la pression :

$$n-1 = k'p(1+\beta p), \qquad \beta = -85.10^8 \quad \text{[Perreau (1)]},$$
$$d = kp(1+\beta_d p), \qquad \beta_d = -80.10^8 \quad \text{[Leduc et Sacerdote (2)]}.$$

Donc le pouvoir réfringent spécifique est de la forme

$$\frac{n-1}{d} C[1+(\beta-\beta_d)p] = C(1-5.10^8 p),$$

c'est-à-dire qu'il augmente quand p diminue.

Pour expliquer la diminution du pouvoir réfringent avec la pression, M. Posejpal admet que dans l'expression de ce pouvoir réfringent

$$R = K\frac{N}{\nu_0^2-\nu^2},$$

où N est le nombre de particules par unité de volume, ν_0 la fréquence des oscillations propres des atomes ou des molécules et ν la fréquence de la lumière qui traverse la matière, la fréquence ν_0 peut augmenter pour assurer plus de stabilité, dans l'état dilué de la matière, aux divers états possibles pour un même atome ou une même molécule.

Si la variation de R peut se produire en sens inverse de celle de p, cette explication doit, probablement, être ainsi complétée. Le numérateur de R dépend, en réalité, du nombre N de particules. Dans les solutions concentrées, on peut admettre que le nombre de particules et leur fréquence d'oscillations propres ne varient pas sensiblement et R est constant. Dans les solutions diluées, le nombre N de particules s'accroît; comme ν_0 croît aussi, si la variation de N est plus rapide que celle de ν_0^2, R peut augmenter; c'est le contraire si N augmente moins vite que ν_0^2.

Quoi qu'il en soit, il m'a paru intéressant de rapprocher les résultats obtenus dans deux cas assez analogues de raréfaction de la matière.

(1) *Table de Constantes de la Société française de Physique*, 1913, p. 490.

(2) *Ibid.*, p. 189.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le peroxyde de titane.* Note de M. **Maurice Billy**, présentée par M. G. Urbain.

Lorsqu'on traite le sulfate de titane par l'eau oxygénée, on obtient une liqueur jaune orangé qui donne avec l'ammoniaque, la soude ou la potasse un précipité jaune soluble dans un excès d'eau oxygénée. L'oxygène s'est fixé sur l'acide titanique.

La composition de ce peroxyde a été déterminée par différents chimistes (¹) qui admettent généralement que le degré d'oxydation du titane s'élève à TiO^3.

Les composés obtenus sont des poudres jaunes amorphes contenant de l'eau d'hydratation.

Les analyses ont eu pour but fondamental de fixer le rapport $\frac{\text{titane}}{\text{oxygène actif}}$; or j'ai toujours obtenu avec les sels cristallisés des chiffres d'oxygène actif inférieurs à ceux qu'exige la formule TiO^3. Par contre, les chiffres d'oxygène actif sont supérieurs à ceux qui correspondent à TiO^3, avec les sels insolubles amorphes.

Préparation du sulfate double de titane et de potassium. — On dissout à chaud 50g d'acide titanique hydraté dans un mélange de 100cm³ d'acide sulfurique concentré et de 40cm³ d'eau. La liqueur, diluée jusqu'à ce qu'elle renferme 10 pour 100 de TiO^2, est traitée par une quantité de carbonate de potassium pulvérisé correspondant au double de la quantité de sel nécessaire pour obtenir le composé $(SO^4)^2Ti, SO^4K^2$.

Enfin, à la liqueur claire, on ajoute le double de la quantité théorique d'eau oxygénée à 100vol, nécessaire pour transformer tout l'acide titanique en oxyde pertitanique hypothétique TiO^3.

Par évaporation au-dessous de 15°, il se dépose d'abord du sulfate de potassium que l'on sépare; on obtient ensuite d'abondants cristaux orangés, mélangés de cristaux blanc-jaunâtres.

La masse cristalline, pulvérisée et traitée par l'eau glacée, donne une liqueur orangée et laisse des cristaux presque incolores qu'on lave rapidement à l'eau glacée; ils admettent la formule SO^4TiO, SO^4K^2.

(¹) A. Weller, *Ber.*, t. 15, 1882, p. 2599 ($Ti^2O^{5,16}$). — Piccini, *Gazz. ch. ital.*, t. 12, 1882, p. 151 (mélange d'acide titanique et de peroxyde de titane variable). — Classen et ses collaborateurs, *Ber.*, t. 21, 1888, p. 371 [$Ti(OH)^6$]. — Levy, *Comptes rendus*, t. 108, 1889, p. 284 (TiO^3). — Faber, *Ztsch. f. anal. Chem.*, t. 46, 1907, p. 277 (TiO^3). — A. Mazzuchelli et E. Pantanelli, *Atti R. Accad.*, t. 16, 1907, p. 265, 349 et 1394; t. 17, 1908, p. 513; t. 18, 1909, p. 420, 505, 518 et 608 (TiO^3).

Dans la liqueur orangée les dosages de titane et d'oxygène actif correspondent à un oxyde de formule $Ti^2O^{5,75}$ ou $2Ti^2O^5 . 1,5H^2O^2$.

J'ai essayé de mettre en évidence l'eau oxygénée qui figure dans la formule précédente en admettant l'hypothèse de Ti^2O^5. Le sel orangé étant dissous dans l'eau glacée et précipité aussitôt par l'alcool, la liqueur décantée contient de l'eau oxygénée qui peut être mise en évidence en développant sa coloration orangée par addition de sulfate titanique.

Pour obtenir l'*hydrate de peroxyde de titane* Ti^2O^5aq., je préconise le traitement suivant :

Des quantités équimoléculaires de sulfate de potassium SO^4K^2 et de sulfate de titanyle $SO^4(TiO)$ sont dissoutes séparément dans le moins possible d'acide sulfurique au $\frac{1}{5}$; on les verse dans une solution d'eau oxygénée à 100^{vol}, employée en excès (50 pour 100 environ) relativement à la quantité nécessaire pour faire TiO^3. Le mélange limpide, fait à froid, est précipité à la température ordinaire par l'alcool à 95°; ce précipité armorphe, connu de Mazzuchelli et Pantanelli, est lavé à l'alcool pour éliminer l'excès d'acide sulfurique.

Le sel essoré est dissous sur filtre par l'eau glacée; une petite quantité de sel plus clair, non peroxydé, reste insoluble; la liqueur orangée est étendue d'environ 10^l d'eau pour 2^g de TiO^2.

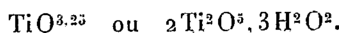
Après dix heures de repos, la température restant de 15° à 20°, on peut recueillir un abondant précipité d'hydrate de peroxyde de titane jaune clair, ne dégageant pas la moindre bulle d'oxygène.

Pour l'analyse, ce précipité est lavé avec de l'eau pure jusqu'à ce que l'eau mère ne décolore plus le permanganate; on le dissout alors dans l'acide sulfurique au $\frac{1}{5}$, et l'on obtient une liqueur orangée.

Le rapport $\frac{\text{anhydride titanique}}{\text{oxygène actif}}$ est toujours compris entre 9,9 et 10,15.

Pour obtenir un *phosphate pertitanique insoluble*, je mélange à froid des liqueurs de sulfate acide de titane, de phosphate de sodium, d'eau oxygénée; le précipité se forme quand on ajoute un excès d'acétate de sodium.

Le phosphate lavé à fond perd de l'oxygène; si on laisse le précipité dans la liqueur, en dosant l'eau oxygénée non combinée, on trouve qu'il se fixe, sur l'acide titanique du phosphate, une quantité d'oxygène actif correspondant à la formule :



$$TiO^{3.25} \quad \text{ou} \quad 2Ti^2O^5, 3H^2O^2.$$

En résumé, alors qu'on ne connaissait aucun composé pertitanique cristalisé, j'ai obtenu un sulfate complexe cristallisé; d'autre part, j'ai pu préparer l'hydrate de peroxyde; enfin, il résulte des analyses précédentes que tous les hydrates considérés jusqu'ici comme des sels de l'oxyde TiO^3 sont des complexes d'eau oxygénée et de sels pertitaniques correspondant au peroxyde Ti^2O^5.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Contribution à l'étude des huiles de pépins de raisin.* Note de M. **Émile André**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une précédente Note (1) nous avons donné les principales constantes physiques et chimiques d'une série de 11 échantillons d'huile de pépins de raisin et nous avons montré qu'il existe de telles différences dans leurs propriétés qu'il est impossible de les rapporter à un type déterminé. Le cépage, le climat et la nature du sol influent sans doute sur la qualité de l'huile contenue dans les graines comme sur la qualité du jus qui fournit le vin par fermentation.

De toutes les propriétés chimiques de cette huile, c'est certainement l'indice d'acétyle qui est la plus variable; nous avons enregistré dans nos essais des valeurs allant de 13,3 à 49,3, Horn (2) et Paris (3) ont indiqué 144,5 et 143,1, Fachini et Dorta (4) ont trouvé des valeurs variant de 23 à 25. Ces données discordantes permettent cependant de conclure d'une façon certaine qu'il existe des glycérides d'acides-alcools dans l'huile de pépins de raisin; aussi, tous les traités spéciaux la rangent-ils dans le même groupe que l'huile de ricin. Nombre d'auteurs admettent même, sans preuves suffisantes et par simple raison d'analogie, que l'indice d'acétyle de l'huile de pépins de raisin est attribuable à l'acide ricinoléique. Les analyses immédiates, assez peu approfondies, qui ont été faites, n'ont cependant jamais permis d'isoler le ou les acides-alcools que contient certainement cette huile.

Nous avons essayé d'apporter une contribution à la solution de ce problème. Dans nos premiers essais, nous avons appliqué les méthodes que l'on trouve décrites dans tous les traités spéciaux d'analyse des matières grasses : séparation des acides solides et des acides liquides par différence de solubilité de leurs sels de plomb dans l'éther, précipitation fractionnée des sels de Ba ou de Mg des acides solides, études des dérivés bromés d'addition des acides liquides, étude de leurs dérivés d'oxydation par le permanganate de potasse en solution alcaline. Il nous est bien vite apparu

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1296.

(2) Horn, *Mitt. techn. Gewerbe Mus. Wien*, 1891, p. 185; *Chem. Zeit.*, t. 15, 1891, Report 284.

(3) G. Paris, *Staz. Speriment. agrar. Ital.*, t. 44, 1911, p. 669; *Jahresbericht der Agrikulturchemie*, t. 54, 1911, p. 291.

(4) Lewkowitsch, *Chemical technologie of Oils, Fats and Waxes*, 5e édition, t. 2, 1914, p. 387.

qu'il n'est pas possible d'isoler les acides-alcools par cette méthode qui nous a seulement permis de déceler la présence des acides palmitique, stéarique, oléique et linoléique, constituants que l'on rencontre dans la plupart des matières grasses.

Après de nombreux tâtonnements, nous sommes parvenu à séparer les acides gras de l'huile de pépins de raisin en trois groupes et à concentrer les acides-alcools dans l'un d'eux. Voici la description succincte du procédé que nous avons suivi :

125^g d'huile sont mélangés, dans un ballon de 1^l, avec 150^g d'alcool à 90°; dans ce mélange, on verse une solution alcaline contenant 35^g de NaOH pure du commerce dans quantité suffisante d'eau distillée pour obtenir 100$^{cm^3}$; on agite vivement le tout pour maintenir l'huile en émulsion. Au bout de 15 à 20 minutes, le mélange, dont la température atteint 40° environ par suite de la chaleur dégagée par la réaction, est complètement homogène et limpide; on constate que la saponification est complète en versant une petite quantité de ce liquide dans un grand volume d'eau : la solution obtenue doit être limpide. On verse alors toute la masse dans 1250$^{cm^3}$ d'eau et l'on agite à trois reprises avec de l'éther dans une ampoule à décantation. Les solutions éthérées réunies et lavées à l'eau distillée sont séchées sur du sulfate de soude anhydre; la distillation de l'éther laisse comme résidu la matière insaponifiable que l'on met à part pour l'étudier ultérieurement. On ajoute à la solution savonneuse 125^g d'acide sulfurique dilué au $\frac{1}{2}$. Les acides gras mis en liberté viennent surnager le liquide, entraînant avec eux la majeure partie de l'éther et de l'alcool qu'il retenait en dissolution; on les sépare, lave à l'eau distillée et sèche sur du sulfate de sodium anhydre. On chasse l'éther et l'alcool par distillation et l'on obtient ainsi les acides gras totaux exempts d'insaponifiable. On les dissout dans 3^l d'alcool à 70° et l'on ajoute à cette solution 40^g de carbonate de lithine; on fait bouillir à reflux pendant 1 heure et l'on abandonne ensuite en lieu frais pendant 24 heures. Les savons les moins solubles cristallisent; on les sépare par filtration et essorage. La solution alcoolique est distillée jusqu'à ce que le liquide restant dans le ballon donne une mousse abondante qui empêche de poursuivre l'opération. Par refroidissement, il fournit en abondance des cristaux blancs nacrés que l'on sépare de leurs eaux mères par essorage. Premiers cristaux, deuxièmes cristaux et eaux mères sont traités, chacun séparément, pour extraction des acides gras qu'ils contiennent.

Les premiers cristaux fournissent des acides solides, fraction I; les deuxièmes cristaux des acides liquides à peu près incolores très fluides, fraction II; les eaux mères fournissent des acides liquides très visqueux, fraction III, assez fortement colorés par les substances entraînées avec eux dans les eaux mères. Les acides des fractions I et II sont entièrement solubles dans l'éther de pétrole; les acides de la fraction III n'y sont que partiellement solubles. Les savons lithiques des acides-alcools, plus solubles, s'accumulent donc dans les eaux mères, et c'est là un premier pas vers leur séparation.

Nous avons ainsi opéré de nombreux fractionnements sur l'huile n° 10 (¹),

---

(¹) *Comptes rendus*, *loc. cit.*

que nous avions pu nous procurer en quantité importante grâce à la bienveillante obligeance de M. le Dr Le Moignic, directeur du Service du Lipovaccin. Par un heureux concours de circonstances, cette huile était, de toutes celles que nous avons eues entre les mains, la plus riche en glycérides d'acides-alcools, comme l'indiquent sa densité ($D_{0°}^{20°}$ 0,9334) et son indice d'acétyle (49,3).

La moyenne des rendements pour 100g d'acides totaux a été de 12,5 d'acides solides, 62,5 d'acides fluides et 25,0 d'acides visqueux. Nous donnons ci-dessous les propriétés chimiques les plus importantes de chacun de ces trois groupes, que nous avons par la suite étudiés, chacun en particulier, pour en extraire les acides qu'il contient :

	*Indice		Poids moléculaire moyen.	
	d'iode.	de saturation.		
I. Acides solides...	32	199	281	P. F. 49°-50°
II. Acides fluides...	131	195	287	
III. Acides visqueux.	110	202	277	

*Ces chiffres sont la moyenne d'une série de déterminations.

On remarquera que le poids moléculaire moyen des acides visqueux est relativement faible; cette première indication ne corrobore point l'hypothèse de l'existence de l'acide ricinoléique (poids moléculaire, 298g) dans l'huile de pépins de raisin.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur de nouveaux dérivés sulfonés de l'oxindol et de l'isatine.* Note de MM. **J. Martinet** et **O. Dornier**, transmise par M. A. Haller.

On sait qu'il est possible d'obtenir des dérivés indoliques à partir de l'acide phénylacétique orthonitré, par réduction et cyclisation. Baeyer prépara ainsi l'oxindol ([1]). La matière première s'obtient avec de très mauvais rendements; car le groupe nitré qui entre dans le noyau benzénique est orienté par le groupe $CH^2 - COOH$ en ortho, mais surtout en para. Par ce mode de formation l'oxindol est donc peu accessible.

Nous avons pensé qu'en occupant la position para par un autre substituant, puis en effectuant ensuite la nitration, nous pourrions obtenir plus facilement un dérivé nitré en ortho de la chaîne latérale. Ce corps réduit

([1]) A. Baeyer, *Berichte der deutsch. Ges.*, t. 11, 1878, p. 582; t. 12, 1879, p. 1764.

et cyclisé conduirait à l'oxindol correspondant dans de bonnes conditions. Nous avons préparé dans ce but l'acide phénylacétique *o*-nitro-*p*-sulfonique (¹).

On chauffe au bain-marie, pendant 1 heure, 13g,5 d'acide phénylacétique et 70g d'acide sulfurique à 66° B. A basse température on ajoute un mélange de 6g,5 d'acide azotique fumant (D = 1,51) et 13g,5 d'acide sulfurique à 66° B. On verse la masse ainsi obtenue dans de l'eau salée; au bout de 24 heures il s'est formé un abondant précipité du sel de sodium de l'acide *o*-nitro-*p*-sulfophénylacétique. Il se présente après plusieurs cristallisations sous forme de sphérolithes blancs assez solubles dans l'eau.

Ce sel possède encore une fonction acide libre que l'on peut titrer en présence de phtaléine. Son sel d'argent est insoluble et noircit rapidement à la lumière. La réduction du groupe nitré de cet acide peut s'effectuer sous l'influence de divers réducteurs, tels que le zinc ou le fer et l'acide acétique, l'hydrosulfite de soude. Il suffit de traiter la solution chaude du dérivé sulfonitré par l'hydrosulfite, pour obtenir par concentration et refroidissement un précipité du sel de sodium de l'acide oxindol-6-sulfonique, soit sous forme de bâtonnets, soit sous forme de paillettes brillantes incolores. Nous avons dès lors un oxindol facilement accessible. Nous l'avons transformé en acide isatine-6-sulfonique, qu'il était intéressant de comparer à son isomère sulfoné en position 5, étudié dans une Communication précédente (²).

Traité par l'acide nitreux, l'oxindol-6-sulfonique donne un dérivé isonitrosé : l'isatoxime-6-sulfonique. Son sel de sodium forme de longues aiguilles jaune citron solubles dans l'eau. Contrairement à l'oxime de l'acide isatine-5-sulfonique, celle de l'acide isatine-6-sulfonique donne avec la poudre de zinc en milieux aqueux une coloration pourpre intense. Cette oxime a été transformée en amino-oxindol par réduction au chlorure stanneux. On obtient une combinaison chlorostannique qui se présente en petits cristaux blancs, isolubles dans l'eau.

Par oxydation, à l'acétate de cuivre, l'oxyde rouge de mercure ou le chlorure ferrique, elle donne l'acide isatine-6-sulfonique. Avec l'acétate de cuivre, nous avons opéré comme il suit : on met en suspension la combinaison stannique de l'amino-oxindol dans l'eau bouillante; on y ajoute une solution concentrée d'acétate de cuivre, immédiatement la solution prend une teinte rouge vif, puis jaunit, et l'oxydule de cuivre précipite. Par addition de chlorure de potassium à la solution filtrée, le sel de l'acide isatine sulfonique cristallise. Baeyer avait aussi observé une coloration rouge

(¹) Brevet allemand n° 289028.

(²) J. Martinet et O. Dornier, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 330.

fugace dans l'oxydation de l'amino-oxindol ordinaire ([1]). Il reste à en élucider la nature.

Le sel de potassium de cette isatine sulfonée $C^8H^4O^2N, SO^3K, H^2O$ est assez soluble dans l'eau et donne facilement la réaction de l'indophénine. Le sel de baryum, poudre cristalline, jaune orangée, cristallise avec une molécule d'eau. Ces sels monobasiques, traités par les alcalis, donnent une coloration violette intense qui passe immédiatement au jaune : il y a ouverture du cycle indolique et formation de sulfoisatates alcalins. Le sel dibarytique cristallise en aiguilles jaune pâle avec une molécule d'eau. De même que les sels dibasiques de l'isatine sulfonée 5, ceux de l'isatine sulfonée 6 se cyclisent sous l'influence des acides minéraux, lentement à froid, et rapidement à chaud.

Par condensation du sel de potassium de cet acide sulfonique, avec l'indoxyle, en milieu acétique, nous avons obtenu l'indirubine en cristaux violacés. Elle possède pour les fibres animales, qu'elle teint en violet, une grande affinité. Cette même indirubine a été préparée par condensation en milieu hydro-alcoolique de l'oxindol-6-sulfonique avec l'α-anilide de l'isatine. Il est à remarquer que la couleur de cette indirubine est moins profonde que celle de son isomère 5 sulfoné.

Le sel disodique de l'acide isoindigo-6.6'-disulfonique s'obtient, en cristaux grenat, par condensation des sels de sodium des acides oxindol et isatine-6-sulfonique en milieu aqueux, en présence d'une trace d'acide sulfurique concentré.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation d'amines phénoliques mixtes secondaires et tertiaires.* Note ([2]) de MM. **A. Mailhe** et **F. de Godon**, transmise par M. Paul Sabatier.

Nous avons montré, antérieurement ([3]), qu'il était possible de préparer d'une manière commode et simple les amines phénoliques mixtes secondaires et tertiaires de l'aniline et des bases homologues, toluidines et xylidines, ainsi que des naphtylamines, par catalyse de ces bases en présence d'alcool méthylique.

([1]) A. Baeyer et Knopp, *Liebigs Annalen*, t. 140, p. 37.

([2]) Séance du 30 mai 1921.

([3]) A. Mailhe et de Godon, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 467 et 564.

Nous nous sommes proposé d'étendre la réaction à l'éthylation de ces bases, en utilisant comme catalyseur l'alumine qui était chauffée à des températures voisines de 350°-380°. La bonne marche de la réaction était indiquée encore dans ce cas, par le faible dégagement d'éthylène, ce qui indiquait que l'alcool échappait à la déshydratation éthylénique; mais il s'est formé cependant une certaine quantité d'éther ordinaire, qui a pu être isolé dans toutes les opérations que nous allons indiquer.

L'*aniline* a été mélangée à deux fois son volume d'alcool ordinaire à 95°. Les vapeurs du liquide ainsi obtenu, dirigées sur l'alumine, fournissent un produit qui se sépare en deux couches : l'inférieure, formée d'eau-alcool et d'oxyde d'éthyle; la supérieure, constituée par un liquide légèrement jaune qui a été soumis à la rectification. Après enlèvement de l'éther, le thermomètre est monté tout d'un coup à 195° et de 195° à 204°, il distille un mélange d'aniline non transformée et de base éthylée. Dès que le liquide condensé ne donnait plus de combinaison solide avec l'acide sulfurique dilué, on a recueilli les bases éthylées, formées par un mélange de monoéthylaniline et de diéthylaniline. C'est surtout la base secondaire $C^6H^5NHC^2H^5$ qui a pris naissance, ainsi que le montre l'étude de la nitrosation du produit obtenu. La fraction de liquide qui a distillé entre 195°-284° a été mélangée à une nouvelle quantité d'alcool ordinaire, pour subir une nouvelle action du catalyseur, afin d'éthyler complètement l'aniline.

Celle-ci n'a été transformée d'une manière totale en amine secondaire mélangée d'un peu d'amine tertiaire, qu'après trois passages sur l'alumine. On voit que la formation des anilines éthylées est bien moins aisée que celle des anilines méthylées, puisque dans les mêmes conditions et avec moins d'alcool méthylique, nous étions arrivés du premier coup à la transformation intégrale de l'aniline en mono et diméthylanilines.

Les trois *toluidines* n'ont pas éprouvé la même résistance que l'aniline à l'éthylation. La transformation en un mélange de monométhyltoluidine et de diéthyltoluidine a été presque complète du premier coup. Il a suffi d'un second passage des premières fractions, mélangées à une nouvelle quantité d'alcool, pour avoir une éthylation totale des trois bases primaires.

Les *xylidines* se sont encore mieux comportées que les toluidines vis-à-vis de l'alcool ordinaire. La *métaxylidine*, provenant de la réduction du nitro-2-métaxylène, mélangée à deux fois son volume d'alcool, a fourni sur l'alumine un liquide catalysé qui s'est séparé en deux couches. La supérieure a donné après distillation un mélange d'*éthylmétaxylidine* et de *diéthylmétaxylidine*, bouillant de 216° à 223°. *L'orthoxylidine* et la *paraxylidine*

sont également changées en bases éthylées. Un seul passage du mélange de la base primaire avec deux fois son volume d'alcool, sur le catalyseur, a suffi pour la faire disparaître et la changer totalement en un mélange de bases monoéthylée et diéthylée.

Les *naphtylamines* α et β, mélangées pour les dissoudre complètement à un grand excès d'alcool ordinaire, fournissent du premier coup un mélange d'*éthyl* et de *diéthylnaphtylamines*. La transformation intégrale des naphtylamines en bases éthylées a été effectuée dans un seul passage sur le catalyseur.

Enfin nous avons essayé l'alcoylation de la *diphénylamine*. Cette base secondaire se change en présence de méthanol en *méthyldiphénylamine*, $(C^6H^5)^2.N.CH^3$, bouillant à 282°, et au contact d'alcool éthylique, en *éthyldiphénylamine*, $(C^6H^5)^2.N.C^2H^5$, qui bout à 287°-289°. Dans chaque cas, la transformation de la base primitive en amine tertiaire a été totale.

On voit que notre méthode catalytique de préparation des amines phénoliques mixtes secondaires et tertiaires s'applique facilement à la préparation des bases éthylées.

MINÉRALOGIE. — *Sur la palmiérite du Vésuve et les minéraux qui l'accompagnent.* Note ([1]) de M. **Ferruccio Zambonini.**

Sous le nom de *palmiérite*, M. A. Lacroix a décrit en 1907 un nouveau minéral des fumerolles à haute température de l'éruption vésuvienne commencée le 6 avril 1906 : il constitue de petites lamelles à contour hexagonal, très biréfringentes, uniaxes et optiquement négatives, mais la véritable composition et la forme cristaline de ce minéral sont encore imparfaitement connues.

En effet, de l'analyse faite par M. Pisani, sur quelques décigrammes de matière, M. A. Lacroix a conclu ([2]) comme formule probable $(K, Na)^2 SO^4 . PbSO^4$ ou $3 (K, Na)^2 SO^4 . 4 PbSO^4$; Groth a admis comme probable une autre formule $(K, Na)^2 SO^4 . 2 PbSO^4$. Or, il est aisé de voir que si l'analyse de M. Pisani est exacte, la seule formule que l'on puisse en déduire est $6 SO^3 . 4 PbO . 3 (K, Na)^2 O$, c'est-à-dire que la palmiérite serait un sel basique : la quantité trouvée de SO^3 est de 5,2 pour 100 plus petite que celle nécessaire pour former avec PbO, Na^2O et K^2O des sulfates neutres.

([1]) Séance du 9 mai 1921.

([2]) *Comptes rendus*, t. 144, 1907, p. 139.

De mon côté, j'ai pu mesurer un très petit cristal de palmiérite isolé des matériaux d'une fumerolle de la lave de 1868, dans lesquels A. Scacchi avait trouvé une quantité notable de sulfate de plomb : mon cristal présentait la combinaison de la base avec un prisme hexagonal et un rhomboèdre incliné sur la base de 55°,5. Ce rhomboèdre est très voisin de celui que l'on prend comme fondamental dans l'aphthitalite, et je fus conduit à penser que la palmiérite devait posséder des relations intimes avec l'aphthitalite.

J'ai retrouvé la palmiérite dans des échantillons des produits formés récemment sur les laves des petits cônes qui s'élèvent sur le fond du cratère du Vésuve. M. Malladra, qui les a recueillis le 8 juin 1919, a bien voulu m'en confier l'étude.

La palmiérite est bien rhomboédrique, comme je l'avais trouvé en 1910, et ses formes cristallines peuvent être rapportées à une forme primitive très voisine de celle de l'aphthitalite; mais on obtient des symboles un peu plus simples, si l'on prend pour c une valeur trois fois plus grande, c'est-à-dire

$$a : c = 1 : 3,761 \qquad (3c = 3,852 \text{ dans l'aphthitalite}).$$

Dans les deux orientations, les formes simples observées possèdent les symboles qui suivent :

	a^1.	e^2.	$a^{\frac{9}{2}}$.	p.	e^8.	$e^{\frac{7}{2}}$.	$e^{\frac{4}{5}}$.
Orientation de l'aphthitalite.	$\{0001\}$	$\{10\bar{1}0\}$	$\{30\bar{3}5\}$	$\{10\bar{1}1\}$	$\{30\bar{3}2\}$	$\{30\bar{3}1\}$	$\{03\bar{3}2\}$
$a:c=1:3,761$.	$\{0001\}$	$\{10\bar{1}0\}$	$\{10\bar{1}5\}$	$\{10\bar{1}3\}$	$\{10\bar{1}2\}$	$\{10\bar{1}1\}$	$\{01\bar{1}2\}$

A l'exception du rhomboèdre p, tous les autres déterminés dans la palmiérite ne sont pas connus dans l'aphthitalite, ce qui montre que la structure cristalline des deux minéraux est différente et que l'orientation plus vraisemblable pour la palmiérite est celle avec $c = 3,761$. Avec cette orientation on prend comme fondamental un rhomboèdre de 115°7′, ce qui est très rare dans les substances rhomboédriques. La combinaison $a^1 e^{\frac{7}{2}}$ de la palmiérite est assez voisine d'un octaèdre régulier.

Les combinaisons observées dans les cristaux de palmiérite sont les suivantes : 1° $a^1 a^{\frac{9}{2}}$; 2° $a^1 e^{\frac{7}{2}}$; 3° $a^1 e^{\frac{7}{2}} e^{\frac{4}{5}}$; 4° $a^1 a^{\frac{9}{2}} e^8$; 5° $a^1 e^2 p$. Cette dernière a été observée dans le cristal de la lave de 1868 que j'ai décrit en 1910 dans ma *Mineralogia vesuviana ;* les autres ont été trouvées dans les nouveaux cristaux de 1919. Dans ceux-ci, la combinaison la plus fréquente est la deuxième.

Les cristaux de palmiérite sont toujours très tabulaires suivant la base; leur épaisseur souvent n'arrive pas à $\frac{1}{100}$ de millimètre. Les cristaux englobés dans l'aphthitalite sont toujours très petits; ceux que l'on trouve libres très faiblement attachés à la roche sont un peu plus grands et ils forment souvent des groupements réguliers très élégants, qui ressemblent un peu à ceux de la glace, et qui peuvent même mesurer $1^{mm},5$ à 2^{mm} dans leur plus grande dimension. Sur les faces de la base, l'éclat est un peu nacré, vitreux sur celles des rhomboèdres. Les mesures sont assez bonnes.

Angles :	$a^1 e^{\frac{7}{2}}$.	$a^1 e^8$.	$a^1 p$.	$a^1 a^{\frac{9}{2}}$.	$a^1 e^{\frac{4}{5}}$.	$e^{\frac{4}{3}} e^{\frac{7}{2}}$.
Mesurés	77° 2'	65°14'	55°30' env.	41° 5'	65°25'	37°41'
Calculés	77. 2	65.16	55.22	40.59	65.16	37.42
Calculés avec les constantes de l'aphthitalite........	77.20	65.47	56. 0	41.39	65.47	36.53

La palmiérite nouvelle est optiquement uniaxe, négative, sans anomalies. Par la méthode de l'immersion, j'ai trouvé $\omega = 1,712$ (pour la lumière de sodium).

La palmiérite est décomposée par l'eau, même à froid, avec une très grande rapidité. Des essais chimiques ont montré qu'elle est un sulfate double de plomb et de potassium, avec très peu de sodium, comme l'avait déjà fait M. A. Lacroix, en s'appuyant sur une ancienne expérience de Berthier; j'ai préparé artificiellement la palmiérite par fusion; j'ai chauffé pendant une heure à 1000° un mélange de 5^g K^2SO^4, $7^g,5$ $PbSO^4$, 9^g Na^2SO^4 et laissé refroidir lentement la masse fondue. J'ai obtenu ainsi des belles lames, quelquefois à contours hexagonaux, optiquement uniaxes, négatives, avec $\omega = 1,71$ (Na), qu'il est aisé d'isoler, en traitant la masse refroidie avec une solution de K^2SO^4 au 2 pour 100, et en lavant ensuite les lames avec une solution de K^2SO^4 au 0,4 pour 100. Enfin les lames furent essuyées entre le papier.

L'analyse de ces lames a donné :

SO^3 33.62; PbO 47,48; K^2O 17,53; Na^2O 1,31. Somme = 99,94.

Elles répondent à la formule $(K, Na)^2SO^4.PbSO^4$, puisque l'analyse donne

$$SO^3 : PbO : K^2O + Na^2O = 2 : 1,01 : 0,98.$$

La palmiérite représente donc le composé $K^2Pb(SO^4)^2$, dans lequel une petite partie du potassium est remplacée par le sodium; les cristaux artificiels sont formés par 90 pour 100 $K^2Pb(SO^4)^2$ et 10 pour 100 $Na^2Pb(SO^4)^2$.

Leur densité est 4,50; leur volume moléculaire 105,4, assez voisin de celui de l'aphthitalite (123). En dépit de ce fait et des remarquables relations cristallographiques dont nous avons parlé, il semble que l'aphthitalite et la palmiérite ne donnent pas de cristaux mixtes.

La palmiérite se trouve dans un échantillon englobé dans l'aphthitalite blanche, qui est accompagnée par de l'aphthitalite plumbo-cuprifère (¹) et par de la ferronatrite. Ce dernier minéral n'avait été rencontré au Vésuve qu'en 1914 par M. Washington. Dans un autre échantillon, la palmiérite est accompagnée par de l'hématite, de l'aphthitalite, des mélanges blancs, verdâtres ou un peu jaunâtres, formés en bonne partie par de la silice, avec des sulfates et très peu de chlorures. J'y ai trouvé aussi la jarosite, minéral nouveau pour le Vésuve. Enfin j'ai encore rencontré la palmiérite avec l'euchlorine.

GÉOLOGIE. — *Le litige des déplacements de lignes de rivage devant le phénomène d'équidéformation.* Note de M. **Romieux**, présentée par M. Bourgeois.

Lorsqu'il s'agit d'interpréter les déplacements des lignes de rivage, deux doctrines opposées se heurtent : l'une veut que les terres restent immobiles et que ce soit le niveau des mers qui bouge, l'autre regarde celui-ci comme fixe et les terres comme affectées de soulèvements ou d'affaissements. Les points de départ de l'une et de l'autre sont arbitraires, car l'observation ne peut constater que des déplacements relatifs; chacune, dans ce phénomène à deux variables, nie *à priori* la variabilité que l'autre admet. De plus, l'une comme l'autre attribuent ces propriétés à une zone superficielle dont elles laissent l'amplitude verticale indéterminée, et sans se préoccuper de ce que les événements morphogéniques dont cette zone est le siège sont en liaison nécessaire avec ce qui se passe au-dessous, la mobilité des terres avec le fait de la déformation générale du sphéroïde, le niveau de l'océan avec la conformation que celle-ci donne au vase océanique.

(¹) Je montrerai dans un Mémoire plus détaillé que l'aphthitalite plumbo-cuprifère, qui s'est formée aussi au Vésuve en 1870 et dans quelques autres occasions, constitue des cristaux homogènes, et aussi des systèmes disperses solides. Au-dessus d'une certaine température, ces derniers se changent en cristaux homogènes : pendant le refroidissement, on observe généralement des phénomènes de réarrangement, mais il peut se faire qu'ils arrivent à l'état homogène jusqu'à la température ordinaire.

Le *principe d'équidéformation* permet, et *permet seul*, de rapporter les deux variables à un même terme de comparaison qui soit indépendant du phénomène de la déformation, à savoir la *surface du niveau d'équidéformation*. Car celle-ci représente à toute époque ce que serait devenu l'équiniveau lithosphérique original s'il avait pu se contracter uniformément à la demande du nouveau rayon. La déformation a obvié à ce qu'il ne le pouvait pas, en faisant passer de dessous au-dessus de lui une certaine portion de la matière lithosphérique; d'où la conception morphologique d'un déblai et d'un remblai équivolumes, moyennant substitution de la notion de volume à celle de masse ([1]). Dès lors, ce qu'on observe, c'est la différence algébrique de deux déplacements verticaux *absolus* rapportés à une origine *identique dans le temps :* déplacement du niveau libre des mers, *forcément mondial;* déplacements *régionaux*, théoriquement susceptibles d'être mondialement uniformes, des repères continentaux (lignes de rivage et systèmes de terrasses alluviales).

Associé à l'hypothèse inéluctable de la constance du volume des mers, le principe d'équidéformation veut qu'*avec toute variation infiniment petite du niveau marin dans un sens coexiste une variation du moyen relief* (rapporté au niveau d'équidéformation) *en sens contraire, et réciproquement*.

Ainsi tout changement de forme du vase océanique a pour effets :

1° Suivant ce qu'il est, descente (ou montée) absolue mondiale — M du niveau libre;

2° Corrélativement, montée (ou descente) absolue du moyen relief, assujettie à maintenir l'égalité des volumes déblai et remblai;

3° Suivant la façon dont il infléchit les formes déclives du bloc remblai dans ses parties basses subaériennes ou néritiques, déplacements absolus régionaux et de sens non nécessairement uniformes T', T'', ... des repères continentaux.

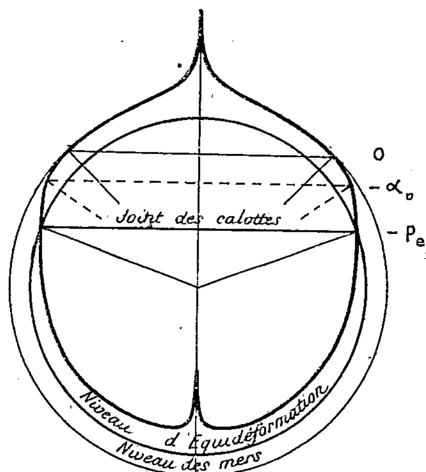
Le seul moyen d'arriver à connaître les valeurs numériques des deux premiers de ces effets serait de construire et de comparer à leur niveau d'équidéformation les courbes géhypsographiques des deux époques. C'est impossible quant au passé, quasi impraticable quant à l'avenir. Force est d'en prendre son parti : tout ce dont on dispose, ce sont les résultats d'observation $M + T'$, $M + T''$, ...

([1]) C'est cette substitution d'une équivalence géométrique à une équivalence chimico-thermo-mécanique qui rend le problème de la déformation terrestre abordable en première approximation par une loi simple (*Comptes rendus*, 23 juin 1913 et 14 février 1921).

S'ils ne présentent pas une valeur numérique uniforme, c'est que T', T'', ... sont différents; et *cette constatation suffit à prouver la réalité de déplacements verticaux relatifs entre les voussoirs régionaux.*

Si $M + T' = M + T'' = \ldots$, c'est-à-dire si l'observation constate que, par exemple, les systèmes de terrasses sont mondialement parallèles, c'est que T', T'', ... ont une valeur uniforme T. Laquelle? Impossible de la savoir, pas plus d'ailleurs que celle de M. Supposer nulle soit l'une, soit l'autre, comme le font les géologues, est purement arbitraire. Tout ce qui est licite de conclure des observations, c'est l'uniformité de T. Sa possibilité est-elle susceptible de se concevoir, et comment?

De même que pour étudier l'évolution du dynamisme terrestre (*Comptes rendus*, 14 février 1921), transportons sur la sphère le schéma géhypsographique, mais cette fois sans l'équiniveler. La calotte océanique offre le profil d'une sorte de gobelet *à bords moins renflés que la sphère d'équidéformation où il s'insère*, sur lequel la calotte continentale repose et s'emboîte à la façon d'un couvercle. Or ce couvercle, sur presque toute son étendue, sauf au



centre, à partir de la crête sous-marine [$-\alpha_\nu$ environ : voir *Comptes rendus*, 23 juin (7 juillet) 1913] de sa paroi plongeante, *épouse de très près la sphère du niveau libre prolongée*. Ainsi conformée actuellement, ce schéma montre que, aux temps géologiques récents, toute cause, même régionale, de contraction du gobelet, a dû, en vertu du principe d'équidéformation, tendre à soulever la portion tabulaire du couvercle et, ce, presque parallèlement vu sa quasi-sphéricité.

Si l'on repasse du schéma au détail des formes réelles qu'il intègre, et

qu'on réfléchisse qu'il s'est agi d'absorber un surplus de volume en respectant la surampleur corticale survenue, on voit que d'un point à l'autre les variations d'amplitude d'un tel soulèvement ont dû être très faibles, sauf exceptions régionales : car pour une même surampleur, un même accroissement de volume comporte des déplacements verticaux d'autant moindres que le rapport de l'ampleur superficielle à la dénivelée correspondante est plus grand, et il était très grand, vu la conformation tabulaire d'ensemble.

Il y a donc lieu de s'attendre à ce que l'on constate, non une uniformité mondiale rigoureuse de T′, T″, ..., *mais plutôt leur presque uniformité habituelle;* à celle-ci d'ailleurs les incertitudes d'observation pourraient donner une certaine apparence d'uniformité réelle, illusion dont divers épisodes régionaux ou locaux plus intenses du phénomène souligneraient probablement par places le caractère véritable.

La méthode géhypsographique ne peut raisonner que sur les intégrales des faits concrets. Mais elle doit à cela des facultés de généralisation et une puissance d'abstraction qui la font propre à projeter des lumières et à suggérer des directives. La fécondité du principe d'équidéformation suffirait à le prouver.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Relief littoral et plateformes fluviales.* Note de M. **Jovan Cvijić**, présentée par M. Pierre Termier.

Il est peu de régions de la Terre où l'ancien relief littoral soit aussi bien développé et conservé qu'à la limite méridionale du bassin pannonien. Un certain nombre de conditions ont favorisé son maintien.

La régression des mers néogènes n'a pas été suivie de transgressions; donc, le relief littoral créé par les régressions successives n'a été ni anéanti ni comblé par des transgressions ultérieures et leurs sédimentations.

Une grande partie des rivages n'a pas été affectée par des mouvements tectoniques récents, d'âge pliocène ou diluvial, susceptibles de bouleverser les reliefs littoraux élaborés antérieurement.

Les glaciers quaternaires n'ont pas atteint le niveau du relief littoral comme par exemple sur le plateau suisse entre Alpes et Jura.

Cependant le relief littoral n'est pas également conservé dans toutes les portions méridionales du bassin pannonien. C'est dans la Serbie d'avant 1912 qu'il l'est le mieux. Il s'y observe de la gorge de Grdelica (Morava méridionale) au sud de Nisch jusqu'à Belgrade, sur 250^{km} en ligne droite. A

l'ouest de cette ligne, la zone qu'il occupe est moins large, car les montagnes dinariques se rapprochent de la plaine pannonienne. Néanmoins elle atteint 130^{km} de largeur entre Cajetina près d'Uzice et Belgrade. A l'est de la Morava, dans toute la Serbie orientale, le relief littoral prédomine; ici, dans certains anciens bassins lacustres d'âge pliocène, il est aussi intact que si le lac venait de se retirer.

Le relief littoral est aussi développé dans la Bulgarie septentrionale au nord des Balkans. La plateforme dite *de la Bulgarie du Nord*, inclinée des Balkans vers le Danube, offre en l'espèce l'exemple d'une série de terrasses d'abrasion reliées en une plateforme sous une épaisseur considérable de lœss à certains endroits. Enfouies dans cette couverture, les formes du relief littoral sont cachées en beaucoup de points.

Il est hors de doute que, dans la plastique de la Valachie et de la Moldavie, le relief littoral est de grande importance : j'ai vu en beaucoup d'endroits de Munténie des falaises et des terrasses d'abrasion.

Cependant à l'ouest de la Serbie, quoique les couches pliocènes aient été constatées par-ci par-là presque jusqu'à Ogulin, à l'ouest de Zagreb, les traits du relief littoral sont beaucoup moins bien conservés. Déjà le long de la Drina, au-dessous de Gucevo près de Loznica, les terrasses d'abrasion sont fortement inclinées par suite de mouvements tectoniques. Aux environs de Tuzla en Bosnie, les plissements s'étendent aux couches du Levantin. En Slavonie, surtout dans le bassin de Pozega où j'ai cherché les traits du relief littoral, les couches néogènes les plus récentes sont redressées presque verticalement. Le même cas se présente dans les couches néogènes à Jaska au-dessous de Plesevica en Croatie.

Bien que j'aie observé le relief littoral dans toutes les régions mentionnées, je l'ai particulièrement étudié en détail en partant de la lisière du bassin pannonique à Belgrade et en allant vers le Sud jusqu'aux hautes montagnes dinariques, car c'est là qu'il est le mieux conservé, en Chumadija au sens le plus large.

L'objet de ces études était :

1° D'identifier les séries successives du relief littoral, les anciennes terrasses d'abrasion et les anciens rivages, souvent développés en forme de falaises;

2° De découvrir les relations qui existent entre chaque groupe de formes littorales et les formes fluviales correspondantes formées en même temps : plateformes d'origine fluviale, phases du creusement successif des vallées et leurs terrasses.

Les reliefs littoraux. — Dans la région mentionnée plus haut, on constate huit séries de reliefs littoraux, c'est-à-dire de terrasses d'abrasion, avec leurs rivages où falaises qui s'étendent successivement les unes au-dessus des autres. Elles partent de l'altitude absolue de 110^m à 120^m à Belgrade et s'élèvent jusqu'à 960^m au sud d'Uzice. Je les ai désignées d'après les régions ou les lieux où elles sont le plus développées. Ce sont, en commençant par la plus élevée :

A. Plateforme de Mackat, au-dessus d'Uzice à environ 960^m.

B. Plateforme de Metaljka entre Uzice et Kosjeric à 780^m.

C. Plateforme de Brezovac, d'après le village de Brezovac au-dessus de Vencac, au centre de la Sumadija, à environ 600^m.

D. Plateforme de Kacer, d'après la région de Kacer à 410^m-420^m.

E. Plateforme de Ripanj, d'après le village de Ripanj à 20^{km} ou 25^{km} de Belgrade, à 310^m-330^m.

F. Plateforme de Pinosava, d'après le village de Pinosava près de Belgrade à 210^m-240^m.

G. Plateforme de Belgrade, développée sur la croupe entre Save et Danube; la limite inférieure de cette terrasse d'abrasion est à la hauteur de 120^m à 140^m. Au-dessous d'elle on remarque une rupture de pente qui correspond au rivage à la hauteur de 110^m à 120^m, stade dit de *Bulbul Dere* (H.).

L'examen des détails a permis d'établir que ces sept ou huit plateformes ne sont autre chose que des terrasses d'abrasion de la mer ou des lacs pannoniens d'âge pliocène qui se sont retirés en huit temps et ont marqué leur empreinte par des traits de relief littoral.

Voici les caractères principaux de ces plateformes :

Elles sont séparées l'une de l'autre par des ruptures de pente douce ou par des abrupts qui en beaucoup d'endroits ont la forme de falaises. Près de Belgrade, les rivages sont tranchés dans les calcaires crétacés ou dans les calcaires de Leitha et du Sarmatien. Ils sont clairement indiqués. Sur les rivages se trouvent des cailloutis et des graviers littoraux; en s'éloignant de la côte commencent les argiles du Pontien, les marnes et les sables.

Dans toute la région ces rivages et falaises sont perpendiculaires au cours des rivières, donc sans aucune relation avec l'érosion fluviale.

Les terrasses d'abrasion sont souvent recouvertes de sédiments avec fossiles du Pontien. C'est en particulier le cas au centre de la Sumadija entre Kragujevac et Gorni Milanovac.

C'est donc une région typique de relief fossile lacustre et marin.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Découverte d'une flore wealdienne dans les environs d'Avesnes (Nord).* Note de M. A. **Carpentier**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Au sud-est d'Avesnes (Nord), Jules Gosselet a indiqué sur la carte géologique, feuille de Rocroi, des affleurements de sables et d'argiles (Aachénien, Civ). En l'absence de fossiles il était impossible d'en préciser l'âge. Deux exploitations, entreprises pour extraire des sables et des argiles à poteries, nous ont fourni récemment une série d'empreintes végétales en bon état de conservation.

L'un de ces gisements est situé au flanc de la butte de Montfaux, à l'ouest du territoire de Glageon. On y a découvert, sous une couche d'argile glauconieuse de $0^m,75$, environ 6^m de sables et grès quartzeux ferrugineux avec lits minces d'argiles à stratification entre-croisée. L'autre gisement se trouve près la halte de Féron-Glageon, au lieudit « la Tape-Jean »; c'est une poche dans le calcaire frasnien. Au-dessus de quelques mètres de sables, de grès ferrugineux avec passages argileux, on exploite actuellement de la terre à poteries sous une épaisseur de $1^m,80$; plusieurs lits sont fossilifères. Les grès ferrugineux contiennent aussi par places des débris végétaux.

La flore est en majeure partie constituée par des *Fougères* et des *Gymnospermes :*

Filicales et plantes filicoïdes : *Sagenopteris Mantelli* (Dunker); *Sphenopteris Cordai* Schenk, rare; *Gleichenites* sp., fertile, commun; *Hausmannia dichotoma* Dunker, rare; *Weichselia Mantelli* (Brongt.) Seward [1], assez rare; cf. *Tœniopteris* nov. sp.

Ginkgoales : *Ginkgoites pluripartita* (Schimper) Seward, assez rare [2]; fragments d'inflorescences mâles.

Coniferales : *Sphenolepidium Kurrianum* (Dunker) Seward, commun [3]; *Elatides curvifolia* (Dunk.) Seward; tous deux fertiles.

Il faudra ajouter à cette liste plusieurs Fougères à l'étude, des organes isolés (feuilles, écailles, cônes de *Cycadales* ou de *Coniferales*), dont l'attribution reste à déterminer.

---

(1) A.-C. Seward, *Catalogue of the mesozoic plants in the British Museum* (*The Wealden Flora*, I, 1914, p. 114).

(2) A.-C. Seward, *Fossil plants*, vol. 4, 1919, p. 27.

(3) A.-C. Seward, *Fossil plants*, vol. 4, 1919, p. 364.

Parmi nos empreintes, celles de *Gleichenites* et de *Sphenolepidium* sont les plus abondantes. Les quelques folioles, trouvées jusqu'ici, du *Weichselia Mantelli* paraissent avoir été flottées et amenées d'une localité plus lointaine que les frondes de *Gleichenites*.

Conclusions. — La flore recueillie à Féron-Glageon est d'âge *wealdien*, car elle offre plusieurs des espèces caractéristiques des dépôts wealdiens d'Europe, d'après les études de M. Seward.

La fréquence de certains *Coniferales* et des *Fougères* est un trait commun de cette flore et de la flore wealdienne de l'Allemagne du Nord, que Schenk a bien fait connaître ([1]). La prédominance des Fougères la rapproche de la flore de Bernissart (Belgique), analysée par MM. Bommer et Seward ([2]).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les systèmes nuageux.*
Note de M. **Ph. Schereschewsky**, présentée par M. R. Bourgeois.

L'étude des aspects du ciel nous a conduit à envisager une notion nouvelle qui est celle des « systèmes nuageux ».

On a cherché pendant longtemps à rattacher les divers aspects du ciel aux particularités topographiques des cartes d'isobares. Ces efforts ont été vains. En réalité, il faut commencer par étudier les rapports des nuages entre eux, rapports des nuages existant à un même instant dans tout l'espace, et rapports des nuages se succédant dans le temps en un même lieu. On n'envisagera qu'ensuite les relations des nuages avec la pression atmosphérique. Encore faut-il se garder de rapporter exclusivement comme on l'a fait les nuages aux formes isobariques.

1° *Moyens d'étude.* — Il a été nécessaire de perfectionner l'instrument d'étude des aspects du ciel.

a. Le réseau international des stations d'observation d'avant-guerre était beaucoup trop espacé. Ses mailles laissaient échapper des phénomènes caractéristiques de l'évolution nuageuse et ne saisissaient qu'un aspect, le plus souvent grossier et trompeur. Il a fallu d'une manière générale tripler ou quadrupler le nombre des stations d'observations. L'expérience nous a conduit à prendre au moins une station pour 15000^{km^2}.

([1]) A. Schenk, *Beiträge zur Flora der Vorwelt* (*Palæontographica*, t. 19, 66 pages, 32 planches).

([2]) A.-C. Seward, *La flore wealdienne de Bernissart* (*Mém. Musée Royal Hist. Nat. de Belgique*, t. 1, 1900, 33 pages 4 planches). — C. Bommer, *Contribution à l'étude du genre* Weichselia (*Bull. Soc. Roy. Bot. Belg.*, t. 47, 1910, p. 296).

b. La classification internationale créée il y a un quart de siècle est devenue très insuffisante, tant au point de vue théorique qu'au point de vue pratique. Il a fallu en augmenter et en modifier les termes. Un tel travail sera naturellement sujet à une révision constante au fur et à mesure que se perfectionnera l'étude des nuages.

2° *Définition des systèmes nuageux*. — L'étude du ciel se fait au moyen des cartes de nébulosité dont on complète les indications par un examen minutieux du ciel dans une station centrale. Les cartes de nébulosité s'obtiennent en traçant d'abord, à l'emplacement de chaque station, un signe conventionnel représentant l'état du ciel et les groupant ensuite dans des courbes spéciales.

Sur des cartes de nébulosité à réseau serré on peut faire les remarques suivantes :

Les aspects du ciel dans des lieux voisins ne sont pas indépendants. Par exemple, les points où il tombe simultanément de la pluie (et sous ce terme il faut se garder de comprendre les averses ou les bruines) couvrent des aires géographiques de forme généralement allongée. De plus, ces zones de pluie sont bordées d'un côté par une bande assez étroite où le ciel est couvert mais élevé; de l'autre, elles touchent à une région étendue où l'aspect du ciel est très varié : les averses et les lambeaux de ciel couvert y voisinent avec des éclaircies où la visibilité est excellente. A l'une des extrémités de l'aire pluvieuse on trouve des nuages plus bas, peu pluvieux et accompagnés de brume.

Si la carte synoptique figure une portion assez vaste de terre, on peut retrouver à quelque distance des ensembles analogues de zones pluvieuses précédées par des portions de ciel élevé et suivies par un ciel bigarré.

En examinant une carte de nébulosité tracée quelques heures plus tard, on retrouve les mêmes ensembles. Leurs parties occupent les mêmes positions relatives, mais le système complexe qu'elles constituent a subi généralement un déplacement d'ensemble. On est ainsi amené à attribuer une individualité à ces entités constituées par les ensembles de ciel couvert, de pluie et de ciel bigarré. Elles font partie de celles que nous désignons sous le nom de systèmes nuageux.

Une étude plus détaillée montre qu'il existe un autre type de système nuageux. Il se compose de diverses variétés de ciel couvert et reste presque immobile. De plus, on peut observer la transformation des systèmes mobiles en systèmes fixes.

En résumé, si l'on envisage les états nuageux observés à un même instant dans toutes les stations européennes, on peut y constituer un petit nombre

d'ensembles dits *systèmes nuageux :* systèmes mobiles, systèmes fixes ou types de transition. Dans les intervalles de ces systèmes, le ciel est soit pur, soit traversé de cirrus ou de cumulus de beau temps. Nous allons indiquer maintenant, très sommairement, les propriétés des systèmes nuageux.

3° *Description générale.* — Un système nuageux mobile comprend une nappe généralement allongée d'altitude moyenne (alto-stratus) qui se meut perpendiculairement à l'allongement. Des cirrus et cirro-stratus la précèdent. Des lambeaux d'alto-stratus la suivent. Des fracto-cumulus et des fracto-nimbus courent au-dessus d'elle. Les lambeaux d'alto-stratus dominent souvent des cumulo-nimbus. Des strato-cumulus et des cumulus bourgeonnants suivent ces lambeaux.

Les systèmes fixes sont plus symétriques : ils se composent d'un ciel couvert bas au centre, couvert haut sur les bords.

4° *Aspects successifs du ciel en un même point.* — Si les systèmes nuageux mobiles passent au-dessus d'une station, on y observera successivement leurs différentes parties et l'histoire du ciel dans la station sera pour ainsi dire la coupe dans le temps des systèmes qui auront passé au zénith. Ces observations locales sont à l'étude des systèmes ce que la courbe du baromètre en une station est à l'étude des cartes d'isobares. Bien que très insuffisantes elles ne sont pas sans intérêt et elles ont conduit à la notion de succession nuageuse, cas très particulier du concept que nous exposons ici.

5° *Les différents types de systèmes nuageux.* — Nous distinguons des variétés de systèmes mobiles d'après la nature de leurs nuages d'altitude moyenne. Chacun d'eux se rattache à un trait caractéristique de la climatologie de la France. Ce sont : les systèmes dépressionnaires, les systèmes à alto-cumulus, les systèmes orageux.

Le premier type correspond aux grandes tempêtes, le deuxième correspond au temps brumeux et le dernier aux orages. On observe naturellement des types de transition.

6° *En résumé*, les nombreux états du ciel observés à un même instant sur une vaste étendue géographique se groupent autour d'un petit nombre d'entités dites *systèmes nuageux;* ces systèmes nuageux doivent constituer un concept nouveau et essentiel de la météorologie dynamique. Dans l'intervalle de ces systèmes on ne rencontre d'autres nuages que quelques cirrus errants et des cumulus de beau temps.

MÉTÉOROLOGIE. — *Influence du relief et de l'échauffement du sol sur les vents de surface.* Note de M. **Octave Mengel**, présentée par M. R. Bourgeois.

La Note de M. Guilbert [1] sur le rôle *exclusif* du vent de surface dans la commande des variations de la pression barométrique, rôle dont je ne conteste pas la valeur, m'incite à formuler quelques réserves sur l'emploi du complexe dénommé *vent de surface*.

J'attirerai spécialement l'attention sur le régime de ce vent dans trois stations de l'extrémité orientale des Pyrénées : Perpignan (32ᵐ), Saint-Féliu-de-Guiscols (20ᵐ) et Mont-Louis (1600ᵐ). Les deux premières situées sur le littoral, de part et d'autre de la chaîne, se trouvent englobées dans la même zone de variations barométriques, en tant que soumises au même régime de hautes pressions, continentales en hiver et maritimes en été, avec régime de transition, également accusé pour l'une et pour l'autre, en automne et au printemps. La station de Mont-Louis (M. Cave) placée dans l'axe même de la chaîne n'est pas suffisamment éloignée des deux autres pour qu'on puisse la regarder comme soumise à un régime général notablement différent.

Or, je viens, par un calcul de moyennes portant sur les vingt dernières années, pour les deux stations françaises, et en m'aidant des nombres donnés par M. Patscot pour la station espagnole, de dresser sur une carte de la région, un graphique permettant la comparaison immédiate du régime et de l'amplitude des variations diurne et saisonnière de la direction du vent (le seul facteur que je considère ici) dans les trois stations.

Le graphique de Mont-Louis révèle deux particularités curieuses. D'une part, la rotation *saisonnière du vent de midi* dans le sens des aiguilles d'une montre, d'autre part la rotation *diurne du vent d'été* en sens contraire du déplacement du Soleil : le matin il souffle de l'W (remontant la vallée du Sègre); à midi du SE (remontant la vallée de la Tet); le soir du N-NE (remontant la haute vallée, vallée de l'Aude).

L'influence de la topographie et de l'exposition est ici de toute évidence.

Elle peut tout aussi bien donner les raisons des autres particularités suivantes. Dans les trois stations, le vent du matin a une direction d'entre

---

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 540.

W-NW à NW. Celui du milieu du jour est par contre notablement différent comme régime et direction, et c'est là un des résultats les plus instructifs de cette petite étude. Aux stations de plaine, les directions sont sensiblement symétriques par rapport à l'axe de la chaîne : N à NE à Perpignan, S à SE à Saint-Féliu-de-Guiscols; fait que la pratique de la navigation à voile, au droit du cap de Creus, a dévoilé depuis longtemps aux marins.

Les aéronautes ont déjà dû s'apercevoir également de cette particularité; et qui sait si les récents naufrages de l'air qui se sont produits au passage de l'extrémité de la chaîne ne seraient, en partie, imputables aux tourbillons locaux qui résultent de la transition plus ou moins brusque entre ces deux régimes? Il y aura lieu d'en tenir compte dans la discussion du projet du camp d'aviation des Pyrénées-Orientales. Dans tous les cas l'exploration de l'atmosphère par des sondages aériens s'impose au-dessus des Albères, du col du Perthus au cap de Creus.

A Perpignan le vent du soir, comme celui de la nuit et du matin, souffle du NW. A Saint-Féliu, il rétrograde simplement vers l'W par rapport à celui du milieu du jour, pour sauter pendant la nuit au N-NW. A Mont-Louis il se trouve directement opposé à celui de Saint-Féliu.

Conclusions. — De l'aperçu qui précède il semble résulter qu'en un lieu donné le vent de surface, qu'on peut dénommer le *vent géographique*, est la résultante de deux composantes : l'une dépendant de la position relative des aires de hautes et basses pressions par rapport à la station, c'est le *vent barométrique;* l'autre intimement liée à la topographie, c'est le *vent topographique* (brise, vent de vallée, etc.). La première seule de ces composantes, à mon sens, est à utiliser dans l'application des règles de M. Guilbert, principalement pour ce qui regarde la considération des vents convergents ou divergents. Dans les régions à topographie offrant de grands contrastes d'altitude, d'exposition et d'échauffement, l'influence de la composante topographique est prédominante. C'est le contraire dans les régions continentales de moyenne altitude où le vent barométrique, devenant prépondérant, et par suite sensiblement égal au vent de surface, peut théoriquement et pratiquement, conduire à la prévision du mouvement de l'atmosphère. Dans les stations maritimes ou montagneuses, voisines d'un relief profondément sculpté, de l'observation du vent de surface, il faudrait pouvoir déduire de règles locales établies au préalable la direction et la force du vent topographique. Il serait alors possible de remonter à la valeur du vent barométrique : d'où prévision réalisable par la méthode Guilbert.

Bien que la prévision par l'examen de l'évolution des noyaux de variation ou par la méthode toute récente du Bureau météorologique militaire soit d'application plus facile, parce qu'elle est plus rationnelle pour notre région pyrénéenne, je vais essayer cependant de dégager du vent géographique à Perpignan, la composante topographique. Ce sera peut-être de quelque intérêt pour la navigation aérienne.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur une méthode permettant l'application, aux végétaux, du procédé biochimique de recherche du glucose.* Note de MM. **M. Bridel** et **R. Arnold**, présentée par M. L. Guignard.

Le procédé biochimique de recherche et de caractérisation du glucose a été appliqué pour la première fois, en 1920, par Bourquelot et Bridel [1].

Il est basé sur la propriété que possède l'émulsine de combiner, en solution alcoolique, le glucose à l'alcool qui le tient en dissolution. Jusqu'ici, ce procédé n'a été utilisé que pour caractériser le glucose dans des mélanges peu complexes. Le but de notre travail a été de trouver une méthode permettant de l'appliquer aux végétaux. Après de nombreux essais, nous sommes arrivés à une méthode qui nous a donné satisfaction et qui est la suivante :

On doit traiter d'abord la plante à essayer par l'alcool bouillant afin de détruire les ferments et de fixer sa composition. L'extrait alcoolique ainsi obtenu est dissous dans un volume déterminé d'eau distillée et la solution aqueuse est déféquée complètement à l'extrait de Saturne. On essore et l'on précipite le plomb dans le liquide par l'hydrogène sulfuré. Le liquide, débarrassé du sulfure de plomb, est évaporé à sec, sous pression réduite, sans dépasser $+50°$, afin d'éviter l'action hydrolysante de l'acide acétique sur les principes de l'extrait. On épuise cet extrait par l'éther acétique hydraté qui élimine un certain nombre de produits pouvant entraver, par la suite, l'action de l'émulsine ou pouvant même fausser les résultats (glucosides).

L'extrait épuisé par l'éther acétique est traité, à plusieurs reprises, à l'ébullition, par l'alcool à 95°. On doit suivre la dissolution des principes réducteurs dans l'alcool en opérant des dosages dans chaque liquide alcoolique. Généralement, les sucres passent dans le premier traitement et l'on peut limiter à trois le nombre des reprises par l'alcool à 95°. Il reste, néanmoins, toujours un peu de produits réducteurs dans l'extrait.

Les liqueurs alcooliques réunies sont distillées à sec, sous pression réduite, en présence de carbonate de calcium. L'extrait obtenu est repris, à froid, par l'alcool

(1) *Recherche et caractérisation du glucose dans les végétaux, par un procédé biochimique nouveau* (*Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 631).

méthylique à 50 pour 100, en poids, en quantités variables suivant la proportion de produits réducteurs ayant passé dans l'alcool. Après filtration, le liquide est prêt pour l'essai. On y dose les sucres réducteurs et l'on y ajoute de l'émulsine dans la proportion de $0^g,50$ pour 100^{cm^3}. On abandonne le mélange vers $+ 20^\circ$, et on l'agite au moins une fois par jour.

Tous les dix jours, on dose de nouveau les sucres réducteurs. S'il y a du glucose en solution, on constate une diminution progressive de la quantité des sucres réducteurs; puis cette diminution cesse. Cet arrêt de la réaction n'implique pas forcément que l'équilibre est atteint. Il faut avoir recours à plusieurs vérifications :

1° Renouvellement du ferment; 2° essai du ferment ayant agi; 3° addition de glucose.

1° *Renouvellement du ferment.* — On enlève, par filtration, l'émulsine ayant agi dans le liquide et l'on remet une dose d'émulsine fraîche. Quand le renouvellement du ferment n'amène aucun changement dans la quantité des sucres réducteurs, c'est que l'équilibre est atteint. Généralement, on constate que ce renouvellement provoque une reprise de la réaction, mais peu marquée et de peu de durée.

Cette seconde addition de ferment suffit pour atteindre l'équilibre. Toutefois, il a fallu, dans certains cas, procéder à de nombreux renouvellements du ferment dont l'action était paralysée dès les premiers jours de contact et qui ne donnait lieu qu'à des synthèses faibles.

2° *Essai du ferment ayant agi.* — L'émulsine qu'on a recueillie par filtration est lavée à l'alcool à 95° et séchée à l'air. On l'essaie sur une solution de glucose à 2 pour 100 dans l'alcool méthylique à 50 pour 100. On suit la marche de la réaction au polarimètre.

De cet essai on peut tirer les conclusions suivantes : Une émulsine, retirée d'un milieu où la diminution des sucres réducteurs était arrêtée ou nulle, et gardant à l'essai une vitalité très appréciable, donnait la preuve que l'équilibre était atteint dans le milieu ou qu'il n'y existait pas de glucose. Une émulsine dont la vitalité était nulle ou très fortement amoindrie indiquait que dans le milieu où elle avait agi il fallait renouveler fréquemment le ferment.

3° *Addition de glucose.* — Quand on suppose la réaction terminée, on provoque une reprise de cette réaction par dissolution, dans le liquide, d'une quantité connue de glucose qui doit se combiner dans les proportions prévues (69 pour 100).

Mais la preuve irréfutable de la présence du glucose n'en reste pas moins

l'extraction du méthylglucoside β formé dans la réaction, et son obtention à l'état cristallisé. En effet, l'émulsine des amandes renferme toujours à côté de la glucosidase β une certaine quantité de galactosidase β qui, dans les conditions de l'expérience, peut combiner, à l'alcool méthylique, une faible proportion de galactose, si ce sucre existe. Le pouvoir rotatoire du méthylglucoside β étant de $\alpha_D = -32^\circ,5$ et celui du méthylgalactoside β étant pratiquement nul ($\alpha_D = -0^\circ,419$), il est facile de distinguer ces deux produits l'un de l'autre.

Pour extraire le produit de la réaction, on évaporera à sec, sous pression réduite, le liquide de l'essai et l'on épuisera l'extrait par l'éther acétique hydraté et bouillant qui s'emparera du glucoside. Par concentration convenable de l'éther acétique ou par reprise à l'alcool à 95ᶜ du résidu d'évaporation de l'éther acétique, le méthylglucoside β se séparera à l'état cristallisé. On en déterminera le pouvoir rotatoire. Si la quantité obtenue est trop faible pour faire cette détermination, le méthylglucoside β peut être caractérisé, au microscope, par la forme de ses cristaux.

BOTANIQUE. — *La détermination botanique des haricots exotiques.* Note de M. **Nguyen Thanh Giung**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On cultive et l'on consomme dans les pays tropicaux les plus divers ces très petits haricots, le plus souvent verts, que les botanistes réunissent ordinairement sous le seul nom général de *Phaseolus Mungo*. Linné, cependant, avait admis deux espèces : *Phaseolus Mungo* et *Phaseolus radiatus*. Roxburgh, ultérieurement, ajouta une troisième espèce, le *Phaseolus aureus*. Mais c'est la très grande ressemblance que présentent, comme forme et comme dimensions, toutes ces graines, qui fit considérer les trois termes comme synonymes. Plus récemment seulement, en 1914, M. Piper, du Département de l'Agriculture de Washington, révisant ces *Phaseolus*, a rétabli, à côté de l'espèce *Ph. Mungo*, l'espèce *Ph. aureus* Roxb., et il regarde le *Phaseolus radiatus* L. comme l'ancêtre de ce *Ph. aureus*.

Il n'en reste pas moins difficile de distinguer trois sortes de graines aussi voisines lorsque, dans les collections notamment, elles ne sont pas accompagnées, ce qui est le cas le plus fréquent, des autres parties de la plante. Or, au cours d'une étude d'ensemble sur les téguments séminaux des Légumineuses, nous avons eu l'occasion de constater que la structure de

ces téguments offre, en général, d'une espèce à l'autre, de sensibles différences, et nous avons, dès lors, cherché à reconnaître si, d'après des caractères de cet ordre, nous ne pourrions pas séparer les graines de *Ph. Mungo* et de *Ph. aureus*.

Grâce à l'obligeance du Département de l'Agriculture de Washington, qui nous a envoyé des échantillons types, d'authenticité bien incontestable, puisqu'ils proviennent du Laboratoire où ces *Phaseolus* ont été étudiés, nous avons pu constater que cette distinction est possible.

Tout d'abord, les téguments séminaux des deux *Phaseolus Mungo* et *aureus* se séparent nettement des téguments des *Phaseolus vulgaris* et *multiflorus* par le nombre des couches qui les constituent, et qui est de trois, au lieu de cinq. D'autre part, les téguments de certains autres *Phaseolus*, tels que le *Ph. calcaratus*, ont bien également trois couches, mais l'assise sous-épidermique est très différente.

Dans le tégument de la graine de *Phaseolus Mungo*, nous trouvons, de l'extérieur vers l'intérieur :

1° Une assise épidermique formée de cellules dont la cavité cellulaire, qui contient une matière verte, est en forme de massue, cette cavité, très étroite supérieurement, devenant très large au contact de l'assise sous-épidermique ;

2° Une assise sous-épidermique, dont les cellules, qui contiennent encore une matière verte, sont en forme d'haltères à extrémités égales, ces cellules laissant toutes régulièrement entre elle des méats hexagonaux ;

3° Un parenchyme à cellules à parois minces, allongées tangentiellement, celles des dernières assises étant très aplaties.

Dans le *Phaseolus aureus*, le nombre des couches est encore de trois, mais les cellules de l'assise sous-épidermique, tout en présentant encore un étranglement médian, ne sont plus aussi nettement en haltères, car les parois latérales des cellules sont plus régulièrement concaves au lieu d'être presque droites dans la partie rentrante. Les méats, par conséquent, en section transversale, sont vaguement ovales et n'ont plus, comme dans le *Ph. Mungo*, la forme d'un hexagone radialement allongé. Enfin la présence de ces méats n'est plus aussi constante que dans le *Ph. Mungo* ; ces méats, cà et là, peuvent disparaître.

Nous basant sur ces caractères distinctifs, il nous a été possible de déterminer de nombreuses graines provenant soit du Musée Colonial de Marseille, soit d'autres musées ou jardins. Avec les lots ainsi établis nous avons été alors amené, en comparant les graines des deux catégories, à reconnaître

que, en général, celles de la première (*Ph. Mungo*) ont un tégument vert noirâtre, plus ou moins piqueté de jaune orangé, avec hile un peu saillant, tandis que, dans celles de la seconde catégorie (*Ph. aureus*), le tégument est plus uniformément vert, avec un hile non ou à peine proéminent.

Ajoutons en particulier que le *dau xanh*, ou *haricot vert*, d'Indo-Chine appartient bien, par les caractères de son tégument séminal, comme l'ont déjà reconnu morphologiquement M. Merill et M. Chevalier, au *Ph. aureus*. Nous avons trouvé dans un lot du Tonkin la structure caractéristique de cette espèce.

En même temps que toutes ces constatations confirment le bien-fondé de la séparation établie par M. Piper, elles nous montrent le parti que l'on peut tirer, dans certains cas difficiles ou douteux, de cette constitution anatomique du tégument séminal pour la détermination et le classement des graines de Légumineuses.

BOTANIQUE. — *Sur les Graphidées corticoles*. Note de M. **G. Bioret**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les Lichens, de la famille des Graphidées, caractérisés par une apothécie à croissance linéaire, ou lirelle, sont presque exclusivement représentés en France par des types corticoles. La plupart des espèces, distribuées entre les trois principaux genres *Graphis*, *Opegrapha*, *Arthonia*, se rencontrent sur les écorces lisses; leur appareil végétatif, ou thalle, dit *hypophléode*, se confond plus ou moins avec les couches externes du substratum.

La structure très simple de ce thalle n'a été l'objet que de rares et fragmentaires recherches de laboratoire; les relations du thalle avec le substratum, l'influence de l'écorce sur l'allure du thalle et de la lirelle ont été de même presque complètement laissées de côté. Par ailleurs, les auteurs systématiques ont multiplié, d'après les caractères extérieurs, les noms d'espèces, de sous-espèces et de variétés.

J'ai été amené à me demander : d'une part, si le thalle, même très simple, d'un Lichen hypophléode, tel qu'un *Graphis*, ne présentait pas quelque caractère anatomique permettant de différencier une espèce d'une espèce voisine, et, d'autre part, si les nombreuses espèces, sous-espèces ou variétés des auteurs systématiques ne devaient pas leurs particularités à la nature spéciale du substratum. Je résumerai ici les principaux faits qui

ressortent de ces recherches : j'ai l'intention de les détailler et de les illustrer par des dessins dans un Mémoire prochain.

Le premier fait qui frappe, quand on étudie la structure d'un Lichen hypophléode, vivant sur une écorce lisse, c'est que le thalle tout entier est renfermé dans les couches du liège : le phelloderme sous-jacent apparaît comme impénétrable.

En second lieu, il est clair, comme l'avait déjà montré Lindau, que les éléments du thalle, hyphes et gonidies, ne s'établissent pas dans le substratum grâce à des actions perforantes ou dissolvantes : leur pénétration et leur extension dépendent de déchirures ou de décollements dus à la croissance de l'arbre ou à leur propre prolifération.

Il résulte de ces deux premiers faits que la profondeur de pénétration des éléments du Lichen, et par conséquent l'épaisseur du thalle, dépendent, en grande partie, de la structure du substratum. Dans un liège tabulaire, à parois tangentielles modérément épaisses et bien alignées, à parois normales minces, on rencontre le maximum de pénétration et de régularité dans la distribution : les fissures longitudinales des couches extérieures, produites par l'épaississement de l'arbre, ouvrent aux éléments du thalle l'accès des cellules du liège; en s'y multipliant, ces éléments provoquent l'étirement et la rupture des cloisons normales, trop minces pour résister à la traction; le liège est ainsi débité en feuillets, constitués par les parois tangentielles restant adhérentes entre elles; entre ces feuillets s'étagent les éléments du Lichen. Dans un liège mou, à parois tangentielles non alignées et de même épaisseur que les parois normales, la résistance à la traction est plus grande et la désorganisation irrégulière : en conséquence, la pénétration des éléments du Lichen est moins profonde, et leur distribution moins régulière. Le minimum de pénétration et de régularité de distribution est réalisé sur les écorces rugueuses où les tissus phellodermiques ou ligneux sont mis à nu.

La même espèce de *Graphis* peut donc présenter de grandes variations de thalle, suivant l'écorce où elle végète : l'épaisseur du thalle peut varier du simple au triple, par exemple.

Pour des raisons semblables, la forme extérieure de la tache lichénique est sous la dépendance étroite des détails anatomiques du liège. Sur une écorce lisse, cette forme est d'ordinaire celle d'une ellipse à grand axe horizontal. Les auteurs qui ont cherché l'explication de ce fait l'ont attribuée simplement à la croissance en épaisseur de l'arbre : celui-ci ne s'accroissant que dans une direction, la tache lichénique est étirée dans

cette même direction. L'explication est certainement insuffisante : pour une espèce donnée de *Graphis*, le rapport des axes de l'ellipse varie considérablement avec les diverses écorces : il peut être voisin de 1 sur l'Érable et atteindre 10 sur le Cerisier, et la variation de ce rapport n'a aucune relation avec la rapidité de croissance en épaisseur de l'arbre; mais les cellules de liège de l'Érable sont presque isodiamétriques, tandis que celles du Cerisier sont dix fois plus longues dans la direction horizontale que dans la direction verticale : la pénétration des éléments du Lichen dépendant de déchirures et de décollements, l'extension est dix fois plus rapide dans la direction où les obstacles, constitués par les cloisons, sont dix fois moins nombreuses.

La même explication vaut pour la lirelle. Celle-ci s'accroît seulement par son extrémité et le point d'accroissement est enfoncé dans l'écorce : dans un liège à cellules isodiamétriques, la direction de la lirelle est quelconque et la lirelle est sinueuse; sur le Cerisier, au contraire, toutes les lirelles sont droites, parallèles entre elles et parallèles au grand axe de la tache lichénique, qui marque la direction de moindre résistance du liège. Les espèces ou variétés créées par les auteurs, d'après des caractères semblables, *Graphis recta*, *parallela*, *Opegrapha Cerasi*,... ne sont donc pas autre chose que des formes stationnelles.

Quand la tache lichénique est jeune et l'écorce assez facilement pénétrable, les éléments du Lichen sont complètement recouverts par des travées de liège, le thalle est lisse; mais avec l'âge, surtout sur un substratum peu pénétrable, les éléments se multipliant sur place font éclater tôt ou tard la couche recouvrante de liège : les parties externes du Lichen sont ainsi mises à nu. Le thalle, de lisse qu'il était, devient plus ou moins pulvérulent. On a créé, sur de semblables caractères, des variétés *pulverulenta*, qui n'ont pas d'autre signification que celle de formes dues à l'âge et au substratum. Le *Graphis abietina* Schar., décrit par les auteurs comme épiphléode, n'est de même qu'une forme de *Graphis scripta*, dont le thalle est pulvérulent du fait que les couches externes du liège d'*Epicea* sont friables et se réduisent en miettes.

La variation considérable que subit le thalle d'une Graphidée du fait de l'écorce rend délicate la comparaison de deux thalles d'espèces différentes : pour établir cette comparaison, il faut éliminer l'influence du substratum et s'adresser à des écorces aussi identiques que possible et même à une seule écorce : c'est la méthode que j'ai suivie pour étudier l'anatomie comparée des espèces de *Graphis*. Même dans un appareil végétatif aussi simple que

celui d'un *Graphis*, il est possible de déceler des caractères spécifiques, marqués surtout dans l'allure de la couche à gonidies : tandis, par exemple, que chez *G. scripta* les gonidies sont distribuées dans toute l'épaisseur du thalle, chez *G. dendritica*, elles forment un cordon presque superficiel, au-dessous duquel s'étend une large médulle, constituée exclusivement par des hyphes.

CYTOLOGIE. — *Fausse et vraie myogénèse chez les Copépodes pélagiques. Erreur due à la méconnaissance de péridiniens parasites cœlomiques.* Note de M. **Edouard Chatton.**

Dans un Mémoire de belle ampleur et abondamment illustré, paru en 1912, Théodore Moroff [1] a décrit un mode de formation du tissu musculaire chez divers Copépodes pélagiques, dont la connaissance était de nature à révolutionner les notions classiques relatives à la myogénèse. Il y donnait en outre une importante extension à la doctrine chromidiale, selon laquelle peuvent se former de la substance du noyau entier, ou préalablement résolu en nébuleuse, les organes les plus divers et les plus complexes de la cellule : noyaux des gamètes chez les protozoaires (Schaudinn, Goldschmidt et toute leur école), trichocystes des ciliés (Tönniges), cnidocystes des cœlentérés (Moroff), etc.

Voici brièvement résumés les faits relatés par Moroff. Chez les jeunes Copépodes pélagiques (*Paracalanus parvus, Centropages typicus, C. Kröyeri*), même chez les nauplius, il existe, à côté des muscles déjà formés, un tissu embryonnaire myogène qui, tout d'abord localisé au contact du tube digestif, en une masse sphérique plurinucléée, prolifère activement et se répand progressivement dans toute la cavité générale. A tous les stades de son développement ce tissu myogène est syncytial.

Ses noyaux diffèrent de ceux des autres tissus du Copépode. Au repos leur chromatine est divisée en fins granules entourant un nucléole central. Mais cet état est rare et la plupart d'entre eux sont en division. Les granules sont alors rangés en files convergeant vers un centre.

Celui-ci se dédouble et les files de granules forment un fuseau qui finit par se couper en son milieu.

L'auteur souligne l'analogie frappante que présentent ces figures avec celles qu'il a lui-même décrites chez les *Aggregata* (coccidies).

---

(1) *Cyto-histogenetische Studien*, 2. *Ueber die Entwickelung des Muskelgewebes bei Crustaceen* (*Zool. Jahrbücher*, *Abt. f. An. u. Ontog.*, t. 34, p. 559-620, pl. 39-41).

Au terme de cette multiplication nucléaire, ce tissu embryonnaire qui remplit toute la cavité générale est prêt à se muer en muscles. Chose inattendue : certaines de ces parties peuvent aussi se différencier en ovules, que l'on voit inclus dans le syncytium.

Les fibrilles musculaires se différencient, soit directement aux dépens des noyaux, par arrangement de leurs files de granules en disques, soit avec interposition d'un stade chromidial résultant de la dispersion des granules dans tout le plasma environnant. Cette métamorphose est si précipitée que les images en sont très rares dans les prépations. Elle est cependant totale; elle porte sur tous les noyaux du syncytium embryonnaire, et il ne s'en trouve plus aucun dans la masse musculaire qui en résulte.

Si la description et les figures de Moroff peuvent ne point suffire à convaincre les cytologistes de la réalité de cette myogénèse, elles sont pourtant assez fidèles pour me permettre d'affirmer qu'elles se rapportent toutes, non au développement d'un tissu propre aux Copépodes, mais à l'évolution dans leur cœlome de plasmodes de péridiniens parasites, les *Syndinium* que j'ai fait connaître ici même en 1910 (¹), et dont j'ai donné l'étude détaillée en 1919 (²).

Le jeune syncytium embryonnaire accolé au tube digestif n'est autre que le jeune plasmode, tel que je l'ai figuré dans ma monographie. La structure et le mode de cinèse de ses noyaux ne laissent aucun doute quant à sa nature syndinienne. L'envahissement total de la cavité générale du Copépode est la conséquence constante, fatale, de la prolifération du parasite. La présence de fibres musculaires et d'ovules dans le plasmode s'explique par l'infiltration de celui-ci dans tous les interstices des tissus et par la désagrégation qu'il détermine dans leur masse.

Là où Moroff voit la transformation du plasmode en muscles, se place dans la réalité sa résolution en spores. Loin de diffuser, la chromatine se condense, les granules se tassent, les files deviennent des filaments, des chromosomes très nets, qui s'agencent en candélabres à dix branches, que j'ai figurés. Chacun de ces noyaux est le centre de formation d'une spore gymnodinienne. Moroff lui-même a assisté, à son insu, au début de ce phénomène. La figure qu'il donne d'un Copépode plein du plasmode, correspond au stade d'individualisation des spores, reconnaissable à l'orientation des noyaux en files.

Après la mise en liberté de ces spores, le Copépode est mort, il est réduit à un sac de chitine. Toute cette évolution a été déjà relatée en détail dans ma Note de 1910.

Je ne veux point analyser ici toutes les causes de l'erreur commise, ni

---

(¹) *Sur l'existence de dinoflagellés parasites cœlomiques. Les* Syndinium *chez les Copépodes pélagiques* (*Comptes rendus*, t. 102, 1861, p. 654-656).

(²) *Les péridiniens parasites. Morphologie, reproduction, éthologie* (*Archives de Zool. expér. et gén.*, t. 59, p. 1-475, pl. 1-18).

exposer les raisons de ne point s'égarer, que l'auteur aurait pu trouver dans ses préparations mêmes. On me permettra cependant deux commentaires : l'un de méthode, l'autre de doctrine.

Si l'auteur n'avait mis en œuvre du matériel fixé, sans l'avoir préalablement étudié sur le vif, la sporulation des plasmodes ne lui aurait point échappé. Ne lui aurait point échappé non plus cet objet exceptionnellement favorable à l'étude de l'histogénèse musculaire qu'est entre sa quatrième et sa cinquième mue, le mâle du *Paracalanus parvus*, de l'une des espèces mêmes qu'il a étudiées.

Il se produit chez lui à ce moment, en relation avec la maturation de ses produits génitaux, une prolifération de son tissu musculaire telle que celui-ci envahit en très peu de temps toute la cavité générale, et provoque la régression du tube digestif. C'est un phénomène de même ordre que celui que l'on observe dans l'épitoquie des annélides polychètes. Je l'ai signalé brièvement dans mon Mémoire de 1919 comme cause possible d'erreur dans l'étude des parasites de la cavité générale des Copépodes pélagiques. Moroff l'a ignoré. Aucune partie de son étude ne peut s'y rapporter.

Le Mémoire de Moroff participe d'un ensemble de travaux qui ont tiré leur origine de la doctrine chromidiale et qui n'ont eu comme raison d'être que sa vérification, ce qui n'en est point à mes yeux une justification. Issue d'observations exactes, d'une signification très précise, mais par là même très limitée, la notion de chromidies (R. Hertwig) fut ensuite inconsidérément étendue. De par la nature même de son objet, qui est le contraire de toute structure définie, elle a introduit en cytologie et en protistologie une tolérance technique et critique telle qu'une image défectueuse dans une préparation insuffisante, une lacune documentaire, une faute de contrôle peuvent donner l'illusion d'une découverte.

HISTOLOGIE. — *Sur un prétendu tissu interstitiel dans le testicule des Batraciens Urodèles.* Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. L.-F. Henneguy.

Dans une Note récente (¹) M. Christian Champy étudie le cycle saisonnier d'un tissu prétendu interstitiel dans le testicule des Tritons;

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 482.

l'auteur renvoie à un travail antérieur (¹), où il a signalé l'observation de ces éléments endocrines comme une découverte originale.

Je crois utile de faire remarquer que, dès 1904, j'ai, par une Communication à la Société de Biologie (²), à la fois fait connaître l'existence de ce tissu particulier, et décrit son mode de genèse, qui permet de définir sa signification morphologique.

Le testicule des Batraciens Urodèles est contitué, comme on sait, non de tubes séminifères, mais de lobules globuleux appelés *cystes*, séparés les uns des autres par de minces travées conjonctives, et délimités chacun par une couche enveloppante, de signification folliculaire, à l'intérieur de laquelle se fait l'évolution des cellules sexuelles. Après la période génitale, toute une région du testicule subit un processus d'atrophie particulier, que la captivité et le jeûne peuvent rendre plus manifeste, et qui consiste essentiellement en une phagocytose du contenu spermatique de certains cystes par les cellules de l'enveloppe folliculaire. Celles-ci se gonflent vers la cavité du cyste, qu'elles envahissent peu à peu, en englobant les spermatozoïdes pelotonnés sur eux-mêmes par une sorte d'agglutination; tout d'abord parfaitement reconnaissables, les spermatozoïdes sont peu à peu fragmentés, puis désagrégés.

On peut observer, par exemple, des vésicules prenant les colorants plasmatiques qui, comme une ampoule soufflée sur un tube de verre, s'intercalent sur le trajet d'un filament chromatique représentant un tronçon de tête, ou se renflant comme une tête d'épingle à l'extrémité de ce tronçon. Ce sont évidemment là des signes de digestion intra-cellulaire; et cette digestion des spermatozoïdes donne naissance aux inclusions diverses, lipoïdes, grasses, etc. qu'on observe dans le tissu phagocytaire, qui peu à peu se substitue au cyste résorbé. Dans les stades avancés de cette atrophie, les cystes résorbés, considérablement réduits de taille, bourrés de graisse, ont en effet un aspect de glande close, qui pourrait en imposer à un observateur non prévenu; mais il suffit d'avoir suivi pas à pas les étapes de la transformation pour être bien convaincu qu'il s'agit uniquement là d'un tissu dérivant directement de l'enveloppe folliculaire des cystes, et dont la signification morphologique est par suite clairement définie. On peut

(¹) *C. R. Soc. Biol.*, t. 74, 1913, p. 367.

(²) Ch. Pérez, *Résorption phagocytaire des spermatozoïdes chez les Tritons* (*C. R. Soc. Biol.*, t. 56, 1904, p. 783).

d'ailleurs parfois déceler encore par-ci par-là une inclusion chromatique, sous forme d'un filament pelotonné, fragment de spermatozoïde non encore digéré et qui marque indubitablement l'origine du tissu. Ultérieurement ces lobules bourrés de réserves sont colonisés par de nouvelles spermatogonies primitives, à noyau lobé polymorphe, qui donneront, à leur place, naissance à de nouveaux cystes, en voie d'évolution progressive.

On voit que, par sa genèse, le tissu d'aspect endocrine du testicule des Urodèles fait en réalité partie intégrante du cycle évolutif de la partie germinale de la glande sexuelle; il n'a donc rien de commun avec le tissu que, dans le testicule des Mammifères, on a appelé *interstitiel* parce qu'il est précisément insinué dans les intervalles des tubes séminifères. L'emploi d'une même désignation pour deux formations morphologiquement si différentes me paraît ne pouvoir entraîner que des confusions regrettables.

PHYSIOLOGIE. — *Foie, plasma sanguin et sucre protéidique.*
Note de MM. **H. Bierry** et **F. Rathery**, présentée par M. E. Roux.

Les travaux de Cl. Bernard ont non seulement mis en lumière une fonction remarquable du foie qui est de fabriquer le sucre, mais ont révélé un rôle capital du sang qui est de contenir et de transporter ce sucre, dont la présence se maintient à travers les régimes et jusque dans l'inanition elle-même.

Le *glycogène* représentait, pour Cl. Bernard, la seule forme sous laquelle les hydrates de carbone s'incorporent aux tissus, et était par suite la source unique du glucose sanguin. Cependant, à divers états, chez l'animal — inanition prolongée, diabète — le glycogène du foie, en particulier, peut faire totalement défaut, alors que le sang peut conserver une teneur élevée en glucose. Il y a là un point encore obscur qui nous a engagé à vérifier une hypothèse, soulevée autrefois par Pavy, concernant un apport en sucre possible par les albumines hématiques.

Les recherches relatives à l'élaboration ou à la disparition des matières sucrées, dans les divers organes de l'économie, doivent reposer sur une détermination exacte de ces substances, dans le plasma, à l'entrée et à la sortie de l'organe. Or, on ne considère généralement qu'une substance hydrocarbonée, le *sucre libre;* il existe cependant une deuxième forme de la matière sucrée dans le plasma, ainsi qu'il ressort des recherches de l'un de

nous avec L. Fandard, puis avec A. Ranc, qui peut être égale ou nettement supérieure en quantité à la première, le *sucre protéidique;* de sorte que si l'on veut faire l'inventaire des matières hydrocarbonées du sang, il faut évaluer non seulement le sucre libre, mais encore le sucre protéidique.

De ce point de vue nouveau, nous avons tout d'abord entrepris l'étude du plasma sanguin à l'entrée et à la sortie du foie. Nous avons dans de premières recherches comparé, en ce qui concerne la teneur en sucre, le plasma sus-hépatique aux plasmas de la veine porte, de la veine fémorale et au plasma artériel, et nous avons constaté, touchant le plasma sus-hépatique, d'une part une teneur plus grande en sucre libre, et d'autre part une teneur plus faible en sucre protéidique, par rapport aux autres plasmas prélevés simultanément. C'est ainsi que si les chiffres du sucre libre et du sucre protéidique des divers plasmas oscillent respectivement autour de 1^{g} pour 1000^{cm^3} de ces plasmas, le taux du sucre libre du plasma sus-hépatique correspondant dépasse 2^{g}, tandis que le taux du sucre protéidique peut descendre jusqu'à $0^{g},35$ par litre.

Nous avons été amenés à penser qu'il y a, au niveau du foie, un remaniement du plasma sanguin et une mise en liberté du sucre protéidique. En effet, les différences constatées sont au moins de l'ordre de grandeur de celles, trouvées par Chauveau, entre le sucre du sang artériel se rendant au muscle et celui du sang veineux correspondant.

Voulant serrer le problème de plus près, nous avons dosé concurremment dans les divers plasmas : l'eau, le sucre libre, le sucre protéidique et les albumines. Étant donné que le sucre protéidique entre dans la constitution moléculaire des albumines du plasma, il nous a semblé que le rapport de ce sucre protéidique à la teneur en azote de ces protéines :

$$\frac{\text{N protéidique}}{\text{S protéidique}} \quad \text{ou} \quad \frac{N_p}{S_p},$$

teneur qui sert à évaluer globalement ces substances, serait particulièrement instructif dans cette étude des divers plasmas.

Expériences. — Nous avons opéré sur de très gros chiens (25^{kg} à 30^{kg}) à jeun depuis 24 ou 48 heures. Les animaux étaient anesthésiés dans la plus stricte limite; on faisait alors une laparotomie. On prélevait très rapidement et simultanément, le matériel étant préparé d'avance et les intestins maintenus par des compresses chaudes, du sang à la veine fémorale, à la mésentérique supérieure, et à une veine sus-hépatique. Deux ligatures placées au dernier moment, l'une en amont, l'autre en aval des veines sus-hépatiques, permettaient d'éviter un reflux du sang du cœur droit, des

veines diaphragmatiques, et de la veine cave inférieure. On s'assurait à l'autopsie que les ligatures avaient bien été opérantes.

Le sang, reçu au sortir des vaisseaux dans le fluorure de Na était centrifugé immédiatement. On évaluait ensuite l'eau, le sucre libre, le sucre protéidique (par des méthodes déjà décrites par l'un de nous et L. Fandard) et les protéines. Les dosages d'azote étaient faits par la méthode de Kjeldhal (destruction en présence de SO^4Cu et SO^4K^2; distillation de l'ammoniaque à l'appareil de Schlœsing).

Résultats. — Voici, rapportés à 1000$^{cm^3}$ d'eau, quelques résultats concernant les plasmas sus-hépatique et porte, et relatifs au sucre protéidique et au rapport $\frac{N_p}{S_p}$:

	Plasma sus-hépatique pour 1000$^{cm^3}$ d'eau.		Plasma porte pour 1000$^{cm^3}$ d'eau.	
	Sucre protéidique.	$\frac{N_p}{S_p}$.	Sucre protéidique.	$\frac{N_p}{S_p}$.
Chien n° 2...........	0^g,37	13,3	1^g,22	7,3
— n° 5...........	0,93	11	1,23	8,2
— n° 6...........	0,61	13,5	1,10	8,3

Conclusions. — De ces recherches, concernant la teneur en eau, en sucre libre, en sucre protéidique, en protéines, en azote protéique, et le rapport $\frac{N_p}{S_p}$ des divers plasmas : sus-hépatique, porte, etc., nous nous croyons autorisés à conclure que le plasma sanguin subit dans le foie un remaniement qualitatif et quantitatif, et qu'il se fait, en particulier dans cet organe, une libération de sucre aux dépens des protéiques plasmatiques. Étant donnée la circulation intense qui se fait à travers le foie (des centaines de litres de sang par 24 heures), une mise en liberté de sucre, de l'ordre signalé, doit avoir un grand retentissement pour l'organisme.

Il y a là, croyons-nous, une fonction importante du foie qui n'avait pas encore été signalée.

PHYSIOLOGIE. — *Tapis roulant pour l'étude de la marche et du travail.* Note de M. **J.-P. Langlois**, présentée par M. Charles Richet.

Le tapis roulant que nous avons installé est un perfectionnement de l'appareil établi par Bénédict dans le laboratoire de Washington. Sa construction est moins onéreuse, il peut donner des vitesses variant de 2^{km} à 26^{km} à l'heure, et surtout il est susceptible d'offrir une pente variable permettant l'étude de la montée et de la descente à des vitesses différentes.

Il consiste essentiellement en un tapis de cuir sans fin, entraîné par un moteur, selon le système des tapis roulants des grands magasins, avec toutefois la différence que ce tapis glisse en sens contraire de la marche, ayant pour but, non d'aider la progression de ceux qui l'utilisent, mais bien de maintenir en place un sujet qui marche.

La longueur totale du tapis est de 8^{m} et sa largeur de 60^{cm}; il est tendu entre deux poulies de bois de 52^{cm} de diamètre, l'une fixe, l'autre folle, distantes de $3^{m},18$ d'axe en axe; sa longueur utilisable est de $2^{m},80$ environ, ce qui permet d'y faire marcher deux hommes portant un brancard. La tension du tapis est réglable au moyen de deux vis qui agissent sur la poulie folle pour l'écarter ou la rapprocher de l'autre. Entre les deux poulies, le tapis glisse sur un plancher de chêne soigneusement poli et talqué, qui remplace les rouleaux en tubes d'acier de l'appareil de Benédict. La poulie fixe est calée sur un arbre qu'entraîne le moteur par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse. Le tout est naturellement solidement encastré dans un bâti métallique en fer à T entretoisé.

L'inclinaison variable de tout l'ensemble constitue un important perfectionnement. L'arbre sur lequel est calée la poulie fixe dépasse le bâti et est monté sur deux paliers scellés dans le sol; c'est autour de cet arbre qu'oscillera tout l'appareil quand on élèvera l'autre extrémité. Le système élévatoire est simple : deux fortes chaînes sont boulonnées sur l'extrémité du bâti et passent sur les pignons d'un treuil scellé dans le mur 3^{m} plus haut. Au bout de chaque chaîne pend un contrepoids de 80^{kg}, qui contre-balance en partie le poids de l'appareil soulevé. L'extrémité mobile du bâti porte un gros ergot qui glisse dans un fer en U servant de guide. L'appareil, même levé, conserve donc une stabilité parfaite.

L'inclinaison maxima peut atteindre 35^{cm} par mètre; l'adhérence du pied sur le tapis est, à ce moment, à peine suffisante pour maintenir le sujet. Le mouvement est donné par un moteur électrique de 5 HP. Ne disposant du courant monophasé de 42 périodes sous 110 volts de tension, il était très difficile de modifier considérablement la vitesse d'un moteur. On a dû recourir, pour obtenir les variations de vitesse nécessaires, au décalage des balais. Ce dispositif présente un grave inconvénient : on est obligé de partir en grande vitesse et de ralentir peu à peu jusqu'à la vitesse voulue.

Deux petites banquettes, fixées sur le bâti à droite et à gauche du tapis, permettent au sujet de ne commencer à marcher qu'au moment où la vitesse convenable est atteinte. Enfin un dispositif de sécurité permet d'arrêter instantanément l'appareil en tirant en arrière la rampe droite qui agit sur un disjoncteur.

Un ventilateur disposé à l'avant ou à l'arrière du marcheur permet, d'autre part, d'atténuer les erreurs dues au déplacement de l'air et d'étudier l'influence de la vitesse du vent sur les réactions du sujet.

Pour étudier les échanges respiratoires, le sujet porte un masque Tissot modifié, communiquant avec un spiromètre enregistreur, l'échantillonnage se faisant en dérivation.

La pression artérielle est prise pendant la marche avec l'oscillographe de Pachon contrôlé par des mesures au Riva Rocci et au Vaquez. La tempéra-

ture sera observée avec une sonde thermo-électrique dont le réglage n'est pas terminé.

L'objection la plus grave qui ait été faite à ces appareils est que le sujet marchant sur le tapis ne progresse pas et surtout ne monte pas, si le tapis est incliné, il n'y a pas déplacement d'un point à un autre. Cette objection peut être réfutée par le calcul comme elle l'est par l'expérience.

En vertu du principe d'inertie, on ne change rien aux forces d'un système si l'on ajoute à l'ensemble de ce système un mouvement de translation à vitesse constante, c'est-à-dire un mouvement correspondant à l'équation $X = A + bt$ dont la vitesse $\frac{dx}{dt} = b$ et dont l'accélération γ dérivée seconde est $= 0$.

On a donc le droit de supposer le trottoir et son passager entraînés d'un mouvement de translation uniforme d'ensemble, ayant pour effet d'annuler la vitesse de la partie supérieure du trottoir sur laquelle marche le sujet; il en résulte que ce dernier sera entraîné précisément avec cette vitesse de translation uniforme, c'est-à-dire que tout se passe pour lui comme s'il marchait sur un trottoir immobile en progressant réellement, avec une vitesse uniforme, dirigée dans le sens inverse de celle qui est donnée effectivement au tapis. Le même raisonnement peut être appliqué à la montée.

Les nombreuses observations de Bénédict en marche horizontale, les nôtres encore peu nombreuses en marche horizontale ou avec pente de 5 à 20 pour 100, démontrent que les résultats obtenus concordent avec ceux des observateurs travaillant en marche sur piste fixe. Et même les observations du professeur Waller, les premières faites sur cet appareil, indiquent un chiffre de dépense plus élevé que sur piste fixe, mais ceci s'explique facilement, les premières marches sur le tapis roulant surprennent le marcheur, qui a besoin d'une adaptation.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Hémoprévention et hémovaccination anti-aphteuses.* Note de MM. **H. Vallée** et **Carré**, présentée par M. Leclainche.

Les propriétés spécifiques du sang des Bovidés guéris de la fièvre aphteuse ont été mises en évidence, depuis de longues années déjà, par Löffler et Frosch, Perroncito, Roux, Nocard, Carré et Vallée.

Devant l'impossibilité d'obtenir en quantité suffisante des sérums antiaphteux efficaces, divers auteurs furent tout naturellement conduits à utiliser, dans la lutte contre la redoutable épizootie, le sang ou le sérum d'animaux guéris (Perroncito, Kuypers, Beijers, Broersma, Aukema, Lebailly, Desliens, etc.).

Entièrement satisfaisants pour les uns, des plus discutables pour les autres, les résultats rapportés dans les diverses publications françaises ou étrangères devaient être comparés, opposés entre eux, soumis aussi à un contrôle expérimental.

Reprenant nos premiers travaux, poursuivis avec Nocard et Roux dès 1902, nous formulons aujourd'hui une opinion ferme sur la valeur de la méthode et les conditions de son utilisation. La voici sommairement résumée :

I. De même que les producteurs expérimentaux de divers sérums thérapeutiques, les bovins guéris de fièvre aphteuse ne fournissent point tous, à conditions égales d'infection, des sangs également actifs.

Il est donc nécessaire, dans le but de régulariser les résultats de l'hémothérapie, d'utiliser dans la plus large mesure possible un mélange homogène de sangs citratés empruntés, à tout un groupe d'animaux, du *douzième au quinzième jour après l'éruption vésiculeuse*. On n'utilisera dans aucun cas le sang recueilli chez un seul convalescent, si grave qu'ait pu paraître l'infection qu'il a subie. Il y a lieu d'ailleurs, dans l'appréciation de la gravité de l'évolution de la maladie, chez un malade, de ne point confondre ce qui revient à l'infection proprement dite et ce qui relève de complications diverses survenues sur les lésions de sortie du virus.

II. Additionné d'un antiseptique, le sang citraté peut être conservé au frigorifique à $+1^{\circ}$ durant au moins trois mois sans rien perdre de ses qualités utiles.

III. En aucun cas, la dose employée, quelle que soit l'espèce animale traitée, ne sera inférieure à 1^{cm^3} de sang par kilogramme du poids vif à protéger [1].

IV. Les conditions ci-dessus précisées étant satisfaites, les injections de sang citraté provenant d'animaux guéris se révèlent très régulièrement

---

[1] Nous avons signalé déjà, en 1903, que la dose efficace de sérum provenant d'animaux guéris oscille entre 500^{cm^3} et 1000^{cm^3} (*Revue générale de Médecine vétérinaire*, t. 1, 1903, p. 372).

pourvues de qualités préventives entières, qui permettent aux animaux qui en bénéficient de résister victorieusement, tant à la contamination naturelle qu'à l'inoculation sous-cutanée de doses massives de virus aphteux (lymphe virulente, $\frac{1}{20}$ de centimètre cube; sang virulent, 5^{cm^3} et 10^{cm^3}).

V. La durée de l'immunité conférée n'excède pas 15 jours dans la plupart des cas. Elle peut être prolongée de temps égaux à la faveur d'une seconde ou d'une troisième injection effectuées dans les mêmes conditions que la première.

VI. Seuls sont prémunis les sujets encore indemnes au moment de l'injection préventive. Pratiquée au cours de l'incubation de la maladie, l'injection de sang d'animaux guéris n'entrave en rien la marche de l'infection qui, cependant, évolue sous une forme d'apparence plus bénigne.

Si fructueuse que puisse être l'utilisation pratique de l'hémoprévention, surtout pour l'infaillible conservation des jeunes sujets, elle demeure d'un intérêt limité au regard du bénéfice qu'on peut attendre d'une méthode susceptible de conférer aux organismes à protéger une résistance d'une plus longue durée.

Les tentatives réalisées dans ce but par Löffler, Nocard, Roux et nous-mêmes, Cosco et Aguzzi, etc., sont bien connues. La plupart d'entre elles tendaient à des essais de séro-vaccination.

Nous avons repris nos recherches en ce sens en utilisant le sang issu d'animaux guéris, diversement associé au virus aphteux, représenté soit par des lymphes aphteuses ou des broyages d'épithéliums filtrés sur bougie, soit, de préférence, par du sang virulent défibriné.

Sous le couvert d'une injection de sang d'animaux guéris, effectuée dans les conditions ci-dessus précisées, on peut impunément inoculer aux bovidés et au mouton des doses de 1^{cm^3} à 10^{cm^3} de sang virulent, soit au moment même de l'injection du sang préventif, soit 5 jours plus tard.

Les animaux ainsi traités, éprouvés (alors qu'ils ont en toute certitude éliminé le sang par eux reçu à titre préventif) soit par contact avec des malades, soit par aphtisation, résistent à l'infection. En dehors du laboratoire, ils traversent sans dommage toute une épizootie sans contracter la maladie.

Des expériences en cours établiront la durée de l'immunité ainsi conférée, sa valeur au regard des virus aphteux de races ou d'activités diverses, et s'il convient de donner la préférence à l'inoculation simultanée du sang d'animaux guéris et du virus, ou aux inoculations successives de l'un et de l'autre.

En exécution des décisions de la Conférence internationale pour la lutte contre les épizooties, récemment ouverte à Paris, il nous a paru indiqué de livrer, sans plus de délai, des conclusions qui portent sur des centaines d'animaux, au contrôle des expérimentateurs chargés, en divers pays, de l'étude de la fièvre aphteuse.

MÉDECINE. — *La chronaxie dans la dégénérescence Wallérienne neuro-musculaire, chez l'homme.* Note [1] de M. **Georges Bourguignon**, transmise par M. d'Arsonval.

L. Lapicque appelle *Chronaxie* le temps de passage du courant nécessaire pour obtenir le seuil de la contraction avec une intensité double de celle qui donne le seuil avec une fermeture prolongée de courant constant (courant de piles ou d'accumulateurs) : ce seuil est appelé *Rhéobase*. La chronaxie caractérise l'excitabilité.

Si la résistance du circuit est connue, on peut mesurer la chronaxie à l'aide des décharges de condensateurs.

A l'aide des décharges de condensateurs, j'ai réussi à mesurer la chronaxie à travers les téguments et j'ai donné la valeur de la chronaxie normale des muscles squelettiques de l'homme et leurs nerfs, et ses lois [2]. Depuis, j'ai simplifié la technique [3]. Des recherches de contrôle avec le pistolet de Weiss ont confirmé l'exactitude de la méthode [4].

En appliquant à la dégénérescence Wallérienne neuro-musculaire la mesure de l'excitabilité par la chronaxie, j'ai obtenu des résultats qui ont été consignés dans le pli cacheté déposé le 9 octobre 1916 et que je viens de faire ouvrir.

Mes recherches actuelles ont porté sur 400 sujets, dont 330 blessés de guerre, qui réalisaient de véritables expériences, et ont confirmé mes premiers résultats.

Les lésions des nerfs périphériques s'accompagnent de dégénérescence des muscles. Quand les muscles striés dégénèrent, leur contraction, normalement vive, se ralentit et devient d'abord galvanotonique (contraction tonique pendant le passage du courant constant) avec début brusque, puis franchement lente.

---

(1) Séance du 30 mai 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 956, et t. 163, 1916, p. 68; *Bull. Soc. Biol.*, 17 juin et 1er juillet 1916.

(3) *Bull. Soc. Biol.*, 30 avril 1921.

(4) G. Bourguignon et H. Laugier, *Bull. Soc. Biol.*, 5 mars 1921.

On dit que la dégénérescence est totale quand il y a inexcitabilité par le nerf, et partielle quand l'excitation par le nerf est encore possible.

I. *Dégénérescence totale.* — La chronaxie est sensiblement la même quelle que soit la région du muscle excitée et dépasse rapidement $0^s,01$. Elle peut atteindre $0^s,07$. (Les chronaxies normales de l'homme sont comprises entre $0^s,0001$ et $0^s,0007$ suivant les muscles.) La contraction devient lente.

II. *Dégénérescence partielle.* — A l'état normal, la chronaxie est sensiblement la même sur le nerf, au point moteur du muscle (point de pénétration du nerf dans le muscle) et par excitation longitudinale (électrode active placée sur le tendon ou à l'union du tendon et du muscle).

Mes expériences sur la dégénérescence partielle caractérisée (3 semaines à 6 mois après la blessure ou le début de la maladie) par excitation avec le pôle négatif, ont donné les résultats suivants :

1° La chronaxie est différente suivant le siège de l'excitation : sur le nerf elle reste normale ou s'élève un peu : la contraction par le nerf est vive.

Par excitation longitudinale la chronaxie est grande : la contraction est galvanotonique avec début brusque, ou franchement lente.

Au point moteur du muscle, la chronaxie est intermédiaire aux deux précédentes et se rapproche davantage de celle du nerf ou de celle de l'excitation longitudinale, suivant la forme de la contraction.

La chronaxie de la contraction vive est normale ou légèrement augmentée, sans jamais dépasser 15 fois la valeur normale.

La chronaxie du galvanotonus à début brusque est toujours supérieure à 15 fois la valeur normale et inférieure à $0^s,01$.

La chronaxie de la contraction lente dépasse toujours 50 fois la valeur normale (au moins $0^s,01$) et peut augmenter jusqu'à $0^s,07$.

2° Dans certains cas favorables, on peut prendre successivement, au point moteur, la chronaxie d'une contraction vive et la chronaxie d'une contraction lente.

3° En faisant le rapport du temps utile (temps minimum de passage du courant donnant le seuil avec la même intensité que la fermeture du courant continu) à la chronaxie, on trouve un rapport plus grand qu'à l'état normal.

Si au lieu de mesurer directement la chronaxie on la calcule en cherchant le seuil avec deux capacités différentes, grandes (1^{mf} à 4^{mf}) ou petites ($0^{mf},1$ à $0^{mf},5$), on trouve une chronaxie répondant au temps utile avec les grandes capacités, et une chronaxie répondant à la chronaxie mesurée directement avec les petites capacités.

Ces faits montrent que le muscle en dégénérescence partielle n'est pas homogène. Il n'a pas *une chronaxie*, mais au moins *deux chronaxies*, et il est composé de fibres vives et de fibres lentes. Le terme *partielle* doit s'entendre comme désignant la répartition de la lésion à *une partie des fibres*, et non le degré de la lésion.

Conclusions. — 1. Le muscle en dégénérescence totale est *homogène*, composé exclusivement de fibres lentes.

2. La contraction restée vive a une chronaxie ne dépassant jamais 15 fois la valeur normale. C'est ce qu'on trouve aussi bien dans le début de la dégénérescence que dans les atrophies réflexes.

Le galvanotonus a une chronaxie comprise entre 15 fois la normale et moins de $0^s,01$; elle oscille en général entre $0^s,001$ et $0^s,008$. La contraction lente a une chronaxie comprise entre $0^s,01$ et $0^s,07$.

3. Le muscle en dégénérescence partielle est *hétérogène*. Il n'a pas une chronaxie, mais au moins deux chronaxies, et est composé d'un mélange de fibres vives et fibres lentes.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances d'avril 1921.

Fédération française des sociétés de sciences naturelles. Office central de faunistique. *Faune de France*. I : *Echinodermes*, par R. Kœhler. Paris, Paul Lechevalier; 1 vol. 23^{cm}. (Présenté par M. Bouvier.)

Mémoires concernant l'histoire naturelle de l'Empire chinois, par des Pères de la Compagnie de Jésus. Tome VI. Premier Cahier : *L'herbier de Zi-ka-wei. Herborisations dans le Kiang-sou en* 1918. Chang-Haï, Imprimerie de la Mission catholique, 1920; 1 vol. 43^{cm}. (Présenté par M. H. Lecomte.)

Bibliothèque de culture générale. *Histoire de la formation du sous-sol de la France. Les anciennes mers de la France et leurs dépôts*, par Léon Bertrand. Paris, Ernest Flammarion, 1921; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. Pierre Termier.)

Atlas météorologique de Paris, par Joseph Lévine. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 34^{cm}. (Présenté par M. Bigourdan.)

Nouveau traité des eaux souterraines, par E.-A. Martel. Paris, Doin, 1921; 1 vol. 24^{cm}.

Actes du Muséum d'histoire naturelle de Rouen. *Discours sur l'évolution des connaissances en histoire naturelle*, par Georges Pennetier. IVe Partie, XVIIIe-XIXe siècles. Botanique. Rouen, Imprimerie administrative de la ville, 1917. 1 vol. 24^{cm}.

Programme général des études de physique et de mécanique intéressant le Service technique de l'Aéronautique. Ministère des Travaux publics. Sous-Secrétariat d'État de l'Aéronautique et des Transports aériens. Service technique aéronautique. 1 fasc. 31^{cm}.

Précis de médecine légale, par A. Lacassagne et Étienne Martin. Paris, Masson et Cie, 1921; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. Widal.)

(*A suivre.*)

ERRATA.

—

(Séance du 9 mai 1921.)

Note de M. *St. Procopiu*, Sur la biréfringence électrique des Liqueurs mixtes et la structure cristalline :

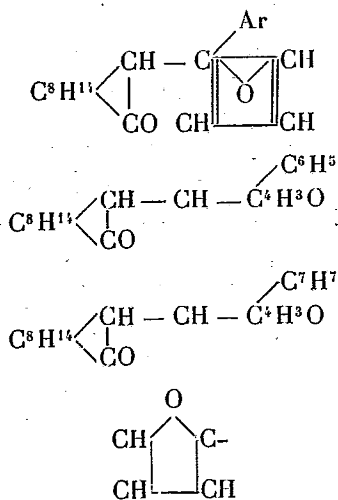
Page 1174, ligne 9, *au lieu de* 555g par litre, *lire* 55g par litre.

(Séance du 30 mai 1921.)

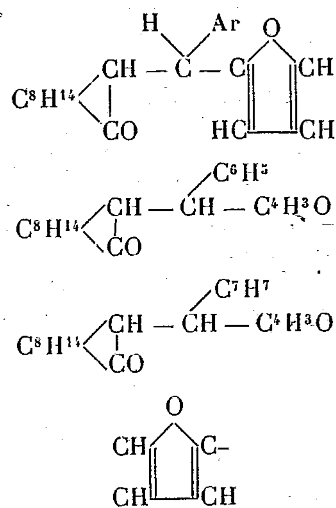
Note de Mlle *Wolff*, Sur le furfuralcamphre et quelques-uns de ses dérivés :

Page 1359, lignes 5, 15, 18 et note (1) du bas de la page, remplacer les formules suivantes :

Au lieu de :

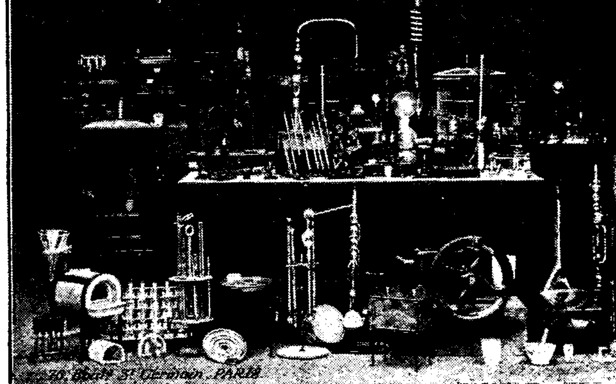


Lire :








ÉTABLts FRANÇAIS BREWER FRÈRES PARIS-NANTES

GAUTHIER-VILLARS, Imprimeurs-Éditeurs
55, Quai des Grands-Augustins PARIS (6e)

AGENDA LUMIÈRE-JOUGLA. In-8 (15×10) de 510 pages environ. Cartonné .... 4 fr.

COURRÈGES (A.), praticien. — Ce qu'il faut savoir pour réussir en Photographie. 3e édition, revue et corrigée. In-16 (19×12) de XIII-184 pages; 1907 .... 5 fr.

KLARY (C.). — L'Art de retoucher les négatifs photographiques. 6e tirage. In-16 (19×12), avec figures 1920. 5 fr.

PUYO (C.). — Notes sur la Photographie artistique. Texte et illustrations de l'auteur. In-4 raisin, avec 11 planches en héliogravure et 39 phototypogravures dans le texte; 1896. 20 fr.

Une planche spécimen est envoyée franco sur demande.

N° 23.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 6 Juin 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CORRESPONDANCE.

54466 — 6-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : E. Thouzellier.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 24 (13 Juin 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET C[ie], IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

Article 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

Article 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

Article 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

Article 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

Article 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JUIN 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Appell**, en présentant à l'Académie un opuscule intitulé *Éléments de la Théorie des vecteurs et de la Géométrie analytique*, s'exprime comme il suit :

Avant la guerre, les Allemands avaient publié des collections nombreuses d'opuscules portant sur des questions de littérature, d'art, d'histoire, de philosophie et de science; il est très important, pour le rayonnement de la pensée française, que des collections analogues se publient en France; la librairie Payot en a commencé une : j'ai tenu à l'encourager en lui donnant la matière de ce petit volume de 147 pages. Les formules fondamentales de la Géométrie analytique s'y trouvent rattachées à celles de la Théorie des vecteurs : projections et grandeur d'un vecteur; angle de deux vecteurs; conditions de parallélisme ou de perpendicularité de deux vecteurs.

S. A. S. **Albert de Monaco** fait hommage à l'Académie des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht :* Fascicule LIX : *Antipathaires provenant des campagnes des yachts* Princesse-Alice *et* Hirondelle II (1903-1913), par Ch. Gravier.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des votants, M. **Widal** est désigné pour faire partie de la *Commission supérieure des maladies d'origine professionnelle*, en remplacement de M. *A. Laveran*, démissionnaire.

CORRESPONDANCE.

Le **Sous-Directeur de l'École d'Anthropologie** fait connaître à l'Académie l'emploi qui a été fait d'une partie de la subvention accordée en 1920 sur la *fondation Loutreuil* pour la publication de la *Revue anthropologique*.

Le **Secrétaire du Comité d'exécution pour l'érection d'un monument à la mémoire de l'astronome La Caille, à Rumigny** (Ardennes), annonce à l'Académie que l'inauguration de ce monument aura lieu le samedi 30 juillet prochain.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° P. Charbonnier. *Traité de Balistique extérieure.* Tome I : *Balistique extérieure rationnelle. Les théorèmes généraux de la Balistique.* (Présenté par M. Sebert.)

2° M. Klippel. *L'évolution de l'organisme et la maladie.* (Présenté par M. Bazy.)

3° Léon Karasinski. *Wytrzymałość tworzyw.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations de Fredholm à intégrales principales au sens de Cauchy.* Note de M. **Gaston Bertrand**.

1. Certains problèmes de Physique mathématique, notamment celui des marées, conduisent à des équations intégrales dans lesquelles les intégrales ordinaires sont remplacées par leur valeur principale au sens de Cauchy. Il est donc utile d'en approfondir la théorie ébauchée par Poincaré. Dans ce qui suit, on désignera la valeur principale par le signe somme habituel suivi d'un accent.

Théorème I. — *Étant donnée une courbe* fermée C *à tangente unique sur laquelle se meut la variable complexe x, et une fonction $f(x)$ holomorphe dans une bande $\mathcal{D}$ à cheval sur* C; *si l'on prend dans cette bande un contour fermé* M

intérieur à C et un contour fermé M' extérieur, on a

$$\int_C' \frac{f(y)\,dy}{y-x} = \frac{1}{2}\int_M \frac{f(y)\,dy}{y-x} + \frac{1}{2}\int_{M'} \frac{f(y)\,dy}{y-x},$$

ce qui ramène les intégrales de Cauchy aux intégrales ordinaires.

Théorème II. — *$f(x)$ étant la fonction précédente, $A(x,y)$ et $B(x,y)$ deux fonctions des deux variables complexes x et y holomorphes dans la même bande $\mathfrak{D}$, on a*

$$\int_C' \frac{B(x,y)}{y-x}\,dy \int_C' \frac{A(y,z)}{z-y} f(z)\,dz = -\pi^2 B(x,x)A(x,x)f(x) + \int_C BA(x,z)f(z)\,dz,$$

en posant

$$BA(x,z) = \frac{1}{2}\int_{M+M'} \frac{B(x,y)}{y-x}\,\frac{A(y,z)}{z-y}\,dy$$

ou, s'il y a lieu,

$$BA(x,z) = \int_C' \frac{B(x,y)}{y-x}\,\frac{A(y,z)}{z-y}\,dy.$$

Cette formule fondamentale permet d'*itérer* les noyaux singuliers. Un changement de variables la rend applicable au domaine réel.

Théorème III. — *Soient $M(x,y)$ et $N(x,y)$ deux noyaux, admettant la période Ω par rapport à x et à y, holomorphes dans de petites bandes à cheval sur les axes réels des x et des y, sauf au point $y=x$ où l'on a*

$$M(x,y) = M_0(x,y) + \frac{M_1(x)}{y-x}, \qquad N(x,y) = N_0(x,y) + \frac{N_1(x)}{y-x}.$$

$f(x)$ ayant la même période et le même domaine d'holomorphie, on trouve

$$\int_0^{'\Omega} N(x,y)\,dy \int_0^{'\Omega} M(y,z)f(z)\,dz$$
$$= -\pi^2 N_1(x)M_1(x)f(x) + \int_0^{\Omega} f(z)\,dz \int_0^{'\Omega} N(x,y)M(y,z)\,dy.$$

C'est la formule d'*interversion* de l'ordre des intégrations dans une intégrale double avec valeurs principales.

2. *Application à la théorie des marées.* — La première question à résoudre est la suivante : *Trouver une fonction $\varphi(x,y)$ harmonique à l'intérieur d'un domaine $\mathfrak{D}$ et satisfaisant sur son contour C à la relation*

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} + \frac{2\omega i}{\mu}\cos\theta\,\frac{\partial\varphi}{\partial s} = \chi(s),$$

ω est la vitesse de rotation de la Terre, μ une quantité réelle, θ une fonction connue de s.

Si l'on pose

$$\varphi(x, y) = \int_C \log\frac{1}{r}\rho(s')\,ds',$$

on sera amené à considérer la dérivée tangentielle d'un potentiel de simple couche, dérivée qui a pour expression une intégrale dont on ne prend que la valeur principale. On obtient ainsi, avec les notations habituelles, l'équation

$$\pi\rho(s) = -\chi(s) + \int_C \rho(s')\frac{\cos\psi}{n}\,ds' + \frac{2\omega i\cos\theta}{\mu}\int_C' \rho(s')\frac{\sin\psi}{r}\,ds'.$$

Si la courbe C est *régulièrement analytique*, le noyau $\frac{\sin\psi}{r}$ n'a pour toute singularité qu'un pôle simple de résidu 1, on peut appliquer le théorème IV et l'itération donne

$$\left(1 - \frac{4\omega^2\cos^2\theta}{\mu^2}\right)\rho(s) = \Theta(s) + \int_C k(s, s'')\rho(s'')\,ds''.$$

Si $1 - \frac{4\omega^2\cos^2\theta}{\mu^2}$ ne s'annule pas, on a une équation de Fredholm ordinaire;

Si $1 - \frac{4\omega^2\cos^2\theta}{\mu^2}$ s'annule, l'équation obtenue rentre dans le type de celles que M. Picard a appelées *équations de troisième espèce*.

3. *Application aux équations de première espèce:*

Exemple I. — $f(x)$ étant donnée, résoudre par des fonctions holomorphes $\varphi(x)$ l'équation

$$f(x) = \frac{1}{\pi i}\int_C' \frac{\varphi(y)\,dy}{y - x}.$$

On trouve aisément, en remarquant que

$$\mathrm{BA}(x, z) = \frac{1}{2}\int_{M+M'} \frac{dy}{(y-x)(z-y)} = 0,$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi i}\int_C' \frac{f(y)\,dy}{y - x},$$

et cette formule peut être vérifiée en prenant pour C une circonférence et en remplaçant $f(x)$ et $\varphi(x)$ par leurs développements en série de Laurent.

Exemple II. — Trouver la densité $g(y)$ d'une simple couche répandue sur une circonférence de rayon 1 connaissant en chaque point de celle-ci la composante tangentielle de l'attraction $\pi f(x)$ (x et y représentent l'arc). L'équation du problème est

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{g(y)\,dy}{2\operatorname{tang}\frac{y-x}{2}}$$

et l'application de la formule du théorème III donne immédiatement

$$g(x) = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{f(y)\,dy}{2\operatorname{tang}\frac{y-x}{2}} + \mathrm{C}.$$

Pour une circonférence il y a donc une sorte de réciprocité entre la densité de la simple couche et la composante tangentielle de son attraction.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions qui admettent un théorème d'addition algébrique.* Note de M. **H. Mineur.**

I. Soit $z = \psi(x; y)$ une fonction de deux variables possédant les propriétés suivantes :

1° Quels que soient x, y, z, on a

$$\psi[x; \psi(y; z)] = \psi[\psi(x; y); z];$$

2° Il existe un nombre α tel que

$$\psi[\alpha; x] = x, \qquad \psi[x; \alpha] = x$$

quel que soit x.

Posons

$$\psi_0(x) = \alpha, \quad \psi_1(x) = x, \quad \psi_2(x) = \psi[x; x], \quad \ldots, \quad \psi_n(x) = \psi[x; \psi_{n-1}(x)],$$

désignons par $\psi_{\frac{1}{n}}(x)$ la fonction inverse de $\psi_n(x)$ et par $\psi_{\frac{p}{q}}(x)$ la fonction $\psi_p\left[\psi_{\frac{1}{q}}(x)\right]$, définissons $\psi_{-n}(x)$ par la condition

$$\psi[\psi_{-n}(x); \psi_n(x)] = \alpha;$$

$\psi_n(x)$ se trouve définie pour toutes les valeurs du nombre rationnel n et vérifie

$$\psi[\psi_n(x); \psi_p(x)] = \psi_{n+p}(x); \qquad \psi_n[\psi_p(x)] = \psi_{np}(x).$$

II. Supposons que la fonction considérée $z = \psi(x, y)$ soit une fonction analytique holomorphe dans le voisinage de $x = \alpha$, $y = \alpha$. Il existe alors une fonction analytique et une seule $f(x, t)$, holomorphe lorsque x et t sont voisins respectivement de α et de o, qui se réduit à $\psi_t(x)$ lorsque t est rationnel. Nous poserons

$$\psi_t(x) = f(x, t).$$

Il résulte de la formule

$$\psi[\psi_t(x); \psi_{t'}(x)] = \psi_{t+t'}(x)$$

que $\psi(x; y)$ est symétrique par rapport à x et à y; cette fonction est dite *indéfiniment symétrique*.

III. L'équation fonctionnelle

$$(1) \qquad f(x+y) = \varphi[f(x), f(y)],$$

où $\varphi(x; y)$ est indéfiniment symétrique et où $f(x)$ est l'inconnue, admet une infinité de solutions holomorphes dans le voisinage de $x = 0$ et se réduisant à α pour $x = 0$. Elles sont toutes de la forme $f(x) = \varphi_x(C)$, où C est une constante arbitraire.

Réciproquement, s'il existe une fonction vérifiant cette équation fonctionnelle, $\varphi(x, y)$ est indéfiniment symétrique.

On peut en déduire que tout groupe continu à un paramètre est permutable et semblable au groupe des translations à un paramètre.

IV. Étudions le cas où $z = \varphi(x,y)$ est une branche de fonction algébrique définie par l'équation

$$(2) \qquad \Phi(x, y; z) = 0.$$

Les fonctions $f(u)$ définies par (1) admettent le théorème d'addition algébrique

$$(3) \qquad \Phi[f(u), f(v); f(u+v)] = 0$$

et par conséquent rentrent dans l'un des trois types suivants : fonction algébrique; fonction algébrique de e^{ku}; fonction algébrique d'une fonction elliptique.

Nous sommes donc conduits à étudier le théorème d'addition de ces fonctions.

V. Le cas le plus simple est celui où $f(u)$ est uniforme :

Soit $f(u)$ une fonction elliptique et

$$(3) \qquad \Phi[f(u), f(v); f(u+v)] = 0$$

son théorème d'addition, on démontre les résultats suivants :

1° L'élimination de t entre les équations $\Phi(x, y; t) = 0$, $\Phi(t, z; Z) = 0$ conduit à une relation $\Phi(x, y, z; Z) = 0$ symétrique en x, y, z.

2° Il existe une valeur α et une seule telle que $\Phi(x; \alpha; x) = 0$.

3° Il existe une seule racine $z = \varphi(x, y)$ de l'équation (2), holomorphe lorsque x et y sont voisins de α, égale à α lorsque $x = \alpha$, $y = \alpha$, et symétrique par rapport à x et à y; cette racine vérifie $\varphi(x, \alpha) = x$.

VI. Réciproquement, supposons que Φ vérifie les conditions précédentes, la racine $z = \varphi(x, y)$, définie au 3° est indéfiniment symétrique, la fonction $f(u) = \varphi_u(C)$, où C est une constante, est holomorphe dans le voisinage de $u = 0$ et vérifie l'équation (3); il est facile de suivre son prolongement analytique et de voir qu'elle est uniforme.

Les conditions du paragraphe V sont donc nécessaires et suffisantes pour qu'il existe une fonction uniforme vérifiant l'équation (3). On peut reconnaître facilement si les fonctions ainsi définies sont rationnelles, rationnelles en e^{hu} ou elliptiques.

VII. Soit

$$\Phi[X(u), X(v); X(u+v)] = 0 \tag{3}$$

le théorème d'addition d'une fonction algébrique X d'une fonction elliptique $f(u)$.

La condition 1° du paragraphe V est toujours vérifiée par Φ; il existe n valeurs $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ telles que

$$\Phi(x, \alpha_i; x) = 0,$$

et pour chacun de ces nombres α_i la condition 3° est vérifiée.

Réciproquement, on démontre que si $\Phi(x, y, z)$ satisfait aux conditions précédentes, il existe une infinité de fonctions $X(u)$ admettant n déterminations dans tout le plan et vérifiant l'équation (3). Ce sont des fonctions algébriques de fonctions uniformes de u.

Le polynome Φ étant donné, on peut former par des calculs rationnels une relation algébrique

$$F(x, X) = 0$$

telle que les solutions $X(u)$ de l'équation (3) soient définies par une équation de la forme

$$F[f(u), X(u)] = 0,$$

où $f(u)$ est une fonction uniforme; par élimination, on pourra former le théorème d'addition de $f(u)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions hypercylindriques.*
Note de M. J. KAMPÉ DE FÉRIET, présentée par M. Appell.

Les fonctions considérées récemment par M. Pierre Humbert (¹), sous le nom de *fonctions hypercylindriques*, jouent par rapport aux fonctions harmoniques dans l'espace à un nombre quelconque de dimensions le même rôle que les fonctions cylindriques de Bessel dans l'espace à trois dimensions. Dans l'expression d'une fonction harmonique en coordonnées hypercylindriques, M. Humbert introduit, outre des fonctions à une variable, se déduisant par dérivation des polynomes de Gegenbauer, une fonction $G(\alpha, \beta, \gamma, x, y)$ qui est une dégénérescence de la fonction hypergéométrique de M. Appell $F_3(\alpha, \alpha', \beta, \beta', \gamma, x, y)$. *Je voudrais montrer que l'on peut donner de ces fonctions harmoniques une expression simple et symétrique, où n'interviennent pas d'autres éléments que les fonctions hypersphériques à n variables et les fonctions ordinaires de Bessel.* Il suffit, dans ce but, de substituer un système de coordonnées symétriques, aux coordonnées polaires θ, φ_1, ..., φ_{n-1} employées par M. Humbert.

Considérons, dans l'espace à $n+3$ dimensions où les coordonnées rectangulaires sont z_1, ..., z_{n+3}, le système de coordonnées curvilignes défini par

$$z_1 = rx_1, \quad z_2 = rx_2, \quad \ldots, \quad z_n = rx_n,$$
$$z_{n+1} = r\sqrt{X_n}\cos\varphi, \quad z_{n+2} = r\sqrt{X_n}\sin\varphi, \quad z_{n+3} = t,$$
$$(X_n \equiv 1 - x_1^2 - \ldots - x_n^2 \geqq 0, \quad 0 \leqq \varphi \leqq 2\pi, \quad -\infty \leqq t \leqq +\infty)$$

(le passage des variables x_1, ..., x_n aux angles polaires θ, φ_1, ..., φ_{n-1} est immédiat).

Dans ce système, où les surfaces $r=$ const. sont des hypercylindres (C) de révolution autour de l'axe des z_{n+3}, l'équation de Laplace s'écrit

$$(1) \quad \frac{1}{r^{n-1}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{n+1}\frac{\partial F}{\partial r}\right) + r^2\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{1}{X_n}\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \sum_{j=1}^{j=n}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\partial F}{\partial x_j} - x_j\left(x_1\frac{\partial F}{\partial x_1} + \ldots + x_n\frac{\partial F}{\partial x_n}\right)\right] = 0.$$

(¹) PIERRE HUMBERT, *Sur les fonctions hypercylindriques* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 490); *Les fonctions hypercylindriques dans l'espace à $n+2$ dimensions* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 537); *The Confluent Hypergeometric Functions of two variables* (*Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, vol. 41, Part I, n° 9, 1921).

Cherchons, par analogie avec la méthode classique pour l'espace ordinaire, à déterminer une solution F de la forme

$$F = e^{\lambda t}P(x_1, \ldots, x_n)f(r)\,{}^{\cos}_{\sin}\,k\varphi$$

(λ constante arbitraire, k entier positif).

Il est clair que l'équation de Laplace est satisfaite lorsque l'on a

$$\left[\mu(\mu+n) - \frac{k^2}{X_n}\right]P + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\partial P}{\partial x_j} - x_j\left(x_1\frac{\partial P}{\partial x_1} + \ldots + x_n\frac{\partial P}{\partial x_n}\right)\right] = 0,$$

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{n+1}{r}\frac{df}{dr} + \left[\lambda^2 - \frac{\mu(\mu+n)}{r^2}\right]f = 0.$$

Or, en supposant que μ est un entier positif supérieur à k, la première équation est vérifiée quand on prend pour P une fonction hypersphérique de degré μ et d'ordre k, $P^{(\mu,k)}(x_1, \ldots, x_n)$; on sait que ces fonctions se déduisent très simplement des polynomes d'Hermite $V_{m_1,\ldots,m_n}(x_1, \ldots, x_n)$:

$$P^{(\mu,k)}(x_1, \ldots, x_n) = X_n^{\frac{k}{2}} \frac{\partial^k V_{m_1,\ldots,m_n}}{\partial x_1^{k_1}\ldots \partial x_n^{k_n}} \qquad \begin{pmatrix} m_1 + \ldots + m_n = \mu, \\ k_1 + \ldots + k_n = k, \quad 0 \leqq k \leqq \mu \end{pmatrix}.$$

Quant à la deuxième équation elle est vérifiée si l'on prend

$$f(r) = r^{-\frac{n}{2}} J_{\mu+\frac{n}{2}}(\lambda r),$$

$J_{\mu+\frac{n}{2}}$ désignant une fonction cylindrique de Bessel.

Nous obtenons donc, pour la fonction harmonique, l'expression

$$(2) \qquad F^{(\mu,k)} = e^{\lambda t} P^{(\mu,k)}(x_1, \ldots, x_n)\, r^{-\frac{n}{2}} J_{\mu+\frac{n}{2}}(\lambda r)\,{}^{\cos}_{\sin}\,k\varphi.$$

Les entiers μ et k étant donnés, il existe $2\frac{(n, \mu-k)}{(1, \mu-k)}$ fonctions harmoniques de ce type linéairement indépendantes; exceptionnellement pour $k=0$, ce nombre s'abaisse à $\frac{(n, \mu)}{(1, \mu)}$ et, comme la fonction hypersphérique zonale $P^{(\mu,0)}$ se réduit au polynome d'Hermite, on a dans ce cas

$$F^{(\mu,0)} = e^{\lambda t} V_{m_1,\ldots,m_n}(x_1, \ldots, x_n)\, r^{-\frac{n}{2}} J_{\mu+\frac{n}{2}}(\lambda r).$$

En faisant $n=0$ dans (2) on retrouve la formule classique pour l'espace

à trois dimensions :

$$F^{(\mu,k)} = e^{\lambda t} J_{\mu}(\lambda r) \frac{\cos}{\sin} k\varphi \qquad (k = \mu).$$

Il est à remarquer que, si la théorie des fonctions harmoniques à trois variables ne conduit à considérer que des fonctions de Bessel à indices entiers, au contraire la formule (2) introduit ces mêmes fonctions avec des indices fractionnaires, chaque fois que le nombre des dimensions de l'espace est pair; l'indice de J est alors un multiple impair de $\frac{1}{2}$; on sait que, dans ce cas, J s'exprime par des fonctions élémentaires.

Les fonctions $F^{(\mu,k)}$ s'introduisent naturellement pour le développement d'une fonction, harmonique à l'intérieur de l'hypercylindre (C) $r = 1$, dont les valeurs sur (C) sont données. Pour un choix convenable de λ, elles forment un système de fonctions fondamentales de l'équation (1); en effet, si l'on prend pour λ une racine de l'équation $J_{\mu+\frac{n}{2}}(\lambda) = 0$, la fonction $F^{(\mu,\lambda)}$ correspondante s'annule sur (C) et reste harmonique dans tout domaine intérieur à (C) ne s'étendant pas à l'infini.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Les résistances de roulement et la méthode optique du miroir.* Note de M. **Jules Andrade.**

La méthode optique que j'ai indiquée pour l'étude expérimentale des résistances de roulement par l'emploi d'un plan rouleur, roulant sur un cylindre horizontal, avait l'inconvénient de confier au solide mobile le portage de l'équipage optique générateur d'un faisceau lumineux de rayons parallèles dont un rayon passait par un point fixe de l'espace.

Cette complication peut être évitée par un *ajustage* préalable et convenable du solide lié au plan rouleur et construit avec lui.

Le cylindre destiné à supporter le roulement est préalablement sectionné sur sa longueur par une section transverse le partageant en deux cylindres de longueurs à peu près égales; l'un de ces cylindres choisi pour supporter le roulement est sectionné à son tour par une section longitudinale qui va tailler le futur support en une lentille cylindrique dont le dessus convexe supportera le plan rouleur; mais la lentille est posée par son plat sur la base d'un étrier réglable parallèle aux génératrices du cylindre, dont la direction a été repérée.

Le plan rouleur forme le dessous d'une règle dont deux talons ajustés en

équerre forment une *entaille ouverte* qui permet au plan rouleur d'exécuter ses oscillations par roulement sur la surface convexe de la lentille cylindrique (plan convexe) dont les génératrices horizontales sont parallèles à la base de l'étrier support; sur les deux talons enfin s'appuie en pont une règle dont la face inférieure porte en son milieu une petite entaille rectangulaire formant elle-même miroir ou fixant un miroir plan dont le plan parallèle au plan rouleur est aussi parallèle aux génératrices de la surface convexe de ce cylindre; or la distance de ces plans a été construite égale au rayon du cylindre primitif conservé sur le demi-cylindre témoin et utilisé pour le contrôle de cette construction et de ces ajustages.

Dans ces conditions, le plan du miroir possède la double propriété d'être parallèle au plan rouleur et de passer pendant le roulement de celui-ci constamment par l'axe géométrique de la surface cylindrique (conservée) de la lentille.

C'est sur ce miroir mobile, ainsi axé par un ajustage formé préalablement et maintenu par l'appui même du roulement étudié, que l'on envoie un faisceau cylindrique de lumière, formé et dirigé sur des supports fixes du laboratoire.

Ainsi la méthode du miroir tournant reste encore applicable dans l'emploi d'un plan rouleur, comme dans la détermination pendulaire des glissements.

MÉCANIQUE. — *La loi de gravitation et ses conséquences.* Note [1] de M. **J. Le Roux**, présentée par M. G. Kœnigs.

L'étude de la loi de gravitation de Schwarzschild et des conséquences que l'on en a déduites est extrêmement instructive au point de vue de la valeur logique de la théorie de la relativité.

Considérons la forme quadratique de différentielles

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1-\frac{c}{r}} - r^2\,d\theta^2 - r^2\sin^2\theta\,d\varphi^2 + \left(1-\frac{c}{r}\right)dt^2. \tag{1}$$

Les variables r, θ, φ qui figurent dans cette forme sont interprétées comme des coordonnées polaires ordinaires. Je note, en particulier, que r est le nombre qui mesure la longueur du rayon vecteur.

(1) Séance du 30 mai 1921.

Le système des dix équations covariantes d'Einstein conserve sa forme générale pour toutes les transformations ponctuelles effectuées sur les quatre variables. Les transformations de ce groupe toutefois ne conservent pas chaque solution individuellement, elles transforment les intégrales les unes dans les autres. A la forme quadratique (1) correspondent donc toutes celles qu'on en peut déduire par une transformation du groupe général à quatre variables.

Dans cet ensemble, la forme (1) joue le rôle d'une forme canonique caractérisée par les propriétés suivantes :

1° Elle jouit de la symétrie sphérique par rapport à l'origine;

2° Les trajectoires des mouvements qu'on en déduit sont planes et parcourues suivant la loi des aires, quand on attribue à la variable s le rôle du temps vulgaire de la Mécanique classique (s est le *temps propre*, *Eigenzeit*, de Minkowski) ;

3° La variable t ne figure dans la forme que par le carré dt^2 de sa différentielle.

Considérons, d'après cela, un ensemble de mouvements (M) rapportés à un système de référence (S) et régis, dans ce système, par la forme quadratique (1).

Les mêmes mouvements rapportés à un autre système (S′) seront régis par une nouvelle forme quadratique ds'^2 se déduisant de la forme (1) par la même transformation qui établit la correspondance entre (S) et (S′).

On pourrait imaginer que (S) et (S′) correspondent, par exemple, à deux systèmes d'axes ayant pour origine le centre du Soleil, l'un (S), orienté par rapport aux étoiles fixes, l'autre (S′), entraîné dans le mouvement de rotation du Soleil par rapport à (S).

La nouvelle forme ds'^2 sera, en général, différente de la forme canonique ds^2. L'emploi de la forme canonique suppose donc l'existence d'un système de référence privilégié pour lequel les mouvements de l'ensemble (M) présentent un caractère spécial de simplicité.

Nous ignorons évidemment, *a priori*, s'il existe d'autres ensembles de mouvements (M′) pour lesquels le système (S′) correspondrait lui-même à une forme canonique. Nous constatons simplement que l'expérience n'a révélé l'existence que d'un seul système de référence privilégié; et cette constatation a une importance scientifique capitale.

Nous remontons ainsi, en partant de la théorie de la relativité, à l'un des principes fondamentaux de la Mécanique classique, à ce système de référence privilégié dont la théorie contestait l'existence.

Il existe quelques applications de la théorie de la gravitation qui demandent à être examinées avec une attention spéciale.

Einstein considère la forme quadratique ds^2 comme correspondant, non seulement aux mouvements des corps graves, mais aussi aux mesures géométriques dans un pseudo-espace à quatre dimensions. De sorte que, dans l'espace statique, pour lequel on suppose $dt = 0$, l'élément linéaire $d\sigma$ serait donné par la formule

$$d\sigma^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{c}{r}} + r^2\, d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2. \tag{2}$$

Ayant ainsi *présupposé* l'identité de la forme directrice des mouvements avec la forme directrice des mesures de longueurs géométriques, il en *conclut* que la gravitation est une conséquence de la structure de l'espace.

L'emploi du langage géométrique en cette matière est évidemment permis, pourvu que l'on prenne la précaution de réserver aux termes employés la signification d'une simple image. Mais ici nous trouvons une contradiction.

Nous avons, en effet, considéré précédemment le symbole r comme représentant la mesure de la longueur du rayon vecteur. D'après la nouvelle hypothèse sur la constitution de l'espace, cette même longueur serait, au contraire, mesurée par un nombre ρ, tel que l'on ait

$$d\rho^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{c}{r}}. \tag{3}$$

Les deux hypothèses sont contradictoires et ne peuvent être utilisées dans la même question.

De l'équation (3) on tire

$$d\rho > dr.$$

Einstein en conclut que l'instrument de mesure subit une contraction dans le sens du rayon vecteur. Rien ne justifie une pareille affirmation.

MÉCANIQUE. — *Sur les phénomènes de résonance dans les turbines à aspiration.* Note de M. **A. Foch**, présentée par M. Rateau.

La masse liquide contenue dans le tube de succion d'une turbine à aspiration, la turbine elle-même et la chambre d'eau constituent un système où,

dans certaines conditions, peuvent prendre naissance des oscillations entretenues du type des ondes de compression. S'il est, en raison de la complexité des formes des parties de ce système, fort difficile de calculer *a priori* ses périodes propres, il est néanmoins possible de montrer, en schématisant les phénomènes, que, dans l'état actuel de la construction des turbines, on peut s'attendre à rencontrer de tels entretiens d'oscillations, et d'indiquer les conséquences qui peuvent en résulter.

I. Soit une turbine que nous supposerons à axe vertical pour pouvoir négliger l'influence de la pesanteur. La section de passage de l'eau à l'endroit du joint, entre le distributeur et le rotor, subit des étranglements périodiques, dont la fréquence fondamentale $\frac{1}{T}$ est évidemment égale au produit du nombre d'aubes par le nombre de tours du rotor par seconde. Par suite, la vitesse au joint subira des variations périodiques, de faible amplitude, que nous supposerons en première approximation sinusoïdales. S'il est à peu près impossible de calculer exactement la période propre du volume contenu dans le rotor d'une turbine Francis, on aura du moins une idée de cette période en assimilant l'espace contenu dans le rotor à un tuyau conique fermé à l'extrémité large (c'est-à-dire à la sortie de la turbine dans le tuyau d'aspiration) et ouvert à l'autre extrémité (c'est-à-dire au joint de la turbine) où l'on impose de très petites variations de vitesse et où la pression sera regardée comme constante.

Soient l et $l + L$ les distances des deux bases du tronc de cône au sommet. On trouve pour expressions de la vitesse et de la pression à la distance x du sommet

$$(1) \qquad v = \frac{A}{x} \sin 2\pi \frac{t}{T} \left[\frac{1}{x} \sin 2\pi \frac{x - l}{aT} - \frac{2\pi}{aT} \cos \frac{2\pi}{aT} (x - l) \right],$$

$$(2) \qquad y = -\frac{a}{g} \frac{A}{x} \frac{2\pi}{aT} \cos 2\pi \frac{t}{T} \sin 2\pi \frac{x - l}{aT}.$$

Ces expressions donnent bien un nœud de pression ($y = 0$) à l'extrémité étroite et fournissent une vitesse constante à l'extrémité large, pourvu que l'on ait

$$(3) \qquad \operatorname{tang} \frac{2\pi L}{aT} = \frac{2\pi}{aT} (l + L).$$

L'équation (3) nous fournit la période propre du volume d'eau compris entre les aubes; on vérifie aisément que, si l et T sont donnés, la plus petite valeur de L produisant la résonance est inférieure à $\frac{aT}{4}$; pour les nouvelles formes de turbines rapides, elle serait de l'ordre de $\frac{aT}{8}$ et même moins.

Au joint de la turbine, l'amplitude de la variation de vitesse est

$$v_1 = \frac{2A}{l}\frac{2\pi}{aT}.$$

A la sortie de la turbine, où la vitesse vibratoire est nulle, l'amplitude de la variation de pression est

$$y_2 = -\frac{a}{g}\frac{A}{l+L}\frac{2\pi}{aT}\sin 2\pi\frac{L}{aT}.$$

Par suite, pour une turbine où

$$L = \frac{aT}{8} = l \qquad \text{et} \qquad v_1 = 0^{m},10$$

(négligeable, par suite, vis-à-vis de la vitesse d'entrée de l'eau dans la turbine, qui est de plusieurs mètres par seconde), l'amplitude de la variation de pression au débouché dans le tuyau d'aspiration atteindrait $3^{m},50$.

Considérons, maintenant, le tube d'aspiration, que nous supposerons cylindrique : pour qu'un régime permanent d'oscillations de période T s'y établisse, il faut, puisque son extrémité inférieure est à la pression atmosphérique, et que, à son extrémité supérieure, l'amplitude de la vitesse vibratoire est nulle, que la longueur Λ de ce tube soit égale à $(2k+1)\frac{a'T}{4}$, a' étant la vitesse de propagation des ébranlements dans ce tube (vitesse qui tend vers 1425 m : sec, quand la paroi du tuyau devient de plus en plus épaisse).

II. Précisons sur un exemple numérique les diverses grandeurs précédentes :

Soit un rotor à 24 aubes tournant à 375 t : min; la longueur L, qui serait sensiblement égale à la longueur moyenne des filets liquides dans le rotor, vaudrait environ $1^{m},20$; pour une turbine moderne, elle serait un peu inférieure au plus grand diamètre du rotor. Le tube de succion aurait donc $1^{m},50$ de diamètre environ. Admettons 1000 m : sec comme vitesse de propagation des ébranlements dans le tube de succion plein d'eau; la première longueur de résonance sera $\Lambda_1 = 1^{m},66$; la deuxième Λ_2 serait 5^{m}.

D'ailleurs, en raison des corrections aux extrémités, les longueurs du tuyau d'aspiration pour lesquelles la résonance aurait effectivement lieu seraient plutôt voisines de 1^{m} et de $4^{m},50$ [et monteraient à $1^{m},50$ et $6^{m},20$, si le tube de succion était noyé dans du béton ($a' = 1425$ m : sec.)].

III. Les données de l'exemple précédent (avec Λ_2 égal à trois quarts d'onde) pourraient être les données d'établissement d'une turbine rapide fournissant 960 chevaux sous 16^m de hauteur de chute. Quelles conséquences entraînerait pour la turbine l'établissement d'oscillations entretenues?

1° Si l'amplitude y_2 devient telle que la pression à la sortie de la turbine tombe à zéro, la colonne liquide remplissant le rotor et le tube se rompra aux ventres de pression, d'où écoulement tumultueux de l'eau et baisse certaine du rendement de la turbine.

2° Si l'amplitude y_2 des variations de pression à la partie supérieure du tube de succion est assez faible pour qu'à aucun moment la pression ne descende au-dessous de la pression atmosphérique, il y aura à la sortie de la turbine une série de surpressions rythmées. Si la portion de la bâche du côté aval est de l'ordre du mètre carré, ces surpressions se traduiront par des efforts de plusieurs tonnes, se répétant à la fréquence de 96 par seconde. La dislocation des parties rivées est inévitable.

IV. Les dangers des phénomènes de résonance étant ainsi indiqués, les mesures à prendre sont évidentes :

1° Le changement du rotor fournira parfois un remède, d'une application toujours coûteuse et souvent difficile, si par exemple la vitesse de rotation est imposée.

2° La modification du tube d'aspiration sera généralement plus aisée; on pourra allonger ce tube, le remplacer par un tuyau d'épaisseur différente, noyer dans du béton un tube libre, tous changements qui influeront sur la période propre du volume d'eau contenu dans le conduit d'aspiration et empêcheront par suite, dans le tube, l'établissement d'un régime permanent en résonance avec les vibrations de la masse d'eau contenue dans le rotor.

Note de M. **Rateau** *au sujet de la Communication précédente.*

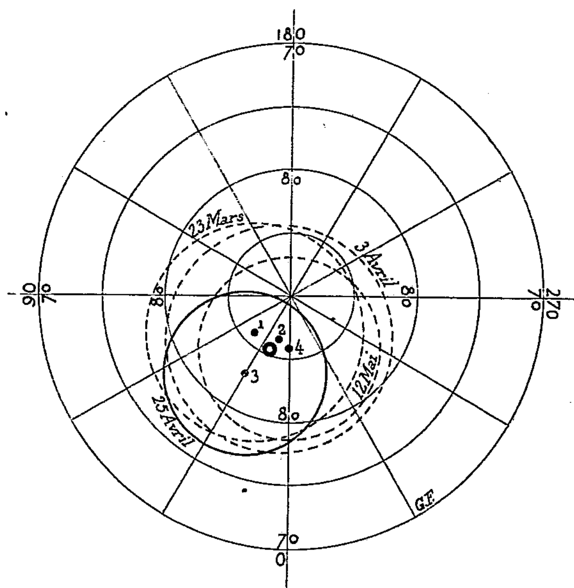
M. Foch, dans sa Communication, indique que la fréquence fondamentale de la pulsation du courant d'eau dans la turbine est égale au nombre de tours du rotor par seconde multiplié par son nombre d'aubes. Cela ne me semble pas complètement correct dans le cas général. En effet les à-coups se produisent chaque fois qu'une cloison du rotor passe en face d'une cloison du distributeur; la fréquence est donc égale au nombre de ces coïncidences dans l'unité de temps. Or il est facile de voir que, les aubes

étant régulièrement espacées dans le rotor d'une part et dans le distributeur d'autre part, le nombre des coïncidences différentes par tour est égal *au plus petit multiple des nombres des aubes du rotor et du distributeur*.

La fréquence du phénomène envisagé par M. Foch est donc, suivant moi, égale à ce plus petit multiple multiplié lui-même par le nombre des révolutions du rotor dans l'unité de temps.

ASTRONOMIE. — *Contribution à l'étude des plages claires martiennes.* Note de M. R. Jarry-Desloges, présentée par M. Bigourdan.

En étudiant l'angle de position de la calotte polaire boréale de la planète Mars, dans sa partie centrale, par rapport à l'axe de rotation de cette planète, d'après les observations faites à Sétif en 1920, M. G. Fournier a



Croquis de la région boréale de Mars, pour montrer l'excentricité de la calotte polaire. (Les cercles en pointillé donnent les positions des blancheurs polaires aux dates marquées sur ces cercles.)

mis en évidence une excentricité très marquée de cette calotte par rapport au pôle aréographique. Même le 25 avril 1920, moment où les matériaux blanchâtres polaires étaient à une période de minimum, ce pôle était libre de toutes blancheurs, mais en général l'excentricité était moins accusée.

On verra d'après le croquis ci-joint que l'excentricité moyenne atteignait plus de 4°. Elle était orientée approximativement vers 30° de longitude. Les cercles en pointillé donnent la position des blancheurs polaires aux diverses dates envisagées.

D'un autre côté, il résulte des recherches faites d'après les documents recueillis à l'Observatoire de Sétif, en 1916, par M. P. Briault, que *Nix Olympica* (ou tout au moins la blancheur dans laquelle elle est englobée) aurait été nettement aperçue dès cette époque (5 janvier 1916), dans une position assez voisine de celles où elle fut observée en 1918 et 1920.

CAPILLARITÉ. — *Sur la valeur de la tension superficielle du mercure dans des divers gaz.* Note [1] de M. **Jean Popesco**, présentée par M. Lippmann.

Il résulte des travaux de M. Stöckle [2] que la valeur de la tension superficielle du mercure décroît, lorsque la surface du liquide reste en contact avec un gaz quelconque. Il a fait des mesures avec certains gaz : hydrogène, air sec, anhydride carbonique, etc., et a trouvé des variations de l'ordre de $0^{mg},6$ par millimètre au bout d'une heure.

Je me suis proposé d'étudier la marche du phénomène et de me rendre compte des causes qui pouvaient l'engendrer.

Méthode et dispositif expérimental. — J'ai employé la méthode de la large goutte. On sait qu'entre la distance y, du sommet de la goutte au plan équatorial, la densité du mercure, d, et la tension superficielle, α, du liquide existe la relation

$$y = \sqrt{\frac{2\alpha}{d}}.$$

En mesurant y on a immédiatement α, car d est connu.

La goutte repose sur la surface très polie d'un bloc d'acier; le tout est sous une cloche, également en acier, dans laquelle on peut introduire les gaz, après y avoir préalablement fait le vide. Deux fenêtres en verre, diamétralement opposées, placées à la hauteur de la goutte, permettent de l'éclairer par un faisceau de lumière parallèle, et de faire les mesures. La goutte apparaît dans le champ de la lunette du cathétomètre comme une

(1) Séance du 30 mai 1921.

(2) *Wiedemann's Annalen*, 3e série, n° 90, 1898, p. 499 et 510.

tache noire, dont le sommet est marqué par un grain de poussière détaché du plafond de la cloche, par un léger choc et le plan de l'équateur, par l'image réfléchie d'une petite source lumineuse quelconque, placée à 2m de distance, et sensiblement à la hauteur du plan équatorial de la goutte.

Les gaz employés étaient purifiés et bien desséchés.

Résultats. — 1° Dans le vide j'ai trouvé, comme valeur moyenne et constante, la valeur trouvée déjà par M. Stöckle, c'est-à-dire 44,4 mg : mm, bien que je n'ai poussé le vide que jusqu'à quelques millimètres de mercure.

2° Pour l'air, l'ammoniac et l'anhydride sulfureux, j'ai trouvé les valeurs indiquées dans les Tableaux suivants :

I. — *Tableau des résultats pour l'*AIR.

	Temps en minutes.									
	0.	1.	2.	10.	25.	40.	55.	70.	85.	24h.
Valeur de la tension...	51,13	48,98	47,68	46,49	45,83	45,28	44,98	44,47	44,22	42,55

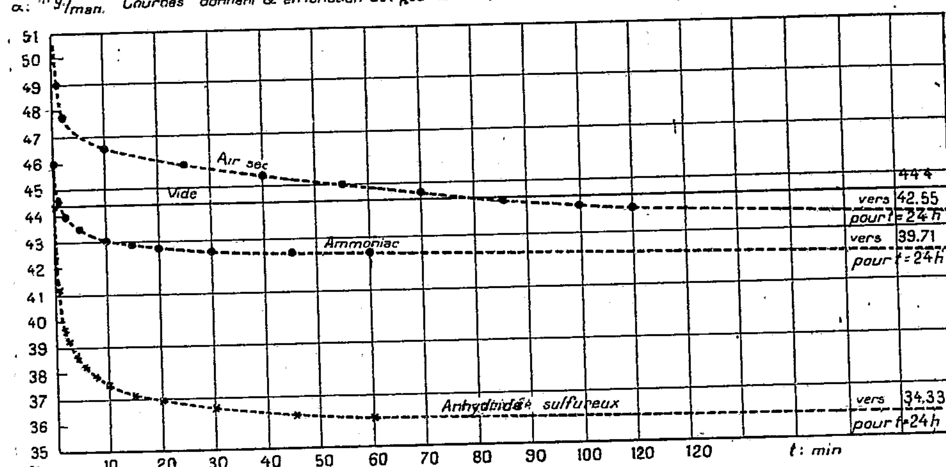
II. — *Tableau des résultats pour l'ammoniac et l'anhydride sulfureux.*

Temps en minutes.	NH^3.	SO^2.
0	45,83	44,60
1	44,49	41,34
2	43,86	39,76
3	43,74	39,24
4	»	38,75
5	43,51	38,32
7,5	»	37,88
10	42,95	37,53
15	42,86	37,19
20	42,68	36,97
30	42,60	36,67
45	42,55	36,41
60	42,40	36,17
24h	39,71	34,33

On voit que la tension superficielle du mercure décroît très vite pendant les dix premières minutes, plus lentement ensuite, et qu'elle atteint des valeurs inférieures à celle qui correspond au vide, lorsque la goutte a séjourné pendant 24 heures dans l'ammoniac, dans l'air ou dans l'anhydride sulfureux.

3° Après avoir laissé séjourner pendant 24 heures une goutte dans l'un de ces gaz, j'ai voulu voir s'il ne serait pas possible de faire évoluer le

phénomène en sens inverse. Pour cela j'ai fait le vide dans la cloche et j'ai constaté que la tension superficielle du mercure remontait et revenait à une valeur sensiblement égale à celle qui correspond au vide, c'est-à-dire 44,4 mg : mm.



Il semble donc que le phénoméne n'est pas dû à une action chimique qui aurait modifié la surface du liquide, puisque la tension superficielle reprend sa valeur initiale lorsqu'on fait disparaître le gaz.

La cause la plus probable du phénomène doit être *l'adsorption*.

OPTIQUE. — *Emploi de la lumière polarisée pour l'examen des tableaux anciens*. Note de M. **Pierre Lambert**, présentée par M. Lippmann.

Ayant cherché à distinguer sur des tableaux anciens certains détails peu apparents, je me suis rendu compte que, même dans les conditions d'éclairage les plus favorables, la lumière réfléchie par la surface vient toujours dans une certaine mesure atténuer et laver de blanc l'image diffusée par les couleurs.

Ce phénomène ne se produirait pas si le vernis était parfaitement plan et poli et si l'observateur se plaçait, comme il cherche naturellement à le faire, en dehors de la direction des rayons réfléchis; mais la surface est généralement irrégulière, mamelonnée et crevassée, il est donc impossible de se mettre complètement à l'abri de ces réflexions qui nuisent à l'effet exprimé par le peintre.

Pour éviter cet inconvénient, j'ai éclairé le tableau au moyen de la lumière polarisée et je l'ai examiné au travers d'un prisme de Nicol. Dans ces conditions la lumière réfléchie par la surface, restant en très grande partie polarisée, sera éteinte par un Nicol placé dans la position de l'extinction, tandis que celle qui traverse le vernis se dépolarisant par diffusion à la surface des matières composant les couleurs parviendra jusqu'à l'œil en traversant le prisme.

L'appareil se compose donc d'une source de lumière intense, arc ou lampe à incandescence à bas voltage. Cette lampe est placée dans une lanterne munie d'un condensateur suivi d'une lentille destinée à rendre les rayons parallèles pendant leur passage au travers de l'appareil polarisateur (Nicol ou pile de glaces). Une lentille divergente vient ensuite qui élargit le faisceau éclairant le tableau, dont le plan est presque normal à l'axe.

Bien que cette position soit très désavantageuse dans les conditions ordinaires, l'observateur regardant au travers d'un Nicol pourra, en faisant tourner cet instrument entre ses doigts, trouver une position pour laquelle les reflets superficiels seront complètement supprimés. En fait, si l'on opère ainsi, une peinture vieillie et d'aspect terne prend de la vigueur, sa surface semble nettoyée, les couleurs deviennent plus intenses et des détails qui n'attiraient pas l'attention semblent reprendre la valeur qu'ils avaient primitivement.

Quoique ce procédé ne soit que l'application d'un phénomène bien connu des physiciens, il m'a semblé bon de signaler, persuadé qu'il peut permettre de mieux juger certaines œuvres anciennes et de déterminer si un tableau est susceptible d'être amélioré en modifiant son vernis.

OPTIQUE. — *La biréfringence du verre comprimé.*
Note de M. et Mme E. **Henriot**, présentée par M. J. Violle.

On admet généralement, à la suite d'expériences anciennes de Wertheim ([1]), que la dispersion de biréfringence du verre comprimé est négligeable, c'est-à-dire que la différence $n' - n''$ des deux indices principaux est indépendante de la longueur d'onde.

Cette absence de dispersion sensible serait tout à fait remarquable. En

([1]) Wertheim, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. 40, 1854, p. 156.

effet, dans les autres cas de biréfringence artificielle, notamment quand il s'agit du phénomène de Kerr et du phénomène de Cotton et Mouton, il existe une dispersion de biréfringence notable qui obéit à la loi d'Havelock. D'après cette loi, le produit de $n'-n''$ par $\frac{n}{(n^2-1)^2}$ doit rester constant.

Nous avons cherché si cette dernière loi est valable ou non dans le cas de la biréfringence par compression. Nos recherches ont porté sur différents échantillons de crown qui ont donné des résultats concordants.

Les expériences sont plus délicates que lorsqu'il s'agit d'étudier la biréfringence de liquides soumis à des champs électriques ou magnétiques. D'abord, il est impossible de trouver des verres rigoureusement exempts de trempe; ensuite, il est très difficile de réaliser des déformations uniformes.

Nous avons été conduits, dans nos expériences, à utiliser des lames de verre fortement comprimées, fournissant des retards atteignant une dizaine de longueurs d'onde. Les biréfringences du verre étaient déterminées en mesurant le déplacement des bandes d'un spectre cannelé : ce spectre était produit par une lame de gypse ou de quartz dont une direction principale était parallèle à la compression. Le Tableau suivant montre que la dispersion de biréfringence obéit à la loi d'Havelock avec des écarts qui n'excèdent pas les erreurs expérimentales possibles :

λ.	n.	$n'-n''$.	$\frac{n(n'-n'')}{(n^2-1)^2}$.
6708	1,4966	0,984	0,958
6138	1,4991	0,995	0,959
5893	1,5001	1	0,959
5461	1,5023	1,0096	0,960
4916	1,5059	1,0222	0,958
4357	1,5109	1,0435	0,958

La biréfringence $n'-n''$ inscrite dans ce Tableau est rapportée à la valeur de la biréfringence pour la raie D, prise comme unité.

La vérification peut encore se faire d'une manière différente : si l'on prend la différentielle logarithmique de l'expression qui doit rester constante en vertu de la loi d'Havelock, et si l'on calcule le quotient r de la quantité $\frac{d(n'-n'')}{n'-n''}$ par $\frac{dn}{n}$, on trouve que r doit être égal à l'expression $\frac{3n^2+1}{n^2-1}$.

L'expérience donne pour cette dernière expression, dans les radiations utilisées, des valeurs comprises entre 6,15 et 6,20. D'autre part, si l'on trace les courbes représentant respectivement $n'-n''$ et n, en fonction

de $\frac{1}{\lambda^2}$, et si l'on détermine le rapport r, on trouve que la valeur moyenne de ce rapport est 6,18. Ces résultats montrent que, *dans les cas étudiés, la dispersion de biréfringence du crown peut être calculée par l'expression d'Havelock.*

THERMODYNAMIQUE. — *Sur l'énoncé du Principe de l'Équivalence.* Note de M. L. **Décombe**, présentée par M. E. Bouty.

Une Note récente de M. Leduc ([1]) vient d'attirer l'attention sur le rôle de la réversibilité dans l'application du principe de l'équivalence. On me permettra de revenir sur cette question et de montrer qu'en introduisant la notion de réversibilité dans l'énoncé même du principe, celui-ci se dédouble en deux principes distincts dont l'application séparée permet une analyse plus approfondie des phénomènes calorifiques.

1. Le principe de l'équivalence s'exprime par la relation

$$\Delta\mathcal{W} + \Delta\mathcal{U} = \mathcal{E} + JQ, \tag{1}$$

où $\Delta\mathcal{W}$ représente la variation d'énergie cinétique du système, $\Delta\mathcal{U}$ sa variation d'énergie interne, $\mathcal{E}$ le travail effectué par les forces extérieures et Q la chaleur absorbée.

Imaginons une transformation auxiliaire conduisant réversiblement le système du même état initial au même état final (c'est-à-dire donnant lieu à la même variation d'énergie interne $\Delta\mathcal{U}$). Dans cette transformation auxiliaire la force vive du système est constamment nulle et l'on a $\Delta\mathcal{W} = 0$. Le travail s'y réduit d'autre part au travail $\mathcal{E}_c$ des forces nécessaires pour assurer à chaque instant l'équilibre mécanique (*travail compensé*) et la chaleur absorbée à celle Q_c nécessaire pour réaliser l'équilibre calorifique (*chaleur compensée*). On a donc, pour cette transformation auxiliaire,

$$\Delta\mathcal{U} = \mathcal{E}_c + JQ_c. \tag{2}$$

En soustrayant (2) de (1) et posant

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_n, \qquad Q - Q_c = Q_n,$$

il vient

$$\Delta\mathcal{W} = \mathcal{E}_n + JQ_n, \tag{3}$$

où $\mathcal{E}_n$ représente le travail *non compensé* et Q_n la chaleur *non compensée*.

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1164.

Ainsi la relation (1) se dédouble en deux autres (2) et (3) *entièrement distinctes :* la première, où ne figurent que les éléments réversibles de la transformation, conditionne la variation d'énergie interne $\Delta\mho$; elle est complètement indépendante de la célérité du phénomène et constitue le cadre *statique* dans lequel se déroule *cinématiquement* (en s'y moulant plus ou moins exactement suivant son degré de vivacité) la transformation réelle donnée; la seconde, où n'interviennent que les éléments irréversibles de la transformation, conditionne la variation d'énergie cinétique $\Delta\wp$. Elle dépend directement (explicitement pour $\Delta\wp$, grâce aux propriétés de la chaleur non compensée pour Q_n) de la célérité du phénomène, c'est-à-dire de la vitesse de variation des paramètres qui servent à en définir l'état.

Il importe de remarquer que la relation (2) ne constitue pas seulement la forme particulière à laquelle se réduit le principe de l'équivalence dans le cas de la réversibilité, ni même simplement la forme approchée de ce principe pour une transformation quasi réversible, mais qu'*elle est toujours rigoureusement applicable à la partie réversible* d'une transformation réelle quelconque. Des confusions de cet ordre paraissent s'être produites chez divers auteurs. En particulier, l'hypothèse d'un courant infiniment petit n'est nullement nécessaire pour obtenir les formules classiques de la thermo-électricité.

2. Le dédoublement impliqué par les relations (2) et (3) peut donner lieu à de nouveaux énoncés.

En premier lieu, dans une transformation réelle quelconque, il y a *équivalence séparée* entre la chaleur et le travail *compensés*, toutes les fois que la variation d'énergie interne est nulle, *alors même que la transformation serait accompagnée d'une variation de force vive*. Ce sera, par exemple, le cas d'un gaz parfait reprenant sa température initiale au cours d'une transformation de vivacité finie. En second lieu, il y a aussi *équivalence séparée* entre la chaleur et le travail *non compensés*, toutes les fois que la variation de force vive est nulle, *même si le système ne reprend pas son état initial.* C'est pratiquement le cas d'un métal fortement tordu ou comprimé. Plus généralement, c'est aussi le cas de la chaleur irréversible dégagée par le frottement ou la viscosité lorsque l'expérience a lieu à vitesse constante, ou qu'elle s'effectue avec une faible célérité [1].

On voit qu'il est nécessaire, lorsqu'on parle du retour d'un système à son

---

[1] Cette propriété a été quelquefois utilisée sans démonstration (voir E.-H. AMAGAT, *Comptes rendus*, 1908).

état initial, de bien préciser si l'on entend par là le retour à leurs valeurs primitives des variables d'état (retour à l'état *statique*) ou celui des célérités (retour à l'état *cinématique*), ou encore de ces deux retours envisagés simultanément. C'est dans ce dernier cas seulement qu'il peut être question d'équivalence entre le travail total et la chaleur totale.

3. Si nous identifions la chaleur non compensée *absorbée* par le système avec le travail essentiellement négatif des forces de viscosité ($-\varepsilon^2$) en écrivant

$$JQ_n = -\varepsilon^2, \tag{4}$$

la relation (3) prend la forme

$$\mathcal{E}_n = \Delta\mathfrak{P} + \varepsilon^2. \tag{5}$$

Le travail non compensé est donc employé pour partie à produire la variation de force vive $\Delta\mathfrak{P}$ et pour partie à équilibrer exactement à chaque instant le travail de la viscosité.

En ajoutant (4) et (5) on retrouve la relation (3) *avec élimination au second membre du travail de viscosité*. Cette circonstance souligne et précise la façon remarquable dont se fait le passage de la réversibilité à l'irréversibilité. La portion ε^2 du travail non compensé ne fait en quelque sorte que traverser le système en y éveillant les forces de viscosité qui la transforment en chaleur.

4. On peut encore observer qu'en fait, ce qui disparaît généralement dans une expérience donnée (celles de Joule, Hirn, Violle, etc.), ce n'est pas le travail mais bien plutôt la force vive. Ainsi, dans l'expérience classique de Joule, le travail moteur des poids n'est nullement anéanti, il est le même que le calorimètre soit vide ou plein : seule la force vive est moindre dans le second cas. On est ainsi amené à envisager l'énoncé suivant :

Il y a toujours équivalence entre la perte de force vive du système relativement à la transformation purement mécanique correspondante et la chaleur dégagée par le système.

Cet énoncé, qui exprime sous forme très concrète la transformation d'une partie de l'énergie cinétique sensible du système en cette forme d'énergie invisible que nous appelons *chaleur*, est applicable à une transformation absolument quelconque, sans aucune restriction.

PHYSIQUE. — *Excitation des spectres de l'argon par des électrons lents.* Note de M. **Georges Déjardin**, présentée par M. E. Bouty.

Il existe trois différents spectres de l'argon : le *spectre rouge* et le *spectre bleu* n'ont aucune raie commune, tandis que le *spectre blanc* embrasse les deux autres. Au cours de leurs recherches sur les rayons positifs, Stark et Kirschbaum (¹) ont été conduits à considérer les raies du spectre rouge comme émises par des ions monovalents et les raies du spectre bleu par des ions portant deux ou trois charges élémentaires. Leur Mémoire renferme des tables de raies « bivalentes » et « trivalentes », comprises entre 4000 Å. et 4500 Å.

J'ai recherché les conditions d'excitation des spectres de l'argon par chocs des atomes du gaz avec des électrons de faible vitesse. Le dispositif employé est identique à celui utilisé pour la détermination du potentiel d'ionisation de l'argon (²). Il se compose d'une lampe à trois électrodes, du type moyen de la Radiotélégraphie militaire, renfermant de l'argon sensiblement pur sous une pression de $0^{mm},10$; une différence de potentiel progressivement croissante peut être établie entre l'anode, constituée par la plaque et la grille réunies, et l'extrémité négative du filament. Les radiations émises sont analysées au moyen d'un spectrographe assez lumineux donnant une dispersion de 20 Å. par millimètre dans la région spectrale 4000-4500. Les clichés n'ont été étudiés en détail que dans ce dernier intervalle. La plupart des observations sont relatives à un courant de chauffage de 4 ampères, correspondant au régime normal de la lampe.

L'ionisation du gaz se produit lorsque le potentiel accélérateur des électrons dépasse une valeur critique voisine de 15 volts (potentiel d'ionisation), mais une luminosité n'est visible dans la lampe qu'à partir d'une valeur du potentiel dépassant légèrement 16 volts (potentiel d'illumination). On obtient sur les clichés correspondant à des voltages appliqués de 16,5, 17, 20, 25, 30 et 33 volts un grand nombre de raies appartenant *toutes* au spectre rouge de l'argon. Quelques raies intenses de ce spectre apparaissent d'ailleurs faiblement sur les clichés relatifs à un potentiel accélérateur com-

(¹) *Annalen der Physik*, t. **42**, 1913, p. 255.
(²) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1347.

pris entre 15 et 16 volts, lorsque la durée de pose est considérable (3 heures, au lieu de 15 minutes pour tous les autres clichés (1).

Le spectre bleu de l'argon n'est visible que pour un potentiel accélérateur beaucoup plus élevé. Un certain nombre de raies apparaissent d'abord, vers 34 volts, dans la région 4300-4500, puis, vers 35 volts, dans la région 4000-4300. Cette particularité n'est probablement due qu'à la variation de sensibilité des plaques entre les limites de fréquences considérées. En fait, presque toutes les raies signalées par Stark comme « bivalentes » (4072, 4132, 4228, 4278, 4283, 4309), ainsi qu'un grand nombre d'autres, sont visibles sur le cliché relatif au potentiel accélérateur de 35 volts. La comparaison de ce cliché, avec celui correspondant à 33 volts, montre nettement la modification du spectre et l'émission des radiations nouvelles. De simples observations visuelles, faites avec un petit spectroscope à vision directe, suffisent d'ailleurs pour constater l'apparition des raies du spectre bleu.

Les raies « trivalentes » de Stark (4156, 4219, 4233, 4434) ne sont visibles que vers 40 volts, c'est-à-dire pour un potentiel accélérateur nettement supérieur (de 5 volts environ) à celui qui correspond à l'apparition des raies « bivalentes ». Seule, la raie « trivalente » 4104 semble déjà visible à 35 volts, mais cette raie est très intense et son apparition peut être attribuée aux électrons les plus rapides (le faisceau cathodique est loin d'être homogène). La comparaison des clichés relatifs à 38 et à 41 volts montre d'ailleurs nettement le caractère spécial de cette raie.

Enfin d'autres raies du spectre bleu, qui ne figurent pas dans les tables de Stark, n'apparaissent que pour un potentiel accélérateur supérieur à 35 volts. Ce sont, en général, quelques raies assez faibles, visibles sur les clichés relatifs à 45, 50, 55 et 80 volts, auxquelles il convient d'ajouter les raies 4368 et 4384 (comparaison des clichés correspondant à 39 et 42 volts). Toutes les raies observées figurent d'ailleurs dans les tables de Kayser et d'Eder et Valenta, sauf un très petit nombre de raies faibles, visibles seulement sur les derniers clichés (80 volts). Les raies du spectre bleu : 4174, 4175, 4488, mentionnées dans les tables, n'ont pas été observées. Elles n'apparaissent (2), dans le spectre des tubes à vide, qu'avec les plus fortes décharges condensées.

(1) Ce résultat semble indiquer que l'apparition de la luminosité, pour un potentiel voisin de 16 volts, ne correspond pas à un nouveau mode d'ionisation des atomes d'argon, mais simplement à un accroissement de l'ionisation relative au potentiel de 15 volts.

(2) Ainsi que les raies 4172 et 4183.

Le courant produit par les électrons peut être mesuré au moyen d'un milliampèremètre intercalé dans le circuit anode-filament. A partir de 18 volts, ce courant augmente lentement et régulièrement sans qu'il soit possible de déceler aucune discontinuité vers 35 volts, potentiel critique correspondant à l'apparition du spectre bleu.

Les observations précédentes correspondent à un courant de chauffage de 4 ampères. Si l'on élève la température du filament, en portant l'intensité du courant de chauffage à 4,5 et 5 ampères, les raies du spectre bleu sont déjà visibles sur les clichés pour un potentiel accélérateur minimum de 17 volts, mais elles sont alors considérablement plus faibles que les raies du spectre rouge. Dans ces conditions, on observe une discontinuité très nette de l'intensité du spectre bleu en comparant les clichés relatifs à des potentiels accélérateurs de 32 et 36 volts.

Ces résultats ne sont pas susceptibles d'interprétation théorique précise. Ils semblent cependant, dans une certaine mesure, confirmer les conclusions obtenues par Stark au moyen de l'observation de l'effet Döppler dans les rayons canaux. On peut, en effet, considérer les potentiels critiques de 15 et 35 volts comme représentant l'énergie nécessaire pour arracher un ou deux électrons à l'atome neutre, avec émission correspondante des raies « monovalentes » et « bivalentes » du spectre de l'argon. L'émission du spectre bleu pour un potentiel inférieur à 35 volts, dans le cas d'une température élevée du filament (et, par conséquent, d'un bombardement électronique très nourri) peut être attribuée aux chocs des électrons avec les atomes ionisés, venant de subir un choc efficace et n'ayant pas encore repris l'état normal. Cette hypothèse, déjà proposée par Van der Bijl [1], paraît d'autant plus valable qu'il s'agit ici d'un gaz sous une pression assez élevée parcouru par un flux d'électrons très intense. Enfin, l'émission des raies « trivalentes » peut être interprétée au moyen d'hypothèses analogues.

RADIOACTIVITÉ. — *Méthode rapide de mesure de la déperdition propre d'un électroscope en vue du dosage de l'émanation du radium.* Note de M. **P. Loisel**, présentée par M. Lippmann.

Lorsqu'on veut doser de l'émanation du radium en se servant comme instrument de mesure d'un électroscope, il est nécessaire de corriger l'intensité du courant d'ionisation mesuré du courant de déperdition de

(1) *Physical Review*, t. 9, 1917, p. 173, et t. 10, 1917, p. 546.

l'électroscope, dû à la fuite le long des isolants et à l'ionisation par la radiation pénétrante. Ce courant de déperdition subit, au cours de la journée, des variations importantes, surtout au voisinage des sources radioactives, variations qu'il faut connaître à chaque instant. Dans le dosage de l'émanation du radium par la méthode habituelle, on mesure le courant de déperdition avant l'introduction de l'émanation dans le condensateur et l'on calcule l'intensité du courant maximum, mesuré trois heures après, en retranchant de l'intensité observée la valeur du courant de déperdition mesuré au début, ce qui entraîne des erreurs notables surtout si la quantité d'émanation à déterminer est faible. La méthode suivante permet de calculer le courant de déperdition au moment de la mesure du courant maximum.

Le courant maximum est dû en partie à l'ionisation produite par le rayonnement propre de l'émanation, en partie à celle due au rayonnement des radium A, B, C en équilibre, la valeur de ce dernier courant constituant les $\frac{57}{100}$ du courant total d'ionisation, indépendamment de la fuite de l'électroscope.

On sait, d'autre part, qu'après exposition longue, le rayonnement α d'une lame exposée à l'émanation du radium et retirée de l'enceinte activante décroît de moitié en 15 minutes environ.

Ceci posé, mesurons l'intensité du courant d'ionisation produit dans le condensateur 3 heures après l'introduction de l'émanation; nous avons

$$I_m = I_1 - I_{\text{dép}}, \tag{1}$$

I_m, courant maximum;
I_1, courant mesuré à l'électroscope;
$I_{\text{dép}}$, courant de déperdition.

Faisons rapidement le vide dans le condensateur et remplissons d'air inactif; l'émanation est enlevée, seule reste l'activité induite, et le courant qu'elle provoque est égal à

$$0,57\, I_m.$$

Si nous mesurons alors, 15 minutes après avoir fait le vide, l'intensité du courant d'ionisation, nous avons

$$0,285\, I_m = I_2 - I_{\text{dép}}, \tag{2}$$

I_2 étant le courant mesuré.

Divisant (1) et (2) membre à membre, il vient

$$0,285(I_1 - I_{\text{dép}}) = I_2 - I_{\text{dép}},$$

d'où

$$I_{dép} = \frac{I_2 - 0,285\, I_1}{1 - 0,285}.$$

Nous admettons que, pendant la courte durée de l'expérience, le courant de déperdition n'a pas varié.

Remarque. — Le vide doit être fait aussi rapidement que possible, sinon le coefficient 0,285 de la formule (2) doit être pris légèrement inférieur. D'ailleurs, pour des mesures très précises, il faut laver le condensateur avec un courant rapide de gaz comprimé, l'air atmosphérique que l'on y introduit contenant toujours un peu d'émanation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les molybdo-malates d'ammonium et de sodium.* Note de M. **E. Darmois**, présentée par M. Haller.

Dans une Communication précédente [1], j'ai indiqué que j'avais pu isoler, dans les mélanges d'acide malique et de molybdate d'ammonium, un composé cristallisé très actif auquel il faut attribuer les fortes rotations droites présentées par certains de ces mélanges. J'ai obtenu également le même composé : 1° dans l'action du molybdate d'ammonium sur le malate acide d'ammonium; 2° dans l'action de MoO^3 dissous sur le malate neutre d'ammonium. Dans ce dernier cas, MoO^3 peut être indifféremment soit l'acide jaune soluble, soit l'acide blanc peu soluble, soit l'acide très soluble obtenu par action de SO^4H^2 sur le molybdate de baryum précipité. J'appelle provisoirement ce corps *molybdo-malate d'ammonium.*

Pour étudier sa composition, j'ai fait les expériences suivantes : on réalise une série de mélanges $(MoO^3)^n C^4H^6O^5$ où *n* prend les valeurs 1; 1,5; 2, 2,5; 3, 4, 5. On prend un de ces mélanges. On étudie les solutions obtenues en ajoutant à une quantité connue du mélange des quantités croissantes d'ammoniaque et complétant au même volume avec de l'eau. Les rotations des solutions sont mesurées sous 2^{dm} pour les trois raies du mercure 578, 546, 436. On calcule le pouvoir rotatoire en divisant la rotation sous 1^{dm} par la quantité totale de substance dissoute dans 100^{cm^3}. Les résultats sont les suivants :

1° $[\alpha]$ varie légèrement avec la concentration; on comparera, par exemple, des solutions renfermant toutes le même poids d'acide malique dans 100^{cm^3}.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 348.

2° Pour n donné, $[\alpha]$ augmente d'abord avec la quantité de NH^3 jusqu'à un maximum, puis décroît. La courbe présente un coude extrêmement net. *Il a lieu en même temps pour toutes les couleurs.*

Exemple : $n = 3$ ($\frac{7,5}{1000}MoO^3$, $\frac{2,5}{1000}C^4H^6O^5$. On ajoute x^{cm^3} d'une solution de NH^3 à 1^{mol},25 par litre, on complète à 50^{cm^3}) :

x...	2.	3.	4.	4,5.	5.	5,5.	6.	6,5.
$[\alpha]_{578}$...	114,8	134,2	154,7	157,0	162,4	146,3	131,2	113,5

3° *La courbe pour* $n = 2$ *est nettement au-dessus de toutes les autres; le coude sur cette courbe correspondant à* 2^{mol} *de* NH^3 *pour* 1^{mol} *d'acide malique.*

Maximum approximatif de (α) pour :

n............	1.	1,5.	2.	2,5.	3.	4.	5.
$[\alpha]_m^{578}$........	80	145	220	190	160	130	110

Le pouvoir rotatoire maximum obtenu est de l'ordre de 220°, c'est-à-dire précisément celui du molybdo-malate d'ammonium. La cristallisation de la solution correspondante fournit, de nouveau, le même composé. Il semble donc probable que, dans celui-ci, MoO^3, $C^4H^6O^5$ et NH^3 entrent respectivement dans les proportions 2, 1 et 2.

J'ai étudié, par le même procédé, le partage de la soude entre les acides molybdique et malique; les résultats sont identiques. J'ai pu les utiliser pour isoler le sel de sodium à l'état cristallisé : 1° par action directe de la soude sur les deux acides; 2° dans l'action du molybdate acide de Na sur l'acide malique. Gernez avait montré (¹) que cette dernière action est absolument parallèle à celle du molybdate d'ammonium. Le sel obtenu est, toutefois, plus difficile à purifier que celui d'ammonium, à cause de sa grande solubilité dans l'eau. Son pouvoir rotatoire est, également, voisin de 200° pour le jaune.

Il est vraisemblable que la méthode indiquée ci-dessus est générale et qu'elle permettra d'étudier et de préparer les molybdo-malates correspondant aux différentes bases. Je poursuis l'étude de cette question.

(¹) *Comptes rendus*, t. 111, 1890, p. 792.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du carbonate de soude, sur les solutions d'alun de chrome.* Note [1] de MM. **L. Meunier** et **P. Caste**, transmise par M. A. Haller.

Si l'on prépare rapidement une solution d'alun de chrome à une température connue, *que l'on maintient constante avec le temps*, et si l'on détermine les quantités d'une solution titrée de carbonate de soude, nécessaires pour produire, dans un même volume de liqueur d'alun de chrome, l'apparition d'un précipité *permanent*, au fur et à mesure que la solution vieillit, on est conduit aux conclusions suivantes :

1° Immédiatement après la dissolution du sel solide, on observe une première période relativement courte pendant laquelle la quantité de carbonate de soude va en augmentant avec le vieillissement, jusqu'à un maximum variant avec la dilution et la température.

Cette première période est d'autant plus longue et d'autant plus accusée que la solution est plus concentrée et la température plus basse.

2° Après ce maximum, on constate l'existence d'une deuxième période, relativement longue, pouvant durer plusieurs mois, et pendant laquelle le volume de solution de carbonate nécessaire décroît lentement, au fur et à mesure que la solution vieillit.

3° A température élevée, et particulièrement à 100°, les deux périodes sont de durée tellement courte, que l'on est conduit immédiatement à la fin de leur action combinée.

Par exemple, si l'on prend des prises d'essai de 50$^{cm^3}$ d'une solution d'alun de chrome à 0,5 pour 100, préparée en 4 minutes à la température de 14°,5, à partir du sel pulvérisé, et qu'on l'additionne d'une solution de carbonate de soude $\frac{N}{10}$ jusqu'à apparition du précipité permanent, en prenant toutes précautions utiles pour régler et maintenir constantes dans toutes les expériences la vitesse d'addition, l'agitation et la température, on constate que pendant la première période, qui dure environ 36 heures après la dissolution du sel solide, les quantités de carbonate de soude vont en croissant de 6$^{cm^3}$,9 à 10$^{cm^3}$,4 (maximum). Ces quantités vont en décroissant ensuite lentement pendant plusieurs semaines.

Avec une solution à 5 pour 100, préparée en une demi-heure à 15°C.,

---

[1] Séance du 6 juin 1921.

sur laquelle on effectue des prises d'essai de 10^{cm^3}, qu'on additionne d'une solution à 1 pour 100 de carbonate de soude, la première période dure environ 48 heures et correspond à des quantités de carbonate de soude croissant de $5^{cm^3},5$ à 10^{cm^3} (maximum). Ces quantités vont en décroissant ensuite lentement pendant plus d'un mois.

Interprétation des résultats. — Les résultats précédents semblent être la conséquence de la superposition de deux phénomènes distincts, se développant simultanément pendant le vieillissement des solutions de sulfate chromique; d'autre part, le minimum de conductivité électrique signalé par Sénéchal [1] pour ces solutions paraît correspondre exactement au maximum que nous avons observé dans l'action du carbonate de soude.

1° Aussitôt dissous dans l'eau, le sulfate chromique subit une hydrolyse partielle immédiate, conduisant à un équilibre provisoire. L'hydrate chromique libéré est tout d'abord simplement peptisé par le sulfate chromique normal non hydrolysé, qui le maintient en solution colloïdale.

Petit à petit, l'hydrate chromique et le sulfate chromique normal réagissent l'un sur l'autre, pour donner naissance à un complexe moins ionisé et dans lequel l'hydrate chromique est plus dissimulé vis-à-vis de l'action alcaline du carbonate de soude.

Si ce premier phénomène se passait seul, l'ionisation diminuerait donc avec le temps et, au contraire, la quantité de carbonate de soude nécessaire pour déterminer le commencement de précipitation irait en augmentant.

2° L'hydrolyse immédiate ci-dessus n'est pas définitive; elle progresse et s'accentue petit à petit, en devenant plus profonde [2], ce qui augmente la concentration ionique et, par conséquent, la conductivité. Les granules d'hydrate chromique libérés par cette nouvelle hydrolyse progressive, ainsi que ceux de la première hydrolyse immédiate, non entrés dans le complexe, grossissent avec le temps et la solution colloïdale qu'ils constituent devient de plus en plus sensible à l'action du carbonate de soude agissant comme électrolyte, agent de coagulation.

3° Les deux phénomènes analysés ci-dessus se produisent simultanément, mais, au début, c'est le premier qui prédomine; aussi la conductivité électrique commence par diminuer et les volumes de carbonate de soude par augmenter; il en est ainsi jusqu'à ce que le deuxième phénomène prédo-

---

(1) SÉNÉCHAL, *L'étude physico-chimique des sels chromiques*, p. 23. Paris, 1913.

(2) D'après le mécanisme récemment indiqué par M. Tian (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1179).

mine à son tour, et alors la conductivité électrique augmente, tandis que les quantités de carbonate de soude diminuent.

4° La théorie que nous venons d'exposer est encore confirmée par les faits suivants :

a. Si au lieu de limiter l'addition du carbonate de soude à celle qui est nécessaire pour faire apparaître le début du précipité permanent on ajoute la quantité nécessaire pour précipiter entièrement la solution, on constate, en opérant sur une *solution fraîchement préparée à froid*, que le précipité lavé à fond ne contient pas trace d'acide sulfurique.

b. En répétant le même essai sur une solution dont on détermine l'évolution rapide immédiate par l'ébullition, le carbonate de soude précipite un mélange d'hydrate chromique et d'un sulfate complexe; en effet, ce mélange lavé à fond et décomposé par l'acide chlorhydrique chaud, se dissout en fournissant de l'acide sulfurique en proportions notables.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La dissolution retardée et la précipitation prématurée du carbure de fer dans les aciers et l'influence de l'état initial sur ces phénomènes.* Note de MM. **A. Portevin** et **P. Chevenard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La trempe d'un acier au carbone comprend deux opérations :

1° A l'échauffement, mise en solution solide dans le fer γ du carbure de fer Fe^3C ou cémentite.

2° Au refroidissement, conservation en solution solide hors d'équilibre dans le fer α du carbure de fer ainsi dissous, $\gamma \rightarrow \alpha$.

Il y a donc grand intérêt à étudier le processus et les modalités de la solubilisation du carbure de fer au chauffage et de sa précipitation ultérieure au cours du refroidissement.

Nous nous bornerons ici à examiner le cas le plus simple de l'acier eutectique au carbone; dans celui-ci en effet la solubilisation, ou inversement la séparation, du carbure de fer ne s'effectue en principe qu'en une seule période marquant l'accomplissement de la réaction unique réversible $Fe\alpha + Fe^3C \rightleftharpoons$ solution solide $Fe\gamma - C$.

Les courbes de dilatation ne devraient donc présenter qu'une seule anomalie très marquée, tant à l'échauffement (Ac) qu'au refroidissement (Ar), anomalie séparant la courbe de dilatation de l'état stable à froid de celle de l'état stable à chaud (austénite). La dilatabilité à l'état stable à chaud

(état γ) étant d'ailleurs, pour les divers aciers, à peu près indépendante de la teneur en carbone.

En fait, si l'on examine attentivement une courbe de dilatation différentielle (*fig.* 1) d'un acier eutectique, on remarque, en outre des anomalies principales Ac et Ar, les particularités suivantes :

1° En fin de transformation des crochets parasites tels que celui marqué Cr au refroidissement; ils sont d'origine purement thermique et résultent de la non-identité des températures de l'échantillon et de l'étalon, du fait de la chaleur dégagée par la transformation ; ces crochets étroitement localisés dans l'échelle des températures ne constituent qu'un incident expérimental systématique de la méthode différentielle. Nous ne nous en occuperons pas dans ce qui suit.

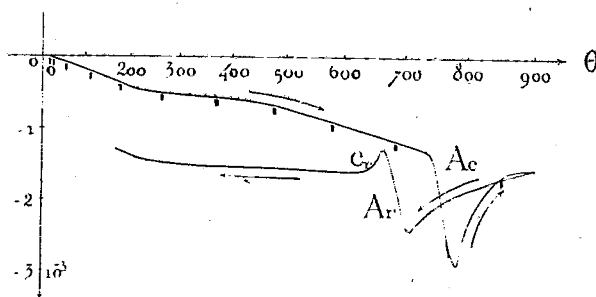


Fig. 1. — Courbe de dilatation différentielle d'un acier eutectique coalescé.
Intervalle des tirets : 5 minutes.
Au refroidissement, on observe la précipitation prématurée de la cémentite.

2° Une période à forte dilatabilité à l'échauffement consécutive à la transformation Ac; elle est entièrement comparable à celle qui s'observe dans les aciers hypereutectiques et qui marque, dans ces derniers, la mise en solution de la cémentite dans la solution solide γ créée lorsqu'on franchit Ac. Cette anomalie supplémentaire à l'échauffement déjà observée par divers auteurs [1] a été interprétée par eux comme une manifestation *du retard à la dissolution de la cémentite.*

Tout d'abord, il est aisé de montrer expérimentalement le caractère irréversible de ce dernier phénomène. L'anomalie de dissolution retardée présente une amplitude d'autant plus faible que la température croît moins rapidement, bien qu'elle persiste, très atténuée, pour des chauffages extrêmement lents de l'ordre de 10 degrés : heure. En outre, quand la durée et la température de chauffage sont suffisantes, la loi de dilatation de l'acier

(¹) De Nolly et Verrey, P. Chevenard, Andrew, Rippon Miller et Wragg.

devient exactement réversible dans tout le domaine de températures supérieures à Ar, avec une dilatabilité sensiblement égale à celle du fer γ; le carbure de fer est alors dissous entièrement et d'une manière homogène. Mais, quand l'homogénéité de la solution solide n'est pas réalisée, on observe de même au refroidissement et peu avant le début de Ar une région à forte dilatabilité (*fig.* 1); l'acier apparaît donc hypereutectoïde; en d'autres termes, il y a *précipitation prématurée de la cémentite* au refroidissement; par suite de la lenteur des diffusions à l'état solide, la teneur en carbone dépasse 0,9 pour 100 en certaines régions de l'austénite et l'acier est *localement* hypereutectoïde.

Si cette conception est exacte, l'homogénéité de la phase γ (caractérisée par la disparition du phénomène de précipitation prématurée) doit être assurée, pour une vitesse de chauffe donnée, à partir d'une température d'autant plus faible que les particules de cémentite ont des dimensions plus restreintes. Or l'expérience est venue confirmer entièrement cette conclusion.

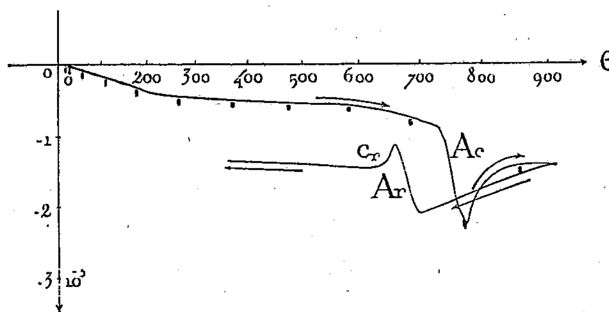


Fig. 2. — Courbe de dilatation différentielle du même acier régénéré.
Intervalle des tirets : 5 minutes.
Au refroidissement, la dilatabilité est normale dans le domaine de l'austénite.

Les deux diagrammes (*fig.* 1 et 2) se rapportent à un même acier eutectoïde et ont été décrits dans des conditions identiques de chauffage et de refroidissement. Mais dans le premier cas (acier coalescé), le métal avait été recuit préalablement de manière à renfermer la cémentite à l'état globulaire; dans le second, l'acier régénéré par plusieurs chauffages suivis de refroidissements rapides était constitué par de la perlite en fines lamelles. La précipitation prématurée, manifestée dans l'acier coalescé, n'apparaît pas dans l'acier régénéré.

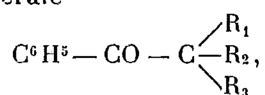
Ces constatations expliquent le rôle joué dans la trempe par la température et la durée de chauffage, par les traitements préliminaires (trempe ou recuit) que l'acier a subi antérieurement et par la trempe à température

descendante (¹). On conçoit, d'après ce qui précède, que l'influence de ces facteurs est variable suivant les aciers et pour un même acier suivant l'état initial (²).

Si l'on n'obtient pas l'austénite homogène au chauffage, la trempe ne pourra fournir qu'un complexe de martensites à concentration inégale en carbone. On s'explique ainsi les points multiples Ar″ à basse température observée dans les aciers pour lesquels la mise en solution du carbure est très lente (aciers chrome-tungstène, aciers nickel-chrome).

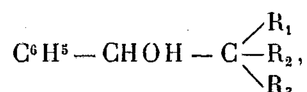
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la déshydratation du phényl-1-diméthyl-2.2-butanol-1 et du diphényl-1.3-diméthyl-2.2-propanol-1.* Note de Mlle **Jeanne Apolit**, présentée par M. A. Haller.

MM. Haller et Bauer ont donné une méthode générale de préparation des trialcoylacétophénones au moyen de l'amidure de sodium et des halogénures alcooliques (³). Ils ont, entre autres, préparé diverses cétones répondant à la formule générale



R_1, R_2, R_3 étant des radicaux gras ou aromatiques.

La réduction de ces cétones, au moyen du sodium et de l'éthanol, donne des alcools de la forme



qui, par déshydratation, conduisent à des carbures dont la formation ne peut s'expliquer que par la migration d'un radical.

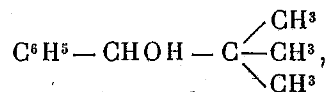
M. Haller et Mme Ramart ont étudié les transpositions accompagnant la

(¹) On peut ainsi réaliser une austénite homogène à haute température tout en ne trempant qu'à température aussi basse que possible, ce qui offre tous les avantages au point de vue tapures et déformation. L'écart entre les températures de chauffage et de trempe peut être très grand dans les aciers spéciaux (600° pour des tôles minces en acier nickel-chrome).

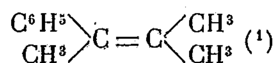
(²) Voir A. Portevin et V. Bernard, *Rev. Mét.*, t. 12, 1915, p. 147.

(³) *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 70.

déshydratation du phényl-1-diméthyl-2.2-propanol-1



et ils ont caractérisé le carbure



identique à celui que MM. Blaise et Courtot ont obtenu par une autre voie (2).

Ayant à notre disposition ces méthodes générales de préparation des cétones et alcools correspondants, nous envisageons le cas où les radicaux R_1, R_2, R_3 sont différents, dans le but de voir quel est le radical qui émigre de préférence au cours de la déshydratation.

Étude de $C^6H^5.CHOH - C \begin{cases} CH^3 \\ C^2H^5 \\ CH^3 \end{cases}$. — Le phényl-1-diméthyl-2.2-butanol-1 est un liquide obtenu par réduction de la diméthyléthylacétophénone.

La déshydratation de cet alcool a été faite sous l'action de la chaleur, en présence de terre d'infusoires, vers 300°. La distillation du produit obtenu donne deux portions : l'une passant à 195°-198° à la pression ordinaire, l'autre à 204°-206°. L'analyse de ces corps montre que l'on a deux isomères de formule $C^{12}H^{16}$.

Oxydation. — La portion qui passe à 204°-206° a été traitée par CrO^3 en solution acétique de façon à fournir $2^{at},50$ par molécule de carbure. Quand la totalité du CrO^3 a été ajoutée, et que la solution est devenue verte, on chauffe à l'ébullition et l'on recueille les premières portions qui passent à la distillation.

Elles contiennent un liquide donnant de l'iodoforme avec une solution alcaline d'iode dans KI. Le reste de la liqueur verte, reprise par l'éther, est neutralisée par du carbonate de sodium, séchée et distillée.

Après élimination de l'éther, le liquide restant a donné par rectification deux portions : l'une passant à 195°-200° et l'autre à 210°-215°. Chaque portion est traitée par du chlorhydrate de semi-carbazide et de l'acétate de soude. La première donne la semi-carbazone de l'acétophénone, fondant à 202°; la seconde donne la semi-carbazone de l'éthylphénylcétone fondant à 177°.

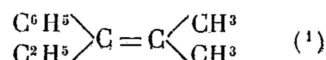
La portion de carbure distillant à 195°-198° a donné les mêmes semi-carbazones avec une quantité plus importante de semi-carbazone de l'éthylphénylcétone.

---

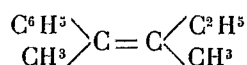
(1) *Bull. Soc. chimique*, 4e série, t. 27, 1920, p. 731.

(2) *Bull. Soc. chimique*, 3e série, t. 25, 1906, p. 587.

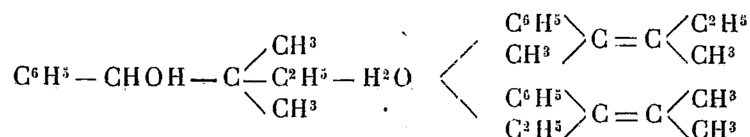
Les deux carbures isomères, de points d'ébullition très voisins, ne pouvant pas être séparés, on conclut que la première portion (195°-198°) contient en majeure partie du carbure



et la deuxième du carbure



L'équation de déshydratation peut donc être exprimée



Déshydratation du $C^6H^5 - CHOH - C(CH^3)_2 - CH^2 - C^6H^5$, *diphényl*-1.3-*diméthyl*-2.2-*propanol*-1. — MM. Haller et Bauer ont préparé la diméthylbenzylacétaphénine ([2]) dont la réduction donne un alcool cristallisant en aiguilles groupées en petites houppes. Ce corps est soluble dans l'éthanol bouillant, dans l'éther et le benzène. Il fond à 49°,50 (n. c.). Déshydraté à 240° au maximum, en présence de terre d'infusoires, il donne un carbure qui distille à 170°-172° sous 20^{mm}.

Oxydation du carbure. — L'oxydation chromique est dirigée comme dans le cas précédent. On opère lentement, de façon que la température ne dépasse pas 60°. Après addition totale de la solution chromique, quand la liqueur est verte, on chauffe à l'ébullition et l'on recueille quelques centimètres cubes de propanone, caractérisée par la formation d'iodoforme sous l'action d'une solution d'iode dans KI en milieu alcalin. La solution de SO^4Hg donne également un précipité blanc. Le reste de la solution, repris par l'éther, a donné, après distillation de l'éther et rectification subséquente du résidu, des portions passant à

100°-105°, 105°-120°, 120°-175°, 175°-185°, sous 20^{mm}.

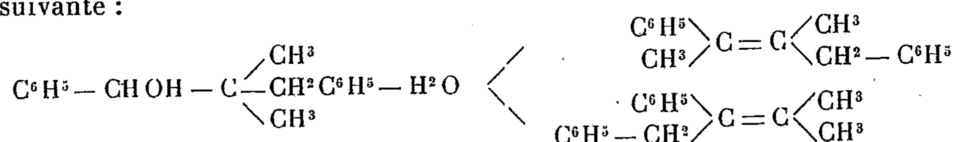
Chaque portion, traitée par du chlorhydrate de semi-carbazide et de l'acétate de soude en milieu acétique, a permis d'obtenir les semi-carbazones suivantes, déterminées par leur point de fusion :

([1]) *Klages. C.*, 1904 (1), p. 1515.
([2]) *Comptes rendus*, t. 149, 1909, p. 5.

Semi-carbazone de l'acétophénone, de la méthylbenzylcétone et de la désoxybenzoïne. En outre, on a décelé la présence de l'acide benzoïque.

Cette oxydation permet de montrer qu'il y a, dans la déshydratation, migration du radical méthyl ou du radical benzyl, dans des proportions sensiblement égales. Les deux isomères ont des points d'ébullition trop voisins pour qu'on puisse les séparer.

Nous pouvons représenter le phénomène de déshydratation par l'équation suivante :



c'est-à-dire qu'il se forme du diphényl-1.3-méthyl-2-butène-2 et du diphényl-1.2-méthyl-3-butène-2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la composition de l'essence de térébenthine française et sur le bromure d'α-pinène.* Note de M. **Pariselle**, présentée par M. Haller.

En étudiant la dispersion rotatoire des diverses fractions de l'essence de térébenthine française, M. Darmois (¹) est arrivé à cette conclusion que cette essence contenait 62 pour 100 de pinène α et 38 pour 100 de pinène β ayant des pouvoirs rotatoires respectivement égaux à $-44°,4$ et $-22°,6$.

Dans le but d'étudier la fixation d'acide bromhydrique et de brome sur des produits chimiquement définis, j'ai soumis à de très longs fractionnements dans le vide, au moyen d'un tube Otto à 5 boules, 15^l d'essence de térébenthine. J'ai pu ainsi isoler les constituants de l'essence française et retrouver expérimentalement la plupart des résultats relatifs au pouvoir et à la dispersion rotatoires prévus par M. Darmois. Je donnerai les principales propriétés physiques de ces carbures, puis j'étudierai la fixation de l'acide bromhydrique et du brome.

Pinène α. — Température d'ébullition : 153°,5-154°,5 sous 760^{mm}; 62° sous 32^{mm}.

$$d_0 = 0,8748, \quad d\theta = \frac{d_0}{1 + k\theta}; \quad k_0^{17} = 0,000,93, \quad k_0^{50} = 0,001;$$
$$n_D^{13} = 1,4690, \quad R_m = 43,85 \quad \text{(calculé : 43,54).}$$

(¹) Darmois, *Thèse de doctorat*, 1910, p. 64.

Coefficient de viscosité : $\eta = 0{,}0141$.

Pouvoir rotatoire : $[\alpha]_D^{15} = -43°{,}48$.

Dispersion rotatoire : 1 ($\lambda = 589$); 1,185 ($\lambda = 546$); 1,44 ($\lambda = 492$); 2 ($\lambda = 436$).

On peut remarquer que le pouvoir rotatoire du pinène α ainsi isolé est supérieur à tous ceux que l'on avait obtenus jusqu'ici avec l'essence française. La plus forte valeur obtenue par M. Aignan ([1]) était de $-41°{,}96$.

De plus, la dispersion égale à 2 pour la raie bleue 436 montre que ce corps est pratiquement exempt de pinène β.

PINÈNE β. — Température d'ébullition : 163°-164° sous 760^{mm}, 71°,5 sous 34^{mm}.

$$d_0 = 0{,}8848, \qquad d_{15} = 0{,}8728,$$
$$n_D^{13} = 1{,}479.$$

Coefficient de viscosité : $\eta = 0{,}0173$.

Rapport des tensions superficielles des pinènes β et α : 1,065 ([2]).

Pouvoir rotatoire : $[\alpha]_D^{15} = -19°{,}80$.

Dispersion rotatoire : 1 ($\lambda = 589$); 1,1 ($\lambda = 546$); 1,15 ($\lambda = 492$); 1,08 ($\lambda = 436$).

ACTION DE L'ACIDE BROMHYDRIQUE. — 1° *Pinène* α. — Une molécule de α-pinène absorbe à froid une molécule de gaz bromhydrique desséché en donnant une masse pâteuse renfermant de 60 à 75 pour 100 de cristaux.

Le bromhydrate solide, après une série de cristallisations dans l'alcool méthylique bouillant, fond à 94° et bout sans décomposition à 94° sous 12^{mm}.

Ces deux derniers nombres donnent approximativement les coordonnées du triple point de bromure d'isobornyle.

Son pouvoir rotatoire pris en solution dans le toluène est $[\alpha]_D^{15} = 27°{,}95$. La partie liquide séparée des cristaux et distillée dans le vide, redonne encore une forte proportion de bromhydrate solide, mais permet cependant d'isoler un bromhydrate liquide isomère qui ne peut être considéré comme pur car il retient forcément en dissolution l'isomère solide. Ce liquide bout à 96° sous 12^{mm}, a un indice de 1,506 et un pouvoir rotatoire d'environ 30°.

En opérant la fixation d'acide bromhydriqne en solution acétique les résultats sont analogues, mais la proportion d'isomère liquide est plus forte.

2° *Pinène* β. — Les choses se passent de la même façon et l'on obtient encore deux variétés. Le bromhydrate solide qui domine a les mêmes constantes physiques que celui relatif à l'α-pinène, en particulier la dispersion rotatoire est égale pour les deux corps à 1,98 pour la raie bleue 436; seul le pouvoir rotatoire est différent et égal à 31°50.

Quant à la variété liquide elle a un pouvoir rotatoire égal à 22°.

Les résultats précédents confirment ce fait que par fixation des hydracides, les deux pinènes donnent les mêmes corps; mais, en outre, ils per-

---

([1]) AIGNAN, *Thèse de doctorat*, 1893.

([2]) Ce nombre a été déterminé en comptant le nombre de gouttes données par une pipette.

mettent de déterminer le rapport outre le poids p_1 d'α-pinène dextrogyre et le poids p_2 d'α-pinène inactif qui se trouvent dans l'essence française.

En effet si l'on admet que le β-pinène est une variété dextrogyre pure (hypothèse rationnelle, puisque le pouvoir rotatoire est sensiblement indépendant de la nature de l'essence d'où on l'a extrait) et qu'il donne, comme l'α-pinène dextrogyre, la variété dextrogyre pure de bromure d'isobornyle, on aura

$$\frac{p_1}{p_1 + p_2} = \frac{27,95}{31,5}.$$

Et l'α-pinène dextrogyre aura pour pouvoir rotatoire

$$43°,48 \times \frac{31°,5}{27°,95} = 48°,80$$

nombre qui correspond aux plus grandes valeurs observées (¹) et (²).

Action du brome sur le pinène α. — J'ai fait agir du brome dilué dans le tétrachlorure de carbone sur le pinène α dilué dans le même solvant et refroidi à $-10°$. En versant la solution de brome goutte à goutte de manière à éviter toute élévation de température, on n'observe aucun dégagement d'acide bromhydrique, mais contrairement à ce qu'affirme M. Wallach (³) il faut verser plus de deux atomes de brome (⁴) par molécule de pinène pour arriver à une coloration persistant d'une façon temporaire.

Le produit, débarrassé du tétrachlorure de carbone, est distillé dans le vide en plaçant un laveur à eau entre la trompe et l'appareil de distillation. On obtient d'abord du *bromhydrate solide* (F. 94°) sans qu'il y ait trace de décomposition. En chauffant davantage, on peut recueillir ensuite un liquide, la température indiquée par le thermomètre montant de 95° à 160° sous 12^{mm}. Cette deuxième distillation ne s'effectue pas sans décomposition, car on a constaté qu'il s'est dissout dans le laveur une forte proportion d'acide bromhydrique (correspondant au tiers environ du brome employé). Le liquide lavé et rectifié à nouveau, m'a donné un monobromure liquide et un dibromure cristallisé (analyse Br pour 100, 54,55; calculé 54,05) qui fond à 150°, mais commence à se décomposer légèrement à 130°.

(¹) Vèzes, *Bull. Soc. Ch.*, 4e série, t. 5, p. 932.

(²) Smith, *J. and Proc. of Roy. Soc. of N. S. Wales*, t. 32, p. 195.

(³) Wallach, *Liebigs Ann.*, t. 264, p. 8.

(⁴) Environ 2 et $\frac{1}{5}$.

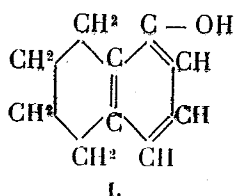
Quant au résidu non distillé de la première opération, il cristallise par refroidissement et on peut en extraire un dibromure qui fond à 166°-168° (analyse Br pour 100, 54,49), c'est le dibromure de Wallach (*loc. cit.*) distinct du précédent. La formation de ce dibromure sous forme solide a toujours été postérieure à la décomposition des bromures primitifs. Ce fait, joint à l'existence d'un faible rendement et à l'inactivité optique du produit, permet de conclure que, selon toute probabilité, ce dibromure n'est pas un dérivé d'addition de l'α-pinène.

En résumé, l'action du brome sur le pinène, même lorsqu'elle ne donne pas lieu à un dégagement d'acide bromhydrique, conduit à un mélange complexe de produits d'addition et de substitution, l'hydracide étant absorbé par le pinène au fur et à mesure de sa formation.

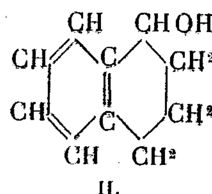
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les tétrahydronaphtols.* Note de MM. **A. Brochet** et **R. Cornubert**, présentée par M. A. Haller.

Des quatre tétrahydronaphtols α et β possibles, trois ont été décrits jusqu'ici; seul le tétrahydro-α-naphtol *alicyclique* n'avait pu être préparé. L'hydrogénation des α et β-naphtols sous pression en présence d'un catalyseur constitué par du nickel réduit, nous a permis d'obtenir les quatre isomères ainsi que l'un de nous a déjà eu l'occasion de le signaler (¹).

1° *Hydrogénation de l'α-naphtol.* — 200^g d'α-naphtol ont été hydrogénés à 130° environ sous une pression de 15^{atm} en présence de 25^g de nickel. Dans le produit brut ainsi obtenu nous avons séparé les deux isomères, aromatique et alicyclique, par battage à la soude, ce qui nous a donné 15 pour 100 de dérivé aromatique (I) et 85 pour 100 de dérivé alicyclique (II).



I.



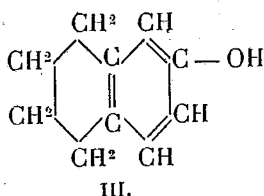
II.

Ces corps présentent les propriétés suivantes : *ar-tétrahydro-α-naphtol* (I), F. 68° ; *ac-tétrahydro-α-naphtol* (II) liquide assez visqueux, brunissant lentement au contact de l'air, $\text{Éb.}^{17}_{\text{corr.}}$: 139°-140; $d_4^{17} = 1{,}0896$; $n_D^{17} = 1{,}5671$;

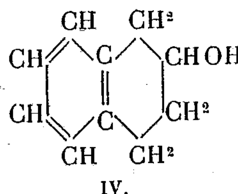
(¹) A. Brochet, *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 13, 1913, p. 198.

(R. M.)$_D$ trouvée 44,37, calculée pour $C^{10}H^{12}O|\overline{_3}$ 44,10; (E. M.)$_D$ = + 0,27. Cet alcool a donné très aisément une phényluréthane fondant à 121°.

2° *Hydrogénation du β-naphtol.* — L'hydrogénation a été effectuée dans les conditions indiquées pour l'isomère α. Elle a fourni 25 pour 100 de dérivé aromatique (III) et 75 pour 100 de dérivé alicyclique (IV).



III.



IV.

Ces corps ont présenté les caractères suivants : *ar-tétrahydro-β-naphtol*, F. 57°,5; *ac-tétrahydro-β-naphtol*, liquide excessivement visqueux, brunissant au contact de l'air; Éb.$^{20}_{\text{corr.}}$: 144°,5-146°,5; d^{17}_{4} = 1,0715; n^{17}_{D} : 1,5523; (R. M.)$_D$ trouvée 44,16, calculée 44,10; (E. M.)$_D$ = + 0,06. Cet alcool nous a donné une phényluréthane fondant à 99°.

L'hydrogénation des naphtols, par la méthode mise au point par l'un de nous (¹), conduit donc très aisément aux tétrahydrodérivés; l'hydrogénation se fait complètement sans qu'il y ait formation des décahydronaphtols décrits par Leroux (²).

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'influence du molybdate d'ammoniaque sur le pouvoir rotatoire de la mannite.* Note de M. **Georges Tanret**, présentée par M. L. Maquenne.

On connaît les modifications apportées au pouvoir rotatoire des sucres par l'addition de molybdate acide d'ammonium, modifications dont j'ai rappelé quelques-unes et signalé de nouvelles dans une récente Communication (³) et qui sont vraisemblablement attribuables à la formation de complexes organo-molybdiques.

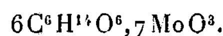
Dans le but d'isoler un de ces composés, je me suis adressé, non pas aux sucres réducteurs, plus ou moins altérables et de cristallisation souvent

(¹) A. Brochet, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1351.
(²) Leroux, *Ann. Ch.*, 8ᵉ série, t. 21, 1910, p. 458.
(³) G. Tanret, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1363.

difficile, mais à un alcool polyatomique stable et relativement peu soluble : la mannite.

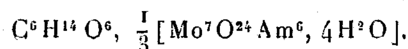
I. Gernez, en 1891, a montré que la mannite, très faiblement lévogyre ($[\alpha]_D = -0°,25$), devient fortement dextrogyre sous l'influence de quantités croissantes d'heptamolybdate d'ammoniaque : son pouvoir rotatoire atteint un maximum et se met aussitôt à décroître. Mes déterminations confirment celles de Gernez. Elles montrent de plus que la valeur de ce maximum est variable selon la concentration en mannite des solutions, passant de $[\alpha]_D + 39°,2$ à $+ 45°$ pour des concentrations de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{60}$: elles montrent aussi que la décroissance ultérieure de pouvoir rotatoire est beaucoup plus profonde qu'elle n'avait été notée jusqu'ici, celui-ci tombant à $+ 7°,5$ et peut-être même plus bas.

L'expérience montre que le maximum est exactement atteint lorsqu'à 1^g de mannite on a ajouté 2^g de molybdate. Si l'on supposait qu'il s'est formé une combinaison moléculaire entre la mannite et MoO^3 libre du molybdate, on serait amené à conclure que ce maximum est obtenu lorsqu'à 1^{mol} de mannite on a ajouté $1^{mol},18\ MoO^3$, d'où la formule probable



$$6C^6H^{14}O^6, 7MoO^3.$$

Si, d'autre part, on s'attachait à l'idée d'un simple composé d'addition, on verrait qu'il faut 1^{mol} de mannite pour $\frac{33,9}{100}$ de molécule de molybdate, proportion qui se rapproche sensiblement de la formule



$$C^6H^{14}O^6, \frac{1}{3}[Mo^7O^{24}Am^6, 4H^2O].$$

Aucune de ces deux formules ne paraît pourtant rigoureusement satisfaisante.

II. Comme les sucres réducteurs, mais plus complètement encore qu'eux, la mannite est capable de saturer l'acidité due, dans l'heptamolybdate d'ammoniaque, aux $4MoO^3$ faiblement combinés de ce sel. Ainsi, tandis que 1^g molybdate, dissous dans 40^{cm^3} eau, exige l'addition de $6^{cm^3},6$ NaOH normale pour être neutralisé à la phénolphtaléine, il ne faut plus, pour arriver au début du virage rosé, que $4^{cm^3},2$ lorsqu'on a ajouté $0^g,25$ de mannite, que 2^{cm^3} lorsqu'on en a mis $0^g,50$, etc.

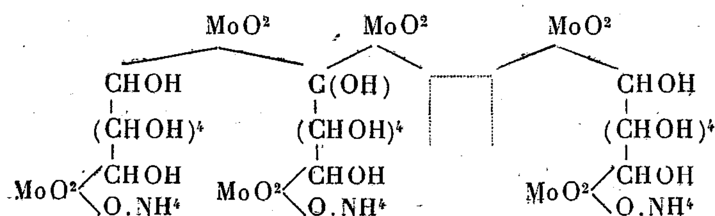
Comme dans le cas des sucres, le virage s'efface du reste assez vite et nécessite ultérieurement, pour se reproduire, l'addition de nouvelles quantités d'alcali. Il semble donc que la combinaison organo-molybdique formée se dissocie rapidement et tend à un nouvel équilibre.

III. Il est aisé d'isoler à l'état cristallisé le complexe répondant au pouvoir rotatoire maximum de la mannite.

Pour cela on fait une solution de 15g mannite et 30g molybdate dans 200cm³ eau. Au bout de peu de temps une abondante cristallisation se produit : on la recueille, on lave à l'eau et l'on sèche à l'air. La concentration modérée des eaux mères fournit de nouveaux cristaux.

Le corps ainsi obtenu est blanc, cristallisé en fines aiguilles soyeuses. Il se dissout à 15° dans 36 parties d'eau, dans 3p,5 à 100°. Sa solubilité augmente en présence de molybdate d'ammoniaque ou de mannite. Son pouvoir rotatoire, pour des solutions variant de $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{60}$, est constant et égal à + 52°,5.

Le dosage de MoO^3, de NH^3, de H^2O et du carbone lui assigne la composition $[(13MoO^3, 7NH^3, 7C^6H^{14}O^6) - 6H^2O] + 3H^2O$. On voit donc que, abstraction faite des 3mol d'eau de cristallisation qui s'en vont sur l'acide sulfurique, il s'agit d'un complexe formé de 7mol d'un mannito-molybdate d'ammonium, dont les restes de mannite seraient à nouveau éthérifiés par $6MoO^3$ avec élimination de $6H^2O$. On peut le représenter par un schéma tel que



Ce complexe, acide aux indicateurs, et dont la neutralisation par NaOH est lente et progressive, est remarquable par sa fragilité chimique. Il est inaltérable par l'eau, mais les alcalis dilués le décomposent immédiatement en molybdate neutre et mannite, d'où perte totale du pouvoir rotatoire. Les acides minéraux le dédoublent à froid et, selon leur concentration, il s'établit un équilibre (mannite + polymolybdate + complexe) variable selon la masse de l'acide mis en œuvre et entraînant une baisse graduelle de pouvoir rotatoire : ainsi 1g de ce corps, dissous dans 20cm³ SO^4H^2 à 3 pour 100, donne $[\alpha]_D = +38°,3$; avec SO^4H^2 à 10 pour 100, on a $[\alpha]_D = +13°,3$ et, avec SO^4H^2 à 40 pour 100, $[\alpha]_D = +2°$. On comprend ainsi pourquoi la courbe primitive des pouvoirs rotatoires de la mannite, telle qu'on peut la dresser avec les chiffres de Gernez, présente une cassure brusque et comment sa deuxième branche tend vers zéro : un excès d'hep-

tamolybdate, mis en présence du complexe étudié, agit en effet par son MoO^3 libre et, par une série d'équilibres successifs, tend vers l'état final [polymolybdate + mannite] dépourvu de pouvoir rotatoire.

En résumé, la mannite offre ainsi le premier exemple d'un alcool polyatomique capable de donner, avec le molybdate acide d'ammoniaque, un complexe bien défini, doué de pouvoir rotatoire et isolable par simple cristallisation. Une telle recherche, qui complète celles de Gernez, apparaît, il va sans dire, comme susceptible de généralisation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réduction du naphtoate d'éthyle et un cas de réduction d'alcool en carbure par le sodium et l'alcool absolu.* Note de M. **Hervé de Pommereau**, présentée par M. Ch. Moureu.

MM. Bouveault et Blanc ont montré (¹) que le benzoate d'éthyle n'est pas réduit par le sodium et l'alcool absolu; je me suis proposé de voir s'il en était de même pour le naphtoate d'éthyle.

Le naphtoate d'éthyle α est réduit par le sodium et l'alcool absolu, mais il ne donne pas l'alcool correspondant, ainsi que cela se produit généralement pour les éthers-sels. Cette réduction fournit un carbure qui bout à 228° sous 760^{mm}, et qui a été reconnu comme étant un dihydrométhylnaphtalène. En effet, ce carbure répond à la composition $C^{11}H^{12}$, il fixe deux atomes de brome pour donner un dibromure cristallisé $C^{11}H^{12}Br^2$, blanc, fusible à 84°; de plus, il est identique au produit obtenu en réduisant l'α-méthylnaphtalène par le sodium et l'alcool absolu. Ce carbure ne donne pas de picrate; c'est donc probablement un méthyldihydro-1.4-naphtalène, car le dihydronaphtalène-1.4, provenant de la réduction du naphtalène par le sodium et l'alcool absolu (²), ne donne pas non plus de picrate, tandis que le méthyl-1-dihydro-3.4-naphtalène obtenu par Auwers (³), en déshydratant le méthyl-1-tétrahydronaphtol-1 par l'anhydride phosphorique, formerait un picrate.

Ce résultat m'a conduit à rechercher si l'alcool α-naphtylique



$$C^{10}H^7CH^2OH$$

est réduit par le sodium et l'alcool absolu. La réduction par le sodium de

(¹) *Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 60.
(²) Bamberger, *Liebigs Ann.*, t. 288, 1895, p. 75.
(³) K. von Auwers, *Liebigs Ann.*, t. 415, 1918, p. 163.

l'alcool α-naphtylique a donné quantitativement le même dihydrométhylnaphtalène $C^{10}H^{9}CH^{3}$. Cette réduction d'un groupement alcool primaire en groupement méthyle par le sodium et l'alcool absolu n'a pas encore, à ma connaissance, été signalée.

L'acide naphtoïque a été préparé en oxydant l'alcool α-naphtylique, soit par le mélange chromique, soit par l'acide nitrique (D = 1,13); cette dernière oxydation a donné des rendements un peu plus élevés que la première.

L'α-méthylnaphtalène a été obtenu en faisant agir le sulfate neutre de méthyle sur le bromure de naphtylmagnésium, d'une manière analogue à celle indiquée par Houben [1] dans la série benzénique.

L'alcool α-naphtylique a été préparé suivant la méthode employée par Volmar [2] en faisant agir du trioxyméthylène sur le bromure de naphtylmagnésium.

J'ai constaté que cet alcool α-naphtylique peut se décomposer partiellement à la distillation en l'éther-oxyde correspondant $(C^{10}H^{7}CH^{2})^{2}O$, lequel forme de petits cristaux blancs fusibles à 118°.

En résumé, le naphtoate d'éthyle α est réduit par le sodium et l'alcool absolu, pour donner non pas l'alcool correspondant, mais un dihydrométhylnaphtalène identique à celui que l'on obtient en réduisant de la même façon le méthylnaphtalène α. L'alcool α-naphtylique est également réduit dans les mêmes conditions pour donner le même dihydrométhylnaphtalène.

Je me propose de poursuivre l'étude de la constitution et des propriétés de cet hydrocarbure, et d'étendre ces résultats à la série β.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition des alcoolates et des phénates métalliques par la chaleur.* Note [3] de M. **J.-F. Durand**, transmise par M. P. Sabatier.

Les alcoolates, surtout ceux des métaux alcalins et de l'aluminium, réagissent sur un grand nombre de corps et ont été fréquemment utilisés, à ce titre, en Chimie organique. En revanche, il ne semble pas qu'ils aient été beaucoup étudiés en eux-mêmes.

De Forcrand [4] a indiqué la préparation des méthylates et éthylates de potassium et de sodium, exempts d'alcool en excès, et a calculé leurs

(1) Houben, *Ber.*, t. 36, 1903, p. 3083.

(2) Volmar, *Thèse doct. ès Sc. phys.*, Paris, 1913.

(3) Séance du 6 juin 1921.

(4) de Forcrand, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. 11, 1887, p. 455 et 462.

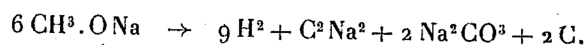
chaleurs de formation. Il résulte de ses recherches que ces alcoolates sont stables jusqu'à 200° au moins. Je me suis proposé d'étudier la façon dont se comportent les alcoolates, et aussi les phénates, sous l'action de la chaleur.

I. Méthylates. — *Méthylate de sodium.* — Un poids connu de sodium métallique est introduit dans un ballon en verre peu fusible, renfermant du méthanol pur. L'excès d'alcool a été chassé par distillation et la température a été élevée progressivement.

La masse reste blanche jusque vers 300°, où elle commence à noircir par charbonnement, en même temps qu'il se dégage en abondance de l'hydrogène. Ce gaz est accompagné de fumées difficilement condensables, formées d'un hydrocarbure à odeur spéciale, rappelant un peu la menthe poivrée; ce corps ne se forme qu'en très faible proportion.

Quand le dégagement d'hydrogène a cessé, il reste dans le ballon une masse noire, qui est pyrophorique à l'air, même à la température ordinaire. Après refroidissement à l'abri de l'air, une addition d'eau fournit des quantités importantes d'acétylène. Enfin, en ajoutant de l'acide chlorhydrique, on détermine un abondant dégagement de gaz carbonique.

De la mesure des volumes des trois gaz et de la pesée du carbone restant dans le ballon, il résulte que la décomposition du méthylate s'est faite à peu près quantitativement suivant l'équation



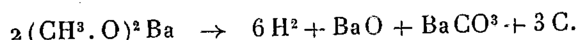
$$6\,CH^3.ONa \rightarrow 9\,H^2 + C^2Na^2 + 2\,Na^2CO^3 + 2\,C.$$

Méthylate de potassium. — Ce corps se décompose par la chaleur comme le précédent : on note seulement un déficit en acétylure métallique. Ce fait semble lié à un curieux phénomène qu'on observe vers la fin du dégagement de l'hydrogène : à ce moment le ballon se remplit de vapeurs d'un beau vert, qui sont constituées par du *potassium* libre, car elles se condensent à la partie supérieure du ballon, en formant un enduit métallique brillant immédiatement détruit par l'eau.

Méthylate de baryum. — Ce corps a été préparé par l'action de la baryte anhydre sur le méthanol. Un volume déterminé de la solution obtenue, et dans laquelle on a dosé le baryum, est versé dans le ballon et l'alcool en excès chassé par la chaleur. Vers 350° la masse blanche commence à charbonner, en même temps que se dégage de l'hydrogène, avec un hydrocarbure liquide, ce dernier en très faible proportion. Après refroidissement, l'addition d'eau détermine une forte élévation de température, sans dégagement gazeux. L'acide chlorhydrique donne ensuite un abondant dégage-

ment de gaz carbonique. On pèse enfin le carbone restant dans le ballon.

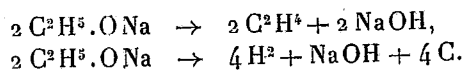
La décomposition se fait suivant l'équation



$$2(CH^3.O)^2Ba \rightarrow 6H^2 + BaO + BaCO^3 + 3C.$$

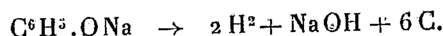
II. Éthylates. — *Éthylate de sodium.* — Ce corps se décompose sous l'action de la chaleur, en donnant de l'éthylène, du carbone et de la soude.

La décomposition se fait suivant les deux équations



$$2C^2H^5.ONa \rightarrow 2C^2H^4 + 2NaOH,$$
$$2C^2H^5.ONa \rightarrow 4H^2 + NaOH + 4C.$$

III. Phénates. — *Phénate de sodium.* — Ce corps a été préparé par l'action du métal sur le phénol. Le phénate pur, sous l'action de la chaleur, donne de l'hydrogène et un résidu formé de soude et de carbone :



$$C^6H^5.ONa \rightarrow 2H^2 + NaOH + 6C.$$

Je me propose de poursuivre l'étude de la décomposition des alcoolates et des phénates métalliques sous l'action de la chaleur.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la photographie stéréoscopique des cristaux.* Note [1] de M. **Maurice François**, présentée par M. Charles Moureu.

Les cristaux microscopiques étant des formes naturelles à relief considérable, on ne saurait en obtenir une image exacte qu'en en faisant une photographie stéréoscopique donnant l'impression du relief. Mais il est bien évident que, pour faire la photographie stéréoscopique d'un objet microscopique, il faut que cet objet ne soit pas éclairé par transparence, mais par réflexion, en sorte que la photographie microscopique stéréoscopique devait avoir pour base préalable le procédé d'examen des cristaux opaques par réflexion que j'ai indiqué précédemment [2]. Ce procédé comprend l'emploi d'un miroir concave placé sous l'objectif et, en outre, celui d'un éclairage électrique placé dans l'axe qui, par sa constance, permet de régler les temps de pose et d'arriver à deux clichés stéréoscopiques de même valeur.

On entrevoit la réalisation de la photographie stéréoscopique des cristaux sous deux aspects :

On peut photographier un groupe cristallin placé légèrement à gauche de l'axe du

---

(1) Séance du 6 juin 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 967.

microscope, le déplacer d'une très petite quantité pour le faire passer à droite de cet axe et le photographier de nouveau. L'examen des deux photographies dans un stéréoscope devra donner l'impression du relief. Malheureusement ce procédé, si simple en apparence, exigerait un appareil de grande précision pour produire le déplacement qui devrait être réglé exactement et qui serait de l'ordre du centième de millimètre. En un mot, il faudrait construire une vis micrométrique horizontale très exacte.

Il est possible aussi d'employer un microscope binoculaire vrai, c'est-à-dire à deux objectifs. Ces microscopes, construits pour examiner les objets par réflexion, donnent l'impression du relief d'une façon remarquable. Si donc on surmontait chaque oculaire d'une chambre noire, prenait en même temps du groupe cristallin une photographie vue de gauche et une photographie vue de droite et examinait au stéréoscope les deux clichés rapprochés, on aurait une impression de relief. Quelques difficultés apparaissent. C'est d'abord que l'appareil n'est pas fait pour de forts grossissements; c'est ensuite que les deux tubes du microscope sont disposés obliquement par rapport à la verticale, ce qui oblige à l'emploi de deux chambres noires distinctes ayant leurs glaces dépolies dans des plans différents et conduit à des difficultés pour rapprocher dans les limites convenables les deux clichés en vue de l'examen au stéréoscope.

La préférence doit aller au microscope binoculaire, mais on arrive plus facilement au but cherché en partageant l'opération photographique en deux phases et en se servant d'un microscope dont le tube unique, garni d'une chambre noire, peut être incliné successivement à gauche et à droite.

Un groupe de cristaux microscopiques étant dans l'axe du microscope ou dans son voisinage, on incline le microscope à gauche et l'on prend une photographie des cristaux vus de gauche. On incline alors le microscope d'une quantité égale à droite et l'on prend une seconde photographie des cristaux vus de droite. L'examen des clichés positifs au stéréoscopique donne une vue en relief des cristaux. Un dispositif, basé sur un principe analogue, a été imaginé par MM. Quidor et Nachet [1]; il ne comprend pas d'appareil de réflexion ni d'éclairage central uniquement pour l'étude de l'anatomie animale.

Je me suis servi des plaques pour vérascope Richard, de format $44^{mm} \times 107^{mm}$. Au moyen des deux clichés négatifs, on tire des positifs sur verre que l'on examine dans un stéréoscope Richard, en éclairant de préférence le stéréoscope à l'aide d'une source lumineuse intense.

J'ai obtenu par ce procédé des clichés de deux sortes; ou bien la photographie par réflexion de cristaux opaques secs à facettes brillantes en plaçant les cristaux sur une tache opaque aussi blanche que possible, ou bien la photographie par réflexion de cristaux transparents secs en les plaçant

---

(1) *Comptes rendus*, t. 144, 1907, p. 908.

sur une tache opaque noire. J'ai en particulier obtenu de très beaux clichés de cristaux de bimétaantimoniate de soude et de tartrate de chaux. Ces cristaux apparaissent avec un relief remarquable et montrent une transparence et un éclat qui approchent de ceux du diamant taillé.

LITHOLOGIE. — *Sur quelques roches cristallines d'Albanie.* Note de MM. **Jacques Bourcart** et **René Abrard**.

La pétrographie de l'Albanie moyenne est encore presque inconnue [1]; au cours de trois années d'exploration de ce pays, l'un de nous [2] a récolté des échantillons de la plupart des roches cristallines qui affleurent dans ce pays. Elles se répartissent en deux groupes : les granites et granulites de l'axe cristallin de la Péninsule (massif cristallin septentrionnal de Philippson) et les *roches vertes* des chaînes dinariques si largement représentées dans l'Albanie moyenne.

Les roches du premier groupe ont été récoltées dans la Stara nerecka planina, chaîne de montagnes qui s'étend du Peristeri de Monastir au Viçi Vrh, culminant au-dessus de Kastoria.

Cette chaîne, limite ancienne de partage des eaux adriatiques et égéennes, forme la frontière naturelle orientale de l'Albanie moyenne.

Sur son versant occidental, les granites et granulites sont recouverts par des calcaires crétacés à Rudistes; au sommet de la chaîne et sur le versant oriental, des gneiss, micaschistes et schistes à séricite recouvrent les granites.

Le long de la route de Florina à Korça (col de Pisoderi) affleure le granite qui constitue tout le massif du Peristeri; en ce point les carrières de la route française ont permis de recueillir des échantillons frais.

Les échantillons examinés montrent une roche à éléments moyens, l'orthose y est visible à l'œil nu et présente la mâcle de Carlsbad. Au microscope on aperçoit un pavage de quartz souvent brisés, *à extinction roulante*, orthose, microcline avec veinules d'albite, oligoclase.

Mica pléochroïque : suivant ng, brun olivâtre; suivant np, jaune brun très pâle.

Un peu de hornblende s'est formée aux dépens du mica. Sphène à contours géomé-

---

(1) A l'exception d'une Note de V. Hilber et J.-A. Ippen, *Gesteine aus Nordgriechenland und dessen türkischen Grenzländern* (*Neues Jahrbuch für Mineralogie*, Beil. Band 18, p. 1-56, 5 planches, 1903).

(2) Jacques Bourcart.

triques, apatite souvent en inclusion dans le mica. Un peu d'épidote et de clinochlore formés secondairement, magnétite rare.

Au monastère de Sv. Trotska et sur la rive est du lac Prespa, les échantillons recueillis, très écrasés, n'offrent plus à l'œil l'aspect d'un granite, mais au microscope montrent la même composition que le granite du col avec un peu plus de hornblende verte, légèrement pléochroïque du vert bleuâtre au vert jaune. Le mica et la hornblende forment de petits nids, la roche contient en outre de l'oxyde de fer hydraté et de la chlorite.

Un gisement important de pyrite, avec chalcopyrite, se trouve dans ce granite au pied de l'ancien monastère.

Au contact même des calcaires à Rudistes, qui ne présentent aucune trace du métamorphisme, dans la vallée de la Zhelova, d'énormes masses de granulites affleurent; à l'œil nu la roche présente l'aspect d'une protogine.

Au microscope elle montre une structure en ciment, du quartz à extinctions roulantes, de grands cristaux d'orthose, du microcline et de l'oligoclase.

Le mica blanc est très étiré. Un peu de chlorite et de magnétite.

La roche en s'altérant fournit des arènes grossières, en masses considérables.

Une granulite analogue, mais à éléments beaucoup plus fins, et contenant une grande abondance de microcline, forme des filons un peu au sud du col.

Toutes ces roches ont dû subir des pressions considérables.

A l'ouest de la Nerecka planina, aucun granite ou granulite n'affleure en Albanie moyenne. Les cailloux roulés des poudingues aquitaniens de la Morova et de la Mokra, ainsi que les sables pontiens de Çereva (cuvette d'Ohrida) et les terrasses supérieures du Shkumbi, nous ont donné un granite très altéré, où le sphène est fort abondant et qui paraît absolument analogue au granite de Pisoderi.

Les *roches vertes* qui forment le second groupe se présentent presque toujours sous forme de serpentines presque noires, à structure souvent entièrement colloïdale; elles affleurent en masses énormes, constituant à elles seules parfois tout un massif montagneux, en relation avec les calcaires à Rudistes et avec les radiolarites jurassiques.

Elles sont continues, le long de tout l'axe montagneux central de l'Albanie moyenne qui court du Sud-Sud-Est, du col de Zygos du Pinde à la Mirdita au Nord-Nord-Ouest, jusqu'à Scutari. Par là elles se continuent avec celles de la Metohija et du Sandjak de Novi-Pazar (Rascie).

Quelques coupes naturelles profondes (Morava près de Korça, gorge du Shkumbi, vallée du Fani Vogel à la cathédrale d'Oroshi en Mirdita) ont permis de recueillir des échantillons dont la serpentinisation est moins

avancée et qui présentent à l'œil nu l'aspect d'un gabbro à éléments fins.

Au microscope on reconnaît :

Une roche très fraîche à éléments très fins avec anorthite mâclée suivant les lois de l'albite et de la péricline, diallage, olivine, quelquefois partiellement transformée en antigorite (Morova planina); il s'agit d'un *gabbro typique à olivine*.

D'autres échantillons (Babia sur le Shkumbi, Nerfanina en Mirdita, Oroshi) sont constitués par un *gabbro à pyroxène ouralitisé en voie de serpentinisation* avec anorthite, amphibole d'un vert pâle en lumière naturelle, résultant de la transformation du pyroxène, magnétite abondante.

Par contre, les serpentines du Lenja, de la Mokra planina, du Shebenikut et de la Kaptina de Martanesh (Haut Mati) proviennent nettement de la transformation de *péridotites*.

On observe tous les intermédiaires : olivine à peine fissurée, puis à un stade plus avancé envahie par de l'antigorite aboutissant à une structure maillée. D'autres échantillons montrent des restes d'amphibole d'ouralitisation et de l'antigorite à structure calcédonieuse, ils passent à des serpentines colloïdes.

A la base de ces massifs, on observe de la wehrlite dont la serpentinisation est assez avancée avec bastite épigénisant le diallage, olivine se transformant en antigorite.

Les masses de serpentines semblent provenir indifféremment de gabbros ou de péridotites. Les conglomérats helvétiens contiennent en abondance des galets de ces deux roches; mais jamais de galets de serpentine.

On rencontre en abondance les minéraux suivants dans les serpentines : crysotyle en rubans, asbeste en filons, antigorite en longues fibres, diallage en cristaux de plusieurs centimètres, souvent transformé en bastite, magnétite. Des gisements importants de chromite avec magnétite et traces de manganèse se trouvent à Mëmëlishta sur le lac d'Ohrida et à Bulqiza (vallée du Vito zezë, affluent du Drin noir).

GÉOLOGIE. — *Observations tectoniques dans la zone prérifaine du R'arb septentrional (Maroc)*. Note de M. **Léon Lutaud**, présentée par M. Émile Haug.

A la fin de l'été 1918, j'ai eu l'occasion d'étudier avec quelque détail la région du R'arb septentrional située au nord et à l'est d'une ligne partant du confluent de l'oued Sebou avec l'oued Ouerrha, pour aboutir à la zone

espagnole, en passant par Mechra Bel Ksiri et le massif de Lalla Zorah. Les conditions de sécurité m'ont empêché de dépasser, à l'est et au nord, une ligne reliant le djebel Kourt au poste de Rmel (5^{km} à l'est du camp de Mzoufroun) et, de là, au versant nord du djebel Sarsar (¹).

Des circonstances indépendantes de ma volonté ne m'ont pas permis de publier jusqu'ici mes observations. Mais les discussions récentes qui se sont engagées au sujet de la tectonique du Nord Africain, m'incitent à exposer aujourd'hui certains résultats de mon voyage relatifs à ce point de vue spécial.

La stratigraphie de la région n'est pas encore bien précisée, certains niveaux étant fort peu fossilifères. Cependant les études de M. le professeur Gentil et de divers autres auteurs, ainsi que l'examen des fossiles que j'ai rapportés, permettent de ramener à cinq formations principales les terrains que l'on rencontre :

1° Le Trias, représenté par des argiles bariolées, souvent salifères, des cargneules, des schistes et des marnes fétides, associés à des roches éruptives (syénites, ophites);

2° Le Nummulitique, constitué par des grès compacts à grain fin, avec Nummulites, et par des marnes calcaires blanches à silex très caractéristiques;

3° Le Burdigalien, formé de grès grossiers, généralement roux et renfermant de nombreux débris de Lamellibranches;

4° Un puissant ensemble d'argiles compactes homogènes, grises en surface (couleur variant du gris bleu au gris brun, souvent noirâtres en profondeur) rapportées à l'Helvétien;

5° Un autre ensemble, formé de sables jaunes, argileux à la base, localement cimentés, et de galets bien roulés, certainement supérieur à tous les termes précédents et représentant très probablement le Sahélien.

Les relations stratigraphiques de certains de ces terrains sont tout à fait anormales :

Les argiles helvétiennes sont à la base de toute la série; nulle part je ne les ai vues reposant nettement sur le Trias ou sur le Nummulitique. Par contre, le Sahélien recouvre normalement tous les terrains plus anciens.

Le Trias ne donne que des affleurements réduits et morcelés, dans lesquels règne un complet désordre. Ses éléments si divers s'y rencontrent en lambeaux juxtaposés, écrasés et mélangés dans un ordre quelconque; on ne peut y établir aucune succession stratigraphique et il est certain que cet ensemble a subi l'effet d'actions mécaniques intenses de broyage et de laminage.

(¹) Toutes ces indications géographiques, et celles qui suivront, sont données d'après les cartes provisoires du Service géographique du Maroc : feuilles d'Ouezzan et de Larache au $\frac{1}{100000}$ et au $\frac{1}{200000}$.

Le Trias se présente fréquemment à l'état d'îlots isolés à la surface des argiles grises helvétiennes; il ne saurait être question de considérer ces lambeaux comme des pointements en boutonnière d'un Trias normal sous-jacent : leur morcellement et leur confusion stratigraphique s'y opposent. Le plus souvent ils forment un léger relief au-dessus des argiles et apparaissent nettement comme reposant sur celles-ci. Dans quelques cas ces masses triasiques sont plus ou moins enrobées dans les argiles, sans qu'il soit possible de considérer cet enveloppement comme un enracinement.

Ces premiers faits (observables notamment au nord-est de Souk el Arba, dans la vallée de l'oued Tine, dans la haute vallée de l'oued Mda et dans la dépression de l'oued Kerem) conduisent déjà à considérer le Trias comme formant les restes écrasés et morcelés d'une nappe recouvrant les argiles grises. Je dois ajouter, à l'appui de cette manière de voir, qu'en deux points j'ai trouvé, mélangés au Trias, des lambeaux tout à fait isolés de schistes métamorphiques, dont l'origine est inconnue et dont la présence ne peut s'expliquer que par un transport mécanique.

Le plus souvent le Trias se trouve en liaison intime avec les marnes à silex éocènes ou les grès burdigaliens.

Les marnes blanches à silex sont généralement plissées, parfois très redressées, avec des pendages à la fois variables et quelconques par rapport aux argiles grises environnantes. Partout où j'ai observé le contact de ces deux termes, j'ai acquis la conviction que le Nummulitique repose en discordance mécanique sur les argiles. Cette disposition est très nette dans le massif situé à l'est d'Arbaoua, au sud du Dj. Sarsar et sur le pourtour du massif de Sidi Ameur el Hadi, c'est-à-dire dans la partie nord et est de la zone que j'ai étudiée. Au sud et à l'ouest l'Éocène est plus morcelé, en petits dômes épars ou alignés, représentant les restes d'une couverture plus importante (Dahar Larbi, cotes 196-188, etc.). Le plus souvent ces lambeaux reposent nettement sur les argiles grises et les dominent topographiquement. Ailleurs, il existe des affleurements isolés de marnes ou de grès nummulitiques, coincés dans la masse des argiles et enrobés dans celles-ci. L'érosion les a le plus souvent dégagés et mis en relief.

En outre, *d'une manière très générale*, il s'intercale au contact, *entre le Nummulitique et les argiles grises sous-jacentes*, des lambeaux de poussée triasiques, écrasés et morcelés. C'est là une disposition fréquente et caractéristique.

Les grès burdigaliens, qui reposent soit sur les marnes blanches éocènes, soit directement sur les argiles helvétiennes, présentent des faits du même

ordre : ils se trouvent en discordance très nette, mais faiblement plissés. De plus, on constate encore fréquemment, au contact de ces grès et des argiles, des lambeaux chaotiques de Trias.

Le djebel El Aloua, à 10^{km} à l'est de Souk el Arba, est une calotte de grès, soulevée en dôme au-dessus des argiles grises. Au premier abord le pendage des grès en certains points et l'allure générale du dôme pourraient faire croire que ces grès s'enfoncent au nord et au sud sous les argiles; mais la distribution des sources à la périphérie du massif est déjà peu favorable à cette interprétation; de plus, un vallon entame au sud-est la carapace de grès et permet de constater que les argiles rentrent assez loin, dans ce vallon, sous les grès et qu'un lambeau de Trias y est écrasé entre les deux formations.

Toute la région qui avoisine le camp de Mzoufroun, jusqu'au Rmel, est en grande partie constituée par des grès roux burdigaliens. A l'ouest et au sud-ouest ceux-ci forment un vigoureux relief au-dessus des argiles helvétiennes qu'ils recouvrent. Sur le versant nord-est du massif, les argiles réapparaissent, toujours dominées par les grès. En certains points, cependant, ces derniers semblent s'enfoncer sous l'Helvétien ; mais il ne s'agit, là encore, que de lames enrobées ainsi qu'on peut le voir, en coupe naturelle, dans un vallon profond creusé à l'est du camp.

Des faits que je viens d'exposer, il résulte que le Trias, le Nummulitique et le Burdigalien sont charriés et reposent en discordance mécanique très nette sur un soubassement d'argiles rapportées à l'Helvétien.

GÉOLOGIE. — *Les minerais de fer magnétique du Bassin de Longwy-Briey.* Note de M. L. Cayeux, présentée par M. H. Douvillé.

Il y a près d'un siècle que les propriétés magnétiques de certains minerais de fer lorrains ont été reconnues pour la première fois. Berthier [1], en 1827, et après lui différents auteurs, Karsten, Beudant, Dufrénoy et Elie de Beaumont, Jacquot, Braconnier, etc., ont appelé l'attention sur le « minerai bleu » d'Hayange, tout en rapportant par erreur à la berthiérine sa propriété d'être attirable à l'aimant. L'emploi du microscope a montré que, si la berthiérine est magnétique, elle l'est uniquement par des inclusions de fer oxydulé, et non par elle-même. Contre toute attente, il y a en effet du fer magnétique dans les minerais du Lias supérieur de Lorraine. Ce composé ferrugineux y a été signalé, notamment par Van Wervecke, Steinmann, Tabary, A. Lacroix, Hoffmann, etc. et toujours, à une seule excep-

(1) P. Berthier, *Sur la composition des minerais de fer en grains* (*Ann. Chimie et Physique*, t. 35, 1827, p. 256-257).

tion près, dans la couche grise d'Hayange, où il s'est fixé dans les oolithes (A. Lacroix, Van Wervecke). Notons encore que la plupart des géologues, qui ont formulé une opinion sur le mode de formation de la magnétite, lui ont attribué une origine sédimentaire, en rejetant toute idée d'action dynamométamorphique.

On sait aujourd'hui que cet élément existe non seulement à Hayange, mais à Oettange, où il était déjà connu avant 1870, dans le Luxembourg et à Pienne (arr. de Briey). Partout où il a été observé, il est subordonné à la couche grise. A Pienne, il forme un horizon, suivi sur 1^{km} sans en atteindre la terminaison.

A Oettange, par contre, il s'agit d'un système de petites barres tout au plus longues d'une dizaine de mètres et occupant plusieurs niveaux dans le minerai gris. Dans les différents points où il existe, le fer magnétique s'est développé indépendamment de toute influence métamorphique spéciale. A lui seul, le fait qu'on le rencontre dans la même couche en des points très distants, prouve à l'évidence qu'il faut renoncer à faire intervenir un agent métamorphique exceptionnel pour en expliquer la formation.

Au point de vue génétique, l'analyse des minerais de fer magnétique lorrain fournit des précisions intéressantes, sur lesquelles l'attention n'a jamais été appelée. En définitive, le fer magnétique des minerais de Lorraine revêt trois manières d'être principales : il prend part à la formation des oolithes; il épigénise partiellement les débris organiques et il se développe à l'état libre dans le ciment.

1° Lorsqu'il se concentre dans les corps oolithiques, le fer magnétique engendre des oolithes dépourvues de structure concentrique, des couronnes entières régulières ou non, des croissants, des amas irréguliers, et, enfin, une sorte de poussière très fine dont les particules sont distribuées confusément ou ordonnées en lignes concentriques. Le plus souvent, lorsqu'une oolithe n'est que partiellement envahie par le fer magnétique, c'est une chlorite qui lui est intimement associée. Il importe d'ailleurs d'observer que la très grande majorité des oolithes ont une composition mixte, réalisée par la coexistence du fer magnétique et de la chlorite, du fer magnétique et de la sidérose, etc.

2° Tous les organismes en présence peuvent fixer du fer magnétique. En fait, on rencontre quantité de restes de Mollusques partiellement épigénisés par ce minéral, des articles de Crinoïdes au réseau transformé en fer magnétique, etc.

3° Enfin, cette substance s'est développée dans la gangue, où elle est en

moyenne très rare et manque complètement sur de grands espaces; et, point important, elle est associée dans le ciment à la même chlorite que dans les oolithes.

A s'en tenir à ces brèves indications on peut être tenté de simplifier le problème posé et de dire : tout le fer magnétique a pris naissance, *in situ*, dès l'instant qu'il s'en trouve dans la gangue. Or, il n'en est rien. Sur ce sujet, l'analyse micrographique fournit quelques éléments d'information décisifs.

1° Dans tous les échantillons analysés et dans presque toutes les préparations qu'on en tire, il existe des oolithes brisées par les flots. Celles-ci sont envahies par le fer magnétique de telle manière qu'il est évident que la magnétite s'est fixée dans les morceaux d'oolithes, après la fragmentation de celles-ci. En effet, dans les individus où le fer magnétique se borne à dessiner un cadre superficiel, ce cadre se poursuit sur tout le pourtour de l'oolithe tronquée, preuve qu'il est de formation postérieure à la fragmentation. En conséquence, le fer magnétique s'est substitué à un élément préexistant et les oolithes n'avaient certainement pas à l'origine la composition qu'elles ont aujourd'hui.

2° Différentes données démontrent que le fer magnétique des oolithes et celui du ciment n'ont pas pris naissance en même temps et dans le même milieu. L'une d'elles résulte de ce fait que le fer magnétique, en association avec la chlorite, abonde dans les oolithes, alors qu'en moyenne il est très rare dans le ciment, pourtant constitué par le même type de chlorite. Ce contraste est inexplicable, si l'on admet que le fer magnétique des oolithes s'est développé, comme celui de la gangue, après la mise en place des matériaux.

Dans le même ordre d'idées, il est à signaler que le fer magnétique, épigénisant partiellement les oolithes, s'arrête à la limite des grains, sans jamais empiéter sur la chlorite du ciment, alors que dans une foule d'individus elle envahit irrégulièrement la chlorite qui en occupe le centre.

Bref, le développement de la magnétite dans les oolithes est antérieur à leur mise en place.

Un dernier trait fait ressortir avec évidence l'indépendance des deux types de magnétite. Dans le cas particulier où le fer magnétique se concentre de manière à remplir des espaces interoolithiques, il est toujours séparé des oolithes en magnétite qu'il cimente par un liséré de chlorite (Pienne).

Deux enseignements découlent de la présente Note :

1° Les oolithes n'ont pas été constituées à l'origine par le fer magnétique. Cet élément s'est introduit dans les oolithes entre le moment précis où elles ont été morcelées et celui où elles ont été incorporées définitivement au sédiment.

2° Tout se passe comme si le fer magnétique des minerais s'était formé en deux temps. A la première génération se rapporte l'épigénie des oolithes et vraisemblablement celle des organismes. La seconde correspond au développement du fer magnétique dans le ciment. En cela, l'histoire de la magnétite en question reproduit, dans ses grands traits, celle de l'hématite. J'ignore en quoi les conditions de milieu ont été modifiées au cours de la formation de la couche grise, en différents points du Bassin, de manière à engendrer du fer magnétique. Quoi qu'il en soit, la genèse de ce minéral, à grande échelle, dans les conditions ordinaires de température et de pression, nous met en garde contre la tendance bien naturelle à rapporter le fer magnétique si répandu dans les minerais siluriens de l'Anjou, à des actions métamorphiques, tout autres que celles qui peuvent s'exercer sur les fonds sous-marins.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la corrélation des fosses alvéolaires, des mouvements et de la structure des dernières molaires des mastodontes et des éléphants.* Note de M. **Sabba Stefanescu**.

J'ai étudié les dernières molaires des mastodontes et des éléphants, au point de vue de la corrélation des fosses alvéolaires, des mouvements et de la structure. Je vais exposer cette corrélation, que pas un des paléontologistes qui m'ont précédé n'a entrevue, mais je limite mes observations à la dernière molaire et à la fosse alvéolaire inférieure de gauche, parce que les molaires et les fosses alvéolaires du maxillaire, inférieur ou supérieur, sont symétriques, et celles des deux moitiés du crâne, gauche ou droite, sont inverses.

I. Les deux branches, horizontale et verticale, de la moitié de gauche du maxillaire inférieur, ne se trouvent pas exactement dans un seul et même plan vertical, car la branche verticale est infléchie vers l'extérieur, par rapport à la branche horizontale, laquelle est infléchie vers l'intérieur de la bouche. Cette double inflexion du maxillaire lui donne la direction d'une sorte de S irrégulier, très allongé.

a. La fosse alvéolaire suit la direction des deux branches du maxillaire;

sa partie proximale est infléchie comme la branche verticale, et sa partie distale est infléchie comme la branche horizontale du maxillaire; ses deux parois opposées, externe et interne, ne sont pas semblables, car la paroi externe est convexe, tandis que la paroi interne est concave.

b. Là où finit la branche horizontale et où commence la branche verticale, le maxillaire, des deux côtés, inféro-externe et supéro-interne, est élargi. A l'intérieur de l'élargissement du maxillaire, dans la partie proximale de la fosse alvéolaire, est logé le germe de la dernière molaire, placé dans une position oblique, la base dirigée vers le côté inféro-externe et le sommet vers le côté supéro-interne du maxillaire.

c. Pendant qu'il se développe et s'organise, le germe épouse la forme de la fosse alvéolaire dans laquelle il est logé, et non seulement il garde la position oblique, mais il se tord de sorte que les collines ou lames postérieures soient beaucoup plus inclinées que les collines ou lames antérieures.

II. Pour remplir la fonction de la mastication, la molaire quitte la partie proximale et avance dans la partie distale de la fosse alvéolaire; ses diverses parties, collines ou lames et racines, s'organisent d'avant en arrière et progressent d'arrière en avant. Ce mouvement de progression, le seul connu par les paléontologistes qui m'ont précédé, est, d'après de Blainville, dû à l'observation d'Adrien Camper.

a. Mais, pour passer de la position oblique à la position normale exigée par la mastication, les collines ou lames, en commençant par l'antérieure vers la postérieure, se redressent d'abord et se renversent ensuite vers l'extérieur de la bouche. Simultanément donc, *la molaire accomplit un mouvement de progression et un mouvement de torsion.*

b. Mais, pour suivre les inflexions et pour épouser la forme de la fosse alvéolaire, au fur et à mesure que la molaire avance, elle se déploie horizontalement et verticalement, et c'est ainsi qu'en plus des deux mouvements de progression et de torsion, *la molaire en accomplit en même temps encore deux autres, à savoir : un mouvement de déploiement horizontal et un mouvement de déploiement vertical.*

III. Pendant que la molaire accomplit ces quatre sortes de mouvements, la couronne acquiert des caractères qu'elle garde, et qui nous révèlent les mouvements qu'elle a subis; pour ainsi dire, les mouvements sont comme gravés ou empreints sur la couronne, et c'est ainsi que :

a. La couronne non usée ou usée nous renseigne sur la position qu'occupait la molaire dans la fosse alvéolaire, au moment de la mort de l'animal. La couronne non usée, par exemple, appartenait à une molaire en germe ou

très jeune, qui n'avait pas encore fonctionné, et qui était située dans la partie proximale de la fosse alvéolaire, tandis que la couronne complètement usée appartenait à une molaire très vieille, entièrement arrivée dans la partie distale. Entre les deux extrêmes il y a des intermédiaires.

b. Les angles intéro-interne et postéro-externe (AI, PE) *de la couronne, plus relevés que les angles antéro-externe et postéro-interne* (AE, PI), *nous renseignent que la couronne est tordue suivant la diagonale* AE-PI. Mais, puisque la torsion des molaires très jeunes est moins accentuée que la torsion des molaires de plus en plus âgées, il s'ensuit qu'au fur et à mesure que la molaire avance dans la fosse alvéolaire, les collines ou lames se redressent, en commençant par les antérieures vers les postérieures, et se renversent vers l'extérieur.

c. Horizontalement la couronne est courbe, ses deux faces latérales, externe et interne, sont courbes, l'externe concave, l'interne convexe. Il est à remarquer la corrélation inverse des faces latérales de la couronne et des parois de la fosse alvéolaire.

Les collines ou lames de la couronne ne sont pas parallèles; elles sont plus espacées du côté du bord interne et plus serrées du côté du bord externe, exactement comme si elles étaient dirigées suivant les rayons d'un arc de cercle situé dans un plan horizontal, dont le centre serait en dehors de la bouche. Mais, puisque la courbure de la couronne est plus accentuée lorsque la molaire est plus près de la partie proximale que lorsqu'elle est arrivée entièrement dans la partie distale de la fosse alvéolaire, il est évident qu'en même temps que la molaire avance, la couronne se déploie longitudinalement dans un plan horizontal.

d. Verticalement la couronne est courbe; ses deux faces, radicale et trituratrice, sont courbés, concaves en haut, convexes en bas. Il est à remarquer la corrélation directe de la forme en bateau de la couronne et de la fosse alvéolaire.

Les collines ou lames de la couronne ne sont pas parallèles; elles sont plus espacées du côté de la face radicale et plus serrées du côté de la face trituratrice, exactement comme si elles étaient dirigées suivant les rayons d'arc de cercle situé longitudinalement dans un plan vertical, dont le centre serait au-dessus de la couronne. Mais, puisque la courbure de la couronne est plus accentuée lorsque la molaire est plus près de la partie proximale que lorsqu'elle est arrivée entièrement dans la partie distale de la fosse alvéolaire, il est certain qu'en même temps que la molaire avance, la couronne se déploie longitudinalement dans un plan vertical.

ACTINOMÉTRIE. — *Mesures actinométriques et polarimétriques aux altitudes élevées.* Note de M. **A. Boutaric**, présentée par M. J. Violle.

J'ai établi, par une nombreuse série d'observations faites à Montpellier [1], que l'intensité du rayonnement solaire reçu à la surface du sol, pour des épaisseurs atmosphériques traversées égales, varie dans le même sens que les polarisations. Je me suis proposé, en un séjour que j'ai fait à l'Observatoire du Pic du Midi de Bigorre (2859^{m}), du 11 août au 24 août 1919, de vérifier si cette relation est applicable aux altitudes élevées.

1. Les courbes horaires des intensités de rayonnement solaire, relatives aux observations faites les 12, 14 et 15 août, s'étagent bien dans l'ordre des polarisations, ainsi qu'on peut s'en rendre compte par l'examen du Tableau où sont relevées les intensités *i* du rayonnement en cal-g par min et par cm^2 et les polarisations P aux diverses heures.

Les courbes relatives aux autres jours d'observation n'obéissent plus d'une manière aussi régulière à la loi ci-dessus mentionnée. Ainsi la courbe du 16 août est très nettement au-dessus des courbes des 12, 14 et 15 août, bien que la polarisation ait une valeur plus faible.

Relevé horaire des intensités du rayonnement solaire et des polarisations.

	12 août.		14 août.		15 août.		16 août.		17 août.	
h.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.
7.......	»	0,58	0,927	0,49	1,010	»	1,122	0,51	1,223	0,66
8.......	1,200	0,57	1,094	»	1,194	»	1,264	0,52	1,334	»
9.......	1,287	»	1,198	0,53	1,264	0,55	1,336	»	1,396	0,66
10.......	1,344	0,62	1,274	»	1,318	0,56	1,376	0,415	1,435	»
11.......	1,371	»	(1,334)	0,49	»	»	1,394	»	1,451	»
12.......	1,377	»	(1,364)	»	»	»	1,396	0,41	1,456	»
13.......	1,368	»	(1,356)	»	»	»	1,384	»	1,451	»
14.......	1,346	0,54	1,316	»	»	»	1,360	0,44	1,436	»
15.......	1,304	»	1,244	»	»	»	1,324	0,45	1,400	0,54
16.......	1,238	»	1,160	0,51	»	»	1,262	0,51	1,346	»
17.......	1,128	»	1,004	»	»	»	1,136	»	1,234	0,585
17,45....	1,000	»	0,950	0,585	»	»	0,936	0,59	1,090	»
18.......	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

[1] A. Boutaric, *Thèse*, Paris, 1918.

Relevé horaire des intensités du rayonnement solaire et des polarisations (suite).

	18 août.		19 août.		22 août.		23 août.		24 août.	
h.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.
7.......	1,234	0,66	1,234	0,71	»	»	1,056	0,58	»	»
8.......	1,358	»	1,360	0,69	1,284	0,58	1,256	0,61	1,110	0,515
9.......	1,426	0,62	1,430	0,70	1,334	0,55	1,356	0,63	1,226	»
10......	1,466	»	1,462	»	1,356	»	1,426	0,62	1,286	0,55
11.......	1,484	0,60	1,468	0,69	»	»	1,470	»	1,316	»
12.......	1,487	0,59	1,468	»	»	»	1,479	0,695	1,323	»
13.......	1,483	»	1,462	»	»	»	1,474	»	(1,318)	»
14.......	1,469	0,59	1,443	0,67	»	»	(1,452)	»	(1,304)	»
15.......	1,428	0,60	1,408	»	»	»	(1,420)	»	(1,276)	»
16.......	1,346	0,62	1,332	0,67	»	»	(1,370)	0,57	(1,228)	»
17.......	1,240	0,615	1,152	0,67	»	»	1,284	»	1,128	0,63
17,45....	1,024	0,64	0,980	»	»	»	1,064	0,645	»	»
18.......	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

Les courbes des 16, 17, 18 août s'échelonnent dans l'ordre des polarisations. Celles des 18 et 19 août sont sensiblement confondues quoique la polarisation soit nettement plus forte le 19. Celles des 22, 23, 24 août s'échelonnent dans l'ordre des polarisations.

2. A partir du 16 août s'est manifesté, avec plus ou moins d'intensité, le curieux phénomène de la *mer de nuages*, formée d'une immense nappe de cumulus qui couvrent toute la plaine et s'élèvent à une hauteur variable sur les flancs du Pic, laissant le sommet de l'Observatoire au-dessus des nuages.

C'est à cette mer de nuages qu'il faut sans aucun doute attribuer les écarts à la relation que j'ai signalée entre la transparence de l'atmosphère et la polarisation de la lumière diffusée par le ciel. La mer de nuages constitue, en effet, une surface très diffusante et la lumière qu'elle renvoie suivant toutes les directions se superpose, dans l'atmosphère, à la lumière des rayons solaires, diminuant ainsi la proportion de lumière polarisée. Il y a là une cause d'affaiblissement de la polarisation qui est indépendante de la transparence de l'atmosphère.

Notons que Kimball (¹) avait déjà observé qu'une couche de neige répandue sur le sol entraîne une diminution notable dans la polarisation de la lumière diffusée par le ciel, ce qu'il attribuait à un accroissement de la quantité de lumière diffusée par le sol. Mes observations confirment la

(¹) Kimball, *Bulletin of the Mount Weather Observatory*, vol. 2, 2e Partie, et *J. of Franklin Institute*, avril 1911, p. 336.

remarque de Kimball et la complètent : les mesures actinométriques établissent, en effet, que la cause de l'abaissement de la polarisation constaté pendant les jours où s'est manifestée la mer de nuages ne réside pas dans l'atmosphère, puisque son pouvoir de transmission pour le rayonnement solaire n'est pas affaibli.

3. J'ai retrouvé sur les courbes d'insolation les anomalies signalées autrefois par Crova à Montpellier : 1° les courbes présentent un aplatissement, parfois une dépression, au voisinage de midi où elles sont particulièrement irrégulières; 2° elles ne sont généralement pas symétriques par rapport à l'ordonnée de midi; les intensités observées après midi sont plus faibles que celles du matin à égal éloignement de 12^h.

BOTANIQUE. — *Cultures expérimentales du* Fegatella conica *et de quelques autres Muscinées.* Note de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Je garde au laboratoire pendant des temps variables et je renouvelle, quand il en est nécessaire, des cultures de *Pellia epiphylla*, de *Lunularia vulgaris* et de *Fegatella conica* que j'utilise dans les cours ou les manipulations et sur lesquelles je fais des expériences variées. C'est ainsi que j'ai fait se développer, sur l'eau, le sporogone du *Pellia epiphylla* en dehors du gamétophyte, pour vérifier que ce développement est dû à l'élongation des cellules du pédicelle avec disparition de l'amidon de ces cellules, et que j'ai été amené à constater que cette élongation se produit aussi bien quand le sporogone est entier que quand il est décapité, ou même réduit à un tronçon de pédicelle plongé par un bout dans l'eau de source, et, enfin, qu'il y aurait une période pendant laquelle ces expériences ne réussissent pas, août à décembre, et après laquelle elles réussissent [1]. Ici, la vie indépendante et la croissance du sporogone sont différentes de la vie indépendante des sporogones des Mousses (*Polytrichum formosum*) que j'ai pu faire croître, pendant trois mois, en longueur, en épaisseur, avec commencement de la formation de la capsule, après les avoir isolés de la plante-mère [2].

(1) Pierre Lesage, *Croissance du sporogone en dehors de la plante-mère dans le* Pellia epiphylla (6 mai 1910); *Notes biologiques sur le* Pellia epiphylla (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, 3 mars 1911).

(2) Pierre Lesage, *Croissance comparée du sporogone du* Polytrichum formosum *sur plante-mère et en dehors de la plante-mère* (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, 3 juin 1910).

J'ai utilisé, dans mes expériences, le *Fegatella conica* dès 1909 pour le substituer au *Lunularia vulgaris* qui fructifie beaucoup plus irrégulièrement à Rennes. Par ces essais, j'ai cherché à montrer la possibilité d'un certain balancement organique entre le pédicelle du sporogone et le pédicelle du chapeau femelle, dans ces deux Hépatiques où le pédicelle du chapeau femelle s'allonge très rapidement à la maturation des spores ([1]). Depuis cette époque, ce *Fegatella* vit au laboratoire dans des cultures qui sont conservées le plus longtemps possible et qui sont renouvelées quand le besoin s'en fait sentir.

Des variations assez considérables de forme, de taille, s'étant produites dans certaines de ces cultures, j'ai continué ces expériences avec soin, en notant attentivement le milieu et les conditions dans lesquelles elles se poursuivaient : cultures dans des assiettes ou dans des cuvettes, sur terre humide seulement, sur terre très humide ou immergée, en plein air ou sous des cloches, ou dans un aquarium recouvert d'une plaque de verre. J'ai publié, en 1915 ([2]), une Note donnant la photographie de trois formes, A, B, C, de ce *Fegatella* très modifié, avec quelques indications sur ces formes et leurs dimensions : A, forme normale prise dans la forêt de Villecartier; B, forme conservée depuis quelque temps sous un large cristallisoir, dans une atmosphère saturée d'humidité; C, forme conservée depuis plusieurs années sous une cloche, dans une atmosphère saturée d'humidité. Voici, en millimètres, les dimensions données à cette époque :

	Longueur.	Largeur.	Épaisseur.
A....................	100	10 à 15	0,75
B....................	80 à 100	2 à 4	0,35
C....................	50	1 à 2	0,20

Depuis 1915, j'ai gardé dans les mêmes assiettes la forme C, sous trois cloches, en utilisant son héliotropisme positif. Les thalles rampants sur la terre humide, éclairés latéralement par une fenêtre, s'accroissaient progressivement vers cette fenêtre jusqu'à déborder de l'assiette, pendant que leurs

---

([1]) Pierre Lesage, *Sur le balancement organique entre le pédicelle du chapeau femelle et le pédicelle du sporogone dans les Marchantiacées* (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, 1er juillet 1910); *Balancement organique entre le pédicelle du chapeau femelle et le pédicelle du sporogone dans le* Lunularia vulgaris (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 679).

([2]) Pierre Lesage, *Modifications dans la forme et les dimensions du* Fegatella conica (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, 3 décembre 1915).

parties postérieures, anciennes, mortifiées, disparaissaient, laissant la terre recouverte de leurs débris. A ce moment, sur cette terre abandonnée, j'ajoutai de nouvelle terre imbibée d'eau et même submergée, et je tournais l'assiette de 180°. La croissance continuant, il se faisait un retournement dans un temps plus ou moins long, et la végétation, progressant toujours vers la fenêtre, recouvrait peu à peu cette nouvelle terre. C'est ainsi que j'ai pu conserver les cultures dans les mêmes assiettes.

La forme B s'est montrée une forme C ramenée vers la forme A.

Le retour de la forme B à la forme A m'a paru se réaliser à la longue dans une cuvette en porcelaine contenant de la terre souvent immergée et formant une boue à laquelle je faisais subir des alternatives de dessiccation et d'immersion. La forme A du début avait donné des pousses subapicales qui produisirent des formes B; celles-ci se conservèrent plus ou moins bien en certaines places immergées; en d'autres places, elles se modifièrent peu à peu en sens contraire et se rapprochèrent plus tard de la forme initiale, particulièrement celles qui grimpèrent le long des parois obliques de la cuvette.

La forme C est tellement différente de la forme normale A qu'on pourrait la confondre, à première vue, avec un *Aneura multifida* ou un *Riccia fluitans*. En ce moment, j'ai trois cultures où cette confusion pourrait se faire. Dans un cas, c'est un gazon extrêmement touffu de formes B et C qui s'est desséché, s'est mortifié; sur les débris, on voit actuellement se produire des formes beaucoup plus réduites. Dans deux autres cas, des formes A avaient recouvert deux cuvettes d'un gazon dense que j'ai fortement maltraité en l'arrosant avec un liquide assez nocif, le gazon s'est mortifié; je l'ai lavé et soumis à des alternatives de dessiccation et d'immersion et, maintenant, il est sorti, des restes de ces cultures, des formes naines, courtes, étroites, ramifiées, qui sont très éloignées de la forme normale et qui rappellent tout excepté le *Fegatella conica*.

Il y a là de nombreux motifs de recherches, tant au point de vue de la biologie de ces Muscinées qu'à celui de leur détermination dans la nature.

BOTANIQUE. — *Modifications des racines et des tiges par action mécanique.* Note de Mme E. **Bloch**, présentée par M. J. Costantin.

Nous avons donné antérieurement (1) des indications sur les changements que subit l'anatomie des racines et des tiges lorsque leur développement est modifié par emprisonnement dans un tube de verre étroit ou entre deux plaques de verre.

Avant de compléter les résultats déjà obtenus, nous croyons utile de donner quelques reproductions des échantillons résultant de nos expériences.

La figure ci-contre reproduit quatre racines (nos 1, 2, 3 et 4) et deux tiges (nos 5 et 6) qui se sont développées dans les conditions indiquées. Les figures 1, 2 et 3 se rapportent à *Raphanus sativus* L.; la figure 4 à *Lathyrus aphaca* L.; la figure 5 à *Solanum nigrum* L., et la figure 6 à *Fagopyrum esculentum* Moench.

Les échantillons 1, 2 et 6 se sont développés entre deux plaques de verre carrées de 2cm,5 de côté, disposées parallèlement et immobilisées par un fil de laiton enroulé autour d'elles, de manière que la jeune germination ne dispose pas d'un espace supérieur à 2mm dans un sens. Dans l'autre sens, elle pouvait croître librement : l'échantillon de la figure 1 atteint dans ce sens 13mm, celui de la figure 2, 7mm et celui de la figure 6, 5mm.

Les échantillons 3, 4 et 5 se sont développés dans des tubes de verre de 1cm de longueur et de 1mm ou 2mm de diamètre intérieur.

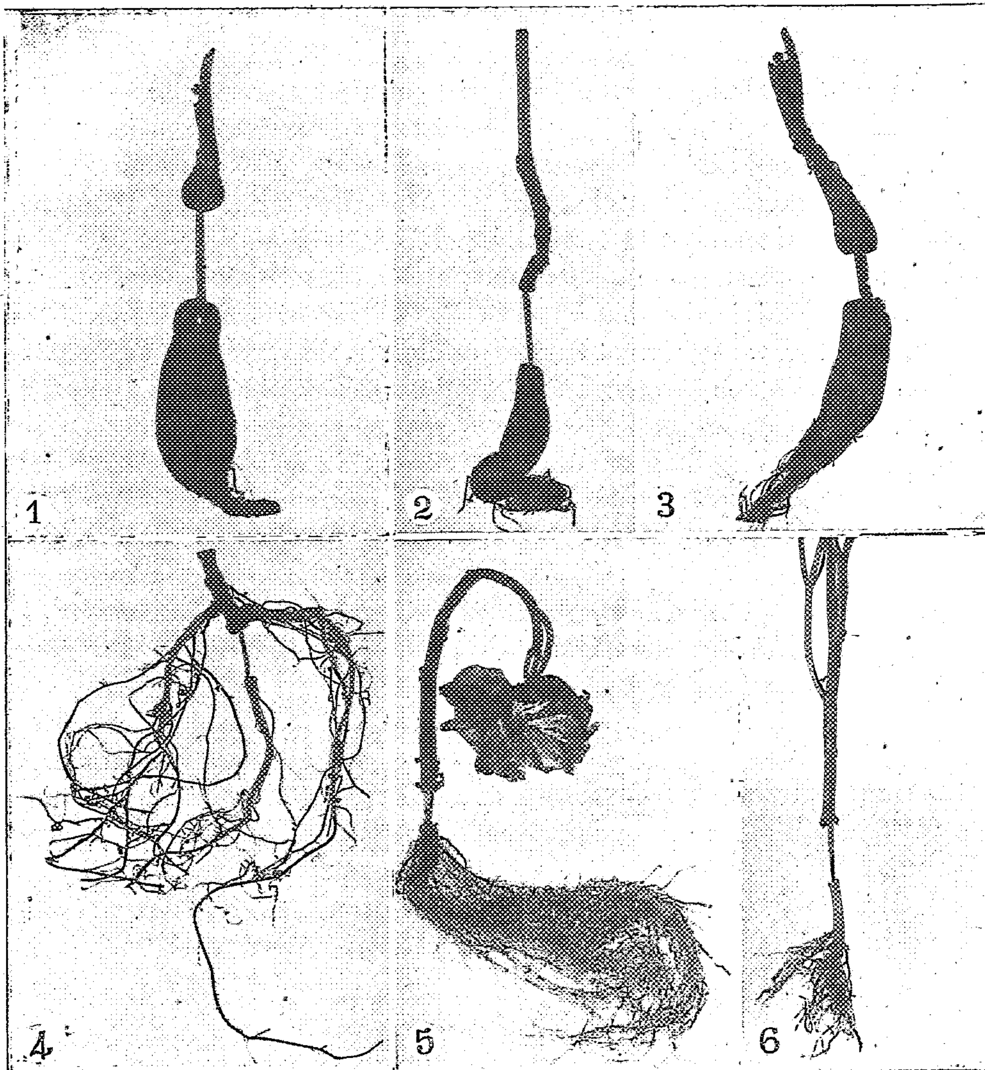
A l'inspection de la figure, on est d'abord frappé de voir que les racines et les tiges ont pu se développer normalement au-dessus et au-dessous de la région emprisonnée, et que des racines, comme celles de *Raphanus sativus*, se sont tubérisées au-dessous de la partie emprisonnée, comme les témoins cultivés en même temps.

On note aussi la formation d'un bourrelet bien visible (*fig.* 5 et 6) dans les tiges, au-dessus de la partie emprisonnée.

Certains des échantillons non représentés sur la planche ci-contre offrent d'autres particularités intéressantes. Ainsi, dans les tiges de *Impatiens parviflora* D. C., on constate la formation de radicelles immédiatement

(1) Mme E. Bloch, *Sur les modifications produites dans la structure des racines et des tiges par une compression extérieure* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1701); *Modifications anatomiques des racines par action mécanique* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 195).

au-dessous de la partie emprisonnée. Dans d'autres espèces, moins charnues et moins riches en eau (*Helianthus annuus*), de jeunes radicelles à peine ébauchées ont commencé à devenir visibles tout autour de la tige au-dessus du tube de verre, sans se développer complètement.



On peut prévoir, d'après l'aspect des figures reproduites, combien seront profondes les modifications anatomiques et histologiques, quand on passera des régions normales aux autres, dans les parties emprisonnées.

Comme résultats histologiques, nous ne signalerons aujourd'hui que la petite taille des cellules et des vaisseaux, environ deux fois moindre que dans les témoins pour la plupart des espèces considérées; les vaisseaux sont non seulement plus petits, mais ils sont moins nombreux.

En plus de la lignification intense, indiquée précédemment, il est utile d'ajouter que l'épaisseur des membranes lignifiées augmente jusqu'à devenir double de l'épaisseur normale.

Au point de vue du développement anatomique, bornons-nous à signaler la modification suivante due à l'emprisonnement de racines dans des tubes de verre dont le calibre est de 2^{mm} (les racines ayant, à ce moment, un peu moins de 2^{mm} de diamètre) :

Dans différentes espèces (*Raphanus sativus*, *Soja hispida*, *Fagopyrum tataricum*) on constate la conservation de l'écorce primaire avec son épiderme, dans la région de l'axe hypocotylé. Au contraire, dans les portions de racines situées au-dessus et au-dessous du tube de verre, ainsi que dans les témoins, on note la présence de formations subéro-phellodermiques très importantes.

Tous les résultats indiqués sont obtenus sur des plantes ayant atteint leur complet développement normal, ayant en particulier fleuri et fructifié.

PHYSIOLOGIE. — *Échanges nutritifs des animaux en fonction du poids corporel.* Note de M. Louis Lapicque, présentée par M. Ch. Richet.

Charles Richet, dans les recherches qui ont rendu classique la loi de proportionnalité entre les échanges nutritifs et la surface corporelle, a remarqué qu'il ne pouvait faire rentrer dans cette loi ni les bœufs pesant 600^{kg}, ni les chardonnerets pesant 21^{g}; les uns comme les autres donnent des chiffres trop élevés par rapport aux animaux de poids moyen. Il n'est pas étonnant qu'avec un tel écart de grandeurs, les poids des animaux étant ici dans le rapport de *un à trente mille*, apparaisse une divergence. J'ai cherché à préciser cette divergence et à l'interpréter.

Je n'ai pas de documents nouveaux sur les grands herbivores, et d'ailleurs, la nutrition de ces animaux comporte, par suite des fermentations intestinales, des complications qui demanderaient de nouvelles études. Mais j'ai systématiquement déterminé, autrefois [1], avec Mme La-

(1) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 20 février, 17 mars et 31 juillet 1909.

picque, les rations d'entretien à diverses températures de petits oiseaux de tailles diverses, depuis le pigeon jusqu'au bengali, qui ne pèse que $7^g,5$; récemment, la souris nous a servi de sujet pour de nombreuses mesures de la valeur alimentaire des farines. En combinant les renseignements ainsi obtenus pour les petits homéothermes avec les chiffres des auteurs, j'ai pu représenter par une courbe empirique, en fonction du poids du corps, les échanges nutritifs exprimés en calories par jour. Pour une si large échelle de variations les coordonnées logarithmiques étaient tout indiquées; ce système de représentation a, en outre, l'avantage de rendre nettement sensible la divergence par rapport à l'approximation remarquable donnée par la loi des surfaces. A travers les petits écarts capricieux tenant aux indéterminations expérimentales de chaque auteur, comme aux conditions variables de l'embonpoint et du pelage ou du plumage, même en se limitant pour les poids corporels élevés, au chiffre bien établi de l'homme, il est manifeste que toute ligne continue capable de représenter la généralité des expériences à *la température ordinaire* apparaît concave vers l'axe des poids et à peu près telle que je l'ai figurée ci-dessous (*fig.* 1).

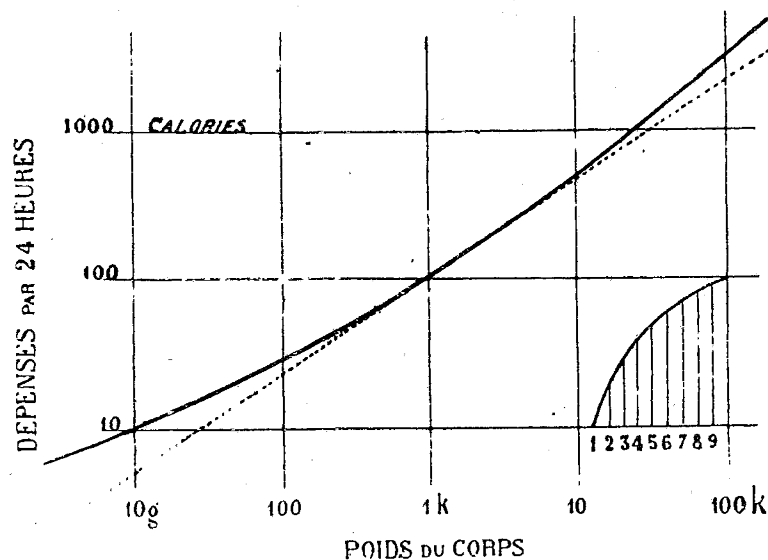


Fig. 1.

La loi des surfaces, d'une claire et élégante simplicité, se représenterait ici par une droite inclinée à 66 pour 100; je l'ai figurée en pointillé, de manière à satisfaire aux grandeurs des animaux de taille moyenne, usuels

dans les laboratoires de Physiologie. Les animaux plus petits, et les animaux plus grands ont une dépense supérieure.

Cette courbe a un certain intérêt pratique; elle permet d'obtenir avec une valeur suffisamment approchée (par lecture directe en utilisant, au moyen d'un compas, l'échelle logarithmique tracée en bas à droite) la réponse à la question des besoins alimentaires pour un animal à sang chaud de poids donné.

Au point de vue théorique, elle appelle une explication.

Il y a lieu de faire entrer en ligne de compte la variation des échanges nutritifs en fonction de la température. Nos expériences ont montré, conformément à des considérations évidentes, que cette variation est d'autant plus importante que l'animal est plus petit. Mais, en outre, ces échanges recalculés par unité de surface et représentés pour plusieurs animaux de taille différente sur les mêmes coordonnées s'entre-croisent, les petits animaux qui se placent au-dessus des grands pour les températures basses passant au-dessous pour les températures élevées.

Toutes ces courbes tendent vers un minimum, qui correspond à des températures différentes, d'autant plus voisines de la température propre que l'espèce est plus petite. L'interprétation de ce résultat est facile et je l'ai donnée dans mes publications antérieures; j'ai eu plus de peine à admettre celui-ci : *la hauteur de ces minima est sensiblement la même, quelle que soit la grandeur de l'espèce*. Mais c'est un fait qui ressort directement de nos expériences et qui s'accorde avec les résultats des autres auteurs, notamment de Rubner.

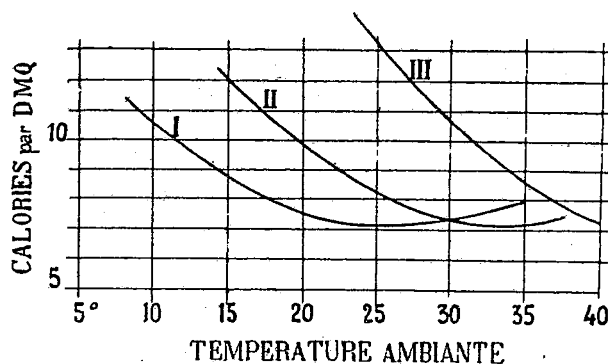


Fig. 2.

La figure 2 ci-dessus montre les courbes de la dépense en calories par décimètre carré : 1° chez un petit chien de 4^{kg} étudié par Rubner; 2° chez

nos pigeons et chez des cobayes de Rubner (les courbes de ces oiseaux et de ces mammifères de même poids pouvant être confondues schématiquement); 3° chez les bengalis. Le minimum de 7^{cal} à 8^{cal} par décimètre carré, pour ces trois poids corporels variant déjà de 1 à 500, se retrouve encore chez l'homme, avec les valeurs rondes bien connues de 2^{m^2} pour la surface et 1600^{cal} pour la dépense minima.

C'est en ce point, à la température ambiante, variable avec chaque espèce, où la perte de chaleur déterminée par les conditions physiques est égale à la production de chaleur résultant de l'entretien même à la vie, que s'applique exactement d'un bout à l'autre de l'échelle la loi des surfaces.

Si, au contraire, on prend toutes les espèces à une seule et même température extérieure, on voit que la loi est masquée par les différences dans la *marge de thermogenèse* qui s'ajoute à la dépense fondamentale pour équilibrer la perte de calorique.

Mais alors cette *loi des surfaces* ne peut plus être expliquée par le besoin de chaleur; d'ailleurs on la retrouve chez les animaux à sang froid; elle repose sur quelque fait de physiologie générale plus profond et qui reste à déterminer.

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude biologique des plongeurs.* Note (¹) de M. **Alfred Thooris**, présentée par M. R. Bourgeois.

I. Au cours de mes recherches sur les hommes d'élite de l'athlétisme, j'ai été amené à étudier deux champions de la durée de séjour sous l'eau : *Pouliquen* et *de Lalyman*. Le phénomène est le même à quelques variations près. Comme tous deux sont capables de le reproduire à l'air libre, j'ai pu en entreprendre d'autre part l'étude radioscopique. L'enregistrement graphique permettait d'ailleurs de contrôler la fidélité de la reproduction. Enfin j'ai pu imiter moi-même le procédé : l'exactitude de l'imitation a été garantie par l'identité des tracés. La dernière épreuve, exécutée dans les deux éléments : air et eau, complétait heureusement l'examen objectif des faits par leur représentation subjective.

Les deux sujets ont été armés de ceintures pneumographiques, d'olives nasales et d'une ampoule laryngée.

(¹) Séance du 6 juin 1921.

Les engins explorateurs communiquaient leurs mouvements manométriques à des tambours inscripteurs, avec ou sans réservoir amortisseur intermédiaire. Vitesse du cylindre enregistreur : 3^{mm}.

Au moment de l'immersion, l'homme épure l'intérieur de ses poumons par des mouvements respiratoires de grande amplitude, que Pouliquen complique personnellement d'éructations. Il s'immerge ensuite sur une inspiration d'amplitude deux fois moindre que l'inspiration dite de nettoyage.

A priori, il semble qu'un homme immergé doive immobiliser son appareil respiratoire pour éviter toute introduction de liquide dans la trachée en inspirant. Le tracé thoracique devient en effet, dès l'immersion, sensiblement rectiligne et horizontal, comme la tenue d'un son vocal émis économiquement pour qu'il dure. Mais au bout d'environ 30 secondes, s'établit un nouveau régime du souffle dont les tracés thoracique, nasal et laryngé montrent les événements. On reconnaît trois faits principaux : expansion et retrait périodique du thorax, mobilité singulière du voile et déplacement franc du larynx.

Pour étudier le synchronisme de ces mouvements, partons du moment où l'inspiration se déclanche : le larynx s'ébranle, mais reste sur place. Le tracé nasal accuse une dépression brusque, bientôt interrompue par une pression qui commence avec l'excursion du larynx, se maintient pendant sa tenue et cesse avec son retour. Celui-ci correspond à la fin de l'expansion du thorax. Alors a lieu l'expiration; le tambour olivaire inscrit une pression brusque, signe manifeste d'un jeu d'air terminal.

En résumé, chaque période révèle : une inspiration initiale avec blocage des choannes par le voile; une ascension du larynx avec constriction glottique synergique; une expiration soulignant à la descente du larynx qui est synergique avec la détente glottique. Toute communication avec l'air extérieur est interrompue à l'inspiration; une communication discrète et fugace s'établit à l'expiration.

Les oscillations sont d'autant plus amples et rares que le régime tarde à s'établir ou est établi depuis plus longtemps.

Par exemple, en $2^m 20^s$ on compte 11 périodes. La durée de l'excursion laryngée varie de $2^s,53$ au début, à $3^s,20$ à la fin de l'expérience. Son amplitude était, chez Pouliquen, deux fois plus grande par rapport à de Lalyman, et quatre fois par rapport à moi. L'amplitude de la cage thoracique atteint celle de la respiration normale et souvent la dépasse.

Le plongeur sort de l'eau en expiration. Il exécute alors quelques mouvements respiratoires de grande fréquence (8 en 20^s), et de faible amplitude (7^{mm}) pour reprendre, au bout de ce temps, le rythme solennel et l'amplitude [1] normale (22^{mm}).

II. La radioscopie a donné lieu aux constatations suivantes : brusquerie du mouvement d'ascension du cartilage thyroïde, expansion périodique du thorax affectant l'ensemble de la cavité.

III. Le témoignage des plongeurs, le contrôle radioscopique et ma pratique personnelle m'ont permis de reconnaître dans les tracés thoracique, laryngé et nasal, *la traduction graphique de mouvements périodiques de déglutition.*

Il semble que le besoin de respirer sous l'eau ne devienne impérieux qu'au bout de 30 secondes environ; le thorax, isolé de l'air extérieur, accuse alors les mêmes mouvements d'ampliation et de rétraction qu'à l'air libre.

Or, ces mouvements alternatifs ne peuvent être réalisés que de deux manières : ou par des *mouvements d'effort* ou par des *mouvements de déglutition*. Le premier procédé épuise le plongeur, la ligne générale des retraits thoraciques rejoint rapidement la ligne des x; le tracé des mouvements du larynx n'a d'ailleurs pas l'instantanéité ni l'amplitude de ceux que fournissent mes champions. C'est en effet à des mouvements de déglutition qu'ils recourent. On retrouve dans l'exercice de cette fonction l'expansion préparatoire du thorax, l'ascension du larynx et son retour au repos suivi d'une brève expiration nasale.

Conclusions. — A. L'homme spécialisé est capable de séjourner plusieurs minutes sous l'eau. Tout en faisant la part de l'élasticité individuelle, la durée du séjour est liée à la manière dont le plongeur satisfera le besoin de respirer qui le presse.

Ce besoin comprend, en fait, trois besoins, qui sont, par ordre d'urgence : 1° le besoin alternatif d'expansion et de rétraction du thorax; 2° le besoin d'éliminer l'acide carbonique; 3° le besoin d'oxygène, qui est susceptible d'attendre le plus longtemps la reprise de contact avec l'atmosphère.

---

[1] Toutes les expériences ont été faites avec les mêmes appareils et dans les mêmes conditions. Les chiffres énoncés représentent des moyennes.

Le premier besoin est mécanique et relève de la volonté, le second est chimique et relève de l'automatisme.

B. Le procédé biologique du plongeur comporte trois temps : 1° Inspiration avec fermeture du voile faisant clapet; 2° élévation du larynx avec constriction synergique de la glotte; 3° expiration avec descente du larynx et détente de la glotte et du voile. Le temps de détente du voile est exactement mesuré pour assurer la sortie explosive d'une quantité d'air conforme au régime. La fonction de débit du voile termine automatiquement l'exercice de déglutition qui vient s'insérer tout entier dans le moment inspiratoire du phénomène comme pour mettre au point l'explosion expiratoire finale. La constriction synergique de la glotte et du voile semble ainsi suppléer, chez l'amphibie humain, à la constriction des narines propre par exemple à l'otarie.

C. La connaissance scientifique du mécanisme biologique permettant le séjour sous l'eau facilite singulièrement son enseignement technique. L'exécution du premier temps sera plus rapidement acquise avant tout essai sous l'eau par le moyen pédagogique du manomètre et de l'olive nasale.

D. Tout nageur augmentera considérablement sa sécurité en s'entraînant méthodiquement au séjour sous l'eau, en appliquant la méthode dont nous avons établi la démonstration graphique, radioscopique et pratique.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Les effets du chromatisme de l'œil dans la vision des couleurs complexes.* Note de M. **A. Polack**, présentée par M. J.-L. Breton.

Dans une Note antérieure (¹), j'ai montré l'influence de l'état de réfraction de l'œil sur la vision des couleurs complexes :

Lorsqu'on observe à l'éclairage du jour des petites plages de couleurs pigmentaires, en faisant varier légèrement la réfraction de l'œil au moyen de verres de lunettes, on constate que ces couleurs changent de nuance, suivant l'état de réfraction réalisé et suivant le fond sur lequel les petites plages sont disposées.

Sur fond noir, l'œil rendu légèrement myope voit le rouge plus saturé,

(¹) *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 1538.

le jaune un peu plus orangé, le vert plus jaunâtre et le bleu plus gris violacé. Sur le même fond noir, l'œil rendu légèrement hypermétrope voit au contraire le rouge prendre une nuance violacé grisâtre, le jaune devenir un peu verdâtre, le vert plus bleuté et le bleu plus saturé. Sur fond blanc, le phénomène est renversé, c'est-à-dire : l'œil myope y voit à peu près les mêmes modifications de nuance qu'un œil hypermétrope observe sur fond noir, et inversement. Sur fond coloré, le phénomène est plus complexe.

Les changements de nuance sont d'autant plus marqués que les plages sont vues sous un plus petit diamètre apparent, et s'accuse encore davantage lorsqu'on dilate la pupille à l'aide d'un mydriatique.

Tel est le fait brièvement exposé.

J'en ai donné l'interprétation suivante :

L'œil humain est loin d'être achromatique. La distance entre le foyer des radiations rouges et celui des radiations violettes est évaluée par les auteurs à $0^{mm},6$ environ.

Dans ces conditions, un œil légèrement myope se trouve au point pour les radiations rouges et reçoit sur la rétine les autres radiations, sous forme de cercles de diffusion dont le diamètre croît avec la vitesse des vibrations. La lumière rouge conservera donc dans l'image rétinienne, à peu près le même éclat relatif qu'elle possède dans l'objet, tandis que l'éclat intrinsèque des autres radiations, plus ou moins diffusées, se trouvera affaibli en raison même de cette diffusion. Au total, tout se passera comme si, dans l'image rétinienne, on avait soustrait de la lumière complémentaire, contenue dans l'objet rouge. Débarrassée d'une partie de cette lumière complémentaire, son image paraît évidemment d'un rouge plus saturé, plus pur.

Pour l'œil légèrement hypermétrope, ce sont au contraire les radiations les plus réfrangibles qui forment une image nette sur la rétine et les radiations rouges sont diffusées; il en résulte donc une diminution relative dans l'éclat intrinsèque de celles-ci; dans ces conditions, la plage rouge paraît moins rouge, plus grisâtre et plus violacée.

Dans tous ces cas, la mydriase augmente l'effet du chromatisme et contribue à accentuer le phénomène observé.

Cette interprétation heurte les idées classiques, car on considère généralement que *subjectivement* l'œil se comporte à peu près comme un appareil achromatique. Depuis plus de 100 ans, les savants s'efforcent d'expliquer l'achromatisme apparent ou subjectif de l'œil humain, difficile à concilier

avec le chromatisme physique incontestable, mis en évidence par les travaux de Dollond.

L'explication purement théorique que j'ai donnée jusqu'ici pourrait donc paraître insuffisante, et il était nécessaire d'apporter une démonstration expérimentale.

A cet effet j'ai fait construire un objectif photographique corrigé des aberrations sphériques, mais pourvu d'un chromatisme suffisant.

Avec cet objectif on obtient facilement sur plaque autochrome les différentes modifications de couleur que produisent les variations de l'état dioptrique de l'œil.

Les expériences nous ont montré que, lorsque la plaque sensible de l'appareil photographique est amenée au point d'intersection des radiations rouges, on obtient sur l'épreuve les effets de couleur de la myopie légère, lorsque cette plaque est placée dans le plan d'intersection des rayons bleus, on obtient la couleur qui caractérise la vue de l'œil hypermétrope.

On peut se rendre compte sur les épreuves que nous présentons à l'appui de cette Communication avec quelle netteté se produit ce phénomène.

Je crois donc avoir démontré expérimentalement le fait que le chromatisme de l'œil exerce une influence considérable sur la vision des couleurs complexes.

ZOOLOGIE. — *Sur un nouveau poisson abyssal* (Scombrolabrax heterolepis, *nov. gen. nov. sp.*) *pêché dans les eaux de l'île Madère.* Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Edmond Perrier.

Ce poisson a été capturé par des pêcheurs, le 20 janvier 1915, au sud de Madère, par 800^{m} à 900^{m} de profondeur. Il fut remis au P. Jaime de Gouveia Barreto, directeur du Musée du Séminaire de Funchal, qui en fit don au Musée océanographique de Monaco. Ce dernier me l'a transmis dernièrement dans le but de l'examiner et de le déterminer. Nouveau comme genre et comme espèce, ses principaux caractères sont mentionnés dans les lignes suivantes :

L'individu unique est entier, en bon état de conservation, sauf les angles de sa nageoire caudale, qui ont été brisés et qui font défaut. Sa couleur est brun jaunâtre sur la région dorsale du tronc et une partie des flancs, noire partout ailleurs. Il ne

porte aucun organe lumineux. Sa longueur totale égale 259^{mm} et sa plus grande hauteur 53^{mm}. Le corps est de forme régulière, assez élancée.

Les nageoires dorsales, au nombre de deux, se suivent sans intervalle. La première comprend deux parties : l'une antérieure, triangulaire, soutenue par six rayons minces et épineux; l'autre, postérieure, composée de six épines grosses et courtes, inclinées en arrière, privées de membrane interradiaire, à base élargie et divisée en deux branches. La seconde dorsale, étendue jusqu'au pédoncule caudal, comporte $1 + 14$ rayons mous et cirrhiformes, dont les trois derniers offrent l'aspect de petites pinnules cohérentes à la nageoire; le premier rayon, mince et épineux, est court. La nageoire anale est symétrique de la seconde dorsale; elle présente $1 + 15$ rayons mous. La nageoire caudale, falciforme et régulière, possède une vingtaine de rayons. Le pédoncule caudal est libre, sans pinnules.

Les nageoires pectorales, étroites et longues, portent 17 fins rayons. Les nageoires pelviennes, dont la longueur égale le tiers de celle des précédentes, sont munies de $1 + 5$ rayons. Leur insertion est thoracique.

La tête, allongée et effilée, plate en dessus, mesure 72^{mm} de longueur depuis le bout du museau jusqu'au sommet de l'angle operculaire. Cet angle porte une épine, plate et triangulaire, suivie de cinq autres épines de plus en plus petites placées sur le bord postéro-supérieur de l'opercule. Le bord postéro-inférieur, finement strié en travers, porte de fines denticulations; il en est de même pour la partie inférieure du préopercule. Les yeux sont volumineux, non télescopiques; le diamètre orbitaire, plus grand que l'espace préorbitaire et que l'espace interorbitaire, égale sensiblement les $\frac{2}{7}$ de la longueur de la tête. Les ouïes sont largement fendues; le nombre des rayons branchiostèges est de six, dont un peu apparent.

La bouche est assez vaste; ses commissures se placent à l'aplomb du tiers antérieur des yeux. La mâchoire supérieure porte deux fortes dents symétriques, antérieures, semblables à deux crocs recourbés en arrière; elle est armée en outre, sur la première moitié de chacun de ses deux bords, d'une douzaine de petites dents coniques. La mâchoire inférieure, privée de crocs, est garnie sur chacun de ses deux bords d'une quinzaine de dents trois à quatre fois plus fortes que celles de la mâchoire supérieure.

L'écaillure couvre tout le corps avec la majeure part de la tête, et engaine partiellement les bases des nageoires impaires. Les écailles, lisses, minces, diffèrent de dimensions, les différences allant du simple au quadruple et au quintuple; elles s'associent irrégulièrement sans ordre apparent, en s'imbriquant de manière serrée et confuse. La ligne latérale s'étend de l'opercule au début du pédoncule caudal, suit de près le profil du dos, et s'accompagne d'écailles non dissemblables des autres, mais rangées plus régulièrement, au nombre de 48 à 50 pour la longueur entière.

Le nom spécifique exprime la disposition remarquable de l'écaillure. Le nom générique, rappelant à la fois celui des *Scombres* et celui des *Labrax*, exprime à son tour la dualité des particularités offertes par ce poisson, qui présente à la fois des caractères de Scombriformes et des caractères de Perciformes. Les nageoires impaires reculées, la première dorsale comportant

une série d'épines distinctes, la caudale fourchue et régulière, l'insertion thoracique des pelviennes, le rapprochent, parmi les Scombriformes, d'un certain nombre de *Carangidés* et de *Thyrsitidés*, qui offrent des particularités similaires. En revanche, son préopercule épineux, son préopercule denticulé, l'éloignent de ceux-ci pour le ranger non loin des Perciformes. Sa situation dans la classification est mixte.

Il semble, pour conclure, que l'on doive considérer ce genre comme un type de transition, ainsi qu'il en est pour plusieurs autres poissons abyssaux. On peut estimer, conformément aux vues de M. T. Regan (1909) que les Perciformes, qui se relient déjà par quelques passages aux Salmonidés et aux Mugilidés, se rattachent en outre aux Scombriformes par divers intermédiaires, dont les Tétragonuridés, les Chiasmodontidés feraient partie, et dont l'état le plus net serait celui du présent *Scombrolabrax*, qui composerait à lui seul une famille spéciale. On peut ainsi entrevoir, comme conséquence dernière, la création d'un groupe nouveau, celui des *Scombroperciformes*, qui unirait étroitement entre eux les deux principaux groupes des anciens Acanthoptérygiens thoraciques de Cuvier.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action synthétisante de la méthyl-d-mannosidase α.* Note de M. **H. Hérissey**, présentée par M. L. Guignard.

J'ai publié récemment ([1]) les résultats de recherches relatives au dédoublement du méthyl-*d*-mannoside α par les ferments solubles; j'ai montré, à cette occasion, que la source la plus avantageuse de *d*-mannosidase α, ferment qui réalise cette hydrolyse, paraissait actuellement constituée par la semence de luzerne germée.

Il devenait dès lors possible d'aborder le problème de la synthèse biochimique du méthyl-*d*-mannoside α en faisant agir la *d*-mannosidase α sur le *d*-mannose, en présence d'alcool méthylique de concentration convenable. Les essais que j'ai tentés dans cette direction m'ont conduit à des résultats positifs, qui devront évidemment être étendus et complétés, mais qui apportent toutefois, dès maintenant, la preuve absolue de la nature réversible des réactions produites par la *d*-mannosidase α.

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 766; *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 7e série, t. 23, 1921, p. 409.

J'ai préparé le mannose, qui m'était nécessaire, par décomposition de la mannose phénylhydrazone au moyen de l'aldéhyde benzoïque; le sucre a été obtenu complètement pur, après de nombreuses cristallisations dans l'alcool éthylique à 95°. L'alcool méthylique à 99°,5, qui a été utilisé, provenait du commerce.

L'expérience m'a montré que, comme cela se passe pour la *d*-glucosidase α [1] et la *d*-galactosidase α [2], l'action synthétisante de la *d*-mannosidase α ne s'exerce que dans des milieux très aqueux, peu riches en alcool. Il est facile de mettre en évidence cette action synthétisante, en opérant sur des solutions contenant sensiblement 10^g d'alcool méthylique, pour 100^{cm^3}.

On a préparé, par exemple, les trois mélanges suivants :

1.

Solution aqueuse de mannose, à $1^g,9244$ pour 100^{cm^3}	50^{cm^3}
Alcool méthylique à 99°,5	10^g
Eau distillée ... q. s. pour	100^{cm^3}
Poudre de luzerne germée et séchée (contenant la *d*-mannosidase α)	4^g
Toluène	1^{cm^3}

2 (témoin).

Solution aqueuse de mannose, à $1^g,9244$ pour 100^{cm^3}	50^{cm^3}
Alcool méthylique à 99°,5	10^g
Eau ... q. s. pour	100^{cm^3}
Toluène	1^{cm^3}

3 (témoin).

Alcool méthylique à 99°,5	10^g
Eau ... q. s. pour	100^{cm^3}
Poudre de luzerne germée et séchée	4^g
Toluène	1^{cm^3}

Au cours de l'expérience, qui a duré 106 jours, les mélanges ont été habituellement maintenus à l'étuve, à la température de 32°; toutefois,

---

(1) *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1552; *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 7e série, t. 7, 1913, p. 110.

(2) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 204; *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 7e série, t. 9, 1914, p. 225.

pendant 6 jours, ils ont été laissés à la température du laboratoire; ils étaient agités à peu près une fois par jour. A trois reprises différentes, on en a prélevé $20^{cm^3},3$ en vue de la détermination des rotations polarimétriques et des pouvoirs réducteurs des liqueurs respectives, après défécation par 1^{cm^3} d'extrait de Saturne. On a constaté ainsi, pour le mélange 1, une augmentation progressive de la rotation polarimétrique, en même temps qu'une diminution corrélative du pouvoir réducteur. Voici les derniers résultats numériques obtenus, rapportés par le calcul au volume primitif des liqueurs :

	1.	2.	3.
Rotation ($l=2$)...............................	$+1°17',7$	$+17'$	$+33',6$
Sucre réducteur, exprimé en mannose, pour 100^{cm^3}.	$1^g,1163$	$0^g,9622$	$0^g,4549$

Ces valeurs sont tout à fait en accord avec l'hypothèse de la formation de méthyl-*d*-mannoside α, par synthèse biochimique, sous l'action de la *d*-mannosidase α contenue dans la luzerne. D'une part, en effet, la disparition de $0^g,3008$ de mannose ($\alpha_D = +14°,2$) doit entraîner une diminution de la rotation, pour $l = 2$, de

$$\frac{14,2 \times 2 \times 0,3008}{100} = +0°,0854;$$

d'autre part, $0^g,3008$ de mannose (poids moléculaire : 180,096) correspondent à

$$\frac{194,112 \times 0,3008}{180,096} = 0^g,3242$$

de méthylmannoside ($\alpha_D = +79°,2$; poids moléculaire : 194,112), qui donne une rotation de

$$\frac{79,2 \times 2 \times 0,3242}{100} = +0°,5135.$$

Il doit résulter finalement, de la formation de méthyl-*d*-mannoside α, une augmentation globale de la rotation, qui sera

$$0,5135 - 0,0854 = 0°,4281 = 25',6.$$

La rotation du mélange 1 devra donc devenir

$$[+50',6] \text{ (somme des rotations des mélanges 2 et 3) } + [+25',6] = +76',2 = +1°16',2.$$

Or l'expérience a donné $+1°17',7$. La concordance est donc aussi satisfai-

sante que possible et bien en accord avec l'hypothèse de la formation de méthyl-*d*-mannoside α.

D'autres expériences faites en utilisant, comme source de ferment, soit encore la poudre de graine de luzerne germée, ainsi que dans l'expérience précédente, soit le macéré aqueux de cette poudre, m'ont toujours conduit à des résultats analogues, se traduisant par la diminution du pouvoir réducteur des solutions et par l'augmentation de leur rotation polarimétrique droite.

L'isolement, à l'état pur, du méthyl-*d*-mannoside formé, ne pourra être réalisé qu'en opérant sur des quantités notables de mannose; elle présente d'ailleurs quelque difficulté, du fait de la présence des impuretés apportées, dans les solutions fermentaires, par la graine de luzerne germée. Dès maintenant, toutefois, je puis affirmer que les concordances relatées plus haut correspondent effectivement à la formation de méthyl-*d*-mannoside α, par voie de synthèse biochimique. Par traitement convenable des liqueurs fermentaires, j'ai pu obtenir, en effet, des extraits qui cristallisent sur amorce de méthyl-*d*-mannoside α et fournissent des préparations microscopiques tout à fait caractéristiques de ce dernier.

MICROBIOLOGIE. — *Influence de la matière azotée élaborée par l'Azotobacter sur le ferment alcoolique.* Note de M. E. **Kayser**, présentée par M. Lindet.

On admet que l'azote fixé par l'Azotobacter donne lieu à une matière azotée, constituée en majeure partie par les dérivés de l'acide nucléique; l'observation a montré que souvent cette matière n'est que très lentement assimilée par les végétaux supérieurs, cependant, si les conditions du sol sont favorables aux micro-organismes transformateurs, sa nitrification est facile.

Lippmann a émis l'hypothèse que l'Azotobacter n'était utile aux végétaux que par ses excrétions; pour Moler cet azote ne devient utilisable que grâce au métabolisme azoté des amibes du sol.

J'ai pensé apporter une contribution à la solution de cette question en recherchant l'action des produits de l'Azotobacter sur des cellules végétales et j'ai choisi les cellules de levure. Les levures employées dans mes expé-

riences ont été d'une part des levures se reproduisant par bourgeonnement (saccharomyces de vin, cidre, distillerie), d'autre part des levures se reproduisant par scissiparité (schizosaccharomyces de rhum); cette matière azotée complexe peut-elle être utilisée par la cellule levure dans sa multiplication, peut-elle gêner ou favoriser ses sécrétions diastasiques?

En ajoutant à du moût de pommes, à des infusions de touraillons intentionnellement très diluées, pauvres en azote, riches en sucres, $\frac{1}{20}$ de culture d'Azotobacter comprenant liquide et masse microbienne mise en suspension (soit environ $\frac{1}{400000}$ d'azote), quantité très minime qui ne peut exercer aucune influence sur l'alimentation de la levure, on obtient un rendement alcoolique plus élevé, variant entre 2g à 12g par litre.

Répartissons une infusion de touraillons à 247g pour 1000 en sucre interverti, à raison de 200cm³ par matras, ensemençons une levure de vin, une de distillerie, une de rhummerie (schizosaccharomyces); trois matras (A) servent de témoin, trois (B) ont reçu la culture bactérienne avant stérilisation, les trois autres (C) l'ont reçue après stérilisation; la fermentation se déclare d'abord dans les ballons B; ce sont les ballons C qui partent les derniers; la fermentation s'effectue à 27°. L'analyse a eu lieu après 12 jours; les données suivantes se rapportent au litre :

Levures.	Saccharomyces de vin.			Saccharomyces de distillerie de grains.			Schizosaccharomyces de rhummerie.		
Matras	A.	B.	C.	A.	B.	C.	A.	B.	C.
Levure produite (gr.)	1,580	0,713	1,113	0,813	0,613	0,660	1,100	1,233	1,273
Sucre disparu	83,0	109,0	98,0	149	181	185	109	198	117
Alcool (vol.)	40	53,3	42,7	78,7	97,3	96	64	60	57,3
Pouvoir ferment.	52,5	152,9	880	183,2	295,2	280,2	99,1	103,8	92

Dans les ballons B et C les poids de levures de vin et de distillerie (levures à bourgeonnement) sont plus faibles, la synthèse des protéines a été pénible, gênée, sans doute, par les produits bactériens; le schizosaccharomyces a été moins influencé; les levures sont inégalement sensibles; la composition de l'infusion de touraillons, la proportion d'azote soluble apportée par la culture bactérienne, celle de produits plus ou moins toxiques peuvent occasionner certaines inégalités, amener certaines variations de poids pour une levure donnée dans un même essai, alors que pour toutes les autres les poids varient dans le même sens.

La proportion de sucre disparu est plus faible dans les témoins, le sucre est très inégalement utilisé, l'alcool n'est pas en rapport avec le sucre

disparu, les déchets dans le sens indiqué par M. Lindet ([1]) sont souvent élevés.

Effront a déjà signalé ([2]) que le pouvoir ferment n'est pas toujours en rapport avec le pouvoir d'accroissement, il peut y avoir production de zymase sans multiplication notable.

Relevons encore que les ballons C, malgré une forte disparition du sucre, contiennent moins d'alcool que les ballons B ; le taux alcoolique peut, cependant, devenir inférieur à celui des témoins, comme le prouve l'expérience suivante, contenant 252,4 pour 1000 en sucre interverti ; trois ballons (C) ont reçu l'addition bactérienne après stérilisation du bouillon de culture.

	Saccharomyces de vin.	Saccharomyces de distillerie de grains.	Schizosaccharomyces de rhummerie.
Alcool produit par litre en volume.			
Témoin	56,8	79,2	73,9
C	52,8	76,6	71,3
Sucre disparu par litre.			
Témoin	125,1	163,5	169,9
C	142,5	176,5	172,5
Proportion centésimale de sucre disparu.			
Témoin	49,5	64,7	66,9
C	58,8	69,8	68,3

L'addition d'une culture d'Azotobacter, en proportion même minime, à une fermentation alcoolique, gêne, en général, la multiplication de la levure, augmente la décomposition du sucre, peut stimuler la fonction zymasique et augmenter le rendement alcoolique; la race de levure, l'âge de la culture bactérienne, son mode d'emploi ont de l'importance.

On est donc en droit de se demander si les Azotobacter du sol et leurs produits ne sont pas susceptibles de diminuer la production des cellules végétales en excitant la disparition des matières hydrocarbonées que ces cellules trouvent à leur disposition.

([1]) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 58.
([2]) *C. R. Soc. Biol.*, t. 83, 1920, p. 194.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Virulence pour l'homme du spirochète de la spirillose spontanée du lapin.* Note de MM. C. **Levaditi**, A. **Marie** et S. **Nicolau**, présentée par M. E. Roux.

Nous avons étudié, au point de vue microbiologique, histologique et pathogénique, une maladie spirochétienne du lapin, caractérisée par des lésions papulo-croûteuses intéressant les organes génitaux et les narines. Cette maladie avait été signalée en Autriche, en Allemagne et en Hollande par Arzt et Kerl (1), Schereschewsky (2), Jacobsthal (3) et Klarenbeek (4). Elle est provoquée par un spirochète ressemblant morphologiquement au *Treponema pallidum*.

Nos recherches histologiques et les données concernant le mode de transmission de cette maladie ont fait l'objet d'une Note présentée à la Société de Biologie, en collaboration avec M. Isaïcu (5). Nous désirons insister, dans la présente Communication, sur la virulence du *Spirochæta cuniculi* (Jacobstal) pour l'homme. La question est intéressante à un double point de vue. D'abord, il y aurait lieu de rechercher si l'infection est transmissible à l'espèce humaine et si elle peut devenir le point de départ de contamination syphilitique chez les éleveurs de lapins. Ensuite, on peut supposer que le spirochète du lapin se comporte, à l'égard du tréponème de la syphilis, comme la vaccine vis-à-vis de la variole. Dans ce cas on tenterait la vaccination de l'homme contre la syphilis, en ayant recours à l'inoculation préventive du virus supposé atténué de la maladie du lapin.

Expérience. — Le 18 mars 1921, deux d'entre nous (Levaditi et Nicolau) s'inoculent par scarification, à la surface externe du bras, du virus provenant d'un lapin infecté spontanément. Très nombreux spirochètes mobiles dans le produit inoculé. Réaction de Bordet-Wassermann négative dans le sérum, le jour même de l'inoculation. Les croûtes de sang coagulé qui couvrent les stries de scarification, se détachent vers le cinquième jour. Depuis, aucune réaction, ni locale, ni générale. La réaction de Bordet-Wassermann reste négative.

En même temps que l'inoculation du virus à l'homme, on pratique une scarification

(1) Arzt et Kerl, *Wiener Gesellsch. für Aerzte*, avril 1914; *Wiener klin. Woch.*, 1914, n° 29.

(2) Schereschewsky, *Berl. klin. Woch*, 1920, n° 48, p. 1142.

(3) Jacobsthal, *Dermatolog. Woch*, t. 71, n° 33.

(4) Klarenbeek, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 35, 1921, n° 5, p. 326.

(5) Levaditi, Marie et Isaicu, *C. R. de la Société de Biologie*, séance du 11 juin 1921.

infectante sur le *Macaccus cynomolgus* n° 11 et sur le lapin n° 54. Le premier n'a montré aucune lésion locale, tandis que le lapin a présenté, le treizième jour, des altérations caractéristiques du prépuce, riches en spirochètes.

Il en résulte que le *Spirochæta cuniculi* n'est pas pathogène pour l'homme et les singes cathariniens inférieurs (1). Étant donné que son inoculation à l'homme n'a été suivie d'aucune réaction locale, si minime fût-elle, et qu'elle n'a modifié en aucune façon les propriétés humorales (absence de réaction de Wassermann, même faiblement positive), nous avons considéré inopportun de rechercher si les sujets humains inoculés étaient vaccinés contre le *Treponema pallidum*. Le contraire est plus que vraisemblable (2).

Conclusions. — *Le spirochète de la spirochétose spontanée du lapin* (Spirochæta cuniculi *Jacobsthal*) *n'est pas pathogène pour l'homme.*

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 23 mai 1921.)

Note de M. *André Blondel*, Généralités de la représentation topographique des couples des moteurs à courants alternatifs :

Les lignes 23 et 24 de la page 1271 sont à reporter à la suite de la ligne 2 de la page 1272.

Dans les formules (4), (11), (12), (13) et (15), M est à remplacer par — M.

---

(1) Schereschewsky a inoculé sans succès un *Cynomolgus*.

(2) Le singe n° 11 vient d'être inoculé avec du virus syphilitique; le résultat de cette inoculation montrera s'il est vacciné.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances d'avril 1921 (*suite et fin*).

Cours de physique générale à l'usage des candidats au certificat de physique générale, au diplôme d'ingénieur-électricien et à l'agrégation des sciences physiques, par H. Ollivier. Tome I : *Unités C. G. S. et M. T. S. Gravitation. Électricité et Magnétisme. Ions et Électrons. Symétries;* 2e édition. Paris, Hermann, 1921; 1 vol. 25^cm^. (Présenté par M. Violle.)

Cours de l'Institut électrotechnique et de mécanique appliquée de l'Université de Toulouse. Cours de mécanique appliquée à l'usage des élèves de l'Institut électrotechnique et de mécanique appliquée, par Louis Roy. Tome II : *Statique graphique et résistance des matériaux.* Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25^cm^.

Union astronomique internationale (U. A. J.). Commission de l'heure (C. I. H.). Rapport annuel sur les travaux effectués par le Bureau international de l'heure (B. I. H.), en 1920 (1re année), par G. Bigourdan. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 fasc. 24^cm^.

Investigation of Metals with regard to their Internal Friction, by Mishio Ishimoto (Extrait des *Proceedings of the Physico-mathematical Society of Japan*, 1919. (Présenté par M. Bertin.)

State of New-York-Department of Agriculture. *Sturtevant's Notes on Edible Plants*, edited by U. P. Hedrick. Albany J.-B. Lyon, 1919; 1 vol. 31^cm^.

Meddelse fra det Anatomiske Institut. *Det Anatomiske Institut*, par H. Hopstock. Christiania, 1915; 1 vol, 27^cm^.

Norsk Historisk Videnskap i femti år 1869-1919, utgitt ar den *Norske Historiske forening*. Kristiania, Grondahl, 1920; 1 vol. 25^cm^.

Studien über die Polychäten-familie Spionidæ. Inaugural-Dissertation, par A. Söderström. Uppsala. 1920; 1 vol. 32^cm^.

Niels Henrik Abel. *Memorial* publié à l'occasion du centenaire de sa naissance. Kristiania, Jacob Dybwad, 1902; 1 vol. 29^cm^.

INSTRUMENTS DE PRÉCISION B

ENREGISTREURS RICHARD

écrivant leurs indications a l'encre d'une façon continue en fonction des temps les seuls qui soient adoptés par le Bureau Central Météorologique de France et par les observatoires du monde entier.

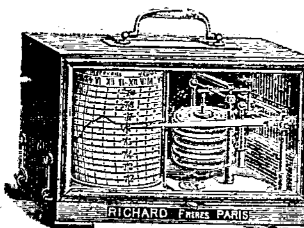
25, rue Mélingue (anc. Imp. Fessart).
PARIS
Exposition et vente : 10, rue Halévy (Opéra) Paris

NOS BAROMÈTRES rendus réglementaires à bord des navires de la marine de l'Etat par décision ministérielle en date du 7 Juin 1887 sont l'objet d'**imitations grossières;**
exiger la **Marque de fabrique** *poinçonnée sur la platine.*

BAROMÈTRES ALTIMÉTRIQUES enregistreurs ou à cadran
adoptés par les Services aéronautiques militaires et civils

OXYGÉNATEUR DE PRÉCISION
du Dr Bayeux, brev. S. G. D. G.

BAROMÈTRES
THERMOMÈTRES
HYGROMÈTRES
PLUVIOMÈTRES
ANÉMOMÈTRES
ACTINOMÈTRES



MANOMÈTRES
CINÉMOMÈTRES
DYNAMOMÈTRES
AMPÈREMÈTRES
VOLTMÈTRES
WATTMÈTRES
etc.

ENVOI FRANCO DE NOTICES

RATEAU

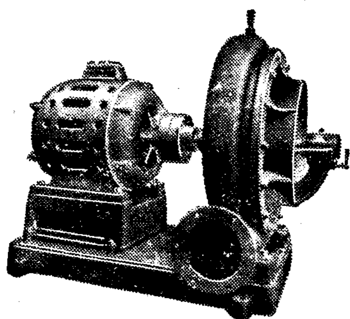
POMPES et VENTILATEURS CENTRIFUGES

TURBINES

SOUFFLANTES

COMPRESSEURS

ACCUMULATEURS de vapeur



Vingt groupes Moteurs-Ventilateurs pour soufflage de cubilots, fournis à la Société des Hauts-Fourneaux de Pont-à-Mousson

Machines toujours disponibles en magasin

GRAND STOCK DE ROBINETTERIE GÉNÉRALE DISPONIBLE

SOCIETE RATEAU, 40, rue du Colisée PARIS

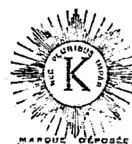
SOCIÉTÉ ANONYME DES MANUFACTURES DE PRODUITS CHIMIQUES DU NORD

ETABLISSEMENTS
KUHLMANN

Fondés en 1825. - Capital : 90.000.000 de Francs

SIÈGE SOCIAL :
117, Boulevard Haussmann
PARIS

TÉLÉPHONE
Élysées...... 50-60
— 51-06
— 17-00
Inter......... 797



USINES :
Loos-lez-Lille
La Madeleine-lez-Lille
Roubaix-Wattrelos
Rieme (près Gand)
Amiens
Petit-Quevilly (près Rouen)
Aubervilliers - Nevers
Nantes - Paimbœuf
Hennebont - Bordeaux
Marseille-L'Estaque
Port-de-Bouc
Dieuze - Gouhenans

LABORATOIRE CENTRAL
Études, Recherches, Analyses. *32, Rue Kléber, LEVALLOIS-PERRET*

PRODUITS CHIMIQUES INDUSTRIELS
Acides sulfuriques à tous degrés, Monohydrate, Oleums, Acides muriatique, nitrique et sulfonitrique, Chlorure de chaux sec et liquide, Eau de Javel, Carbonate de soude et Soude caustique, Sels, Sulfate et cristaux de soude, Sel de Glauber, Silicates de soude et de potasse, Tétrachlorure de carbone, Sulfate de fer cristallisé, Sulfate ferrique, Fluosilicate de soude, Bisulfite de soude, Hyposulfite et sulfite de soude, Sulfure de sodium concentré 60/65, cristallisé 30/35, Sulfhydrate de soude, Bichromate de soude, Sulfate et sulfure de baryum, Sulfure de zinc, Colles, Suifs, Noir animal.

PRODUITS CHIMIQUES AGRICOLES
Superphosphates minéraux, Superphosphates d'os, Os dissous, Phospho-guano, Engrais composés KUHLMANN & PILON, Sulfate de fer impalpable pour destruction des Sanves, Sulfate de cuivre, Soufre sublimé, Soufre ventilé, Soufre en canons, Chaux spéciale, Bouillie Rio KUHLMANN.

AGENTS GÉNÉRAUX DE VENTE :
Société Commerciale AMBERT-RIVIERE, *16, Rue de Miromesnil, PARIS*

CABINET J. BONNET-THIRION, I, O (*Fondé en 1852*)

G. BRETON C. I. C.	**P. AUDY**	**J. ROUSSET**	**A. VERGÉ**
Directeur honoraire de l'Office National de la propriété industrielle	Ancien Avocat à la Cour d'Appel de Paris	Ingénieur des Arts et Manufactures	Ingénieur des Arts et Métiers

BREVETS D'INVENTION

Télégr. : THIRION-BREVETS-PARIS. — Téléph. : ARCHIVES 01-13 **95, Boulevard Beaumarchais, PARIS**

N° 24.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 13 Juin 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTIONS.

CORRESPONDANCE.

N° 24.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

34466 — 6-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : E. THOUZELLIER.

1921
PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS
HEBDOMADAIRES
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 25 (20 Juin 1921).

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
Quai des Grands-Augustins, 55.
—
1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JUIN 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Démonstration directe d'un théorème de Tisserand relatif au développement de la fonction perturbatrice.* Note de M. H. ANDOYER.

Soit

$$\cos H = \alpha \cos A + \beta \cos B,$$

avec la condition

$$\alpha + \beta = 1;$$

ou bien

$$z + \frac{1}{z} = x + \frac{1}{x} + \omega,$$

en faisant

$$z = e^{iH}, \qquad x = e^{iA}, \qquad y = e^{iB}, \qquad \omega = \beta(y - x)\left(1 - \frac{1}{xy}\right).$$

On cherche le développement de $\cos nH$ en fonction linéaire des cosinus des sommes des multiples de A et B.

Soit à cet effet

$$u_n = z^{n+1} + \frac{1}{z^{n+1}} = 2\cos(n+1)H,$$

n désignant un entier positif ou nul, et adjoignons à ces quantités u_{-1}, dont la valeur sera l'unité; u_n est fonction de u_0, et

$$\frac{1}{n+1}\frac{du_n}{du_0} = u_{n-1} + u_{n-3} + u_{n-5} + \ldots,$$

la suite du second membre se terminant à u_0 ou u_{-1} suivant la parité de n

L'application répétée de cette formule donne sans peine

$$\frac{1}{(n+1)k!}\frac{d^{k+1}u_n}{du_0^{k+1}} = \Sigma\, C_{n-h}^k C_{k+h}^k z^{n-k-2h},$$

en désignant par C_p^k le coefficient de x^k dans le développement de $(1+x)^p$, et en donnant à h toutes les valeurs entières de zéro à $n-k$.

D'autre part, le développement direct de ω^k conduit à

$$\omega^k = \Sigma(-1)^s C_k^{\frac{k-q+s}{2}} C_k^{\frac{k-q-s}{2}} x^s y^q \beta^k,$$

la somme des valeurs absolues des entiers quelconques q et s étant inférieure à k et de même parité.

Soit alors

$$v_n = \frac{1}{n+1}\frac{du_n}{du_0} = \frac{\sin(n+1)H}{\sin H};$$

la formule de Taylor donne immédiatement, en changeant $n-k-2h+s$ en p,

$$v_n = \Sigma(-1)^s x^p y^q \beta^k C_k^{\frac{k-q+s}{2}} C_k^{\frac{k-q-s}{2}} C^k_{\frac{n+k+p-s}{2}} C^k_{\frac{n+k-p+s}{2}},$$

la sommation portant sur toutes les valeurs entières de k, p, q, s qui vérifient les conditions

$$0 \leqq k \leqq n, \qquad |q|+|s| \leqq k, \qquad |p-s| \leqq n-k,$$

les deux membres de chacune des deux dernières inégalités étant en outre de même parité.

Faisons

$$v_n = \Sigma\, V_n^{p,q} x^p y^q,$$

et supposons p et q positifs ou nuls, puisque leur signe est indifférent; leur somme est d'ailleurs au plus égale à n, et de même parité.

En remplaçant $k-s$ par k', $k+s$ par k'', on a

$$V_n^{p,q} = \Sigma(-1)^{\frac{k'-k''}{2}} \beta^{\frac{k'+k''}{2}} \times \frac{\left(\frac{n+p+k'}{2}\right)!}{\left(\frac{k'+q}{2}\right)!\left(\frac{k'-q}{2}\right)!\left(\frac{n-p-k'}{2}\right)!} \frac{\left(\frac{n-p+k''}{2}\right)!}{\left(\frac{k''+q}{2}\right)!\left(\frac{k''-q}{2}\right)!\left(\frac{n+p-k''}{2}\right)!},$$

k' variant de q à $n-p$, k'' de q à $n+p$, par degrés égaux à deux.

La séparation qui se manifeste entre les indices k' et k'' nous montre

que $V_n^{p,q}$ est le produit de deux facteurs, et l'on a immédiatement d'après la notation ordinaire de la série hypergéométrique

$$V_n^{p,q} = a_n^{p,q}\beta^q F\left(\frac{p+q-n}{2}, \frac{p+q+n+2}{2}, q+1, \beta\right)$$
$$\times F\left(\frac{-p+q-n}{2}, \frac{-p+q+n+2}{2}, q+1, \beta\right),$$

avec

$$a_n^{p,q} = \frac{\left(\frac{n+p+q}{2}\right)!\left(\frac{n-p+q}{2}\right)!}{(q!)^2\left(\frac{n+p-q}{2}\right)!\left(\frac{n-p-q}{2}\right)!}.$$

Par raison de symétrie, on doit trouver le facteur α^p dans cette expression, et en effet la formule connue

$$F(a, b, c, x) = (1-x)^{c-a-b} F(c-a, c-b, c, x)$$

nous donne

$$V_n^{p,q} = a_n^{p,q}\alpha^p\beta^q F^2\left(\frac{p+q-n}{2}, \frac{p+q+n+2}{2}, q+1, \beta\right):$$

c'est le théorème démontré pour la première fois par Tisserand.

Une autre formule connue, savoir

$$F(a, b, c, x) = (1-x)^{-a} F\left(a, c-b, c, -\frac{x}{1-x}\right),$$

permet encore d'écrire d'une façon peut-être plus élégante

$$V_n^{p,q} = a_n^{p,q}\alpha^n\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^q F^2\left(\frac{q+p-n}{2}, \frac{q-p-n}{2}, q+1, -\frac{\beta}{\alpha}\right).$$

Remarque. — Si l'on fait

$$z_n = \left(z+\frac{1}{z}\right)^n = (2\cos H)^n = \Sigma Z_n^{p,q} x^p y^q,$$

on a directement, sans aucune peine, et avec les mêmes hypothèses sur les entiers n, p, q :

$$Z_n^{p,q} = \frac{n!}{q!\left(\frac{n+p-q}{2}\right)!\left(\frac{n-p-q}{2}\right)!}\alpha^n\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^q F\left(\frac{q+p-n}{2}, \frac{q-p-n}{2}, q+1, \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right).$$

On retrouve donc le même polynome hypergéométrique que précédemment, la variable étant $\frac{\beta^2}{\alpha^2}$ au lieu de $-\frac{\beta}{\alpha}$.

Si, d'autre part, on fait

$$(1-2\gamma\cos H+\gamma^2)^{-\frac{1}{2}}=\Sigma s_n\gamma^n=\Sigma S_n^{p,q}x^p y^q \gamma^n,$$

on sait que l'on a, toujours avec les mêmes hypothèses sur n, p, q :

$$S_n^{p,q}=b_n^{p,q}\alpha^n\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^q F\left(q+p-n,\ q-p-n,\ 2q+1;\ -\frac{\beta}{\alpha}\right),$$

avec

$$b_n^{p,q}=\frac{(n+p+q)!\,(n-p+q)!}{2^{2n}(2q)!\left(\frac{n+p+q}{2}\right)\left(\frac{n+p-q}{2}\right)!\left(\frac{n-p+q}{2}\right)!\left(\frac{n-p-q}{2}\right)!};$$

il suffit pour le voir d'utiliser l'équation différentielle linéaire du second ordre que vérifie le polynome de Legendre s_n, considéré comme fonction de $(2\cos H)$.

On voit que l'on retrouve encore ici le même polynome hypergéométrique que dans l'expression de $V_n^{p,q}$, en changeant n, p, q en $2n$, $2p$, $2q$.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique de la région littorale entre Saint-Cyr et Hyères (Var).* Note de M. **Émile Haug.**

Bien que les recouvrements du Beausset et de Sicié aient fait, de la part de Marcel Bertrand et de Ph. Zurcher, l'objet de publications classiques, aucun travail d'ensemble n'a encore été consacré à la tectonique de la région toulonnaise et cependant il est peu de contrées où se trouvent accumulées des complications aussi multiples. Ayant consacré plusieurs campagnes à lever la carte géologique au $\frac{1}{10000}$ du littoral compris entre Saint-Cyr-sur-Mer et Hyères en vue de la publication des feuilles de Toulon et de la Ciotat de la nouvelle Carte au $\frac{1}{50000}$, j'ai été naturellement amené à entreprendre l'exécution d'un schéma structural des environs de Toulon, où seraient figurées les lignes directrices de la région. Je me suis heurté, dans cette tentative, aux plus grandes difficultés. La principale réside dans les différences profondes qui existent dans la structure des pays situés à l'ouest et à l'est du méridien de Toulon.

Le trait dominant dans la tectonique de la région occidentale est la présence de deux grandes cuvettes synclinales d'inégale importance, celle de Bandol, la moins étendue, au sud, et celle du Beausset, de dimensions beaucoup plus considérables, plus au nord. Presque toute la largeur de la région orientale est, par contre, occupée par l'extrémité occidentale de

l'aire anticlinale des Maures et par son manteau permien. Cette importante unité tectonique est située dans le prolongement des deux cuvettes synclinales, elle les relaie en quelque sorte, d'où la profonde dissemblance des deux régions.

A côté de ces éléments, dont la largeur est du même ordre de grandeur que la longueur, il en existe d'autres, qui présentent plutôt un développement linéaire et qui sont, les uns, localisés à l'ouest, tandis que d'autres peuvent être suivis sans peine à l'est du méridien de Toulon.

Après ces remarques préliminaires, l'énumération des éléments tectoniques de la région littorale et leur groupement en zones offriront moins de difficultés. Je procéderai, dans cette énumération, du sud au nord.

I. La zone tectonique la plus méridionale est la *zone du cap Sicié*. Elle a déjà fait l'objet, de la part de M. Ph. Zurcher, d'une étude magistrale, à laquelle je ne pourrais ajouter que des observations de détail.

Je rappellerai seulement que le trait dominant de la tectonique de cette zone est la présence d'une nappe de Phyllades antécarbonifères superposée à une série autochtone comprenant le Permien et les trois termes du Trias en série normale, avec quelques rares lambeaux renversés. Par suite d'un plissement postérieur au charriage, la nappe a été irrégulièrement entamée par l'érosion, de sorte que l'on peut distinguer une bande méridionale de Phyllades (îles des Embiez, cap Sicié, presqu'île de Gien, îles d'Hyères), voisine de la racine, et une bande septentrionale en recouvrement, partiellement conservée dans un synclinal secondaire (collines de la Seyne, lambeaux de la Malgue, de Sainte-Marguerite et du Pradet). Ces deux bandes se rejoignent à l'ouest, au sud de Six-Fours, et encadrent la fenêtre permienne et triasique du Pas-du-Loup, dont font partie également la presqu'île de Saint-Mandrier et la Colle-Noire de Carqueiranne, jalonnant un anticlinal secondaire.

II. A défaut d'un terme plus approprié, je désigne sous la dénomination de *dépression de Bandol-Sanary* la zone de faible relief, située entre la zone de Sicié et les crêtes urgoniennes, que traverse la voie ferrée entre Saint-Cyr et Toulon. Elle ne s'étend pas à l'ouest de cette ville et comprend, du sud au nord, plusieurs éléments tectoniques :

1° Le *massif des Playes*, groupe de collines situé au nord de Six-Fours, est formé d'un noyau de Phyllades, sur lequel s'appuient en succession normale, au nord et à l'ouest, le Houiller et le Permien, débutant par un beau conglomérat de base; puis, à la chapelle de Pépiole, en concordance parfaite, le Trias inférieur et moyen. Cette série est certainement autochtone et son contact avec les Phyllades charriés de la zone de Sicié ne peut être tracé que d'une manière arbitraire. Cependant, deux lames de Phyllades qui, au nord des Playes et sur le versant de Sanary, s'appuient sur le

Houiller ou sur le Permien, peuvent être envisagées comme des lambeaux de la nappe.

2° Les deux *cuvettes synclinales d'Alon et de Bandol*, jumelles, mais de dimensions inégales, toutes deux fortement entamées par la mer, sont constituées par les différents termes du Trias et du Jurassique; mais, tandis que dans la plus orientale, celle de Bandol, la série est complète et tout à fait régulière, dans celle d'Alon, une surface de glissement coupe obliquement les couches inférieures et met en contact direct le Bathonien ou le Lias supérieur avec le Trias supérieur ou l'Hettangien. Les deux cuvettes s'appuient sur un socle triasique commun, qui relie en profondeur les affleurements de Sanary et de Pépiole à ceux de l'unité tectonique qui fait suite au nord aux deux cuvettes.

3° J'appliquerai à celle-ci la dénomination de *zone triasique de Saint-Cyr et d'Ollioules*. On peut la suivre depuis la pointe Grenier, à l'ouest, jusqu'à la darse de Missiessy, dans l'arsenal de Toulon, à l'est. Elle comprend des accidents multiples, qui donnent lieu à des répétitions de couches : imbrications (à la pointe Grenier); plis normaux, droits ou déversés au nord (à l'ouest et à l'est d'Ollioules); et surtout brachyanticlinaux ou petits dômes, faisant surgir les calcaires mésotriasiques au milieu de bandes de Trias supérieur (nord de Bandol, est d'Ollioules et banlieue ouest de Toulon). A 2^{km} à l'est d'Ollioules, les axes des plis, jusqu'ici à peu près W-E, s'infléchissent au SW et s'abaissent de telle sorte que toute la zone triasique s'ennoie sous la petite rade de Toulon, en se raccordant en profondeur avec le Trias que recouvre la nappe de Sicié. Le bord septentrional de la zone présente un intérêt capital. Au sud de Saint-Cyr, il chevauche sur le bord méridional de la cuvette synclinale crétacée du Beausset. Dans la colline du Télégraphe, au sud de la Cadière, il forme une avancée aux contours sinueux, qui correspond à une partie découpée par l'érosion dans une masse triasique en recouvrement. Marcel Bertrand en a décrit en détail les particularités les plus importantes. Il a établi en outre que l'îlot triasique du Beausset est un témoin de la même nappe, épargné par l'érosion, et primitivement continu à la fois avec l'avancée du Télégraphe et, à l'est du val d'Aren, avec le bord septentrional de la zone triasique de Saint-Cyr et d'Ollioules. A partir du val d'Aren, ce n'est plus sur le bord méridional du bassin du Beausset qu'est refoulée cette zone triasique, car de nouvelles zones tectoniques s'interposent entre elle et ce bassin.

4° C'est d'abord une *zone de terrains renversés*, comprenant tous les termes du Jurassique, depuis le Rhétien ou l'Hettangien jusqu'aux dolomies

néojurassiques, en succession inverse et plongeant au sud sous le Trias. On la suit sans interruption, mais avec des étirements fréquents, depuis le val d'Aren, à l'ouest, jusqu'au Lançon, à l'est. On peut lui attribuer ensuite un petit lambeau de Lias et de Rhétien, qui, au nord-ouest d'Ollioules, s'intercale entre le Trias et les dolomies néojurassiques d'une zone plus septentrionale. A l'est d'Ollioules, on n'en retrouve plus la moindre trace, et l'on voit, à mi-chemin des Routes, les calcaires mésotriasiques s'appuyer directement sur le Bathonien marneux de cette même zone.

Cette série renversée correspond manifestement au flanc inverse d'un grand pli couché, dont le flanc normal n'est autre que la zone triasique. Elle n'existe que dans la région profonde du pli, au voisinage de sa racine, d'où les interruptions et les étirements qu'elle subit. Plus haut et plus en avant, le Jurassique manque dans le flanc inverse, qui, dans le lambeau de recouvrement du Vieux-Beausset, est constitué par l'Hettangien, le Rhétien et le Trias supérieur.

II *bis*. A l'est du méridien de Toulon, on ne retrouve aucun des éléments tectoniques de la dépression de Bandol-Sanary et la structure est ici généralement beaucoup plus simple. Au quartier des Ameniers, un affleurement de Permien est entouré, au nord, à l'ouest et au sud, par une bande de poudingues du Trias inférieur. Les plongements de ce Trias permettent de reconnaître la terminaison périclinale d'un anticlinal, dont le noyau permien va s'élargissant indéfiniment vers l'est. C'est l'*anticlinal des Ameniers*. Son flanc nord-ouest se prolonge très loin vers le NE et constitue la dépression permienne de Cuers. Son flanc sud est en partie masqué par les lambeaux de recouvrement de la nappe de Sicié. Entre les deux se trouve la grande plaine quaternaire de la Garde et de la Crau. Plus à l'est se dressent les collines du Fenouillet, des Maurettes et du château d'Hyères, formées de Phyllades. Avec le mont Redon et les collines Saint-Jean et de l'Estagnol, de même composition, elles constituent la terminaison occidentale du massif des Maures. Les Phyllades s'enfoncent au nord et au sud sous le Permien de l'anticlinal des Ameniers et sont enserrés entre ses deux branches divergentes. La terminaison occidentale du massif des Maures peut donc être assimilée à la terminaison en pointe des « massifs amygdaloïdes » des Alpes. L'hypothèse que les Maures sont en recouvrement doit être définitivement rejetée et il est désormais certain que ce grand massif n'a rien de commun avec la zone de Sicié, dont il est séparé par une large bande de Permien.

L'anticlinal des Ameniers fait face, à l'est de Toulon, à la dépression per-

mienne qui, à l'ouest, s'étend entre Sanary et la gare de la Seyne et au milieu de laquelle surgissent les collines des Playes et de Six-Fours. Celles-ci, constituées par des Phyllades, peuvent être homologuées au massif des Maures, dont elles sont en quelque sorte une réplique en miniature. On peut invoquer en faveur de cette manière de voir, outre l'identité de situation, la présence, aussi bien dans la colline de Six-Fours que dans les Maurettes, de bandes de quartzites orientées à peu près N-S.

La bande de Permien qui borde au sud la terminaison occidentale des Maures sert de support à un vaste témoin de Trias, presque horizontal, qui forme lui-même le socle des deux collines liasiques et jurassiques situées au sud-ouest d'Hyères, le Paradis et le mont des Oiseaux. Leur situation est analogue à celles qu'occupent, par rapport au Permien, les deux cuvettes d'Alon et de Bandol, mais elles se trouvent au sud du massif ancien, tandis que l'axe commun aux deux cuvettes jumelles passe au nord du petit massif des Playes. La tectonique des collines jurassiques d'Hyères présente en outre une assez grande analogie avec celle de la cuvette d'Alon. Dans les deux cas, les terrains liasiques et jurassiques sont décollés de leur substratum naturel. Ainsi, dans la colline du Paradis, le Rhétien repose, au sud de la Moutonne, directement sur le Permien, et l'Hettangien supporte, plus au sud, une lame de Bathonien marneux, recouverte elle-même soit par l'Hettangien, soit par les dolomies néojurassiques. Sur le versant nord du mont des Oiseaux, le Bathonien fait suite immédiatement à l'Hettangien et les Dolomies du sommet s'appuient soit sur le Bathonien marneux, soit sur l'Hettangien. Sur le versant ouest du Paradis et sur le versant sud du mont des Oiseaux, le Lias supérieur supporte directement le Bathonien calcaire ou les Dolomies.

De pareils étirements, avec imbrications locales, dans une série en succession normale, ne peuvent s'expliquer que par des poussées tangentielles agissant dans une nappe superposée aux masses jurassiques et aujourd'hui enlevée par les agents de dénudation. Il ne peut y avoir de doute que cette nappe n'est autre que celle de Sicié, dont le bord septentrional se trouvait sensiblement plus au nord que ne pourraient le faire supposer les témoins actuels. Il est manifeste que la même explication s'applique également à la cuvette d'Alon et que, dès lors, on est en droit d'admettre que la nappe de Sicié s'étendait bien plus loin à l'ouest qu'on ne pourrait le croire d'après les racines conservées.

Si toute trace de dépôts liasiques et jurassiques fait défaut entre la cuvette de Bandol et les collines jurassiques d'Hyères et si l'on ne rencontre

aucun lambeau de ces terrains dans le substratum de la nappe de Sicié, *on est en droit de conclure que, dans ces régions, le Lias et le Jurassique avaient disparu par dénudation antérieurement au charriage des Phyllades.*

III. Au nord des unités tectoniques dont il a été question jusqu'ici s'étend une zone de véritables montagnes qui dominent le site de Toulon et qui sont en partie constituées par les termes inférieurs du système Crétacé, entièrement absents dans les zones plus méridionales. L'Urgonien en forme toutes les crêtes et cette *zone urgonienne méridionale* comprend les chaînons du Gros-Cerveau, du Croupatier et du Faron, tandis que le Coudon appartient à une zone plus septentrionale. Elle apparaît, à l'ouest, dans le val d'Aren, sous le Trias charrié qui s'élève vers le Télégraphe de la Cadière, et elle s'intercale entre la zone triasique, au sud, et le bassin du Beausset, au nord, sous la forme d'un anticlinal d'Aptien, dont l'axe se relève rapidement vers l'est, de manière à laisser voir l'Urgonien, puis, plus loin, les dolomies néojurassiques, qui constituent le noyau du pli. Celui-ci, accidenté de deux anticlinaux secondaires, est d'abord droit et presque symétrique; mais, à l'est du grand ravin qui descend de la pointe du Cerveau, l'Urgonien et l'Aptien du flanc méridional disparaissent et les Dolomies, plongeant au sud, s'enfoncent directement sous le Bathonien de la zone de terrains renversés. Au sud du Gros-Cerveau, les Dolomies de cette zone recouvrent même entièrement les Dolomies autochtones et viennent en contact avec l'Urgonien.

A l'est du Lançon, il n'existe plus aucune trace de la moitié sud du pli, et la zone triasique s'appuie directement sur des Dolomies plongeant au nord et appartenant donc au flanc septentrional. A l'est d'Ollioules, on voit apparaître sous les Dolomies leur substratum normal, le Bathonien calcaire, le Bathonien marneux et même le Lias. Mais, en outre, une large bande de calcaires blancs portlandiens ou valanginiens s'intercale dans les Dolomies et plonge, comme elles, au NW. C'est manifestement l'affleurement de la région axiale d'un anticlinal déversé au SE.

Il est difficile d'expliquer l'absence de tout le flanc sud du pli droit du Gros-Cerveau par un étirement complet du Jurassique supérieur, de l'Urgonien et de l'Aptien. Par contre, si l'on suppose que ces termes ont été enlevés par dénudation antérieurement au charriage de la zone triasique, leur absence s'explique d'autant plus facilement qu'ils sont totalement inconnus dans cette zone et dans les zones plus méridionales, où, sous la réserve des exceptions indiquées ci-dessus, les termes inférieurs du Jurassique et le Lias font également défaut. Le démantèlement total ou partiel des régions

situées au sud de la zone urgonienne méridionale a transformé celles-ci en une zone de moindre résistance, vers laquelle — la contraction continuant à agir après la formation de l'anticlinal du Gros-Cerveau et après sa dénudation partielle — la poussée au vide a donné naissance à un pli en retour, déversé vers le SE.

Le rôle tectonique des dénudations antérieures aux charriages n'a pas été jusqu'ici pris suffisamment en considération. Il est très important en Provence. On doit toutefois renoncer à faire le départ rigoureux entre les dénudations antérieures au plissement principal et celles qui se sont produites peu après cet événement et avant la transgression oligocène.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Les alternances entre l'accoutumance et l'anaphylaxie. (Études sur le ferment lactique.)* Note [1] de M. **Charles Richet**, de M[lle] **Eudoxie Bachrach** et de M. **Henry Cardot.**

I. Dans une série de recherches communiquées à l'Académie [2], nous avons montré, par l'étude méthodique du ferment lactique cultivé pendant plusieurs générations en milieux légèrement toxiques, qu'on pouvait suivant les conditions observer soit l'accoutumance, soit l'anaphylaxie [3].

Ces conditions sont extrêmement variables. En effet, elles paraissent dépendre, même si l'on ne s'adresse qu'à une seule espèce microbienne :

α. De la dose du poison;

β. De la nature de ce poison;

γ. Du nombre des cultures successives, autrement dit de la durée de l'intoxication.

II. Voici, en prenant pour exemple le bichlorure de mercure, une expérience qui récapitule presque schématiquement nos nombreux essais à ce sujet.

Un ferment lactique est ensemencé sur un milieu renfermant $0^g,0016$ par litre de $HgCl^2$, et réensemencé toutes les 24 heures sur même milieu. L'activité des fermentations effectuées sur ce milieu mercurique est comparée à celle d'une souche normale en milieu ordinaire.

---

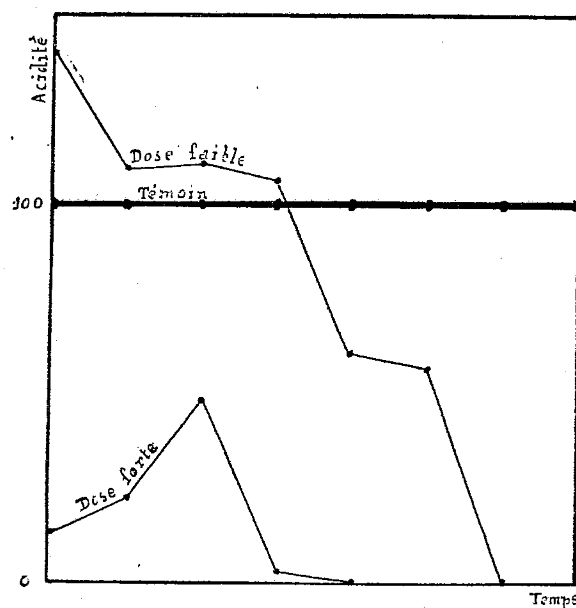
(1) Séance du 13 juin 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1353, et t. 172, 1921, p. 512.

(3) Il semble que la constatation de cette anaphylaxie sur les microbes constitue la première observation d'anaphylaxie sur les végétaux. M. Lumière vient de publier une Note intéressante où il établit qu'on peut anaphylactiser les végétaux supérieurs (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1313).

On trouve alors, en prenant comme mesure de l'activité du ferment l'acidité développée en 48 heures, et en faisant égale à 100 celle du ferment témoin, les chiffres suivants :

Ferment témoin sur milieu normal.	Ferment témoin sur milieu mercurique.	Ferment accoutumé sur milieu mercurique.
100	13,8	» (après un premier passage)
100	3,4	21 (après un deuxième passage)
100	»	49
100	9,7	2,5 (après un troisième passage)
100	»	0,0 (après un quatrième passage)



La figure montre ces variations de l'accoutumance et de l'anaphylaxie.

Le trait plein indique le croît normal supposé égal à 100 du ferment en milieu normal.

Les deux autres traits indiquent : celui du haut, les doses faibles de $HgCl^2$; celui du bas, les doses fortes. Ensemencements successifs sur même milieu mercurique.

On voit qu'il y a : pour les doses faibles, d'abord accélération, puis graduellement anaphylaxie et dépérissement; pour les doses fortes, d'abord accoutumance, puis dépérissement.

L'accélération peut donc être considérée comme une des modalités de l'accoutumance.

Ainsi le ferment, d'abord ralenti par l'action du poison, s'y habitue successivement, passant de 13,8 à 49 : mais cette accoutumance ne dure pas, et bientôt il se sensibilise et périt.

A une première phase d'accoutumance fait suite une phase d'anaphylaxie.

III. Si l'on opère avec des doses plus faibles, indifférentes ou même accélérantes, la sensibilisation se produit tout de même, de sorte qu'une

dose qui a au début été accélérante finit par être d'abord anaphylactisante, puis mortelle.

Voici deux expériences, prises parmi beaucoup d'autres, qui le prouvent :

	Ferment ensemencé sur milieu mercurique (doses faibles) (¹).				
Ferment témoin.	A.	B.	Moyenne.	Passage.	
100	150	129	140	1	dose accélérante.
100	106	115	110	2	»
100	»	111	111	3	»
100	103	111	107	4	»
100	24	96	60	5	phase d'anaphylaxie.
100	29	86	57	6	»
100	0	0	0	7	mort du ferment.

IV. Avec un autre toxique, le nitrate de thallium, si la dose est très faible, il y a, comme nous l'avons montré, anaphylaxie. Autrement dit, le ferment qui a poussé sur de faibles doses de thallium résiste aux fortes doses de thallium moins bien que le ferment témoin. Mais l'anaphylaxie apparaît beaucoup plus lentement avec les sels de thallium qu'avec les sels de mercure, et elle ne va jamais jusqu'à amener la mort du ferment.

Si la dose du thallium, plus forte, est ralentissante au début, c'est l'accoutumance qu'on observe, et cette accoutumance est très forte, puisque le ferment accoutumé depuis quelques mois peut supporter des doses quatre à cinq fois plus fortes que celles qui arrêtent la croissance des témoins. Cependant cette accoutumance n'est peut-être pas définitive. Au bout d'une année de culture, le ferment du milieu thallique, sans avoir complètement perdu son accoutumance, semble être devenu plus fragile, et il se différencie moins du témoin quant à sa résistance aux doses fortes de thallium.

Il semble donc qu'on arrive graduellement et lentement pour le thallium à une sensibilisation comme pour le mercure. Dans les deux cas *l'anaphylaxie succède à l'accoutumance*. Il est vrai qu'avec le nitrate de thallium cette

(¹) Ces doses dites faibles ne sont faibles que relativement. En effet, comme nous le montrerons dans un Mémoire ultérieur, on ne peut savoir exactement la quantité de $HgCl^2$ qui reste, après stérilisation, dans un milieu où il y a à la fois $HgCl^2$, lactose et protéines. Tout se passe comme s'il y avait alors transformation d'une petite quantité de $HgCl^2$ en Hg^2Cl^2. Dans l'expérience citée plus haut (avec $0^g,0016$) la stérilisation de $HgCl^2$ et celle du bouillon de culture ont été faites isolément, de sorte que la quantité de $HgCl^2$ indiquée est la quantité vraie.

transformation, qui met plusieurs mois à s'établir, est bien moins facile à constater qu'avec le bichlorure de mercure; car dans ce dernier cas elle se produit en quelques jours.

V. On peut donc concevoir qu'il existe au moins deux phases successives extrêmement variables comme durée suivant la nature ou la quantité du poison (et sans doute aussi suivant l'espèce microbienne) : c'est d'abord l'accoutumance, puis l'anaphylaxie.

Mais ce sont là des études trop nouvelles pour qu'on puisse prétendre, d'après quelques exemples seulement, affirmer quelque loi générale. Il est très possible qu'avec d'autres toxiques et d'autres espèces microbiennes les résultats diffèrent notablement. Il n'en résulte pas moins un fait certain : c'est la mobilité des caractéristiques biologiques d'un microbe dans une série d'ensemencements successifs en présence d'un poison, une sorte de polymorphisme fonctionnel.

GÉOLOGIE. — *Sur le Sahélien de la Tunisie septentrionale.* Note (1) de MM. **Ch. Depéret** et **Marcel Solignac.**

A la suite de recherches géologiques, effectuées par l'un de nous de 1917 à 1920, pour le compte de la Société de Recherches et de Forages, dans la région comprise entre les parallèles de Bizerte et de Tunis, la mer et le méridien de Mateur (2), nous sommes amenés à modifier la classification qu'Aubert (3) avait donnée du Sahélien et du Pliocène du nord de la Tunisie.

Le Sahélien se rencontre : 1° sur le flanc sud des collines de Menzel Djemil, au nord et au sud de l'oued Tindja; 2° sur les deux flancs de l'anticlinal diapir du djebel Kechabta, dont il constitue la totalité de l'extrémité nord-est (dj. En Nadour, au nord de Porto-Farina); 3° dans l'anticlinal jalonné par les Djebel Besbassia, Douimis, Menzel R'oul; 4° dans l'anticlinal de Galaat el Andeless.

Le substratum du Sahélien est encore mal connu : au djebel Kechabta et à Galaat el Andeless, il repose en discordance sur le Tortonien (marnes

(1) Séance du 13 juin 1921.

(2) Voir Cartes de Bizerte, djebel Achkel et Porto-Farina au $\frac{1}{50000}$ du Service géographique de l'Armée.

(3) F. Aubert, *Explication de la Carte géologique provisoire de la Tunisie*, Paris, 1892, p. 62 à 73.

grises alternant avec des grès durs ferrugineux et des grès à structure curvi-corticale); entre le dj. Kechabta et le dj. En Nadour, il surmonte un complexe de marnes noires ou grises avec grès et bancs de gypse saccharoïde; ces marnes renferment des Huîtres naines du groupe d'*Ostrea crassissima* Lmk., rappelant *O. aginensis* Tourn. de l'Aquitanien, et une huître plissée du groupe d'*O. digitalina* Dub., dont elle paraît être une mutation naine très ancienne, associée à un Pélécypode miocène et pliocène, *Venus fasciata* da Costa (bordj ruiné de l'oued En Nemcha sur la feuille de Porto-Farina). Ce substratum, Vindobonien ou peut-être Burdigalien, a une puissance de 1500^m; il comporte trois discordances dans ces assises, et c'est dans la plus élevée de celles-ci qu'ont été trouvés les fossiles précités.

La composition stratigraphique du Sahélien est la suivante de bas en haut :

a. Calcaires marno-gypseux, blancs, farineux, en plaquettes (environ 30^m) renfermant, d'après Aubert (1) : *Ostrea Velaini*. La base est fréquemment conglomératique avec éléments de grès et de gypse empruntés au substratum; elle renferme des Lithodomes et des radioles d'Échinides. On ne trouve cette assise que le long de l'anticlinal Kechabta En Nadour, ainsi que l'avait déjà remarqué Aubert.

b. Assise peu puissante et très irrégulière de sables jaunes et de grès tendres renfermant des débris de Pectinidés (visible seulement dans le lit de l'oued Rommane au djebel Kechabta).

c. Marnes bleues compactes (environ 100^m) très fossilifères.

Le faciès de ces marnes varie du Nord au Sud. A Menzel Djemil, le faciès est assez littoral; elles sont moins pures et passent à des argiles sableuses. Elles s'appuient directement, en l'absence des termes *a* et *b*, sur les calcaires blancs à Foraminifères (Crétacé supérieur) du dj. Kerrita et du dj. Touila. Elles contiennent plusieurs espèces d'huîtres et notamment *Ostrea gingensis* L. qui est abondamment représentée et s'y trouve associée avec *Chlamys varius*. Elles plongent sous un angle de 10° à 15° vers le Sud-Est.

Dans l'anticlinal Kechabta-En Nadour, notamment au confluent de l'oued Rommane et de l'oued Ez Zitoun, les mêmes marnes ont fourni de nombreux exemplaires d'*O. gingensis* L., *Turritella subangulata* Broc., *Cardita intermedia* Broc., *Natica* sp., etc.

On les retrouve dans le synclinal qui sépare le dj. Kechabta de la ligne des djebel Besbassia et Douïmis; elles devaient occuper vraisemblablement une partie de la plaine d'effondrement située entre les hauteurs de Menzel

(1) F. AUBERT, *loc. cit.*, p. 62.

R'oul-Utique et le prolongement nord-est du Kechabta, dans la direction de Porto-Farina. Elles se relèvent ensuite en un anticlinal jalonné par le djebel Besbassia, le djebel Douïmis, le djebel Menzel R'oul, les collines d'Utique et qui s'ennoie, au Nord-Est sous les alluvions de la plaine quaternaire et sous la mer. L'axe de cet anticlinal, de direction SW-NE, présente, entre le dj. Douïmis et le dj. Menzel R'oul, un point d'inflexion qui lui donne d'abord une direction à peu près NS, puis une direction sensiblement parallèle à la direction primitive. Grâce à cette particularité, une fracture qui longe la bordure nord de la plaine de la Mabtouha et est jalonnée par le petit affleurement triasique d'Aïn El Grifa (¹) et la source légèrement thermale (22°) et arsenicale d'Aïn El Hammam (ruines d'Utique), a abaissé le flanc sud-est du pli à l'ouest du point d'inflexion et le flanc nord-ouest à l'est de ce même point. Cette faille qui tronque les djebel Besbassia et Douïmis montre que ces reliefs sont entièrement constitués par des marnes sahéliennes dont quelques niveaux sableux ont fourni *O. crassissima* Lmk., *O. gingensis* L., *Cytherea pedemontana* Ag. et un *Flabellipecten*, mutation intermédiaire entre *F. Bosniasckii* de St. et P. et *F. Almerai* Dep. et Rom. Au djebel Menzel R'oul, les marnes sahéliennes sont masquées par des sédiments pliocènes : un puits de reconnaissance de la Société de Recherches et de Forages à la cote 155 les a recoupées à la cote 95; elles ont fourni, en ce point, une faune de mer profonde caractérisée par la présence de pleurotomes du Tortonien d'Italie (Stazzano) tels que *Clavatula rugata*, *Drillia substriata*, *Pleurotoma coronata*, avec des espèces pliocènes : *Nassa semistriata* Broc., *Turritella subangulata* Broc., *Chlamys* cf. *bollenensis* Font.; à partir de la cote 90, jusqu'au fond du puits, poussé jusqu'à la cote 59, les couches bathyales précédentes ont montré qu'elles succédaient à des alternances de marnes bleues et de grès durs à *Cardium Darwini*.

Enfin, les marnes sahéliennes se montrent encore dans l'anticlinal de Galaat el Andeless, dont l'axe est aussi NE-SW, mais qui s'ennoie vers le Sud-Ouest et est tronqué, au village même de Galaat, par une faille perpendiculaire à la direction du pli.

Une seconde faille, parallèle à l'axe, a abaissé le flanc sud-est et une partie du flanc nord-ouest entre le village et la cote 28. Le reste du pli a été arasé à l'époque quaternaire jusqu'à la cote 25 par une terrasse d'abrasion marine. Ici les marnes sahéliennes renferment le même *Flabellipecten* intermédiaire entre *Bosniasckii* et *Almerai* et, en plus, *Flabellipecten flabelliformis*

(¹) Carte du djebel Achkel à $\frac{1}{50000}$.

Broc., *Chlamys varius* L., *O. crassissima* Lmk., *Cytherea pedemontana* Ag. et une Turritelle très voisine de *Turritella Archimedis* Brongn., espèce inconnue du Pliocène et qui a été déjà signalée du Sahélien de Carnot [1] (département d'Alger) et de Dar Bel Hamri [2] (Maroc).

d. Grès et sables jaunes, considérés par Aubert comme Pliocènes marins et auxquels les marnes précédentes passent par l'intermédiaire d'une assise de sable riche en débris de Bryozoaires. La répartition géographique de ces sables et grès est la même que celle des marnes; leur puissance maxima est de 250^m au djebel En Nadour, tandis qu'ils sont réduits à une assise de $1^m,50$ d'épaisseur au djebel Menzel R'oul (puits n° 2 de la Société de Recherches et de Forages). Leur pendage, perpendiculaire à la direction nord-est-sud-ouest, des plis de la région, varie de 15°-20° à 42° (flanc nord-ouest de l'anticlinal de Galaat), 45° (flanc sud-est de l'anticlinal d'El Nadour) et même 70° (anticlinal de Galaat vers le point coté 42). Au djebel Biada [3], ils sont horizontaux.

Au point de vue paléontologique, malgré la présence d'une faune à cachet pliocène, la coexistence des huîtres nettement miocènes (*O. crassissima*, *O. gingensis*) avec des mutations de passage à des espèces de Mollusques du Néogène supérieur est un argument que nous considérons comme décisif en faveur de l'attribution au Sahélien supérieur des couches qui les contiennent. La plus intéressante de ces formes de transition est le *Flabellipecten*, déjà mentionné, intermédiaire entre *F. Almerai* Dep. et Rom. du Vindobonien de Rio de Oro et *F. Bosniasckii* de St. et P. du Pliocène italien; cette forme est de beaucoup la plus répandue dans les grès et sables en question.

Nous avons pu reconnaître, en outre des espèces qui viennent d'être citées : *Flabellipecten flabelliformis* Broc., *Lissochlamys excisus* Br., *Chlamys scabrellus* L., *Chlamys*, du groupe *inæquicostalis*, *Macrochlamys latissimus* Br., *Pecten Jacobaeus* L., de petite taille, *P.* cf. *opercularis* L., *P.* cf. *Gentoni* Font., *Cordium hians* Br., *Echinolampas Hoffmanni* Des., *Cidaris* cf. *Munsteri*, *Scalpellum vulgare* [4] Leach., *Balanus tulipiformis* [4], dents de *Chrysophrys*, *Myliobatis*, Foraminifères du genre *Polystomella*, etc.

---

(1) A. Brives, *Les terrains tertiaires du bassin du Chélif et du Dahra*. Alger, 1897, p. 78.

(2) Ch. Depéret et L. Gentil, *Sur une faune miocène supérieure marine (Sahélien) dans le R'arb (Maroc occidental)* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 21).

(3) Carte du djebel Achkel à $\frac{1}{50000}$.

(4) Détermination de A. Joleaud.

Au point de vue général, le passage dans le nord de la Tunisie du synclinal marin de la fin du *Miocène* supérieur constitue un fait nouveau intéressant, servant à jalonner le trajet du bras de mer sahélien entre la vallée du Chéliff (M. Brives) et l'île de Crête (M. Cayeux).

HYDRAULIQUE. — *Sur le rendement des turbines qui travaillent sous une hauteur de chute variable.* Note [1] de M. **DE SPARRE.**

Je désigne par H_0 la hauteur de chute normale pour laquelle la vitesse relative est, à son entrée dans la roue, tangente à l'aube, et par

$$H = H_0(1 + \eta),$$

η pouvant être positif ou négatif, la hauteur de chute à un instant quelconque. Lorsque η est différent de zéro, la vitesse relative de l'eau à son entrée dans la roue n'est plus tangente à l'aube; il en résulte, à l'entrée de l'eau dans la roue, une zone de tourbillonnement qui produit une perte de charge, en plus de celles considérées dans ma Communication du 7 mars 1921. Après cette zone de tourbillonnement, la vitesse relative de l'eau devient de nouveau tangente à l'aube et j'admets que l'on peut sensiblement la regarder comme tangente à son premier élément; de plus, pour tenir compte de cette nouvelle perte de charge, j'admets, avec Resal, que la force vive perdue est égale à la force vive due aux vitesses variées.

Je conserve d'ailleurs, pour la turbine travaillant sous la hauteur de chute normale H_0, les notations de ma Communication du 7 mars. De plus, pour le cas où la turbine travaille sous la chute $H = H_0(1 + \eta)$, je désigne par ϖ'_1 la vitesse relative de l'eau à la sortie de la roue, et je pose

$$\varpi'_1 = \frac{u_1}{\lambda} = \frac{u_0 r_1}{\lambda r_0},$$

en posant toujours [2]

$$(1) \qquad \xi^2 = \frac{u_0^2}{2gH_0},$$

[1] Séance du 6 juin 1921.

[2] u_0, u_1, α_0, β_0, β_1, r_0, r_1, ainsi que a, b, c, conservant la même signification que dans la Communication du 7 mars et μ ayant également la valeur $\mu = \frac{\varpi_1}{u_1}$, ϖ_1 étant la vitesse relative de l'eau à la sortie pour $\eta = 0$, de sorte que, pour $\eta = 0$, on a $\lambda\mu = 1$.

on arrive alors à la relation suivante :

$$(2)\quad \frac{1+\eta}{\xi^2}=\frac{r_1^2}{r_0^2}\,\frac{1+b}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda^2\mu^2}\left[1+\frac{a\sin^2\beta_0+c\sin^2\alpha_0}{\sin^2(\beta_0-\alpha_0)}\right]+\frac{2\sin\beta_0\cos\beta_0}{\lambda\mu\sin(\beta_0-\alpha_0)}-\frac{r_1^2}{r_0^2}+1;$$

on trouve d'ailleurs pour le rendement

$$(2)\qquad \rho=\frac{2\xi^2}{1+\eta}\left[\frac{r_1^2}{r_0^2}\left(\frac{\cos\beta_1}{\lambda}-1\right)+\frac{\sin\beta_0\cos\alpha_0}{\lambda\mu\sin(\beta_0-\alpha_0)}\right].$$

Si l'on pose alors

$$(3)\qquad z=\frac{1+\eta}{2\xi^2}\rho+\frac{r_1^2}{r_0^2},\qquad l=\frac{\sin\beta_0\cos\alpha_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)},\qquad i=\frac{r_1^2}{r_0^2}\cos\beta_1,$$

$$(4)\qquad \begin{cases} m=\dfrac{1+\eta}{\xi^2}+\dfrac{r_1^2}{r_0^2}-1, & q=\dfrac{r_1^2}{r_0^2}(1+b),\\ n=1-l=-\dfrac{\sin\alpha_0\cos\beta_0}{\sin(\beta_0-\alpha_0)}, & p=1+\dfrac{a\sin^2\beta_0+c\sin^2\alpha_0}{\sin^2(\beta_0-\alpha_0)}, \end{cases}$$

on aura, en éliminant λ entre (1) et (2),

$$(5)\qquad (p+q\mu^2)z^2-2n(i\mu+l)z-m(i\mu+l)^2=0.$$

Si η, et par suite la hauteur de chute, est donnée, cette équation, pour une turbine déterminée, fera connaître z et par suite le rendement.

Réciproquement, si l'on donnait la valeur du rendement, on pourra en déduire la valeur correspondante de η. Pour cela, on tire de (3) et (4)

$$m=\frac{2}{\rho}\left(z-\frac{r_1^2}{r_0^2}\right)+\frac{r_1^2}{r_0^2}-1,$$

et portant cette valeur dans (5) on aura

$$(6)\quad (p+q\mu^2)z^2-2(l+\mu i)\left[n+\frac{1}{\rho}(l+\mu i)\right]z+(l+\mu i)^2\left[\frac{r_1^2}{r_0^2}\left(\frac{2}{\rho}-1\right)+1\right]=0,$$

équation qui, si ρ est donnée, fait connaître z et par suite η au moyen de (3).

Si la hauteur de chute varie de $H_1=H_0(1+\eta_1)$ à $H_2=H_0(1+\eta_2)$. Nous déterminerons alors ρ de façon que η_1 et η_2 correspondent aux deux racines z_1 et z_2 de (6), c'est-à-dire de façon que le rendement soit le même pour la hauteur de chute minima que pour la hauteur de chute maxima et nous en conclurons la hauteur de chute normale H_0. Pour cela on déduit

de (3)

$$(7)\quad \begin{cases} z_1 + z_2 = \dfrac{\rho}{2\xi^2}(2 + \eta_1 + \eta_2) + 2\dfrac{r_1^2}{r_0^2} = \dfrac{\rho}{2\xi^2}\dfrac{H_1 + H_2}{H_0} + 2\dfrac{r_1^2}{r_0^2}, \\ z_2 - z_1 = \dfrac{\rho}{2\xi^2}(\eta_2 - \eta_1) = \dfrac{\rho}{2\xi^2}\dfrac{H_2 - H_1}{H_0}. \end{cases}$$

Si l'on pose alors

$$(8)\qquad X = \frac{l + \mu i}{\rho}, \qquad R = \frac{H_1 + H_2}{H_2 - H_1} = \frac{z_1 + z_2 - 2\dfrac{r_1^2}{r_0^2}}{z_2 - z_1}, \qquad A = \frac{r_1^2}{r_0^2}\frac{p + q\mu^2}{l + \mu i} - n.$$

On déduit des relations entre les coefficients et les racines de (6)

$$(9)\qquad (R^2 - 1)X^2 - 2(R^2 - 1)AX - A^2 - R^2(p + q\mu^2)\left(1 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right) + n^2R^2 = 0.$$

On prendra pour X la plus grande racine, qui répond seule à la question [1],

$$(10)\qquad X = A + R\sqrt{\frac{p + q\mu^2}{R^2 - 1}\left(\frac{r_1^2}{r_0^2}\frac{A - n}{l + \mu i} + 1 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right)}$$

et l'on en déduira ρ par la relation (8), on obtiendra ensuite H_0 par la relation suivante que l'on déduit de (6), (7) et (8) :

$$(11)\qquad H_0 = \frac{\rho}{4\xi^2}\frac{H_1 + H_2}{X - A}\frac{p + q\mu^2}{l + \mu i} = \frac{H_1 + H_2}{4\xi^2 X}\frac{p + \mu^2 q}{X - A}.$$

On peut remarquer que, dans les conditions indiquées, le rendement sera maximum pour une valeur de H différente de H_0.

En effet, pour que les racines de (6) soient réelles, il faut

$$X \leqq X_1,$$

X_1 étant la plus grande racine de l'équation

$$(12)\qquad X^2 - 2AX - (p + q\mu^2)\left(1 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right) + n^2 = 0.$$

Pour $X = X_1$ les racines de (6) étant égales on aura pour la valeur corres-

---

[1] On déduit en effet de (6) et de (7)

$$\frac{z_1 + z_2}{2} - \frac{r_1^2}{r_0^2} = \frac{l + \mu i}{p + q\mu^2}(X - A) = \frac{\rho}{4\xi^2}\frac{H_1 + H_2}{H_0} > 0,$$

on doit donc avoir $X > A$.

pondante z_m de z

$$z_m = (X_1 + n)\frac{l + \mu i}{p + q\mu^2} \tag{13}$$

et pour la valeur maxima du rendement

$$\rho_m = \frac{l + \mu i}{X_1}. \tag{14}$$

On déduit d'ailleurs de (12)

$$X_1 = A + \sqrt{(p + q\mu^2)\left(\frac{r_1^2}{r_0^2}\,\frac{A - n}{l + \mu i} + 1 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right)}. \tag{15}$$

Si nous prenons par exemple $\xi = 1$, $\beta = 157°$, $\alpha_0 = \beta_1 = 20°$, $r_1 = 0{,}8\,r_0$ en conservant pour a, b, c les valeurs $a = b = 0{,}06$, $c = 0{,}225$ de la note précédente ce qui conduit pour μ à la valeur $\mu = 0{,}8472$ et si de plus nous prenons $H_1 = 20^m$, $H_2 = 40^m$, nous déduirons des formules (10) et (8) $\rho = 0{,}8001$ et ensuite par la formule (11) $H_0 = 21^m{,}93$. On a de plus pour la valeur maxima du rendement $\rho_m = 0{,}8166$ et pour la hauteur de chute correspondante, déduite de (13), $H_m = 28^m{,}44$.

On voit que, bien que la hauteur de chute varie du simple au double, le rendement ne varie que de 1,5 pour 100 environ. On doit remarquer toutefois que, s'il en est ainsi avec la valeur que nous avons déterminée pour H_0, et qui a été choisie de façon que l'on ait le même rendement pour les hauteurs de chute H_1 et H_2, il n'en serait plus de même si l'on prenait pour H_0 une valeur quelconque. Si, par exemple, on prenait

$$H_0 = \frac{H_1 + H_2}{2} = 30^m,$$

pour $H = H_1 = 20^m$ on trouverait pour le rendement $\rho = 0{,}682$.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence d'une nappe sous-alluvionnaire d'eau thermale et minéralisée dans le lit de la Durance, à Serre-Ponçon (Hautes-Alpes).* Note de MM. **W. Kilian** et **F. Blanchet.**

Des travaux d'exploration, exécutés en 1912-1913 dans une partie du thalweg rocheux de la Durance, au droit de l'emplacement projeté pour l'installation d'un barrage de retenue destiné à l'aménagement hydro-électrique de ce cours d'eau, ont amené la découverte en profondeur d'*eaux thermales et minéralisées* dans les circonstances suivantes :

Ces travaux, comprenaient un puits sur la rive droite et une galerie transversale creusée à une profondeur de 60^m.

A une distance de 75^m de la rive droite (point de départ de la galerie), c'est-à-dire à environ 5^m à 10^m de l'axe du thalweg, les recherches furent interrompues par la rencontre de venues *importantes* d'*eaux thermales;* ces eaux salines, ferro-magnésiennes et sulfatées, devenant facilement sulfureuses sous l'effet de la réduction des sulfates par les matières bitumineuses ou charbonneuses contenues dans les calcaires du Lias dans lesquels est creusé en ce point le thalweg de la rivière, avaient une composition analogue à celles de Brides, d'Allevard ou d'Uriage; leur température atteignait 47° à 49° lors de l'irruption au fond de la galerie, le 5 avril 1913, et le débit pouvait être estimé de 400^l à 420^l à la seconde, mais il ne fut à ce moment fait aucune tentative pour épuiser le puits et la galerie, ni pour se rendre compte de la permanence de ce débit vraiment considérable.

A ce moment, l'un de nous, s'appuyant sur le fait étrange de l'apparition de ces eaux *au toit* (en calotte) et non au mur ou dans la paroi latérale de la galerie, ainsi que sur le *débit anormal* de ces venues d'eaux, débit qui semblait tout à fait invraisemblable pour un griffon thermal, émit la supposition qu'il s'agissait d'une nappe d'eau thermale sous pression, *emprisonnée sous les alluvions* et dépôts fluvioglaciaires argileux et peu perméables qui occupent en ce point le thalweg rocheux de la Durance.

Depuis lors, des travaux exécutés pour le compte de l'État, sous la direction du Service des Ponts et Chaussées, par la même Société qu'en 1913, ont donné les résultats suivants, que nous avons vérifiés sur place au fur et à mesure de l'avancement des sondages :

Sondage n° 1 (rive gauche). — 1° Graviers et galets grossiers non striés : 10^m.

2° Dépôt sablo-argileux, grès et petits galets non striés, de couleur noire vers le bas (glaciaire?) : 18^m.

3° *Eau chaude* (1).

4° Roche en place (calcaire marneux noir du Lias).

Sondage n° 2 (milieu du thalweg). — 1° Graviers fluviatiles d'abord grossiers; à 9^m, caillou strié.

2° Graviers sableux nettement fluviatiles à galets subanguleux.

3° Gros galets gréseux vers 49^m (grès d'Annot) et galets de calcaire noir.

4° Bloc de calcaire noir de $0^m,90$.

---

(1) La température de l'eau qui était pour chaque sondage de 33° au fond, a été trouvée égale à 43° lorsque le thermomètre, au lieu d'être descendu au fond, était descendu au niveau de la surface rocheuse.

5° Graviers grossiers jusqu'à une profondeur de 71^m.

6° *Eau chaude.*

7° Roche en place (calcaire noir du Lias).

Sondage n° 3 (rive droite). — 1° Graviers fluviatiles avec quelques faibles intercalations glaciaires : 34^m.

2° *Eau chaude.*

3° Roche en place (calcaire noir du Lias).

Un sondage effectué à 100^m en amont des précédents (sondage 4'), en un point où le thalweg de la Durance est moins resserré, a conduit également à la découverte de l'eau chaude à une profondeur de 17^m. Les travaux d'avancement ont permis de constater que la température de l'eau augmentait en profondeur et atteignait 43° à 33^m; ce caractère indiquait sinon le voisinage du rocher, du moins une profondeur du thalweg beaucoup moins grande qu'au sondage n° 2 et par suite l'existence d'une pente très accentuée du lit rocheux. En fait, le rocher a été rencontré à 43^m,50.

La présence de l'eau chaude en différents points *à la surface de la roche en place* et non pas au sein même de cette roche ou dans des fissures ou diaclases montre qu'il ne s'agit pas là de recoupements d'une fissure, mais d'une *nappe* ou « poche » d'eau sous pression, véritable cours d'eau souterrain existant sur le fond du thalweg au contact du remplissage de boues et de graviers fluvio-glaciaires et du lit rocheux de la vallée. Cette « nappe » est vraisemblablement alimentée par une *source thermale* à débit moins considérable, dont l'eau, minéralisée dans le Trias, remonte sans doute par une diaclase des calcaires liasiques située bien en amont de Serre-Ponçon.

Des sources plus ou moins fortement thermales, également minéralisées par le Trias et venant au jour par des fissures ou diaclases des schistes ou calcaires du Lias, existent d'ailleurs en un certain nombre de points des Alpes françaises [La Motte-les-Bains, Uriage, Allevard (Isère), Digne (Basses-Alpes), etc.]. La présence d'un griffon de cette catégorie dans la région de Serre-Ponçon n'a donc rien qui puisse surprendre, mais il est intéressant d'avoir pu constater avec autant de netteté, le *cheminement sous-alluvionnaire* des eaux thermales en profondeur, au contact du lit rocheux de la vallée (1).

Les émergences d'eau d'une température anormale, signalées jadis par David Martin (2) dans le lit de la Durance en aval et non loin de Serre-

(1) Une analyse de ces eaux a montré qu'elles renfermaient en dissolution les mêmes éléments que ceux constatés dans les prélèvements de 1913, mais dans des proportions plus faibles; cette différence s'explique par le fait que les prélèvements nouveaux ont été effectués dans les tubes où les eaux thermominérales étaient mélangées à celles de la Durance.

(2). David-Martin, *La Nature*, 10 mai 1913, p. 2085; voir aussi Martel, *Nouveau Traité des Eaux souterraines*, Paris, O. Doin, 1921, p. 665.

Ponçon, s'expliqueraient ainsi facilement et proviendraient vraisemblablement de cette nappe *sous-alluvionnaire* dont l'eau remontait sans doute en des « points bas » grâce à des solutions de continuité du remplissage fluvio-glaciaire, et par suite de la pression exercée par les eaux froides descendantes de la Durance.

Ce seraient également les eaux de cette nappe qui auraient pénétré dans la galerie exécutée en 1913, par un point faible de son plafond au moment où cette galerie se serait trouvée trop rapprochée du lit mineur qui, vers le milieu atteint une profondeur minimum de 71^{m} ainsi que l'ont établi, depuis lors, les sondages récents.

Ces résultats sont d'ailleurs remarquablement conformes aux prévisions motivées, que l'un de nous avait émises en 1917 dans un rapport géologique officiel dans lequel la profondeur *éventuelle* du lit mineur était évaluée à 60^{m} ou 80^{m} (on a vu plus haut que cette profondeur est en réalité de 71^{m}!) et où des doutes formels avaient été exprimés sur la rencontre d'un véritable griffon par la galerie de 1913.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats pour la Chaire de *Mathématiques* vacante au Collège de France.

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Cathelin. *Les principes directeurs de la chirurgie contemporaine.*

2° M. Molliard. *Nutrition de la plante. Échanges d'eau et de substances minérales.* (Présenté par M. L. Mangin.)

3° L. Descour. *Pasteur et son œuvre.* (Présenté par M. E. Roux.)

4° Giovanni Battista de Toni. *Mario Cermenati per Leonardo.*

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Déformation des surfaces et équation de Laplace*. Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. J'ai indiqué le 6 juin 1921 qu'une équation de Laplace (E) peut fournir soit *deux* surfaces S, S′ applicables, soit une *famille* de surfaces S, S′, S″, ... à un paramètre déformées de l'une quelconque d'entre elles. L'intégration d'une autre équation de Laplace (E′) déduite de (E) fait correspondre à ce couple (ou cette famille) un *groupe* de couples (ou familles) de surfaces, applicables dans chaque couple (ou chaque famille).

Il s'agit maintenant de donner des exemples nouveaux déduits d'une équation (E) judicieusement choisie. Les essais seront guidés par un problème plus général, dont on connaît quelques solutions, encore trop rares. Nous savons déformer complètement quelques surfaces (paraboloïde, développées de surfaces minima, etc.). Soient deux surfaces S, S′ déformées d'une telle surface; à ce couple correspond une équation (E) du type cherché. Le résultat est encore plns intéressant si S, S′ appartiennent à une famille de surfaces admettant un paramètre de déformation avec un réseau conjugué restant conjugué au cours de cette déformation continue.

2. Bornons-nous à une surface S développée d'une surface minima M; la déformée la plus générale de S est une autre surface S′ de même définition. S admet une infinité d'auto-applications à un paramètre, obtenues par les quadratures fournissant les lignes de courbure de M. Donc à chaque couple de surfaces minima M et M′, que M ou M′ soient ou non superposables, je peux faire correspondre une équation (E).

Bornons-nous à une auto-application de S : on voit aisément que, M et S étant réelles, si la fonction $\mathcal{F}(u)$ de Weierstrass est de la forme $A u^m$, où A et m sont des constantes réelles, S possède un réseau conjugué, dont les courbes s'échangent simplement entre elles au cours de l'auto-application; c'est donc un réseau conjugué persistant. Ces surfaces M sont celles qui sont ou hélicoïdales ou applicables sur une surface de révolution. Si m est commensurable ($m = -2$ excepté) on a même une surface S algébrique, avec auto-application et réseau conjugué eux-mêmes algébriques. Chaque valeur de m fait donc connaître une équation (E) du type annoncé et chaque solution de l'équation (E′) correspondante donne une famille de surfaces à un paramètre toutes applicables entre elles. L'une de ces équations (E) est particulièrement simple, c'est celle qui provient de la surface

d'Enneper : on a l'équation $E\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ avec les notations classiques (¹); l'équation (E') est l'équation $E\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$. Ces deux équations s'intègrent complètement par des quadratures convenables, comme l'a montré Poisson; M. Appell a établi rigoureusement que le procédé de Poisson donne bien la solution générale. J'indique les coordonnées (x, y, z) d'un point de S au moyen de deux paramètres α, β; la surface S' s'obtiendra en accentuant x, y, z, α, β :

$$S\left\{\begin{array}{l} x = 6\alpha + 6\alpha\beta^2 + 2\alpha^3, \\ y = -4\beta^3, \\ z = \frac{3}{2}(\alpha^2+\beta^2)^2 + 3\alpha^2 - 3\beta^2 - \frac{3}{2}. \end{array}\right.$$

L'auto-application est, avec une constante arbitraire C, définie par

$$(1) \qquad \alpha = \alpha' + 2C, \qquad \alpha^2 + \beta^2 = \alpha'^2 + \beta'^2.$$

Les courbes ayant pour image dans le plan α, β les paraboles homofocales d'équation $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - 2u)^2$, où u est une constante quelconque, forment le réseau conjugué persistant. Pour rapporter S, S' à ce réseau conjugué, on peut supposer x', y', z', d'abord exprimées en (α', β'), puis en (α, β) par les formules (1), et l'on pose ensuite

$$(2) \qquad \left\{\begin{array}{l} \sqrt{\alpha^2+\beta^2} = \alpha - 2u = 2v - \alpha, \qquad \alpha = u + v, \qquad \beta^2 = -4uv, \\ ds^2 = 36[1 + (v-u)^2]^2[(du+dv)^2 + (v-u)^2(dv-du)^2]. \end{array}\right.$$

Le seul ds^2 suffit pour former (E) puis (E') qui ont les formes indiquées. L étant l'intégrale générale de $E\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$, les quadratures

$$(3) \qquad \left\{\begin{array}{l} x_1 = L\frac{\partial x}{\partial u}du + \left[L - \frac{2}{3}(u-v)\frac{\partial L}{\partial v}\right]\frac{\partial x}{\partial v}dv, \\ x'_1 = L\frac{\partial x'}{\partial u}du + \left[L - \frac{2}{3}(u-v)\frac{\partial L}{\partial v}\right]\frac{\partial x'}{\partial v}dv, \end{array}\right.$$

avec formules analogues pour y_1, z_1, y'_1, z'_1, fournissent une surface $S_1(x_1, y_1, z_1)$ et une déformée continue de S_1, à savoir $S'_1(x'_1, y'_1, z'_1)$.

Si L coïncide avec $\frac{K}{(u-v)^3} + K_1$, où K et K_1 sont constantes, les surfaces S_1, S'_1 sont superposables, on obtient une seule surface, dont le ds^2 est

(¹) Voir DARBOUX, *Théorie des surfaces*, t. 2, p. 54 et suiv.

de révolution, et ses auto-applications; les coordonnées x_1, y_1, z_1 sont des combinaisons algébrico-logarithmiques de u, v.

Pour une intégrale L autre que celle-là, les surfaces S_1, S'_1 ne sont plus superposables.

3. On aperçoit aisément trois couples, dépendant de C, appartenant à l'équation $E\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$. Le procédé que j'emploie réussit très souvent quand deux surfaces S, S' applicables admettent toutes deux soit un plan, soit un axe de symétrie. Si C est imaginaire pure, on peut s'arranger pour que α, β, α', β' soient tous imaginaires pures, les surfaces (ix', iy', z) et (ix, iy, z') sont réelles et applicables. De même pour α, α', C imaginaires pures et β, β' réels, on a le couple (ix', y, z) et (ix, y', z'); puis pour α, α', C réels et β, β' imaginaires pures, le couple (x, iy', z) et (x', iy, z').

4. Il serait intéressant de décider si $E\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ possède d'autres familles ou couples. Il serait intéressant de chercher les équations $E(\beta, \beta')$ qui définissent des familles ou couples; l'équation (E') est alors

$$E(-\beta + 1, -\beta').$$

Un autre problème intéressant est le suivant : un ds^2 est donné *a priori*,

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2.$$

Dans quel cas l'équation

$$A(u, v)\,du^2 + 2B(u, v)\,du\,dv + C(u, v)\,dv^2 = 0$$

définit-elle un réseau susceptible de rester conjugué dans une déformation particulière à un paramètre? Ce problème peut être résolu sans avoir construit de surface représentative du ds^2; cette Note a fourni de nombreux exemples de tels réseaux pour le ds^2 particulier $u^2(du^2 + dv^2)$.

BALISTIQUE. — *Détermination chronophotographique complète des trajectoires.* Note de M. L. Dunoyer.

On détermine généralement les trajectoires des projectiles d'après l'observation des points de chute et des éléments initiaux du tir (angle de tir, vitesse initiale). Des calculs, du reste assez laborieux, permettent de déduire de ces données les propriétés géométriques de la trajectoire et celles du pro-

jectile. Aucune méthode ne paraît actuellement en usage permettant l'étude directe et complète d'*une* trajectoire réelle.

L'adjonction au projectile d'une cartouche éclairante, soit dans l'ogive, soit au culot, permet de rendre visible, la nuit, toute la trajectoire ou un arc plus ou moins long de celle-ci. La photographie permet alors de la déterminer complètement.

Ce procédé présente évidemment des avantages précieux. Il permet de voir, sur une trajectoire déterminée, les irrégularités accidentelles qui peuvent se produire. La méthode classique n'est applicable qu'aux résultats moyens d'un certain nombre de coups; elle élimine par conséquent ces irrégularités dont l'étude, cependant, peut fournir des renseignements intéressants sur la cause qui les produit, soit qu'elles proviennent des défauts balistiques du projectile, soit qu'elles se produisent au passage de la zone de séparation entre des vents contigus de vitesses et de directions très différentes, comme il en existe souvent.

Ce procédé est aussi le seul applicable à l'étude expérimentale du tir en aéronef, la détermination des éléments initiaux du tir devenant alors pratiquement impossible par les méthodes ordinaires. Les expériences dont il s'agit ont précisément été effectuées en 1916, par des moyens de fortune, en vue de satisfaire aux besoins d'un groupe de bombardement doté d'avions-canons [1].

2. La méthode repose sur la comparaison des clichés obtenus en deux stations munies de deux appareils photographiques exactement repérés l'un par rapport à l'autre, au point de vue de leurs positions et de l'orientation de leurs axes optiques. Ces appareils possèdent les organes nécessaires pour rendre la plaque verticale et déterminer l'angle de l'axe optique et de la ligne joignant les deux stations. Les objectifs étant démasqués d'une manière permanente pendant le tir, la trajectoire s'inscrit sur chacune des plaques.

La question est de savoir quels sont les points qui, sur les deux images, correspondent à une même position du projectile dans l'espace. L'un de ces points est connu d'avance, c'est l'origine de la trajectoire. Pour pouvoir déterminer les autres, on place devant les objectifs des disques à secteurs

---

[1] M. Hadamard a signalé (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 444), dans son *Rapport sur les travaux examinés et retenus par la Commission de balistique pendant la durée de la guerre*, le travail détaillé dont la présente Note est le résumé. La publication de ce travail fut admise en principe par la Commission.

obturateurs qui tournent à vitesse constante [1] sans qu'il soit aucunement nécessaire que ces deux vitesses soient égales. Des mesures micrométriques faites sur les plaques permettent de déterminer les coordonnées photographiques de chacune des extrémités des petits arcs qui correspondent aux intervalles de temps où l'objectif est démasqué (le choix de la vitesse linéaire du bord des disques doit être fait de manière à donner à ces extrémités la plus grande netteté possible). On peut donc construire une courbe en portant en abscisses, pour l'un des clichés, l'une des coordonnées photographiques et en ordonnées des longueurs arbitrairement proportionnelles aux intervalles de temps τ, 2τ, 3τ, ..., si l'on désigne par τ la durée pendant laquelle l'objectif est découvert entre les passages de deux secteurs obturateurs consécutifs. Cette courbe une fois tracée, il est possible d'y placer, par la connaissance de sa coordonnée photographique, l'origine de la trajectoire, et de fixer par conséquent sur les ordonnées du graphique l'origine des temps. On peut ainsi connaître (par quatre graphiques analogues, pour chaque cliché et pour chaque coordonnée) les coordonnées photographiques de toutes les positions du projectile, par exemple de $0^{sec},1$ en $0^{sec},1$. Il ne reste plus ensuite qu'à en déduire, par les formules trigonométriques très simples, les coordonnées réelles d'un point quelconque de la trajectoire rapportée par exemple à trois axes rectangulaires qui seront de préférence : la projection horizontale de la tangente à l'origine, l'horizontale perpendiculaire à celle-ci du côté des dérivations, et la verticale de la bouche.

Pour effectuer les mesures micrométriques [2] sur les clichés, il est indispensable d'y marquer la trace du plan horizontal passant par l'axe optique. Il suffit pour cela d'allumer, en un point quelconque de ce plan, un artifice lumineux et de faire tourner l'appareil photographique autour de son axe vertical : l'horizontale s'y enregistre ainsi automatiquement.

Bien que ces expériences aient été improvisées, elles ont montré que la méthode peut fournir la description complète d'une trajectoire, avec la mesure des vitesses et des accélérations instantanées en chacun de ses points avec une grande facilité et une remarquable précision. La discussion

(1) La même méthode, employée dans le cas plus simple où un seul cliché suffit, a donné récemment des résultats très intéressants à M. Camichel pour l'étude du mouvement des liquides (*Bulletin de la Direction des Inventions*, mars 1921).

(2) Ces mesures ont été faites avec une machine Beaudoin à mesurer les spectres qui m'a été donnée en 1912, pour des recherches bien différentes, sur le fonds Bonaparte.

montre que *les durées de trajet ont été obtenues à $\frac{1}{300}$ près, les hauteurs du projectile à* $0^m,5$ *près et ses abscisses à moins de* 10^m *près* (pour la fin de la trajectoire, le début étant beaucoup plus précis).

Il serait certainement possible de faire mieux encore avec des appareils plus perfectionnés. Il conviendrait aussi, surtout pour la mesure des dérivations, de placer une troisième station photographique derrière la pièce, à peu près dans le plan de tir.

Ajoutons que la comparaison directe de plusieurs trajectoires est particulièrement rapide et facile. Il suffit de décalquer l'une d'elles, de préférence agrandie, sur une feuille de celluloïd et de reporter ce calque sur les autres trajectoires. La comparaison des hauteurs du projectile se fait ainsi, très aisément, à 2^m ou 3^m près.

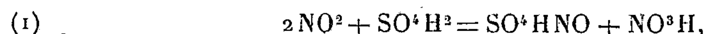
CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'absorption des oxydes d'azote par les acides nitrique et sulfurique*. Note de M. **A. Sanfourche**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Lors de l'analyse des oxydes supérieurs de l'azote, on est conduit à les faire absorber par l'acide sulfurique. Les transformations qu'ils subissent au cours même de cette absorption ont provoqué des interprétations diverses : les auteurs qui employaient les méthodes physiques, spécialement les procédés manométriques, admettaient le passage en un seul stade de NO à NO^2, et niaient la formation de l'anhydride azoteux gazeux, même en présence d'un excès de NO. Au contraire, les expérimentateurs qui se basaient sur l'analyse chimique constataient dans certains cas la présence de N^2O^3 et en faisaient l'intermédiaire de l'oxydation de l'oxyde azotique.

Cette contradiction, qui paraissait insoluble, s'est trouvée éclaircie à la suite des recherches de M. Wourtzel ([1]); il a été établi que la décomposition du gaz N^2O^3 en $NO + NO^2$ n'est pas totale, et que de même, NO et NO^2 peuvent se combiner partiellement pour donner N^2O^3; si bien qu'il peut subsister une proportion de N^2O^3 allant jusqu'à 6 pour 100 sous la pression atmosphérique. C'est cette faible quantité qui, grâce à sa grande aptitude à réagir et à se régénérer rapidement aux dépens de NO et NO^2, donne naissance en présence de réactifs absorbants aux dérivés nitreux. Cette explication est bien plus satisfaisante que celle de Lunge. D'après ce savant,

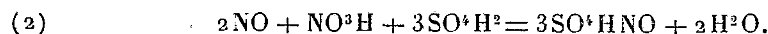
([1]) E. Wourtzel, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 109.

en présence d'acide sulfurique, NO^2 se dissoudrait d'abord, donnant :



$$(1)\qquad 2NO^2 + SO^4H^2 = SO^4HNO + NO^3H,$$

puis NO réagirait sur l'acide nitrique formé :



$$(2)\qquad 2NO + NO^3H + 3SO^4H^2 = 3SO^4HNO + 2H^2O.$$

Pour expliquer une absorption extrêmement rapide, on admettrait donc l'intervention superposée de deux réactions, dont la première est déjà plus lente que la réaction totale. Quant à la seconde, les données font défaut, car elle n'a pas été étudiée à ce point de vue.

Nous nous sommes efforcé de combler cette lacune en examinant l'action de l'oxyde azotique sur un mélange sulfo-nitrique à 7,54 pour 100 NO^3H. 10^{cm^3} de ce mélange, pesant $17^g,839$, sont placés dans un cloez maintenu à 15°, et traversés par un lent courant de NO à 96,5 pour 100 de gaz pur. D'après l'équation (2), ils doivent fixer $1^g,283$ de NO. Ils fixent :

Après 45 m.	Après 2 h.	Après 3 h.	Après 4 h.
$0^g,532$	$0^g,727$	$0^g,806$	$0^g,896$

Cet essai montre que la réaction (2) est très lente, et que la fixation de NO est très imparfaite, car il en est passé de 6^l à 7^l, pour moins de $0^l,700$ retenus.

La même expérience a été répétée à 100°; à cette température, la tension de vapeur de l'acide nitrique dans le mélange n'est plus négligeable et une partie est entraînée, ainsi qu'on le constate par un essai préliminaire avec un gaz inerte. La réaction est plus rapide qu'à 15°, puisque l'augmentation de poids est de $0^g,699$ après 30 minutes.

Il se superpose en outre une action oxydante plus énergique de l'acide nitrique, probablement :



$$(3)\qquad NO + 2NO^3H = H^2O + 3NO^2.$$

En effet, l'atmosphère du cloez se remplit de vapeurs nitreuses. La perte de NO^3H est supérieure à celle qui correspondrait à la réaction (2). La réaction (3) doit avoir lieu entre gaz, grâce au NO^3H vaporisé.

La réaction (2) étant très lente, l'absorption rapide des vapeurs nitreuses de composition $NO + NO^2$ ne peut s'opérer suivant le mécanisme décrit par Lunge. Pour lever tout doute, nous avons comparé dans des conditions identiques l'absorption de NO par le mélange sulfo-nitrique ci-dessus, à celle du mélange gazeux $NO + NO^2$ par l'acide sulfurique. La première,

dans l'hypothèse de Lunge, aurait dû être plus rapide que la seconde, celle-ci exigeant la superposition des réactions (1) et (2), tandis que celle-là ne dépend que de la seule réaction (2). Or, au contraire, l'absorption de NO exige un temps très long, alors que celle du mélange NO + NO^2 est sensiblement complète en un temps 12 à 15 fois plus court. Les deux exemples suivants, pris parmi un bon nombre d'expériences, sont particulièrement frappants :

I. 425^{cm^3} oxyde azotique absorbé par 15^{cm^3} mélange sulfo-nitrique.

Temps (en min.)...	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
P (en millim. Hg)..	740	729	715	702	689	675	662	648	635	622
Temps (en min.)...	10.	12.	14.	16.	18.	20.	22.	25.	30.	35.
P (en millim. Hg)..	609	582	557	532	506	482	457	422	365	310
Temps (en min.)...	40.	45.	50.	55.	61.	65.	70.	90.	150.	
P (en millim. Hg)..	259	209	164	124	75	45	27	27	27	

II. Le même oxyde azotique additionné d'oxygène jusqu'à correspondre à la composition moléculaire : 40,20 pour 100 NO, 59,75 pour 100 NO^2. Absorbant : 10^{cm^3} SO^4H^2.

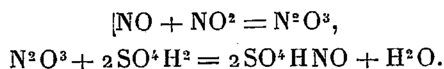
Temps..................	0.	10^s.	20^s.	30^s.	40^s.	50^s.	1^m.	1^m15^s.
P (en millim. Hg).....	610	410	310	240	195	168	150	135
Temps..................	1^m30^s.	1^m45^s.	2^m.	2^m30^s.	3^m.	4^m.	5^m.	7^m30^s.
P (en millim. Hg).....	127	122	116	108	100	90	84	77
Temps..................	10^m.	15^m.	20^m.	30^m.	60^m.	90^m.	120^m.	
P (en millim. Hg).....	74	72	70	70	69	69	69	

Les pressions résiduelles 27^{mm} et 69^{mm} sont celles de l'azote constituant l'impureté des gaz utilisés.

Les conditions de l'expérience ont été variées de plusieurs manières : modification de la quantité d'absorbant, admission variable d'oxygène ou d'air avec le NO, remplacement de l'acide sulfurique par le sulfo-nitrique comme absorbant du mélange gazeux seul. Les résultats sont toujours du même ordre. Notons seulement que si, au lieu de mettre NO en présence d'un grand excès de sulfo-nitrique, on n'emploie qu'un excès de 25 pour 100 sur la quantité calculée, la durée d'absorption s'élève à plus de 3 heures.

Conclusions. — Lorsque des gaz nitreux dont la composition d'ensemble est voisine de N^2O^3 réagissent sur l'acide sulfurique, ils ne se comportent pas comme le ferait un simple mélange de NO et de NO^2, bien que consti-

tués, en majeure partie, par ces deux corps. Quoique, contrairement à ce que nous pensions tout d'abord, la proportion de N^2O^3 réel y soit faible, sa vitesse de réaction est telle qu'il sert d'intermédiaire à la dissolution, étant reformé aussitôt qu'absorbé, jusqu'à ce que le mélange gazeux tout entier ait réagi. De manière que l'on a



$$NO + NO^2 = N^2O^3,$$
$$N^2O^3 + 2SO^4H^2 = 2SO^4HNO + H^2O.$$

Ce mécanisme ne s'applique pas seulement à l'absorption par l'acide sulfurique, mais aussi à celle par l'acide nitrique, l'eau, les alcalis. Il permet d'expliquer très simplement la formation exclusive de composés nitreux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les points critiques dus à l'écrouissage*. Note (¹) de MM. **Léon Guillet** et **Marcel Ballay**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Aucune détermination systématique n'a été faite sur la position des points singuliers que peuvent présenter les produits écrouis. Nous avons recherché les moyens qui permettent le mieux de les mettre en vue.

Nous avons essayé deux méthodes :

La méthode dilatométrique avec l'appareil Chevenard utilisant le baros comme métal de comparaison.

La variation de la résistance électrique en fonction de la température; ici nous avons adopté un dispositif spécial que nous allons décrire succinctement :

Le but est de comparer la résistance électrique d'un fil écroui au même fil recuit; à cet effet, le circuit est constitué par le fil écroui sur une certaine longueur et recuit par chauffage sur le reste de la longueur utilisée; ce circuit est constitué de façon que le fil écroui se trouve en opposition avec une partie du fil recuit, les deux parties intéressantes du fil étant placées dans la zone isotherme d'un four dont on peut faire varier la température de façon connue; le courant fourni par une batterie d'accumulateurs traverse le circuit. En dérivation se trouve branché, avec les boîtes de résistance voulues, l'un des galvanomètres de l'appareil Saladin-Le Chatelier, tandis que l'autre galvanomètre enregistre les températures par l'intermé-

(¹) Séance du 13 juin 1921.

diaire d'un couple thermo-électrique placé dans la zone isotherme du four (*fig.* 1). Cette méthode supprime les difficultés que l'on éprouve dans les

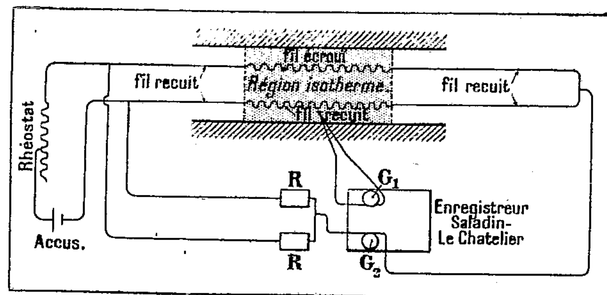


Fig. 1. — Montage pour l'enregistrement des courbes différentielles de résistance électrique.

autres dispositions pour assurer les contacts à température élevée ou pour éviter les perturbations d'ordre thermo-électrique dans les parties extérieures aux contacts d'amenée du courant.

Nous avons appliqué ces méthodes à un fil de laiton Cu = 67, Zn = 33; à un fil de laiton Cu = 60, Zn = 40; et à divers produits sidérurgiques.

Voici les résultats obtenus :

Fil de laiton Cu = 67, Zn = 33. — Les caractéristiques sont :

	Charge de rupture par millimètre carré.	Poids spécifique.	Résistivité ρ microhms : cm²-cm.
A l'état écroui............	56,5	8,509	6,99
A l'état recuit............	36,6	8,512	6,61

La méthode dilatométrique ne donne pas de résultats très nets :

La courbe différentielle de la résistance électrique fournit des renseignements précis (*fig.* 2). On voit notamment une chute brusque entre 365° et 410°. Il apparaît bien

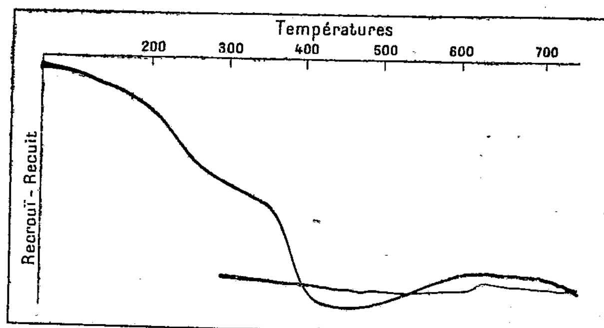


Fig. 2. — Courbe différentielle de résistance électrique sur laiton 67 × 33 écroui.

que cette courbe permette de suivre les phénomènes qui accompagnent la perte d'écrouissage, elle possède la même allure que les courbes classiques de la variation des propriétés mécaniques d'un produit écroui en fonction de la température du recuit.

Des résultats analogues ont été obtenus avec le laiton Cu = 60, Zn = 40.

Acier dur (C = 0,80 environ). — Le métal trempé, revenu et écroui, dans l'état où il est livré dans le commerce sous le nom de *corde à piano*, n'a pas une courbe différentielle de résistance électrique qui soit nette (la variation de résistance électrique du fer par écrouissage est bien moins élevée que pour le laiton); on n'aperçoit aucune chute brusque; par contre, le même métal simplement trempé donne une courbe montrant une diminution progressive de la résistance en fonction de la température.

Conclusions. — En résumé, la détermination de la courbe : température-différence de résistance électrique d'un fil écroui et du même fil recuit obtenu par le montage indiqué, donne, pour différents alliages, notamment les laitons, des résultats précis sur la variation de l'écrouissage en fonction de la température et paraît nettement supérieure aux autres méthodes. Elle nous permet d'étudier actuellement l'influence des différents facteurs qui interviennent dans l'écrouissage.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Un nouveau ciment hydraulique magnésien.* Note de M. **A.-Ch. Vournazos**, transmise par M. H. Le Chatelier.

La magnésie obtenue par la calcination du carbonate naturel à la température d'environ 900°, qui suffit pour provoquer le dégagement complet de CO^2, constitue à elle seule une matière hydraulique de peu de valeur. Aussi la magnésie anhydre n'a été employée jusqu'ici que pour la préparation du ciment Sorel et des divers mélanges qui en dérivent.

Ayant soumis, il y a quelque temps, à une étude spéciale certains échantillons des magnésies grecques, j'ai examiné la question d'hydraulicité sur des mélanges de celle-ci avec la ponce de Santorin dont l'agent hydraulique principal est la silice amorphe. Je suis ainsi parvenu à composer un nouveau ciment hydraulique dont le constituant essentiel est un hydrosilicate de magnésie insoluble.

La magnésie employée a été obtenue par la cuisson du carbonate de magnésium extrait des gisements de l'île d'Eubée, qui est appelé sur place *leucolithe* (pierre blanche). On arrête la cuisson au premier degré suffisant pour chasser l'acide carbonique du minerai, et le caustifie, sans pousser cependant la température jusqu'au point de vitrification.

La magnésie cuite est soumise au broyage, puis est blutée au tamis n° 80 et finalement mise en dépôt. Le produit ainsi préparé s'hydrate à la longue et se transforme en hydroxyde de magnésium qui exerce la même action sur la silice amorphe.

La matière première qui contient cette dernière substance est la ponce de Santorin; on entend sous ce nom la pouzzolane bien connue due aux déjections volcaniques anciennes et étalée sur la surface presque entière de l'île.

La ponce de Santorin se compose de 65 pour 100 de silice et 15 pour 100 d'alumine, le reste est formé par les oxydes de fer, de titane, de manganèse, la chaux (3 pour 100), la magnésie et les alcalis. La silice est en partie amorphe. En traitant la pouzzolane pulvérisée finement par une lessive de potasse diluée, on dissout jusqu'à 18 pour 100 de silice amorphe, qui représente la partie principalement active de la terre. Cette silice est capable de former avec la magnésie et en présence de l'eau un hydrosilicate magnésien cristallisé en fines aiguilles. Plusieurs recherches quantitatives que j'ai exécutées en partant des matières constituantes prises à l'état pur m'ont fait admettre que l'hydrosilicate en question répond à la formule $SiO^2 2MgO + H^2O$.

A partir de cette formule on peut calculer que, à 18 parties en poids de silice amorphe correspondent 24 parties de magnésie cuite supposée pure, ou autrement 30 parties de leucolithe calciné. J'ai ainsi préparé un mélange constitué de :

Ponce de Santorin........................	100 parties.
Leucolithe calcinée........................	30 »

Les deux constituants doivent être pris sous forme d'une poudre qui passe entièrement par le tamis n° 60; ils sont intimement mélangés à la main ou à la machine, puis gâchés avec 30 pour 100 d'eau pure. La durée de prise de la pâte ainsi préparée est de 48 heures à l'air et de 90 heures à l'eau douce.

Pour éviter l'affaiblissement dû au retrait il faut ajouter du sable, comme matière dégraissante; les recherches expérimentales m'ont démontré que la proportion de 21,35 pour 100 de sable est la plus convenable pour obtenir un maximum de résistance. Le mélange qui m'a donné ainsi les meilleurs résultats était composé de :

Terre de Santorin........................	100	parties
Leucolithe calciné........................	30	»
Sable..................................	35,3	»

Les trois constituants du mortier sont intimement mélangés, puis additionnés de 21,75 pour 100 d'eau douce, et la terre humide qui en dérive est disposée dans des moules en huit et soumise à l'action du petit marteau-pilon à 150 coups. Pour chaque briquette on emploie 115^g de matière

sèche. Voici les résultats de la résistance moyenne calculés en kilogrammes par centimètre carré :

Age du mortier.	A l'air.		A l'eau douce.	
	Traction.	Compression.	Traction.	Compression.
7 jours........	6,50	81	5,40	65
28 »	9,25	105	7,00	72
3 mois........	14,50	144	10,75	98
6 »	18,50	181	14,20	118
12 »	21,20	201	17,75	141

Le maximum de résistance n'est pas atteint après un an, et le mortier tant aérien qu'hydraulique reste absolument inaltérable.

Le ciment silicomagnésien a la couleur grisâtre et le grain fin, il reçoit facilement la peinture à l'eau et à l'huile et peut être appliqué à nu pour la construction des murs extérieurs ou intérieurs. Il attaque le fer moins encore que le ciment portland et adhère sur ce métal aussi bien que ce dernier. Son coefficient de dilatation linéaire est de $0^{mm},0131$, c'est-à-dire presque égal à celui du fer; il peut alors être appliqué comme ciment armé.

Leucociment. — En remplaçant, dans le mélange, la ponce de Santorin par la silice amorphe artificiellement préparée, on obtient un ciment blanc de marbre que j'appelle *leucociment*. Pour la confection du mortier correspondant, j'emploie 100 parties de leucolithe calciné tout blanc, 60 parties de silice amorphe et 70 parties de sable blanc ou de quartz broyé et passé au tamis n° 30.

Le mortier fait prise dans 40 heures, il est extrêmement homogène et possède un bel aspect blanc qui le rend parfaitement propre pour imiter le marbre. Il est, comme le ciment silico-magnésien, inaltérable à l'air et sous l'eau, mais sa résistance mécanique n'est pas supérieure à celle du mortier préparé à base de ponce de Santorin.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Contribution à l'étude de la cokéfaction des charbons de la Sarre.* Note de M. **Baille-Barrelle**, présentée par M. L. Maquenne.

La mauvaise qualité du coke de la Sarre est due à sa fissuration exagérée. Nous avons indiqué, dans une étude précédente, qu'elle provenait de l'importance du retrait que subit ce coke entre la température à laquelle il se

forme et celle à laquelle il est porté en fin de cuisson, et de l'intensité particulière que prend, avec les charbons riches en matières volatiles condensables, le phénomène dit de la *zone écran*. Nous avons indiqué également qu'en évitant la production de ce dernier phénomène, il était possible d'obtenir du coke de très belle qualité, et que nous avions, il y a déjà un an, réussi à en fabriquer de petites quantités.

Depuis lors, nous avons pu préciser les conditions de cuisson qu'il convient de réaliser pour obtenir ce résultat, et le procédé de carbonisation auquel nous avons été conduit a reçu la sanction d'essais semi-industriels. Il consiste :

1° A enfourner les fines pilonnées dans un four dont la température est maintenue en dessous de 320° (température à laquelle les Fettkohl commencent à se décomposer) jusqu'à ce que l'écart de température entre le centre et les parois du saumon de charbon ne soit plus que de T degrés;

2° A élever la température du four avec une vitesse uniforme de N degrés à l'heure jusqu'à la température finale de cuisson (750° environ) et à maintenir cette température constante jusqu'à ce que le saumon de coke soit entièrement cuit.

Dans la première partie de l'opération, on réalise une répartition homogène de température dans toute la masse de charbon, et si T et N sont suffisamment petits, il ne peut, par la suite, se former de zone écran. Les phénomènes de fusion, d'agglomération et de contraction intéressent alors simultanément, sinon tout le contenu du four, du moins des tranches importantes de celui-ci, et il ne se forme que quelques larges fissures, d'autant moins nombreuses que, toutes choses égales d'ailleurs, T et N sont plus petits. N ne peut toutefois décroître indéfiniment car un franchissement trop lent de l'intervalle de température compris entre 320° et la température de fusion des Fettkohl (420°) leur fait perdre toute faculté d'agglomération. Comme d'autre part, plus les fours sont larges, plus ils doivent être chauffés lentement si l'on veut éviter que l'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur n'augmente suffisamment pour qu'il y ait formation de zone écran, l'existence d'un minimum pour N entraîne pour la largeur des fours l'existence d'un maximum au delà duquel il est inutile de vouloir appliquer ce procédé.

Pratiquement, les conditions dans lesquelles a fonctionné le four d'essais sont :

Largeur du four	25^{cm}
Capacité	500^{kg}
Température d'enfournement	320°
Durée totale de la cuisson	50^{h}

Le coke présentait les caractéristiques suivantes :

Résistance à la compression..................	350^{kg} : cm^2 (maximum exigé 250^{kg}).
Cohésion (refus sur le tamis à mailles de 40^{mm} après essais au tambour)..................	80 à 86 pour 100 (minimum exigé 75 pour 100)

c'est-à-dire qu'il était au moins comparable aux plus beaux cokes de la Ruhr.

Les rendements en sous-produits obtenus avec ce procédé sont très supérieurs à ceux obtenus dans les fours à coke actuels; leur détermination précise, comme celle de la nature exacte de leurs constituants, n'est pas encore terminée. Les résultats aujourd'hui acquis confirment ce qui a déjà été publié à ce sujet, sauf toutefois en ce qui concerne le rendement en sulfate d'ammoniaque. Il est en effet admis, d'une façon assez générale, qu'il se forme d'autant plus de produits ammoniacaux volatils que le coke est cuit à plus haute température, et alors que nous opérons à plus de 200° en dessous de la température moyenne des fours actuels, nous avons obtenu un rendement de 22^{kg} de sulfate d'ammoniaque par tonne de charbon à 7 pour 100 de cendres, contre 10^{kg} à 12^{kg} avec l'ancien procédé. Cette anomalie tient d'ailleurs uniquement à ce que, grâce à la progressivité du chauffage, s'il se forme moins de composés ammoniacaux, ceux-ci sont entièrement récupérables parce que produits et évacués en dessous de la température à partir de laquelle ils sont susceptibles de se dissocier, tandis que, dans les fours à coke actuels, les gaz étant portés à plus de 700°, les composés ammoniacaux sont, de ce fait, en grande partie décomposés en azote et hydrogène, et par suite irrémédiablement perdus.

L'étude du four permettant la réalisation industrielle de ce procédé de carbonisation est dès maintenant commencée; la mise au point de cet appareil permettra sans doute aux forges lorraines, jusqu'ici tributaires des cokeries de la Ruhr, de se libérer en grande partie de ce joug si lourd.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la décomposition catalytique des hydrocarbures aliphatiques polyhalogénés.* Note [1] de M. **Alphonse Mailhe**, transmise par M. P. Sabatier.

Dans des Communications antérieures [2], j'ai montré, avec M. Sabatier, que l'hydrogénation des dérivés halogénés de la série grasse, effectuée en

(1) Séance du 13 juin 1921.

(2) Sabatier et Mailhe, *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 407, et t. 141, 1905, p. 238.

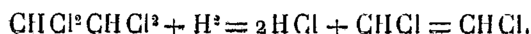
présence de nickel à 270°, avait lieu d'une manière différente suivant que l'on a affaire à un hydrocarbure ayant un, deux ou plusieurs halogènes. Parmi ces derniers, en dehors du chloroforme et du tétrachlorure de carbone qui sont sans intérêt, nous avions étudié l'hydrogénation du sesquichlorure de carbone qui perd ainsi deux atomes de chlore pour donner le tétrabromoéthylène.

J'ai examiné dans ce travail la façon dont les autres hydrocarbures polyhalogénés se comportent vis-à-vis du nickel en présence d'hydrogène, ainsi que, dans plusieurs cas, l'action du chlorure de baryum sur ces composés.

1° *Tétrachloroacétylène* $CHCl^2CHCl^2$. — Il est très peu attaqué au-dessous de 270°. A 300°-320°, la réduction est beaucoup plus intense et les vapeurs de HCl se dégagent abondamment. On recueille par condensation un liquide qui commence à bouillir à 55°; on sépare ce qui distille jusqu'à 120°. Au-dessus, le produit est formé par du tétrachloroacétylène non modifié. Soumis à une nouvelle hydrogénation, il fournit une nouvelle quantité de produit volatil, de telle sorte qu'après avoir ainsi hydrogéné à quatre reprises 100g de dérivé tétrachloré, on parvient à isoler par rectification 15g d'un liquide pur, bouillant entre 55° et 60°. C'est le *dichloroéthylène* $CHCl = CHCl$.

Mais les gaz de la réaction ont emporté la majeure partie de ce produit volatil. En les faisant barboter dans du brome sous l'eau, ils donnent une quantité importante d'un composé qui bout à 192°-195°; c'est l'*αβ-dichloro-αβ-dibromoéthane* $CHClBr.CHClBr$.

On voit que le tétrachloroacétylène perd, par hydrogénation au contact du nickel à 300°-320°, deux atomes de chlore, pour fournir le dérivé éthylénique dichloré qui bout à 55° :



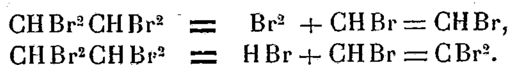
$$CHCl^2CHCl^2 + H^2 = 2HCl + CHCl = CHCl.$$

2° *Tétrabromure d'acétylène* $CHBr^2.CHBr^2$. — Il se comporte comme le précédent dans l'hydrogénation à 300°-320°. Il fournit des vapeurs de HBr et l'on condense un liquide qui bout à 110°-115°. C'est le *dibromure d'éthylène* $CHBr = CHBr$. Les gaz entraînent également une partie importante de ce composé, puisque, en le faisant barboter dans du brome, on reforme du tétrabromure d'acétylène, bouillant à 239°.

Lorsqu'on catalyse directement ce dérivé tétrabromé sur du chlorure de baryum chauffé à 400°-420°, on constate un dégagement de vapeurs de brome et de gaz bromhydrique. On recueille un produit rouge, qui se décolore par un lavage à la soude et à l'eau. Sa rectification fournit d'abord un

liquide distillant de 110° à 115°, le *dibromoéthylène*, puis entre 150°-160°, on recueille une fraction importante du produit, dont la densité prise à 25° est égale à 2,5415; elle correspond au *tribromoéthylène* $CHBr = CBr^2$, souillé d'un peu de dibromure.

Ces résultats indiquent que la décomposition catalytique du tétrabromure d'acétylène, au contact du chlorure de baryum, se fait suivant les deux réactions



$$CHBr^2CHBr^2 = Br^2 + CHBr = CHBr,$$
$$CHBr^2CHBr^2 = HBr + CHBr = CBr^2.$$

3° *Chlorodibromopropane* $CH^2Br.CBrCl.CH^3$. — J'ai hydrogéné 80g de chlorodibromopropane, sur le nickel à 300°-320°. Il se dégage des vapeurs acides qui donnent un précipité jaunâtre avec le nitrate d'argent, et l'on condense un liquide qui abandonne déjà vers 40° une petite quantité de produit absorbable par le brome. D'autre part, les gaz traversant une couche de brome, le décolorent et il se forme du β-*chloro*-αβ-*dibromopropane*, bouillant à 170°.

On voit que l'hydrogénation du carbure chlorobromé fournit le β-*chloropropène* et que l'enlèvement du brome est le plus facile à réaliser.

4° *Dichlorodibromoacétylène* $CHClBr.CHClBr$. — Son hydrogénation sur nickel, vers 300°, fournit de l'acide bromhydrique et de l'αβ-*dichloroéthylène* $CHCl = CHCl$, dont une partie peut être recueillie sous forme d'un liquide bouillant à 55°-60°, et dont la plus grande quantité entraînée par les gaz va se combiner avec du brome sous l'eau pour redonner le produit primitif facile à isoler et à identifier.

5° *Trichlorodibromoacétylène* $CHClBr.CCl^2Br$. — C'est un liquide qui bout sans décomposition à 125°-126° sous 85mm. Son hydrogénation sur nickel, à 300°, fournit du gaz bromhydrique et du *trichloroéthylène*, $CHCl = CCl^2$ qui bout à 88°-90°.

La catalyse directe sur du chlorure de baryum à 400° le dissocie en brome et trichloroéthylène, sans qu'il se produise de réaction secondaire.

On voit que l'hydrogénation directe des dérivés polyhalogénés des hydrocarbures aliphatiques a lieu d'une manière identique à celle du sesquichlorure de carbone. Il se forme toujours un *carbure éthylénique polyhalogéné*. Lorsqu'il y a des halogènes différents, ce sont les plus lourds qui sont les premiers entraînés par l'hydrogène. Enfin la catalyse directe *sur chlorure de baryum à* 400° conduit également à des carbures éthyléniques polyhalogénés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition catalytique des acides bromacétiques et des mélanges de brome et d'acide acétique.* Note de MM. **J.-B. Senderens** et **J. Aboulenc**, présentée par M. G. Lemoine.

I. Les acides *bromacétiques* résistent moins à l'action de la chaleur seule que les acides *chloracétiques*, comme le montre le Tableau suivant qui donne la température T, où commence le dégagement gazeux, et la composition des gaz recueillis :

	Acides chloracétiques		Acides bromacétiques		
	mono.	tri.	mono.	di.	tri.
Température T......	360°.	300°.	340°.	235°.	250°.
Gaz carbonique	7,8	52,2	24,5	60,6	93,8
Oxyde de carbone......	86,4	44,2	68,5	38,6	5,6
Résidu inflammable ...	5,8	3,6	7	0,8	0,6
Total.............	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Le *noir animal* purifié s'étant montré supérieur à la thorine et au kaolin dans la catalyse des acides chloracétiques ([1]), c'est uniquement avec ce noir qu'a été étudiée la décomposition catalytique des acides bromacétiques.

En désignant toujours par T la température où commence le dégagement des gaz, on a eu pour leur composition :

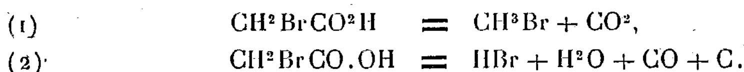
	Acides bromacétiques		
	mono.	di.	tri.
Température T..................	225°.	235°.	250°.
Gaz carbonique.................	62,8	64,2	94,2
Oxyde de carbone...............	36,4	35,0	5,2
Résidu inflammable..............	0,8	0,8	0,6
Total	100,0	100,0	100,0

Les acides di et tribromacétique se décomposant déjà à l'ébullition, c'est-à-dire vers 235° et 250°, on s'explique que le noir animal n'abaisse pas la température où commence leur destruction par la seule action de la chaleur. Jusqu'au voisinage de 300°, la composition des gaz reste à peu près la même dans les deux cas; mais tandis que le dégagement gazeux produit par la chaleur seule ne varie guère quand on élève la température, il augmente au contraire rapidement en présence du noir, et à 280° il est très abondant.

([1]) J.-B. Senderens, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 155.

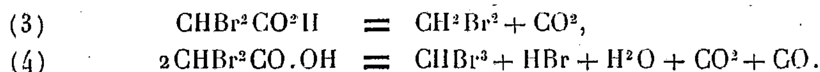
C'est au voisinage de cette température que les trois acides bromacétiques ont fourni, au contact du noir animal, les résultats suivants :

Acide monobromacétique. — Aux gaz inscrits dans le second Tableau il faut ajouter : 1° du HBr absorbé par l'eau d'un flacon laveur; 2° du bromure de méthyle, CH^3Br, bouillant vers 5°, retenu par l'alcool méthylique. En dehors des produits gazeux, la réaction donne lieu simplement à un dépôt de charbon et pourrait s'exprimer comme il suit :



$$(1)\qquad CH^2BrCO^2H = CH^3Br + CO^2,$$
$$(2)\qquad CH^2BrCO.OH = HBr + H^2O + CO + C.$$

Acide dibromacétique. — Ici on a également production de HBr. Le liquide recueilli, insoluble dans l'eau, est formé de 25 pour 100 environ de bromure de méthylène, CH^2Br^2, bouillant vers 100°, et de 75 pour 100 de bromoforme, $CHBr^3$, bouillant vers 150°. Avec ces derniers produits et les gaz inscrits dans le second Tableau on est conduit aux équations suivantes :



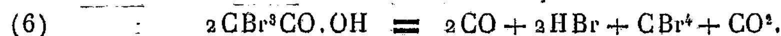
$$(3)\qquad CHBr^2CO^2H = CH^2Br^2 + CO^2,$$
$$(4)\qquad 2CHBr^2CO.OH = CHBr^3 + HBr + H^2O + CO^2 + CO.$$

Acide tribromacétique. — Nous avons employé l'acide pur que l'on obtient en oxydant le bromal. Cet acide, avec le noir animal, donne à peu près exclusivement du bromoforme :



$$(5)\qquad CBr^3CO^2H = CHBr^3 + CO^2.$$

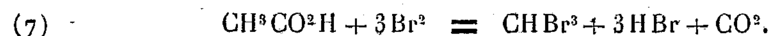
La faible quantité de CO et de HBr provient d'une réaction secondaire qui fournit, en même temps, le tétrabromure de carbone CBr^4, fondant vers 90° et bouillant vers 190° :



$$(6)\qquad 2CBr^3CO.OH = 2CO + 2HBr + CBr^4 + CO^2.$$

II. *Mélanges de brome et d'acide acétique.* — Les données précédentes permettent d'expliquer l'action du noir animal sur ces mélanges.

D'après Damoiseau [1], le mélange de 1^{mol} de l'acide acétique et de 3^{mol} de brome passant sur le noir animal vers 250°-300° donnerait simplement du bromoforme :



$$(7)\qquad CH^3CO^2H + 3Br^2 = CHBr^3 + 3HBr + CO^2.$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. **92**, 1881, p. 42.

En réalité, la réaction n'est pas aussi simple, et elle se complique d'autant plus que la température est plus élevée. On a en effet :

	Température.		
	250°.	275°.	300°.
Gaz carbonique	90,2	83,4	76,8
Oxyde de carbone	9,2	15,8	22,6
Résidu inflammable	0,6	0,8	0,6
Total	100,0	100,0	100,0

Le bromoforme est toujours accompagné d'une proportion notable de bromure de méthylène (13,5 pour 100 à 275°; 23,8 pour 100 à 300°) et de tétrabromure de carbone avec un peu de bromure de méthyle.

De l'ensemble de ces résultats on est amené à conclure que le premier effet du brome, en présence du noir animal, est de se substituer à l'hydrogène pour former les acides tribromacétique et dibromacétique et un peu de monobromacétique, lesquels donneront, comme on l'a vu plus haut, $CHBr^3$, CH^2Br^2 et CH^3Br. Le brome non utilisé par les substitutions formera du CBr^4 avec les bromures précédents, et c'est ainsi que disparaissent les $3Br^2$ opposés à 1^{mol} d'acide acétique et que l'on recueille un liquide sensiblement incolore.

GÉOLOGIE. — *Observations sur le Paléozoïque de Rabat* (Maroc). Note (¹) de M. J. Savornin, transmise par M. Ch. Depéret.

Les travaux du port de Rabat-Salé ont nécessité l'ouverture de grandes carrières à 20^{km} sud-est de Rabat. L'évacuation des matériaux se fait provisoirement par eau, sur l'oued Bou Regreg, mais devra être prochainement remplacée par une voie ferrée dont les tranchées toutes fraîches permettent d'utiles observations au bord du fleuve.

On sait que le Néogène forme toute la hauteur des berges du Bou Regreg (hauteur croissant de 30^m à 150^m), depuis l'embouchure jusqu'à 20^{km} en amont. Il est formé de mollasses et de calcaires coquilliers pliocènes, avec poudingues ou simples inclusions de galets, d'une puissance totale pouvant atteindre 40^m à 50^m. La décalcification superficielle donne lieu à une formation sableuse, à grains fins siliceux peu mélangés d'argile, qui joue un rôle important sur tout le plateau. Un horizon inférieur, que l'on voit trans-

(¹) Séance du 13 juin 1921.

gressif sur le Paléozoïque au four à chaux dit de l'*Oued Akrech*, est riche en dents de Squales (*Carcharodon megalodon*, *Oxyrhina*, *Odontaspis*), et de Rajidés.

Les argiles miocènes, subordonnées à cette première assise, épaisses en aval de 60^m à 80^m, sont progressivement réduites vers l'amont et disparaissent totalement sous la transgression pliocène. Elles débutent par une assise calcaréo-mollassique à fragments de grandes Huîtres.

C'est sous cette assise formant un repère très net, à pendage nord de quelques degrés à peine, qu'apparaît le Paléozoïque à 15^{km} sud-est du Chella. En ce point précis commence à se dessiner la plaine alluviale du Bou Regreg inférieur.

Les premiers termes de la série primaire sont des conglomérats rouges violacés, à gros blocs souvent mal arrondis, ayant plutôt l'apparence d'une formation fluviatile que marine. Je n'hésite pas à attribuer cette masse détritique au Permien, en raison de son aspect caractéristique.

Des schistes argileux, traversés par une roche filonienne non déterminée, au contact de laquelle se voit un gisement rectiligne d'oxyde de manganèse prospecté par diverses tranchées, se présentent au-dessous des poudingues. Les stratifications sont d'ailleurs subverticales.

A une centaine de mètres en amont du dyke minéralisateur, la tranchée du futur chemin de fer a coupé une masse schisteuse à feuillets très réguliers montrant, sur leur épaisseur, des bandelettes alternativement grises et blanchâtres. Ces feuillets sont couverts d'empreintes de Graptolithes. La présence du genre *Monograptus* permet de les rapporter au Gothlandien.

Bientôt succède à la formation schisteuse, vers l'amont toujours, une zone de calcaires réglés ou feuilletés qui ne tardent pas à passer à un calcaire massif, fortement cristallin, en très gros bancs. J'attribue ce calcaire au Carboniférien inférieur, en raison de son aspect qui, souvent, le rapproche du « petit granit » de Belgique. La calcite dont il est presque exclusivement formé présente des facettes de clivage larges de 3^{mm} à 4^{mm} en moyenne. C'est la roche destinée à la jetée du futur port. On l'emploie déjà comme pierre d'appareil pour quelques constructions monumentales de Rabat.

La masse calcaire est nettement ployée en synclinal, de direction O 30° NE 30° S environ. Le confluent de l'oued Akrech et du Bou Regreg, à l'angle aigu de ce dernier, se fait dans le synclinal. Le Bou Regreg emprunte d'ailleurs cette vallée tectonique depuis 3^{km} en amont et les carrières s'échelonnent dans cette portion de la vallée.

On peut compter jusqu'à cinq bandes d'affleurement des calcaires dans

l'oued Akrech et trois à 2^{km} plus à l'Est. Ce sont les flancs de plis subverticaux décapités pas l'érosion antémiocène dans leurs boucles anticlinales.

En remontant les vallées de l'oued Akrech et du Grou, qui sont normales aux axes de ces plis, on trouve ensuite de petits conglomérats quartzeux et des grès grossiers grisâtres, que j'attribuerais volontiers encore au Carbonifère. Les grès ne tardent pas à devenir très fins, à se charger de mica en minuscules paillettes. Un prospecteur russe, M. Roÿ, y a découvert un gisement de *Lepidodendron* et *Calamites* (¹) que je n'ai pu retrouver. L'association de ces deux genres semble affirmer l'existence du Houiller en ce point.

Dans les proches environs du gisement j'ai observé une grauwacke à articles de *Crinoïdes* et à *Spirifers* [*Spir.* cf. *Verneuilli* (?) et autres]. Je n'ai malheureusement pu arriver à des déterminations spécifiques précises. Mais la roche et l'aspect général des formes fossiles font songer au Dévonien plutôt qu'au Carboniférien.

Il reste donc de nombreuses lacunes dans la connaissance des formations primaires que l'érosion du Bou Regreg et de ses affluents a mises à nu sous le plateau néogène jusque près de Rabat. Néanmoins, les faunes déjà rencontrées, la nature et la succession des roches observées, la direction générale des plissements qui les affectent : à angle droit sur les directions habituellement constatées dans le pays Zaër, sont autant de faits qui méritaient d'être dès à présent signalés.

GÉOLOGIE. — *Sur les éruptions volcaniques mésocrétacées et leurs rapports avec la distribution des faciès dans les géosynclinaux caucasiens.* Note de M. **Pierre Bonnet**, présentée par M. Émile Haug.

Dans la description de la gorge de Djoulfa que j'ai publiée en 1912 (²), j'ai signalé l'existence d'un amas de basaltes andésitiques de 600^m à 700^m d'épaisseur interrompant la succession des couches crétacées, mais j'ai dû remettre à une date ultérieure l'étude des conditions de leur mise en place.

J'ai pu revoir en détail cette formation lors de ma dernière Mission en 1914. L'ensemble, formé d'une série alternante de coulées et de tufs, s'intercale en concordance entre les couches du Turonien supérieur trans-

(¹) Échantillons donnés à la collection du Service des mines de Rabat.

(²) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 1912, p. 312.

gressif et le conglomérat que j'avais alors indiqué comme « crétacé? » et qui recouvre en discordance le Jurassique moyen. La coupe provisoire que j'ai donnée dans la Note précitée doit donc être modifiée en ce sens, ces roches volcaniques y étant figurées à tort comme coupant en discordance la série crétacée.

Je me suis efforcé de déterminer l'âge de la sortie de ces roches; j'ai déjà indiqué comme appartenant à la partie supérieure du Turonien la base des couches à faciès de Gosau qui les recouvrent : telle est donc l'époque vers laquelle les éruptions semblent avoir pris fin. Quant à la date de leur début, on ne peut procéder que par approximation : je n'ai en effet trouvé, malgré mes recherches, aucun indice paléontologique ni dans les tufs, ni à la base de ces épanchements. Le conglomérat qui les précède en concordance est composé d'éléments empruntés aux formations sous-jacentes : Trias, roches vertes liasiques et Jurassique moyen. Il est donc simplement postérieur à cette dernière formation; mais, d'autre part, *étant donné qu'il la surmonte en discordance angulaire, il ne peut être attribué à un âge antérieur au Tithonique*, parce qu'en aucun point des géosynclinaux on n'a jusqu'ici observé de mouvements orogéniques entraînant une discordance angulaire entre deux termes de la série jurassique infra-tithonique. C'est la seule indication que l'on puisse donner sur la limite inférieure des éruptions crétacées à Djoulfa.

Mais ces roches volcaniques ne sont pas localisées dans ce seul point. Je les ai retrouvées, toujours surmontées par des couches de Gosau synchroniques de celles de Djoulfa, dans les chaînes de l'Araxe moyen, depuis les abords du rebroussement de l'Ararat jusque dans le massif du Daralagœz. Et, dans ce dernier, elle sont précédées en concordance par toute une série sédimentaire d'abord sans fossiles, puis couronnée à son sommet par un niveau fossilifère vraconnien à Ammonoïdés : leur âge se précise donc ici et se place entre la base du Cénomanien et la partie supérieure du Turonien.

Ces épanchements basaltiques sont loin de montrer partout une importance égale. Au nord-est de l'Ararat, ils prennent un développement considérable et remplissent de leurs puissantes coulées des vallées entières. Moins importants à Djoulfa, ils se réduisent encore davantage dans le Daralagœz. Corrélativement à cet affaiblissement des manifestations volcaniques, les formations sédimentaires du Mésocrétacé qui les accompagnent subissent une modification dans le caractère de leurs faciès. Les couches de Gosau des vallées du Nord-Ouest témoignent d'une faible profondeur, bien

marquée par l'abondance des Huîtres; à Djoulfa, il s'y ajoute des Rudistes; dans le Daralagœz, ces deux groupes disparaissent et font place à des Inocérames. De plus, c'est seulement dans ce dernier massif que l'Albien, avec Vraconnien bathyal, est représenté. J'ai donc ainsi pu retrouver, au Mésocrétacé, dans cette terminaison de l'arc Iranien de l'Elbourz, la même distribution des faciès que j'ai déjà signalée pour le Trias et le Lias ([1]). Il y a là encore une augmentation de la néviticité des dépôts, vers le rebroussement et vers le sud : le Daralagœz demeure la partie la plus profonde, la plus néritique se trouvant aux abords du rebroussement de l'Ararat; et la région de Djoulfa continue à présenter des caractères intermédiaires, parce que, correspondant au Daralagœz, elle fait partie de la bande méridionale plus néritique.

L'examen des données que nous possédons sur la partie orientale du grand Caucase, homologue septentrional de la terminaison de l'arc de l'Elbourz, m'a permis d'y reconnaître l'existence de phénomènes analogues à ceux que j'ai observés en Transcaucasie. Près du rebroussement du Kazbek, dans les vallées du Ksan et de l'Aragva, on trouve dans la série crétacée néritique des coulées d'andésite augitique, avec tufs de même nature. Ces roches sont en relations stratigraphiques peu précises avec l'Éocrétacé et le Néocrétacé; mais, étant donné l'absence du Mésocrétacé dans cette région et l'âge cénomanien-turonien des éruptions transcaucasiennes, il paraît vraisemblable de les attribuer à la même époque. Vers l'est, dans la direction du centre de l'arc, les manifestations volcaniques disparaissent totalement, et en même temps la série devient plus complète et plus bathyale. C'est ainsi que, dans le Daghestan, s'accuse une simple fluctuation régressive correspondant au Cénomanien-Turonien : au-dessus de l'Albien, très riche en Ammonoïdés, viennent des couches à Végétaux et à petits Lamellibranches, passant insensiblement au Sénonien bathyal.

A l'ouest du rebroussement du Kazbek, nous trouvons dans les montagnes Mesques, qui forment l'extrémité de la branche orientale de l'arc Pontique, les premières indications symétriques d'une gradation analogue. Sur le bord méridional des dômes de Tkvibouli et de la Dziroula, le Mésocrétacé est entièrement représenté, mais néritique, et les dépôts du Cénomanien et du Turonien sont interrompus par des coulées et des tufs andésitiques et basaltiques; plus à l'Ouest, la série plus bathyale devient com-

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1588; t. 172, 1921, p. 1114.

parable à celle du Daghestan, sans intercalation volcanique, et manifeste simplement une diminution de profondeur au Turonien.

En résumé, l'étude du Mésocrétacé de l'isthme caucasien, basée, pour la Transcaucasie, sur mes observations personnelles, et, pour le grand Caucase, sur l'ensemble des travaux des divers auteurs qui l'ont étudié, *m'a révélé l'existence, à cette époque, de phénomènes analogues à ceux que j'ai déjà signalés au Lias : même constance dans les relations entre les rebroussements, les variations d'intensité des manifestations volcaniques, et les modifications progressives et concomitantes des faciès; même parallélisme entre les deux arcs du Nord et du Sud, le premier apparaissant toujours comme plus profond que le second.* Il se produit de nouveau à cette époque, spécialement au Cénomanien-Turonien, une tendance à l'émersion des géosynclinaux caucasiens. C'est dans la région du rebroussement Ararat-Kazbek, et surtout dans la partie méridionale de celui-ci, que ce phénomène est le plus accentué : les fractures qui l'accompagnent donnent lieu à des épanchements volcaniques correspondant à une interruption de durée variable de la sédimentation. En même temps, les parties centrales des arcs sont réduites à de simples oscillations. Mais, soit dans les parties néritiques, soit dans les parties profondes, on ne voit pas que cette tendance à l'émersion ait donné lieu à un mouvement orogénique susceptible d'engendrer une discordance au cours de la série mésocrétacée, contrairement à ce qui a été décrit dans plusieurs points des géosynclinaux alpins.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Plateformes fluviales et ressauts d'érosion.* Note de M. **Jovan Cvijić**, présentée par M. Pierre Termier.

Si l'on part du rivage de la plateforme de Mackat à 960^{m}, et si l'on examine le relief des montagnes dinariques en se dirigeant vers le Sud, on voit le terrain s'élever par des escarpements qui marquent le passage d'une plateforme à une autre. Ces escarpements sont rarement abrupts et tranchés : aussi faut-il un examen attentif pour déterminer la succession de leurs séries. Entre eux, le terrain est plus ou moins ondulé; il n'est jamais aussi aplani que sur la plateforme de Mackat.

Le relief se présente de la même façon avec ressauts et plateformes en remontant les vallées de direction dinarique : Uvac, Lim, Drina (Piva et Tara) vers le Sud-Est.

Plateformes fluviales. — Dans l'ensemble, on peut remarquer quatre grandes plateformes. Je les ai désignées d'après les noms des montagnes ou des régions où elles sont le plus étendues : plateformes de Bela (*a*), Zlatibor (*b*), Drobnajk (*c*), et Kopaonik (*d*), cette dernière d'après le grand plateau qui fait partie du Kopaonik.

Ces hautes plateformes ont les caractères distinctifs suivants :

1. Extension dans la même direction que le cours des rivières auquel les terrasses d'abrasion et leurs rivages sont perpendiculaires ou obliques.
2. Inclinaison vers le rivage de la plateforme A ou les suivants.
3. Ondulation relative à l'encontre des plateformes d'abrasion qui sont nivelées. Entre de larges ondulations, en règle générale, se trouvent des vallées à fond plat et peu profondes où les rivières coulent très lentement. Ces vallées datent de l'établissement de la plateforme. D'autres, particulièrement aux lisières, sont profondes et escarpées : plus jeunes, elles résultent de phases d'érosion plus récentes.
4. Absence de sédiments pliocènes constatés sur les plateformes d'abrasion. Les hautes plateformes sont nues, à part l'éluvium, les cailloux non roulés et l'argile qu'on rencontre rarement.

Donc ces hautes plateformes ne sont pas des terrasses d'abrasion comme celles situées au-dessous de 960^m. Elles représentent des plateformes d'origine fluviale. D'autre part, leur surface est ondulée, elles sont souvent emboîtées l'une dans l'autre et séparées par des ruptures de pente bien marquées; elles ne sont donc pas des pénéplaines. Ces plateformes fluviales présentent des analogies avec les terrasses fluviales rocheuses, mais s'en distinguent : elles sont beaucoup plus vastes, leurs lignes de rupture de pente sont beaucoup plus éloignées des thalwegs que les escarpements des terrasses fluviales.

Par suite, l'espace compris entre Belgrade et la ligne de partage des eaux coulant vers le Danube et la mer Adriatique renferme douze plateformes. Les huit plus basses, au-dessous de 960^m, sont des terrasses d'abrasion, les quatre plus hautes sont des plateformes fluviales. La plus haute plateforme d'abrasion, dite de Mackat (A), départage les deux séries. Ses falaises sont très bien conservées, particulièrement à Cajetina et à Gliza. Sur sa largeur de 20^{km} à 30^{km}, elle est en beaucoup d'endroits recouverte de cailloutis et de sables quartzeux d'âge pontien.

Ressauts d'érosion. — Quoique les plateformes fluviales situées entre le rivage de Mackat (A) et la ligne de partage primitive soient en général bien développées et bien reconnaissables, il est souvent difficile d'attribuer à l'une d'elles telle ou telle surface isolée.

La hauteur absolue de ces surfaces isolées n'est d'aucune aide : les plateformes fluviales sont des plateaux ondulés dont la surface primitive était inclinée de la ligne de partage des eaux au rivage correspondant.

Mais on passe d'une plateforme à l'autre par des ruptures de pente souvent



Relation entre les rivages pliocènes et les ressauts d'érosion.

P, Bassin pannonien; A, B, C, D, E, F, G, H, rivages pliocènes; X, témoins de la surface prépontienne; *a*, *b*, *c*, *d*, plateformes fluviales correspondant aux rivages A, B, C, D; *e*, *f*, *g*, *h*, terrasses fluviales correspondant aux rivages E, F, G, H; --------, prolongement des rivières sur les terrasses d'abrasion; 1, 2, vallées épigéniques; α, β, γ, soudure de deux ressauts d'érosion.

bien accusées. Pour les discerner des ruptures de pente d'autre origine nous les appelons ressauts d'érosion. Si l'on fixe sur une carte leur répartition

géographique, on obtient une ligne très sinueuse qui limite deux plateformes successives.

Les ressauts d'érosion se forment sur le continent par l'érosion fluviale correspondant à la régression d'un rivage d'une isohypse à l'autre. Ce ne sont pas uniquement des ruptures de pente dans le profil longitudinal d'un fleuve et de ses affluents. En réalité l'érosion totale s'est développée à la suite de la régression d'un rivage et s'est manifestée par la formation de nouvelles courtes vallées et ravins, par le façonnement de leurs versants et par l'action du ruissellement plus vive qui s'étend jusqu'à une certaine isohypse. Cette limite supérieure de l'érosion correspondant à une phase de régression sera marquée par le ressaut d'érosion.

Le ressaut d'érosion marque donc la limite supérieure d'une plateforme fluviale. Mais il est incliné lui-même de la même façon que la plateforme correspondante. Néanmoins il peut servir pour déterminer la hauteur d'une plateforme fluviale. D'abord ses parties les plus hautes en représentent la limite supérieure et les points où il passe dans son rivage en sont la limite inférieure. Si l'on peut fixer ces deux limites, on déterminera le caractère hypsométrique d'une plateforme. D'autre part, si l'on s'avance d'un point d'un thalweg dans une direction déterminée vers le haut, on peut déterminer les hauteurs relatives des ressauts d'érosion successifs.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les* « frane » *de la vallée de la Cère.* Note de M[lle] **Y. Boisse de Black**, présentée par M. Émile Haug.

Si le Cantal a été modelé par l'érosion fluviatile et glaciaire, comme l'ont montré les travaux de Rames (¹) et de M. Boule (²), il me semble intéressant de faire ressortir que d'autres agents ont contribué secondairement à imprimer à ce pays sa topographie actuelle.

Le sol du Cantal est, en certains points, assez perméable, notamment sur les affleurements de conglomérats andésitiques, composés en grande partie de ponces vacuolaires, à travers lesquelles l'eau s'infiltre facilement. Ces conglomérats reposent parfois sur l'Oligocène constitué, du sommet à la base, par des calcaires, des marnes, des argiles et des sables. La partie inférieure des marnes forme un niveau étanche, correspondant aux marnes vertes du bassin de Paris, où s'établit également un niveau d'eau.

(¹) *Topographie raisonnée du Cantal.* Aurillac, Bouygues frères, 1879.

(²) *Topographie glaciaire en Auvergne* (*Annales de Géographie*, V[e] année, Armand Colin, Paris).

Les plateaux situés à l'ouest du massif cantalien reçoivent environ 2^m d'eau par an au-dessus de 1000^m d'altitude et l'on est surpris de constater la faible importance de leur réseau hydrographique qui, avec l'altitude, les rend peu propres à la culture.

Une partie de l'eau qu'ils reçoivent est drainée par des ruisseaux, l'autre, la plus grande, s'infiltre, traverse les conglomérats, les calcaires, le sommet des marnes et s'arrête à la base de ces dernières dans la région du Pas du Luc, près de Vic-sur-Cère. La nappe piézométrique est intercalée entre les marnes de base d'une part, le sommet de l'Oligocène et le conglomérat andésitique d'autre part. Elle est, en outre, favorisée par le pendage de l'Oligocène vers la vallée; et, ainsi que l'a montré Émile Duclaux, elle ressort à ce niveau au flanc nord-est sous forme de sources très abondantes, à température et à composition constantes, ce qui confirme son unité.

L'Oligocène n'est visible que par de très petits affleurements sur les flancs de la vallée de la Cère. Il est presque toujours masqué par un revêtement détritique dû aux éboulis des pentes; la nappe, au lieu de sourdre à l'air libre, à flanc de côteau, s'infiltre en biseau sous les dépôts des pentes et donne des émergences de pied de versant qui forment une double ligne de marais parallèles à la rivière. La nappe phréatique imbibe fortement les éboulis au niveau piézométrique, et, si un orage ou une longue période de pluie vient achever cette imbibition, il se produit d'abord ce que j'appellerai une *doline de pente*, puis une *frana*.

L'infiltration de l'eau sur un sol plan, perméable, forme, par affaissement des couches superficielles, la doline. Si le même phénomène de dissolution et d'infiltration se passe sur un sol incliné, il se produit au début un accident de relief identique, c'est-à-dire un affaissement circulaire du sol; mais toute la partie de l'excavation tournée vers l'aval, fortement sollicitée par la pente, finit par être arrachée. Elle constitue sur le flanc de la vallée un ressaut de terrain en forme de *loupe*, tandis que la partie amont reste en place en donnant un escarpement en arc de cercle plus ou moins ouvert. Cet accident de terrain rappelle fidèlement le type II des *frane* de M. Almagia (1), minutieusement étudié dans les Apennins.

La vallée de la Cère, entre Vic et Arpajon, est formée de deux auges glaciaires emboîtées, l'une rissienne, l'autre würmienne. La ligne de rupture de pente entre l'auge supérieure et l'auge inférieure coïncide grossièrement avec le contact de l'Oligocène et du conglomérat éruptif. Le long de cette ligne se sont produites la plupart des *frane* qui découpent le palier rissien de la façon la plus étrange et donnent à cette topographie son aspect

(1) Dr Roberto Almagia, *Studi geografici sulli frane in Italia* (*Società geografica Italiana*, 1907; *Memorie della Società geografica Italiana*, 1910).

caractéristique. Ces *dolines de pente* et les *frane* qui en résultent sont nombreuses. Je me contenterai d'en décrire deux, la première nous donne l'appareil complet qui vient d'être décrit, la seconde est remarquable par ses grandes dimensions.

Au niveau du village de la Maisonblanche (commune d'Yolet), la vallée dessine un replat de terrain : la plateforme rissienne sur laquelle est bâti le village. Immédiatement en dessous de cette terrasse s'est formée une *frana*. Tout le haut de cet arrachement est dans le conglomérat andésitique; à la base seule apparaissent les calcaires blancs oligocènes. Son diamètre est d'environ 40^m, la distance du sommet de la *frana* à la *loupe* est aussi d'environ 40^m, la profondeur de l'escarpement de 12^m et la surface d'arrachement de 40^{m^2}. La source qui a produit le décollement n'apparaît pas entre la *loupe* et le bord du fer à cheval, elle sourd à 50^m plus bas dans un pré, les paysans l'ont captée pour alimenter un réservoir.

La seconde *frana* est celle du Puy de Vaurs, situé à l'intersection de la vallée de la Cère et de la vallée de Mamou. Cet accident est figuré dans le « Cantal miocène » de M. Boule ([1]); il constitue la *frana* la plus vaste et la plus nette que je connaisse dans la région. Le talus qui la circonscrit forme un arc de cercle de 180° de développement. Très abrupt, il a une vingtaine de mètres de haut : le fond de la *frana* large de 200^m est ici plat, avec une très légère pente vers Aurillac. Des infiltrations souterraines en rendent le centre humide. La *loupe* qui la prolonge vers l'aval commande un petit ravin encaissé, très rapide et bordé de saules. Sur le bord de la *loupe* s'est produit un décollement secondaire.

Visible d'Aurillac, cette *frana*, creusée au sommet de la montagne, est si frappante qu'elle a souvent été prise pour un cratère ébréché.

Les *frane* de ces régions continuent à se produire sous nos yeux, je pourrais en citer plusieurs qui sont toutes récentes.

Les *frane* exposées au midi, ce qui est fréquent dans la vallée de la Cère, offrent un excellent emplacement pour une habitation rurale. Les parois de la *frana* abritent celle-ci contre les vents froids de l'est, du nord et de l'ouest, le fond constitue un sol admirablement approprié à un verger ou à un jardin et enfin la source qui a provoqué le décollement sert à l'alimentation en eau potable de la maison. Ici encore la géographie humaine a été conditionnée par la géographie physique.

([1]) *Bulletin du Service de la Carte géologique de la France*, n° 54, t. 8, 1896-1897, p. 6, fig. 4.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Quelques nouvelles mesures de la densité de l'air de Genève.* Note de M. A. TREUTHARDT.

Contrairement à ce qui est généralement admis, la densité de l'air n'est pas rigoureusement constante et identique à elle-même; elle paraît subir de faibles diminutions en un même lieu (quelques dixièmes de milligramme par litre) dans les périodes de hautes pressions barométriques. Ce dernier fait a été constaté pour la première fois en 1910 par MM. Guye, Kovacz et Wourtzel, sur l'air de Genève à la suite de 13 déterminations moyennes journalières et sur l'air du mont Salève (Haute-Savoie) pour une moyenne de 4 observations le même jour. Il a été ensuite confirmé par M. A. Germann en 1912 sur l'air de Genève (2 moyennes), puis par MM. Germann et Booth (3 moyennes) en 1916, sur l'air de Cleveland (Ohio, U. S. A.).

En résumant ces résultats et en discutant leur interprétation, M. Guye a signalé en 1917 le fait que les 7 observations faites en 1892 par Lord Rayleigh sur l'air de Terling Place (Essex) présentent aussi des minima de densité en relation avec des maxima barométriques; il en est de même d'une série d'observations faites en 1916 à Neuchâtel par M. Jacquerod par la méthode du flotteur (1).

On trouvera dans cette Note les résultats de quelques nouvelles mesures effectuées en 1917 sur l'air de Genève.

La méthode est celle des ballons, sous la forme pratiquée à Genève à l'époque des mesures de la densité du gaz BrH : les trois ballons, à parois relativement épaisses, sont remplis simultanément à 0° d'air desséché et privé de gaz CO^2, soigneusement filtré à travers du coton; ils sont fermés sous une pression très voisine de 760^{mm}, et non pas sous la pression barométrique ambiante; les corrections de compressibilité entre la pression de fermeture et la pression de 760^{mm} et celle de contraction des ballons par le vide sont ainsi négligeables. Ces opérations seront décrites dans un Mémoire détaillé.

Dans le Tableau I sont transcrites dix valeurs moyennes du poids du *litre normal* d'air, résultant chacune de deux ou trois observations. La colonne B_0 donne la hauteur du baromètre du laboratoire, réduite à zéro, au moment de la prise d'air. En regard on a indiqué la caractéristique de la pression barométrique extérieure à l'époque de chaque expérience, d'après les données de l'Observatoire de Genève.

(1) GUYE, KOVACZ et WOURTZEL, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1424 et 1584; *J. Chim. phys.*, t. 10, 1912, p. 332. — A. GERMANN, *Ibid.*, t. 12, 1914, p. 107. — GERMANN et BOOTH, *West. Res. Univ. Bull.*, t. 19, 1916, p. 45. — GUYE, *J. Chim. phys.*, t. 15, 1917, p. 561, où se trouvent résumées toutes les observations antérieures.

TABLEAU I.

Séries.	Dates. 1917.	Observations.	L.	B_0.	Observations sur la pression barométrique.
I.....	16 février	3	1,2924	731,3	Maximum barométrique le 16 févr.
II....	2 mars	2	1,2933	723,2	Régime de pressions décroissantes du 25 février (734) au 7 mars (701), min. exceptionnel pour Genève.
III...	4 avril	3	**1,29282**	723,7	Régime de pressions faibles entre le 1er avril (719) et le 7 avril (721).
IV....	28 avril	2	1,2926	728,6	Maximum 25 avril (731); pressions décroissantes jusqu'au 30 avril.
V....	7 juin	3	1,2925	731,6	Hautes pressions, légèrement décroissantes du 3 juin (734,5) au 11 juin (726,3); le 7 juin (730,4) maximum relatif.
VI....	25 juin	2	1,2924	732,0	Maximum relatif le 25 juin.
VII...	5 juillet	2	1,2926	731,0	Maximum le 4 juillet (730,6); pressions décroissantes jusqu'au 8 juillet (724,5), croissantes jusqu'au 12 juillet (733,4).
VIII..	7 juillet	3	**1,29307**	725,3	
IX...	10 juillet	3	**1,29273**	726,9	
X....	12 juillet	3	**1,29253**	734,1	
	Moyenne.....		1,29269 (à arrondir en 1,2927)		

Ces valeurs de L n'ont pas toutes la même précision; celles imprimées en caractères gras peuvent seules être considérées comme définitives; leur détail est reproduit au Tableau II. Pour les autres, je n'ai retenu que les valeurs moyennes.

TABLEAU II.

Séries.	B_0.	Ballons *a.*	Ballons *b.*	Ballons *c.*	Moyennes.
III........	723,7	1,29283	1,29287	1,29277	1,29282
VIII.......	725,3	1,29309	1,29304	1,29309	1,29307
IX........	729,9	1,29295	1,29272	1,29253	1,29273
X.........	734,1	1,29243	1,29276	1,29255	1,29253
Moyennes..........		1,29282	1,29285	1,29274	1,29280

Les valeurs de L inférieures à la moyenne 1,29269 (Tableau I) correspondent soit à des maxima barométriques, soit à des pressions encore élevées suivant de près des maxima barométriques, soit à des périodes de hautes pressions. Les valeurs de L supérieures à la moyenne correspondent

soit à des pressions décroissantes, voisines d'un minimum, soit à une période de pressions basses.

En d'autres termes, les valeurs de L inférieures à la moyenne 1,29269 ont été obtenues alors que la pression barométrique était supérieure à la pression moyenne à Genève, qui est de 727^{mm}, 15.

La même constatation s'applique aussi aux quatre expériences les plus précises III, VIII, IX, X considérées seules (Tableau II).

Cette nouvelle série d'observations apporte donc une confirmation de plus à celles rappelées plus haut établissant une relation entre les minima de densité de l'air et les maxima barométriques.

Quant à la densité moyenne de l'air de Genève, telle qu'elle résulte du Tableau II, le seul à retenir, elle est $L = 1,2928$; cette valeur diffère de $\frac{2}{10000}$ du nombre moyen 1,2930 trouvé à Genève en 1910 et en 1912.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la densité de l'air de Madrid et ses petites variations.* Note de MM. **E. Moles**, **T. Batuccas** et **M. Payà**.

Nous avons effectué récemment une série de déterminations de la densité de l'air de Madrid en vue de vérifier si celle-ci subit des variations dans le sens prévu par l'hypothèse de Loomis-Morley que M. Guye (1) a invoquée pour expliquer ce phénomène.

Cette série est la plus étendue qui ait été publiée jusqu'à présent; elle comprend 52 observations, réparties en 25 moyennes journalières, effectuées entre le 16 juillet et le 30 mai. Les expériences ont été exécutées au Palacio de la Industria, situé sur une hauteur, à 680^{m} d'altitude, assez éloignée de la ville, des fabriques et des grands centres de végétation, conditions évidemment favorables pour les prises d'air. La méthode suivie est celle des ballons, sous la forme pratiquée au laboratoire de Chimie physique de Genève. Ceux-ci sont remplis à 0° et fermés sous une pression voisine de 760^{mm}; l'air, filtré à travers un tampon de coton, est privé de CO^2 et d'humidité. Les détails des expériences seront publiés ultérieurement.

Les résultats des 25 séries d'observations sont consignés au Tableau ci-après; L représente le poids du *litre normal* d'air (soit ramené à la pression

(1) Ph.-A. Guye, *Journal de Chimie physique*, t. 15, 1917, p. 561. On trouvera dans ce Mémoire le résumé des travaux antérieurs, ainsi que la discussion des diverses interprétations possibles.

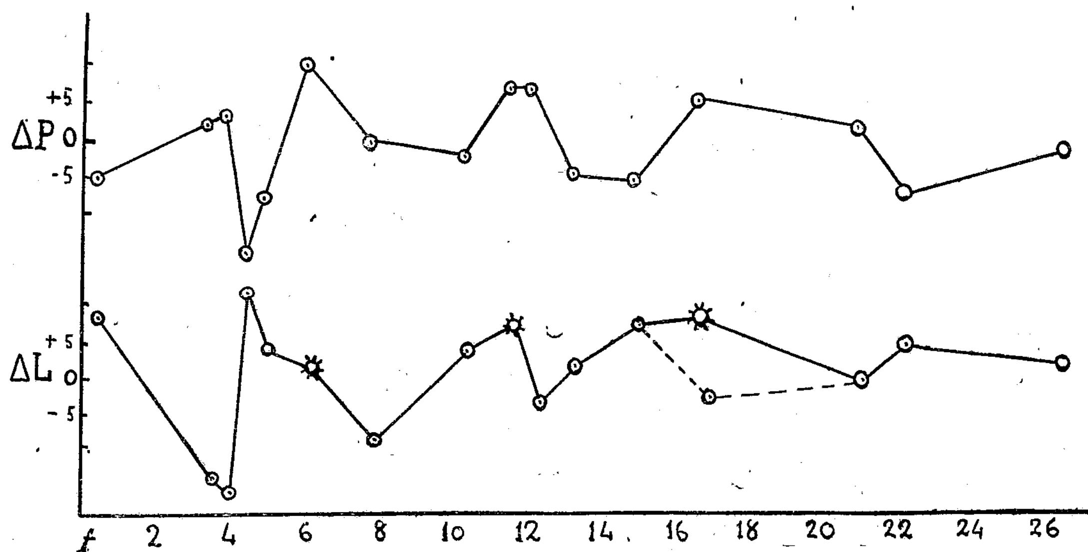
de 760^{mm}, à 0°, au niveau de la mer et sous 45° de latitude); la pression indiquée est la pression barométrique ambiante.

Séries.	Dates.	Nombre de ballons.	Pression.	L moyen.	Observateurs.
1.	16 juillet..........	2	706,2	1,29314	Batuecas
2.	19 »	2	701,2	1,29291	»
3.	22 »	2	703,4	1,29317	»
4.	26 »	2	700,0	1,29320	»
5.	27 »	2	706,7	1,29297	»
6.	12 août............	3	704,4	1,29326	»
7.	12 »	2	702,5	1,29309	»
8.	20 »	3	701,6	1,29294	»
9.	21 »	2	703,0	1,29288	»
10.	7 octobre.........	2	699,5	1,29326	Payá
11.	24 »	2	707,0	1,29262	»
12.	27 »	2	705,0	1,29256	»
13.	1 novembre.......	2	689,5	1,29329	»
14.	5 »	2	697,0	1,29315	»
16.	15 »	2	715	1,29307	»
17.	27 »	2	704,5	1,29253	»
20.	15 décembre.......	2	704,0	1,29311	»
21.	24 janvier..........	2	712	1,29331	»
22.	28 »	2	712,0	1,29277	»
24.	17 février.........	2	699	1,29331	»
25.	1 mars.............	2	710,0	1,29339	»
26.	3 »	2	709,0	1,29285	»
27.	31 »	2	698,0	1,29294	»
28.	9 avril............	2	697,0	1,29319	»
30.	10 mai.............	2	703,0	1,29300	»
		Moyennes...........	704,0	1,29303	

Chaque valeur de L est la moyenne de 2 ou 3 mesures isolées, dont l'écart par rapport à la moyenne est en général de 0,00008 et atteint rarement 0,00020, de sorte que les différences constatées d'un jour à l'autre sont des différences réelles et non pas des erreurs d'observation; les variations de la densité de l'air se trouvent ainsi incontestablement démontrées.

Dans la plupart des cas (surtout pour les mesures effectuées en automne et au printemps), l'hypothèse de Loomis-Morley se vérifie. Ceci ressort encore plus clairement du graphique dressé en prenant comme abscisses les temps (en semaines) et comme ordonnées doubles les différences de pression et les différences de densité par rapport aux moyennes. Quelques

points cependant, marqués d'un astérisque, sont tout à fait anormaux; ils correspondent à des mesures faites pendant des périodes de hautes pres-



sions et de beau temps, avec forte insolation. Dans ces conditions, on pourrait admettre l'existence de traces appréciables d'ozone dans l'air, ce qui produirait une légère augmentation de la densité. De fait, au cours d'une de ces périodes, nous avons effectué les 1[er] et 3 mars deux séries de mesures (n[os] 25 et 26) dans des conditions identiques, avec cette seule différence que l'air recueilli le 3 mars avait été préalablement dirigé à travers un tube garni d'amiante platinée, chauffée à 400° environ, de façon à détruire l'ozone; on a retrouvé ainsi une valeur normale de L qui normalise (traits ponctués) le graphique des variations. Ce résultat devra cependant faire l'objet d'autres vérifications.

En résumé, nos mesures démontrent que les variations de la densité de l'air, en un même lieu, et sur une longue période d'observations, peut atteindre $\pm 0^g,0008$ par litre; que ces variations se produisent généralement d'une manière conforme à l'hypothèse de Loomis-Morley, les minima de densité correspondant aux maxima de pression et inversement; que la moyenne de nos expériences a donné pour l'air de Madrid $L = 1^g,29303$ que, dans ces conditions, il faut insister une fois de plus sur la nécessité d'abandonner définitivement l'usage consistant à rapporter les densités des gaz à celle de l'air. D'autres conséquences qui se dégagent de nos observations seront développées ailleurs.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le pollen du Lin et la dégénérescence des variétés cultivées pour la fibre.* Note de **M. L. Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

On attribue généralement la dégénérescence des variétés de Lins à longues fibres à l'action du climat. Les observations résumées dans cette Note montrent que la constitution génétique des lignées n'est pas négligeable; elles fournissent une méthode de sélection nouvelle qui repose sur le triage des lignées à pollen uniforme.

En mars 1918, j'ai entrepris l'étude d'une vingtaine de sortes. La séparation des descendants de plantes choisies dans les sortes cultivées pour la graine m'a fourni immédiatement des lignées homogènes, précoces et stables; les lignées *Maroc*, *Bombay*, *Graines blanches*, à caractères bien tranchés, n'ont présenté aucune altération durant quatre générations. Les variations sont au contraire très marquées dans toutes les lignées, sauf une, isolées dans les variétés cultivées pour la fibre. Seule, la lignée *EGBK* provenant de Russie a conservé la haute taille, les ramifications secondaires courtes et souples et la maturité précoce qui l'avaient fait remarquer.

Or j'ai observé en 1920, puis vérifié en 1921 sur un grand nombre de plantes cultivées à Bellevue (Seine-et-Oise), que *le pollen des lignées homogènes est uniforme*, composé uniquement de grains réguliers (*Maroc*, *Bombay*, *Graines blanches* : 60-50 × 50-45 μ; *EGBK* : 55-50 × 45-42 μ); on ne trouve pas de grains avortés dans le pollen prélevé dès l'ouverture des fleurs; ils sont très rares dans les anthères desséchées.

Au contraire, on trouve un pourcentage défini, faible, de grains vides dans le pollen des lignées irrégulières, qui atteint 5 à 8 pour la lignée française *Centre* en 1920 et 1921. De plus, chez tous les Lins à fibres, sauf *EGBK*, la taille et la forme des grains pleins sont très variables; les pores longitudinaux, souvent au nombre de 2, peuvent être au nombre de 3, parfois 4. Peu de prélèvements sont nécessaires pour constater ces altérations; certains individus les présentent à un haut degré; d'autres paraissent réguliers, mais leur descendance est hétérogène; en fait, onze lignées sur douze se comportent au point de vue du pollen comme les races instables de De Vries; elles sont sujettes à dégénérescence.

Soupçonnant que le croisement devait entraîner des altérations analogues, j'ai réalisé de nombreux hybrides qui m'ont fourni des résultats inattendus, confirmant en partie mon hypothèse :

a. Les hybrides directs et réciproques des Lins *Maroc, Bombay, Graines blanches* donnent un pollen parfait et uniforme en première et seconde générations; il n'y a pas d'avortements, malgré les irrégularités de vigueur, de taille, des fleurs et des fruits; toutefois, une plante à graines vertes, isolée dans le lot Bombay initial, a entraîné dans le croisement *Maroc* × *Bombay vert* des variations de taille du pollen et des avortements.

b. Les hybrides entre *Maroc*, ou *Bombay*, ou *Graines blanches* et les Lins français ou russes donnent en première génération des plantes variables, tantôt à pollen parfait du type *Maroc*, tantôt à pollen irrégulier et partiellement avorté du type français; les qualités du pollen sont individuelles et ne peuvent être prévues d'après le port de l'hybride. Le pollen de l'hybride *EGBK* × *Bombay* reste régulier.

c. J'ai obtenu des hybrides féconds en croisant toutes les lignées nommées ci-dessus avec un Lin sauvage, lot issu d'une plante unique récoltée en juillet 1918 à Port-Navalo (Morbihan); c'est une forme naine, bisannuelle, à tiges couchées du *L. angustifolium* Huds. à fleurs bleues, à pollen homogène ($50^{\mu} \times 45^{\mu}$), à graines foncées longues de 2^{mm} sans bec. Les plantes F_1 sont intermédiaires entre les parents, à souche ramifiée dès la base, à rameaux obliques ou dressés, dont la floraison est de longue durée. Tous les hybrides dérivés de *L. angustifolium* présentent, sans exception et beaucoup plus accusés, les avortements et les déformations du pollen constatés sur les 11 Lins à fibres. La proportion des grains avortés oscille entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{3}$; la taille des grains pleins est très variable; quelques-uns sont très petits, d'autres sont énormes; par exemple :

Bombay × *angustifolium* : moyenne, 50^{μ}-$55^{\mu} \times 40^{\mu}$-45^{μ}; extrêmes, $37^{\mu} \times 30^{\mu}$, $75^{\mu} \times 55^{\mu}$;

Centre × *angustifolium* : moyenne, $50^{\mu} \times 45^{\mu}$; extrêmes, $45^{\mu} \times 35^{\mu}$, $60^{\mu} \times 55^{\mu}$;

Graines blanches × *angustifolium* donne le maximum $70^{\mu} \times 70^{\mu}$.

En résumé; 1° les hybrides de divers Lins cultivés annuels avec *L. angustifolium* sauvage et bisannuel sont féconds, donnent des pollens partiellement avortés et des grains pleins, très variables de contour et de dimensions; 2° *tous les Lins cultivés pour la graine*, annuels, sont précoces, homogènes et *donnent un pollen parfait, uniforme; 3° la plupart des Lins à fibres sont hétérogènes;* leur pollen, irrégulier ou même avorté en faible proportion, fait supposer qu'ils ont une ascendance lointaine hybride; 4° j'ai isolé, dans le Lin russe *EGBK*, une lignée régulière, précoce et bien stable; son pollen est parfait et très régulier.

La sélection des Lins à fibres, par l'étude de la qualité des pollens de pédigrées isolés et suivis pendant plusieurs générations, est un procédé recommandable pour atténuer, sinon faire totalement disparaître, la dégénérescence des variétés connues.

PHYSIOLOGIE. — *La répartition des substances salines et des éléments minéraux dans le lait.* Note de MM. **Ch. Porcher** et **A. Chevallier**, présentée par M. E. Roux.

Le lait de vache renferme des matières salines dont on connaît qualitativement et quantitativement les acides et les bases. Dans les bases, nous trouvons : potasse, chaux, soude, magnésie; dans les acides : les acides phosphorique, chlorhydrique et sulfurique qui sont minéraux, les acides citrique et carbonique qui sont organiques.

Si nous laissons de côté les éléments minéraux qui ne sont dans le lait qu'à l'état de traces : silicium, arsenic, fer, cuivre, zinc, bore, aluminium, etc., nous devrons reconnaître qu'il en est deux, le soufre et le phosphore, qui se rencontrent en assez grande quantité en liaison avec des édifices organiques, uniquement dans les matières protéiques, en ce qui concerne le soufre, dans la caséine et les phosphatides, en ce qui concerne le phosphore.

La calcination de l'extrait sec du lait entraîne des modifications profondes dans l'édifice salin-minéral originel du lait. Qualitativement, il y a une déformation de cet édifice qui n'est pas sans conséquences pondérales; les citrates (plus de 3^g) deviennent carbonates à la calcination (1^g); le soufre protéique de l'albumine et de la caséine se transforme partiellement en sulfates; quant au phosphore de la caséine et des phosphatides, il passe à l'état phosphorique. Nous avons donc ici une minéralisation d'éléments antérieurement liés à un complexe organique, ce qui tend à provoquer une augmentation du poids des cendres; mais par ailleurs, notamment du côté des citrates, nous avons une perte importante (de 2^g environ) engendrée par la calcination. Dans l'ensemble, les pertes sont supérieures aux gains, et c'est pourquoi le poids des cendres est toujours inférieur de 2^g à $2^g,5$ au poids des matières solides.

Il est difficile de remonter des cendres du lait aux matières salines et minérales originelles, et un tel calcul d'interpolation demande à être très serré pour ne pas s'écarter de la vérité. Les cendres nous disent qu'il y a dans le lait : chaux, potasse, etc., acide phosphorique, acide chlorhydrique, etc.; mais comment toutes ces substances sont-elles réparties dans le lait, tel qu'il est sécrété? Pour répondre à semblable question, il nous faut faire intervenir cette fois les édifices que la calcination a détruits : caséine, acide citrique, etc.

Pour discipliner les opérations qui nous permettront de tirer des cendres la véritable physionomie des matières salines et minérales, telles qu'elles existent dans le lait, nous devons faire appel à l'ensemble des données chimiques, physiques et physico-chimiques que l'analyse met à notre disposition. La comparaison des laits normaux avec certains laits apparemment normaux tels que les laits de rétention, et certains laits pathologiques sera également utile. C'est la dialyse qui nous décèlera dans le lait la présence d'une petite quantité d'acide sulfurique. C'est la filtration sur bougie de porcelaine qui nous dira quelles sont les proportions de chaux, de magnésie et d'acide phosphorique solubles et qui, par conséquent, fera la distinction nécessaire entre la portion de ces composants qui se trouve à l'état colloïde et celle qui, au contraire, affecte l'état cristalloïde.

Mais ce ne sont pas là les seuls guides qui nous ont servi dans la conduite de nos recherches. Sachant que le lait normal a un point cryoscopique précis, une résistance électrique et un indice de réfraction moyens bien définis, nous devions, dans notre travail de reconstitution des éléments salins et minéraux du lait, et tout en répondant aux données antérieurement acquises, satisfaire étroitement aux indications physico-chimiques de l'analyse.

En résumé, nous avons cherché à faire un lait artificiel dans lequel toutes les relations chimiques et physico-chimiques des composants du lait répondaient au lait moyen. Devant la difficulté de préparer de l'albumine du lait pure, nous lui avons substitué de la gélatine, ou mieux encore de l'albumine d'œuf bien séparée de sa globuline. Notre reconstitution synthétique du lait n'est donc qu'une approximation, mais nous pensons qu'elle marque un progrès important sur toutes les tentatives antérieures.

Cette Note résume de longues et difficiles recherches qui seront plus largement exposées dans un Mémoire à paraître plus tard [1].

Nous sommes arrivés à la composition suivante :

Chlorure de sodium	1,09 g
» de potassium	0,92
Citrate tricalcique	1,78
» trimagnésien	0,76
» tripotassique	0,67
Bicarbonate de soude	0,25

[1] Ce Mémoire paraîtra dans un autre Recueil.

Phosphates alcalins :

Phosphate monopotassique........	g 1,00
» bipotassique...........	1,10
Phosphate bicalcique...............	1,06
» bimagnésien.............	0,16
Sulfate de potassium...............	0,18
Chaux de la caséine................	0,61

L'abaissement du point de congélation ($\Delta = -0°,55$) est dû pour les $\frac{51}{55}$ au lactose et aux sels solubles, auxquels il faut ajouter les composants à azote non protéique (urée, acides aminés, créatinine, etc.), dont le total n'atteint pas loin de 2g par litre. La part des protéiques n'est pas négligeable, et la caséinate calcique intervient dans Δ pour $-0°,035$ à $-0°,04$.

Un lait composé tel qu'il vient d'être défini au point de vue salin avec, en plus, par litre, 50g de lactose hydraté, 30g de caséine et 4g de gélatine ou d'albumine, la caséine étant salifiée par la chaux, nous a donné une résistance électrique moyenne de 235 ohms à 15°, et un indice de réfraction de 1,3430 à la même température.

De pareilles recherches assignent à chaque composant du lait la part exacte qui lui revient dans le point cryoscopique (Δ), la résistance électrique (r) et l'indice de réfraction (n); elles nous montrent notamment que si le groupe de matières salines envisagées isolément a une résistance électrique moindre que le lait, l'intervention des éléments colloïdes a pour effet d'élever celle-ci et de l'amener au chiffre moyen connu. Ces recherches nous permettront également de définir avec exactitude ce que l'on entend par *constante moléculaire simplifiée*. Nous pensons même peut-être que transportées du lait sur le sang, elles seront capables d'apporter des éclaircissements dans l'étude physico-chimique de ce dernier liquide.

PHYSIOLOGIE. — *Le rôle compensateur des chlorures dans ses rapports avec la composition chimique des humeurs*. Note de M. **W. Mestrezat** et Mlle **S. Ledebt**, présentée par M. Roux.

Le produit de secrétion des glandes différenciées mis à part, la teneur en chlorures des humeurs de l'organisme oscille entre le taux des chlorures du plasma et celui d'un petit groupe de celles-ci, dont le liquide céphalo-rachidien peut être pris comme type.

La constance relative de la tension osmotique des humeurs, l'abondance

du chlore dans l'organisme, la grande diffusibilité des chlorures, la connaissance peut-être du jeu de ceux-ci à travers la muqueuse gastrique a amené Winter à penser, dès 1896, que ces sels interviennent comme éléments « compensateurs » dans le maintien de la tonicité des sérosités organiques (1).

Le bien-fondé de cette conception, sa démonstration expérimentale n'ont, toutefois, jamais été prouvés. Les faits suivants établissent la réalité, la grandeur et le caractère relatif du rôle compensateur des chlorures.

La séparation partielle ou totale des colloïdes, qui est à la base de la différenciation, à partir du plasma, des diverses sérosités de l'organisme, a été réalisée par les auteurs en *filtrant*, sous pression, du sérum sur collodion (Cushny). Le liquide intermicellaire ainsi obtenu n'est plus, d'après nos conceptions modernes, en équilibre physico-chimique avec le milieu complet générateur. Si, donc, le filtrat formé demeure, comme dans l'organisme, au contact du septum qui l'a engendré, des échanges cristalloïdes « compensateurs » sont à prévoir, tout autant que la membrane filtrante n'est pas polarisée, échanges qui aboutiront à un *dialysat équilibré*, seul assimilable aux liquides naturels.

Ce sont les conditions expérimentales de maintien prolongé du filtrat au contact du septum générateur que nous avons cherché à réaliser, en inversant l'opération ordinaire de la dialyse sur sac, suivant un dispositif imaginé par M. Delezenne au cours de recherches antérieures.

Nos sacs formés de deux à trois couches d'un collodion riche en cellulose, stérilisés 10 minutes à 110°, d'une contenance de 40^{cm^3} à 50^{cm^3}, étaient remplis d'eau pure ou d'eau salée à 5 pour 1000 et dialysés contre 700^{cm^3} à 800^{cm^3} de sérum récent de cheval. Nous suivions par une méthode microchimique la teneur en chlorures du liquide du sac. Le sérum environnant était renouvelé jusqu'à ce qu'un équilibre définitif avec le sérum original soit établi.

Les « dialysats équilibrés » obtenus avec le sérum sont incolores, isotoniques, pour ainsi dire privés d'albumine. Le fait le plus frappant est, toutefois, leur richesse en chlorures. Deux fois sur quatorze, les différences ont atteint ou dépassé 1^g. Le Tableau suivant rend compte des résultats observés :

---

(1) J. WINTER, *Arch. de Physiologie*, 5e série, t. 8, 1896, p. 114, 287, 296 et 529.

Cl *en grammes de* NaCl *par litre* (1).

	Sérum de cheval.	Dialysat équilibré (10° C.).	Différence.	Rapport : dialysat/sérum.
Expérience n° 1..........	5,72	6,53	+0,81	1,14
» 4..........	5,71	6,40	+0,69	1,14
» 5..........	5,35	5,93	+0,58	1,11
» 6..........	5,06	5,90	+0,84	1,16
» 7..........	5,17	5,72	+0,55	1,11
» 8..........	4,56	5,70	+1,14	1,25
» 9..........	5,71	6,32	+0,60	1,11
» 10..........	5,63	6,13	+0,50	"
» 11..........	5,63	6,11	+0,48	"
» 12..........	5,38	6,38	+1,00	1,18
» 13..........	5,67	6,41	+0,94	1,13
» 14..........	5,69	6,31	+0,59	1,13

Des constatations identiques peuvent être faites *in vivo*.

Le chien, le lapin, le cobaye supportent l'introduction dans la cavité abdominale, sans enkystement, quand l'asepsie a été parfaite, d'un système dialyseur, constitué par un sac de collodion stérilisé, renfermant à son intérieur de l'eau salée à 5 pour 1000. L'animal est sacrifié 3, 6 ou 15 jours après l'intervention.

Le liquide du sac présente une teneur en chlorures supérieure à celle du plasma carotidien (résultats en grammes de NaCl par litre) :

	Sérum.	Dialysat équilibré.	Différence.	Rapport.
Chien n° 1..............	6,74	7,14	0,40	1,20
Chien n° 4..............	6,38	7,25	0,87	"
Lapin n° 5..............	6,30	6,85	0,55	"

Les taux trouvés de 7,14 et 7,25 sont tout à fait voisins de ceux que présente le liquide céphalo-rachidien.

Les faits précédents constituent la première démonstration du rôle

(1) Le dosage des chlorures a été effectué pour le sérum par la méthode Charpentier-Volhard, suivant une technique rigoureuse, que nous donnerons et que nous avons homologuée avec l'incinération magnésienne et le procédé Mac Lean-Van Slyke. Dans les dialysats cette détermination a été faite, soit de la même façon, soit par une microméthode dont les résultats sont superposables aux précédents. Si une erreur s'était glissée dans nos résultats, ce serait une erreur de quelques centigrammes par défaut, ce qui ne saurait modifier nos conclusions.

compensateur que peuvent jouer les chlorures dans la génération, aux dépens du sang, de liquides moins riches que lui en colloïdes, mais en équilibre physico-chimique avec ce milieu.

Le chlore ne paraît pas intervenir seul, d'ailleurs, comme élément compensateur, à en juger par les chiffres de calcium, de magnésium et d'acide phosphorique trouvés dans les dialysats équilibrés.

Ces constatations laissent entrevoir l'origine de la chloruration variée des *sérosités* de l'organisme.

PHYSIOLOGIE. — *Sur le « second souffle » des coureurs.* Note (1) de MM. **P. Chailley-Bert, R. Faillie** et **J.-P. Langlois**, présentée par M. Charles Richet.

On observe souvent, chez les coureurs et les rameurs principalement, après une première apparition de l'essoufflement, une amélioration remarquable de la respiration, le rythme se ralentit, le malaise initial disparaît. C'est le « second wind » des sportifs anglais. Lagrange a donné une première explication de ce second souffle. D'après lui, le second souffle serait amené par une meilleure utilisation de l'appareil pulmonaire; un certain nombre d'alvéoles, non ou mal utilisées, seraient dilatées par une plus grande ampliation de la cage thoracique et le champ de l'hématose se trouverait ainsi augmenté. Il évoque, en faveur de cette conception, les modifications de l'auscultation observées chez les coureurs.

Une autre théorie a été évoquée : le centre respiratoire bulbaire présente au cours du travail des variations d'excitabilité, surtout au début. Ces variations sont presque toujours dans le sens d'une hyperexcitabilité, provoquant une ventilation plus énergique, mais on peut admettre qu'il peut se produire également de l'hypoexcitabilité par intervention des centres supérieurs.

L'étude poursuivie sur des coureurs marchant sur le tapis roulant, décrit dans une Note précédente (2), avec des vitesses variables et suivant une pente différente, permet d'éliminer ces deux hypothèses. Déjà, en 1908, Pembrey et Cooke, dans leurs recherches sur le « second wind », mais opérant pendant des intervalles d'arrêt, avaient signalé la chute du quo-

(1) Séance du 13 juin 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1447.

tient respiratoire de l'air alvéolaire et la diminution de la ventilation pendant le « second wind ». Grâce à notre tapis roulant, nous avons pu poursuivre le problème dans de meilleures conditions, en établissant, pendant toute la durée de la course d'une heure, les courbes des échanges pulmonaires, de la ventilation et de la pression artérielle.

Ces courbes montrent presque toujours après une première période d'hyperactivité, une chute de la ventilation et des échanges, chute passagère, pouvant se produire à une distance variable du début et d'autant plus marquée que le sujet est moins entraîné au travail qui lui est demandé.

TABLEAU.

Temps de l'expérience.	Ventilation moyenne par minute.	CO^2 éliminé par minute.
Expérience 1.		
min	lit	cm³
1 à 10	11	425
15 à 28	8	325
30 à 60	14	430
Expérience 5.		
1 à 7	19	850
10 à 20	16	760
20 à 30	18	825
Expérience 7.		
1 à 15	14	625
15 à 22	13	575
23 à 32	14	640

Il paraît bien établi que l'apparition du second vent est amenée par une diminution des échanges et que cette diminution, le travail restant constant, est le résultat d'une meilleure adaptation du sujet, d'une amélioration du rendement de la machine humaine.

Les muscles actifs travaillent mieux et surtout les muscles antagonistes cessent de contrecarrer l'effet des premiers. Une preuve en est donnée par ce fait qu'un sujet peu habitué à la marche sur le tapis roulant et, quoique entraîné à la marche ordinaire, accusera un second wind très accentué dans ces premiers essais et à peine esquissé dans les marches suivantes, et qu'il suffit de modifier l'exercice, en accélérant la vitesse ou en modifiant la pente pour voir réapparaître nettement le second vent. Nous espérons, dans un travail ultérieur, montrer que le second wind coïncide avec une variation dans la concentration des H-ions.

Quant à la plus ou moins grande brièveté du second wind, elle s'explique par les effets d'accumulation de la fatigue.

PSYCHOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *De l'importance de la phase périphérique dans la marge de variation des temps de latence sensorielle en fonction des intensités excitatrices.* Note [1] de M. **Henri Piéron**, présentée par M. Charles Richet.

Étudiant, pour différentes catégories d'excitations sensorielles, la variation du temps de la réaction motrice en fonction de l'intensité d'excitation, j'ai établi que la décroissance de ces temps t (inscrits en ordonnée), pour une intensité croissante i (inscrite en abscisse), dessinait une branche d'hyperbole asymptote à une parallèle à l'abscisse, et, soit à l'ordonnée, soit à une parallèle à l'ordonnée, avec une formule d'interpolation générale du type $t = \frac{a}{i-b} + k$.

La constante k représente la partie irréductible du temps; elle comporte principalement la phase motrice, centrifuge, et la phase associative, sensori-motrice, en outre elle comporte encore le temps de transmission centripète de l'influx nerveux, et le résidu irréductible, de durée pratiquement ici négligeable, de la transformation périphérique et de l'excitation sensorielle centrale.

Ce n'est pas commettre une erreur notable que de considérer la valeur k, partie irréductible (temps correspondant aux excitations submaximales) comme représentant la phase associativo-réactionnelle, et la différence entre k et le temps liminaire, maximal (différence représentée par la constante a dans le cas le plus simple et le plus fréquent où b peut être négligé), comme représentant le temps de latence sensorielle, ou du moins sa partie réductible.

Cette partie réductible s'étant montrée très variable suivant les sensations, j'en avais tiré l'hypothèse que c'était la phase périphérique (transformation de l'excitation en influx nerveux) qui devait en constituer la presque totalité. Mais, dans la phase de transmission et dans la phase centrale, il pouvait y avoir un retard réductible du franchissement des synapses (excitation des neurones l'un par l'autre).

Une analyse était nécessaire, et c'est cette analyse que j'ai entreprise par diverses méthodes, dont les résultats permettront des recoupements, en m'adressant tout d'abord aux sensations visuelles.

J'ai tout d'abord rendu négligeable l'influence des temps d'action liminaires, en limitant leur variation à la marge d'une durée brève d'excitation (9 à 18σ).

Or, dans ces conditions, la marge des variations des temps de latence ne s'est trouvée réduite que de 500 ou 600σ à 150 environ, soit notablement plus encore que la marge des temps d'action [2].

Seulement, en ce qui concerne la lumière, l'excitation de nerf se fait par

---

[1] Séance du 13 juin 1921.

[2] *Comptes rendus Société de Biologie*, 11 juin 1921.

l'intermédiaire des produits d'une réaction photochimique. Dès lors le temps d'action périphérique se dédouble [1] : il y a d'abord le temps d'action de la lumière pendant lequel la sommation au cours du temps, jusqu'à une limite au delà de laquelle les fuites d'énergie l'emportent sur les apports nouveaux, conduit le taux des produits de la réaction jusqu'à une certaine valeur liminaire; et il y a ensuite le temps pendant lequel les produits de la réaction accumulent leurs effets sur le nerf jusqu'à atteindre le seuil de l'excitation. La deuxième phase déborde la première; mais nous ne pouvons en limiter à notre gré la marge. Toutefois, si nous nous plaçons dans des conditions telles que la réaction soit déjà amorcée, que les produits de la réaction se trouvent déjà accumulés, nous rendrons négligeable la durée de ce supplément de latence impliqué par l'excitation indirecte du nerf.

Ceci est réalisable dans l'état d'adaptation à la lumière : une plage lumineuse provoque une sensation durable dans une région donnée de la rétine; elle est masquée et suivie aussitôt par une excitation brève d'une étendue déterminée.

Dans ces conditions, la marge de variation est réduite à moins de 35σ. En supprimant même le masquage, et en provoquant les réactions à l'augmentation de luminosité partielle de la plage, à partir d'un seuil qui est ici différentiel, la marge s'est trouvée atteindre 50σ environ. Si l'on déduit les 18σ qui représentent la marge du temps d'action de la lumière, la partie réductible non périphérique du temps de latence a donc bien une valeur minime.

Voici quelques résultats moyens (temps de réaction en millièmes de seconde) pour l'excitation lumineuse [2] auxquels s'ajoutent ceux qui avaient été obtenus par excitation électrique cutanée :

---

(1) S. Hecht, dans ses expériences sur la variation des temps de réaction de la *Mya* en fonction des intensités excitatrices, où il a retrouvé ma loi de la branche d'hyperbole, a été conduit à la même distinction (*J. of gen. Physiology*, II, 1920, p. 337).

(2) La variation des temps est toujours interpolable par la même formule. Cependant, dans l'adaptation à l'obscurité, j'avais trouvé des décroissances de type plus lent. En évitant, par une fixation oculaire préalable, l'intervention de déplacements de l'œil, je n'ai pas retrouvé ce type pour l'excitation fovéale. Mais, en excitation périphérique, il reste un écart systématique par rapport aux chiffres calculés même en excitation brève. Je pense que cela tient à l'influence de l'excitation du nerf par les produits de la réaction photochimique des bâtonnets, différente de celle des cônes. En ce qui concerne la réaction photochimique elle-même, l'étude des temps d'action a montré qu'elle ne pouvait intervenir ici.

	Durée d'excitation.	Valeur liminaire.	Valeur minima dans les conditions d'expérience.	Marge empirique.
Excitation lumineuse (adaptation à l'obscurité).				
Bâtonnets périphériques (lumière bleue)	825σ	880	240	640
	9σ	325	182	143
Cônes fovéaux	indéfinie	619	198	421
	18σ	313	170	143
Excitation lumineuse (adaptation à la lumière).				
Cônes fovéaux (excitation différentielle)	indéfinie	530	172	358
	18σ	217	189	26
	18σ	236	182	54
Excitation électrique.				
Répétée (courant interrompu)	indéfinie	375	161	214
Unique (fermeture)	brève	243	155	88

Il ressort de ces chiffres que la variation des temps de latence sensorielle, pour la vision du moins, est bien commandée en majeure partie par la variation des temps périphériques d'excitation du nerf, pour des durées indéfinies d'excitation. Il en est certainement de même pour les excitations gustatives (temps liminaires de 2 à 3 secondes), sonores ($0^{sec},5$), thermiques cutanées ($0^{sec},4$ à 1^{sec}), tactiles même ($0^{sec},4$) et électriques prolongées par courant interrompu. Dans tous ces cas, la marge non périphérique représente à peu près de un quart à un centième de la marge totale de variation.

EMBRYOGÉNIE. — *La question de la spécificité cellulaire chez les Planaires.* Note de M. A. Vandel, présentée par M. Henneguy.

Les processus de la différenciation cellulaire, de même que ceux du développement ontogénique auxquels ils font suite, ont été interprétés de deux façons différentes : les uns admettent que l'ontogenèse n'est que le déroulement d'un plan qui existe déjà plus ou moins tracé dans l'œuf, et la destinée de chaque blastomère, et de chaque cellule en particulier, est irrévocablement déterminée; c'est là l'idée maîtresse des théories corpusculaires de Nägeli, de De Vries, de Weismann, etc. D'autres, au contraire

(Driesch, O. Hertwig, Loeb, Child, etc.) considèrent le développement comme étant une épigenèse, c'est-à-dire la production d'une structure diversifiée à partir d'un tout primitivement homogène; les cellules se différencient, non en raison de leur constitution initiale, mais à cause de leur emplacement et des rapports réciproques qui s'établissent entre elles.

Les faits de régénération sont une des preuves les plus fortes en faveur de ce second groupe de théories. J'en ai étudié un cas tout à fait frappant à cet égard chez certaines Planaires (*Polycelis cornuta*); il est relatif à la régénération de la région postérieure du corps qui contient les organes copulateurs et musculo-glandulaires. Plusieurs auteurs (Morgan, Thacher, Bardeen, Stoppenbrink) ont étudié la régénération de semblables fragments, mais les processus très intéressants qui assurent la refonte de ces pièces semblent leur avoir échappé. Seul, E. Schultz (1904), dans ses remarquables études sur la réduction à la suite de l'affamement chez les Planaires, a insisté sur les phénomènes de dédifférenciation dont les organes copulateurs étaient le siège ([1]), mais il n'a pas suivi le sort des cellules revenues à l'état embryonnaire.

Deux faits particulièrement intéressants ressortent de l'examen de mes préparations.

1° La disparition des organes copulateurs et musculo-glandulaires se fait principalement par voie de dédifférenciation. Comme l'ont déjà noté plusieurs observateurs, les processus de phagocytose sont extrêmement réduits dans le parenchyme des Planaires; ils ne jouent, en tout cas, aucun rôle dans la destruction des organes; la disparition des anciens tissus se fait par dédifférenciation, c'est-à-dire par retour à une forme embryonnaire ([2]). Ces processus s'observent facilement sur les cellules épithéliales et musculaires qui forment la plus grande partie des organes copulateurs et musculo-glandulaires; les premières se transforment en cellules fusiformes, généralement bipolaires, à gros noyau et à protoplasme réduit, semblables aux

---

([1]) E. Schultz admet que la dédifférenciation suit exactement l'ordre inverse de la différenciation; c'est là réduire des phénomènes très complexes à une vue un peu trop schématique; il est, en réalité, toujours facile de distinguer les stades de réduction de ceux de développement.

([2]) Les causes de la dédifférenciation de ces organes, ayant perdu leurs corrélations ordinaires, sont encore fort mal connues; on pourrait peut-être la comparer aux phénomènes de retour à l'état embryonnaire qui se manifestent dans les tissus cultivés en dehors de l'organisme (Champy).

« cellules de régénération » décrites par les auteurs. Quant aux éléments musculaires, on sait depuis les recherches de Blochmann, de Bettendorf, de Jander, de Böhmig, etc. qu'ils sont formés de deux constituants bien distincts : d'une part de fibres musculaires, d'autre part de « myoblastes », contenant le noyau, ces deux parties n'étant réunies que par quelques prolongements protoplasmiques. Dans les préparations en question, les fibres musculaires, qui se coloraient primitivement de façon intense par l'hématoxyline, s'altèrent et deviennent franchement éosinophiles; puis elles forment des masses amorphes et finissent par disparaître; quant aux myoblastes, ils se transforment, comme les cellules épithéliales, en « cellules de régénération ».

2° Dans le développement des nouveaux organes, et en particulier dans celui du pharynx qui se forme juste en avant de l'appareil copulateur, on est frappé de la rareté des caryocinèses (¹). Les nouvelles parties s'édifient, non à partir de cellules embryonnaires du parenchyme, mais aux dépens de cellules dédifférenciées de l'appareil copulateur. Le pharynx en formation aspire, en quelque sorte, les cellules des organes voisins; sur des coupes on ne peut assister à la migration effective de ces cellules, mais on peut s'en rendre compte du fait qu'elles sont toutes nettement orientées vers les régions de néoformation. Ces phénomènes de migration ont pour résultat de vider les organes copulateurs de tous leurs éléments cellulaires; il ne reste plus sur leur emplacement qu'un canevas formé par les fibres musculaires, mais dépourvu de noyaux; puis cette trame elle-même s'estompe et finit par s'évanouir. Les organes situés le plus près de la région de formation du pharynx sont les premiers à disparaître; c'est ainsi que le pénis, organe de taille cependant considérable, n'est plus qu'un rudiment amorphe, alors que les organes musculo-glandulaires, situés à la partie postérieure du corps, sont encore bien reconnaissables (²).

De l'étude de ce processus, dont on peut suivre l'ensemble sur une seule préparation, se dégage donc avec netteté le fait suivant : les mêmes cellules

---

(¹) Stevens (1907) a déjà remarqué que, chez les espèces où la « dédifférenciation » est très accentuée, les mitoses sont beaucoup moins nombreuses que chez celles où prédomine la « régénération ».

(²) Tous ces processus ont lieu entre 18 et 28 jours après la section ; l'époque à laquelle on rencontre les différents stades est un peu variable suivant l'état de développement initial des organes copulateurs. Les spermatozoïdes mûrs sont très résistants et subsistent très longtemps après la disparition complète de l'appareil génital.

qui ont servi à former l'appareil copulateur peuvent, après un retour momentané à l'état embryonnaire, donner naissance à un pharynx ([1]). Ces cellules ne sont donc pas prédestinées par leur nature même à former un organe déterminé ; il semble que, chez les Planaires tout au moins, ce sont bien plutôt les rapports des cellules entre elles que la structure de chaque cellule en particulier, qui déterminent leur évolution ; les cellules constituent un matériel plastique; apte à former les productions les plus variées ; cette totipentence des éléments va de pair avec le grand pouvoir de régénération de ces animaux.

Cet exemple montre que les théories de la préformation sont trop rigoureuses et absolues, et ne sauraient s'appliquer à tous les cas; il serait, par contre, tout aussi fâcheux de généraliser les résultats obtenus sur les Planaires; il est toujours dangereux d'étendre une conclusion tirée de l'étude d'un seul groupe à l'ensemble des êtres vivants; des cas de prédétermination et de spécificité cellulaire très étroite existent de façon indéniable ; là, comme en bien d'autres questions de biologie, il semble difficile d'établir une loi absolument générale ; il n'est guère possible que de préciser les limites extrêmes d'une série qui comprend tous les intermédiaires.

BIOLOGIE. — *Le déterminisme de la ponte chez un Hyménoptère térébrant, le* Pimpla instigator *L.* Note de M. F. **Picard**, présentée par M. P. Marchal.

Certains actes des Insectes, même parmi ceux qui semblent les plus compliqués, peuvent être réduits à de purs réflexes : telles sont les manœuvres des Hyménoptères paralyseurs, passant autrefois pour le type des instincts inexplicables et merveilleux, et dont le détermisme est très simple, comme l'ont fait ressortir les expériences de Rabaud ([2]).

Le mécanisme de la ponte chez un Hyménoptère parasite comme le *Pimpla instigator* peut paraître aussi fort complexe. Cet Ichneumonide pond dans les chrysalides de *Pieris brassicæ* et dans celles de quelques autres Lépidoptères. Il lui faut rechercher et reconnaître sa proie, distinguer les

---

([1]) Il est possible que certaines cellules ainsi dédifférenciées soient, dans certains cas, à l'origine des éléments génitaux ; de nouvelles recherches sont encore nécessaires pour préciser ce point.

([2]) E. Rabaud. *Notes sur l'instinct du* Mellinus arvensis *L.* (*Bull. biol. Fr. et Belg.*, t. 51, 1917).

chrysalides vivantes des mortes et des muscardinées, qui abondent toujours au milieu des saines, des défroques vides dont le papillon est sorti, etc. La nymphe n'est pas seulement utilisée pour le dépôt de l'œuf mais encore pour la nourriture de l'Insecte qui, après y avoir enfoncé sa tarière, se recule et lèche le sang qui s'écoule de la blessure. Ce dernier fait, observé chez les Chalcidiens par Marchal, Doten, Roubaud et d'autres, se remarque aussi chez certains Braconides comme *l'Habrobracon Johannseni*, ennemi de la Teigne des pommes de terre, et se montre de plus en plus comme une habitude très fréquente dans les familles de térébrants entomophages. Mais, chez les *Pimpla*, le mâle lui-même profite du pertuis ouvert par l'arme de la femelle et vient souvent s'y abreuver.

Ces actes variés dont la chrysalide est le sujet sont cependant sous la dépendance d'un psychisme très rudimentaire. L'Hyménoptère est attiré, uniquement sous l'influence de l'odorat, comme je le démontrerai, par beaucoup de chrysalides, dont quelques-unes ne lui conviennent pas, *Bombyx neustria*, par exemple, dont sa tarière ne peut entamer l'épais tégument. Alors qu'une nymphe de *Pieris* présentée aux *Pimpla* est immédiatement transpercée, c'est sans succès que ces Insectes s'acharnent sur les *Pyrameis cardui* dont les soubresauts et les vibrations très rapides de l'abdomen les roulent et les secouent en tous sens, rendant vaines toutes les tentatives de ponte. Ce n'est qu'après plusieurs heures d'efforts qu'une nymphe de *Pyrameis*, bloquée entre le fond du bocal et la paroi, put être enfin transpercée. Une autre *Pyrameis*, suspendue par la queue dans sa situation ordinaire, vibre bien davantage au moindre frôlement et repousse victorieusement pendant 1 heure les assauts obstinés d'une dizaine de *Pimpla*. Il faut admettre que, dans la nature, le *Pimpla instigator* doit bien rarement parvenir à pondre dans une Vanesse du Chardon.

Une vieille dépouille chrysalidaire de *Pieris* n'a pas d'effet sur les *Pimpla*; la même dépouille, légèrement enduite de sang frais de chrysalide, les excite au plus haut point. Toutes les femelles s'y précipitent à la fois, se bousculent, y enfoncent frénétiquement leur tarière. Puis le sang se sèche et la peau de nymphe est délaissée.

Un cylindre de papier blanc, tordu aux extrémités, n'ayant pas la teinte, ni même la forme d'une chrysalide, n'attire pas; mais il suffit d'étaler à sa surface, avec un pinceau, une gouttelette de sang de nymphe de *Pieris* pour que l'excitation se produise. Les *Pimpla*, toutes vibrantes, embrassent ce simulacre avec leurs pattes, y enfoncent leur tarière toutes ensemble et bientôt le papier est criblé de trous. Ses propriétés attractives égalent, si

elles ne les dépassent, celles des chrysalides. Mais son attirance est fugace; le sang se dessèche, les effluves excitantes s'évanouissent et, une demi-heure après, il ne reçoit plus aucune visite.

Une feuille sur laquelle une nymphe de *Pieris* est fixée est présentée à une *Pimpla* par la face opposée. Aussitôt la tarière, traversant la feuille, est plongée dans cette chrysalide invisible.

Ces expériences démontrent que la vue ne prend aucune part dans l'acte de la ponte. Le jeu de la tarière est un simple réflexe déterminé par une violente sensation olfactive. Mais la percée de la victime qui sera suivie, tantôt du dépôt de l'œuf, tantôt de l'absorption du sang, n'est que le premier temps du phénomène, et le seul qui soit réglé par l'olfaction. Le second temps, c'est-à-dire l'émission de l'œuf elle-même, dépend d'une sensation tactile, celle de vide et de plein. En effet une chrysalide réduite à son enveloppe, un cylindre de papier dont l'intérieur ne contient rien, peuvent être perforés de mille trous, jamais aucun œuf n'y sera déposé.

Le comportement du *Pimpla*, qui paraît si bien combiné en vue d'un but final, peut donc être décomposé en mouvements que l'on arrive à déclencher indépendamment l'un de l'autre, et en dehors de tout profit pour l'Insecte et sa descendance.

ENTOMOLOGIE APPLIQUÉE. — *De l'action des vapeurs de chloropicrine sur l'*Argas reflexus *Fabr.* Note de M. **P. Remy**, présentée par M. P. Marchal.

L'*Argas reflexus* doit être considéré comme présentant un réel danger tant pour la grande mortalité qu'il cause dans les pigeonniers que pour les accidents parfois graves que provoque sa piqûre lorsqu'il attaque l'Homme; cet Acarien est un parasite d'autant plus sérieux que sa destruction est très difficile. On ne peut espérer le détruire par la famine, sa résistance au jeûne étant extraordinaire : il en a été trouvé [1] de bien vivants dans un colombier de Nancy vide de ses Pigeons depuis 6 ans; l'un d'eux, que j'ai conservé en boîte fermée, a encore vécu 10 mois après sa capture. Les insecticides utilisés jusqu'à présent ne sont pas d'une efficacité absolue; en effet, les *Argas* ne sont visibles que lorsqu'ils piquent l'hôte, ce qui dure environ 25 minutes; quand ils sont repus, ils se tiennent cachés dans les fissures du plancher et des murs, où tous ne peuvent être atteints par les agents liquides : pétrole, formol, essence de térébenthine, eau bouillante, lait de

[1] R. Liénhart et P. Rémy, *C. R. Soc. Biol.*, t. 83, 1920, p. 1155.

chaux, chlorure de chaux qui ont été proposés, et qui ne sont efficaces qu'à condition de toucher le corps de l'*Argas;* la poudre de pyrèthre, le sublimé en poudre, le gaz sulfureux, l'hydrogène sulfuré, le sulfure de carbone, le chlore, l'acide phénique, la fumée de cade vert sont inefficaces (Planchon). Les vapeurs de chloropicrine ayant été reconnues très toxiques pour différents animaux (¹), j'en ai fait l'essai contre les *Argas*.

Le mode opératoire est analogue à celui indiqué par G. Bertrand : une quantité connue de chloropicrine est introduite dans des flacons de 1¹ à l'aide d'une pipette capillaire donnant de petites gouttes dont le poids a été préalablement déterminé par pesées; le flacon est bouché hermétiquement et agité plusieurs fois; les animaux sont introduits une demi-heure à 1 heure après, suivant la quantité de toxique versée; ils sont enfermés dans un morceau de tulle suspendu au bouchon par un fil; les animaux retirés du flacon sont conservés dans des tubes non bouchés, placés dans un endroit sombre.

La marche de l'intoxication est la suivante : les *Argas*, pendant qu'on les enferme dans le nouet, à l'air libre, replient leurs pattes, les appliquent sous le corps et « font le mort »; quelques minutes après leur introduction dans le flacon, ils sont très agités, se déplacent sans arrêt; souvent, surtout chez les animaux repus, il apparaît à droite et à gauche, entre la première et la deuxième paire de pattes, au fond d'une invagination des téguments qui est à la base des coxas, une goutte de liquide transparent, très réfringent, dont la signification sera étudiée dans une Note ultérieure. A la vive agitation du début fait suite un ralentissement de plus en plus grand des mouvements, puis, au bout d'un temps variable avec la teneur de l'atmosphère en chloropicrine et la vigueur des individus, les *Argas* restent complètement immobiles, les pattes à demi déployées; les jeunes sont immobilisés avant les adultes, les individus à jeun avant ceux qui ont mangé depuis peu. Les animaux ainsi immobilisés ne sont pas morts : alors que des *Argas* tués à coup sûr par immersion dans le sulfure de carbone liquide sont desséchés au bout de 5 à 6 jours, ceux qui sont immobilisés par le séjour dans la chloropicrine restent mous pendant des semaines, parfois pendant des mois; un animal sain, lorsqu'il est touché, ramène ses pattes sous le corps et « fait le mort »; si alors on le chauffe sur l'étuve à 35°-42°, il agite vivement ses pattes et, souvent, laisse échapper entre les coxas des première et deuxième paires de pattes, deux gouttes de liquide; si l'on continue à chauffer, les mouvements se ralentissent, et la mort survient vers 52°, le temps mis pour passer de 35° à 52° étant de 15 minutes; l'*Argas* immobilisé par la chloropicrine, au contraire, ne réagit pas au toucher; chauffé lentement et progressivement de 35° à 55°, il ne bouge à aucun moment et n'émet jamais de liquide coxal. Si l'animal est paralysé, la vie cellulaire cependant persiste : lorsqu'on

(¹) G. Bertrand, en collaboration avec Mme Rosenblatt, Brocq-Rousseu et Dassonville, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 742 et 911; t. 169, 1919, p. 441, 486, 880, 1059, 1428; t. 170, 1920, p. 345. — A. Piutti, *Ibid.*, t. 170, 1920, p. 854. — J. Feytaud, *Ibid.*, t. 171, 1920, p. 440. — P. Vayssière, *Rev. Hist. nat. appl.*, 1re Partie, t. 1, 1920, p. 339.

lui injecte dans la cavité cœlomique de l'encre de Chine, les particules solides sont capturées par des leucotytes, comme chez un animal sain.

Les expériences ont eu lieu à une température de 15° à 18°, elles ont porté sur plus de 150 *Argas*; les résultats numériques sont les suivants :

Un séjour de 13 heures dans une atmosphère contenant 10^{mg} de chloropicrine par litre détermine la paralysie de tous les individus, repus ou à jeun; des animaux qui n'étaient pas paralysés après 10 heures d'exposition, le sont devenus 2 jours après qu'ils étaient à l'air libre; avec 20^{mg} par litre, tous les Acariens sont paralysés en 7 heures, mais les animaux à jeun le sont bien avant, au bout de 3 à 5 heures; une dose de 30^{mg} par litre produit la paralysie de tous les animaux en 6 heures; avec 50^{mg}, la paralysie est obtenue en 4 heures 15 minutes et avec 80^{mg} en 3 heures.

Cette paralysie est durable et se termine infailliblement par la mort; les *Argas* paralysés sont donc définitivement inoffensifs. La seule preuve certaine et objective de la mort réelle est la dessiccation, mais cette mort doit avoir lieu bien avant; la dessiccation se produit au bout d'un temps variant de 15 jours à 4 mois, l'animal restant constamment immobile; je n'ai pu reconnaître de relation entre ce temps, la dose de toxique et la durée d'exposition. Si l'*Argas* traité était à jeun, il se dessèche sans changer de couleur; s'il avait mangé depuis peu, la dessiccation est précédée d'un rougissement d'abord de la région voisine du tube digestif, puis des pattes; cette coloration semble due au passage à travers la paroi du tube digestif du liquide rose qui se trouve à ce moment avec des débris d'hématies dans l'estomac de l'*Argas*, liquide qui résulte évidemment de la lyse du sang du Pigeon.

Donc, en résumé, l'*Argas reflexus* peut être détruit par les vapeurs de chloropicrine à des doses assez faibles pour en permettre un emploi pratique; des expériences de désinfection en grand n'ont pas été faites, mais les doses de 20^{g} à 30^{g} par mètre cube, qu'on laisse agir pendant une journée, paraissent les plus convenables; les joints des ouvertures des locaux à désinfecter seront bouchés avec du papier; si les fissures sont trop nombreuses (tuiles d'un toit), on pourra apposer des toiles imperméabilisées par application d'huile de lin ou de paraffine, analogues à celles prescrites pendant la guerre pour fermer l'entrée des abris; l'emploi de masques rendra l'opération sans danger.

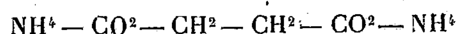
La durée de l'éclosion des œufs étant de 8 à 15 jours (Gibert), une nouvelle opération sera nécessaire un mois après la première pour détruire les animaux récemment éclos.

MICROBIOLOGIE. — *Observations sur la culture du bacille pyocyanique sur milieux artificiels définis.* Note de MM. **A. Goris** et **A. Liot**, présentée par M. Roux.

Une des propriétés principales du B. pyocyanique est son aptitude à produire une substance de nature spéciale, la pyocyanine (pigment bleu), qui présente les réactions analytiques des alcaloïdes.

Ce pigment peut se produire sur les milieux albuminoïdes peptonés comme sur les milieux exclusivement minéraux additionnés de succinate d'ammoniaque (Gessard).

On sait que ce composé à chaîne linéaire



$$NH^4 - CO^2 - CH^2 - CH^2 - CO^2 - NH^4$$

a la propriété de fermer sa chaîne avec perte de H^2O et de NH^3 pour donner le succinimide; celui-ci par réduction conduit aux composés pyrroliques. Nous avions espéré qu'en suivant pas à pas le développement du B. pyocyanique sur milieux artificiels définis renfermant du succinate de NH^3, nous pourrions déceler le mode de formation d'un composé à chaîne fermée, présentant des réactions alcaloïdiques.

Nos premières recherches ne nous ont pas donné les résultats espérés, mais nous avons cependant pu faire quelques observations qui méritent d'être relevées.

Nous avons cultivé ce microbe sur milieux solides (gélose simple et gélose minéralisée), et sur milieux liquides (eau distillée et solution minérale).

1° La gélose simple est une solution aqueuse de gélose à 20 pour 1000 filtrée et stérilisée.

2° Pour la préparation de la gélose minéralisée, on a stérilisé séparément : eau, 125^{cm^3}; PO^4HNa^2, 5^g; eau, 125^{cm^3}, SO^4Mg, $2^g,50$. On a prélevé 750^{cm^3} d'une solution gélosée à 25 pour 1000 filtrée et stérilisée à 105°, à laquelle on a ajouté ayant refroidissement la solution de PO^4HNa^2, puis celle de SO^4Mg, en ayant soin de bien agiter après chaque addition.

3° L'eau distillée est l'eau distillée officinale redistillée dans un ballon en verre.

4° La solution minérale est obtenue par mélange à parties égales des deux solutions aqueuses : PO^4HNa^2 à 10 pour 1000 et SO^4Mg à 5 pour 1000 stérilisées et refroidies.

Ces milieux-supports ainsi préparés ont été répartis en tubes par 10^{cm^3} et addi-

tionnés au moment de l'emploi de $0^g,05$ de succinate de NH^3 (10 gouttes d'une solution à $\frac{1}{10}$) correspondant à $0^g,011$ de NH^3.

Le B. pyocyanique ensemencé sur ces milieux se comporte un peu différemment.

Sur les milieux gélosés contenant uniquement du succinate de NH^3, la culture est peu visible; mais au bout de 48 à 72 heures, toute la masse prend une *teinte bleue* très franche.

Sur les milieux gélosés minéralisés, additionnés de succinate, on obtient au bout de 24 heures des colonies peu abondantes, mais bien apparentes, avec production d'un pigment de *couleur verte très nette*.

Sur l'eau distillée, additionnée de succinate, le liquide reste limpide, sans développement de culture apparente, mais le liquide devient d'un beau bleu.

Sur milieu minéral liquide avec succinate, on constate la production de pigment à la partie supérieure du liquide, au contact de l'air. En introduisant dans l'atmosphère de ces tubes des papiers réactifs (tournesol et réactif de Nessler), on constate un dégagement de NH^3, qui très probablement est en relation avec les phénomènes d'oxydation, car on voit se former à la surface du liquide des cristaux de phosphate ammoniacomagnésien qui tombent bientôt au fond du tube.

On pouvait se demander si cette production de pyocyanine était particulière au succinate de NH^3 et si le pigment ne pouvait se former, dans les mêmes conditions biologiques, avec d'autres sels ammoniacaux organiques. Nous avons refait les expériences parallèles avec les sels des divers acides bibasiques de la série succinique : acides oxalique, malonique, glutarique, sébacique, subérique; et des acides bibasiques à fonction éthylénique : acides fumarique, maléique, mésaconique, itaconique, citraconique.

On prépare les sels ammoniacaux neutres de ces acides, on en fait des solutions titrées telles que 10 gouttes renferment $0^g,011$ de NH^3 (quantité correspondant à celle contenue dans 10 gouttes de la solution de succinate de NH^3). On ajoute ces sels aux milieux-supports au moment de l'emploi.

En ce qui concerne les sels des acides bibasiques de la série succinique, on constate, après 24 heures, que :

1° Sur gélose pure, additionnée des sels ammoniacaux, il y a production de *pigment bleu;*

2° Sur les milieux gélosés minéralisés se manifeste une réaction analogue à celle donnée par le succinate, avec *coloration verte*.

L'oxalate d'ammoniaque ne donne lieu à aucune coloration.

Avec les sels des acides bibasiques, à fonction éthylénique, le résultat est différent suivant les acides et les milieux utilisés.

La production de *pigment bleu* est nette sur gélose pure pour tous ces sels.

Sur gélose minéralisée la production de pigment vert est intense avec les sels des acides fumarique, mésaconique (méthylène-succinique), itaconique (méthyl-fumarique), tandis qu'avec les sels des acides maléique et citraconique (méthyl-maléique) il y a culture sans production de pigment.

Le bacille pyocyanique peut donc produire sa pyocyanine (pigment bleu) aux dépens des sels ammoniacaux des acides bibasiques en l'absence de tout autre élément nutritif minéral ou organique. L'addition de phosphate de soude au milieu naturel a pour effet de modifier la couleur du pigment qui *de bleu passe au vert*.

Il est intéressant de constater que parmi les acides à fonction éthylénique, ce sont les acides en position *trans* qui donnent le pigment, alors que les acides en position *cis* ne le produisent pas sur le milieu gélosé minéralisé.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la nature mycosique d'une nouvelle maladie des dattiers menaçant les oasis marocaines*. Note de MM. **Edm. Sergent** et **M. Béguet**, présentée par M. Roux.

Depuis une vingtaine d'années, les habitants de l'oasis de Figuig voient avec effroi une maladie nouvelle décimer leurs dattiers. Tout palmier atteint est condamné et, dans le sol où il a poussé, aucun autre palmier ne peut être planté sans se contaminer et périr à son tour. Chaque dattier mort crée ainsi un champ maudit. Les oasiens de Figuig prévoient le moment où cette épiphytie pourrait anéantir leurs palmeraies. Le commandant Pariel, qui administre les Hauts-Plateaux du Maroc oriental, partageant ces préoccupations, provoqua des recherches scientifiques sur les causes du mal.

La maladie, appelée par les indigènes *baïoudh*, serait, d'après eux, originaire du Draa (sud-ouest du Maroc), d'où elle a gagné le Tafilalelt, puis, vers 1898, Figuig. C'est dans cette dernière oasis que nous l'étudions depuis un an et demi. La marche de l'épiphytie est assez lente, mais elle est continue. La propagation ne s'opère pas en tache d'huile; elle laisse des

clairières indemnes : Quand la maladie éclate dans un jardin, elle essaime au voisinage, comme une colonie; puis elle peut sauter de là dans un autre jardin qui n'est pas attenant au premier. C'est pendant la saison chaude surtout qu'elle se développe.

Le premier symptôme apparent est le blanchiment des folioles; d'où le nom de la maladie (*abiodh* veut dire blanc en arabe). On voit en même temps apparaître sur le pétiole de la palme, du côté des folioles blanchies et desséchées, des veines brun-rouge foncé décelant la dégénérescence gommeuse des faisceaux libéro-ligneux. On peut suivre ces veines brun-rouge jusque dans le stipe.

L'infection semble ascendante des racines jusqu'aux palmes. Toutes les palmes ne sont pas atteintes à la fois. Il n'y a pas d'ordre régulier dans la façon dont elles sont prises les unes après les autres sur un dattier. Quand les jeunes palmes du cœur sont frappées les premières, la mort survient en quelques semaines. Au contraire, lorsque le mal débute par les palmes extérieures du bouquet, l'affection peut durer jusqu'à 3 ou 4 ans avant la terminaison fatale.

La résistance des dattiers au baïoudh, se traduisant par un retard dans la mort du palmier, diffère beaucoup d'une variété à l'autre. A Figuig les races les plus résistantes sont l'*ossiane*, et, à un degré moindre, l'*aziza*. Les moins résistantes sont la *ghars* et le *froukhtijen*.

Le baïoudh ne ressemble à aucune des autres maladies que connaissent les indigènes : le *douda*, le *bou-qmech*, etc. Les indigènes disent qu'ils savent guérir toutes ces maladies ou en pallier les effets : seul le baïoudh est sans remède.

Le baïoudh est propre au dattier; aucun des arbres fruitiers qui poussent à l'ombre des palmeraies n'en est atteint.

La maladie, d'après nos renseignements, n'a pas encore dépassé le méridien de Figuig vers l'est. Elle n'est pas connue dans le Sahara algérien ni dans le Sahara tunisien.

On s'est demandé si le baïoudh était une maladie de la nutrition des dattiers, due soit à un excès de calcaire, soit à un excès d'irrigation qui causerait l'asphyxie des racines. L'étude comparative poursuivie sur place nous a montré qu'à cet égard les palmeraies atteintes et les palmeraies restées jusqu'ici indemnes sont placées dans les mêmes conditions. Les hypothèses qui font du baïoudh une maladie de dépérissement manquent de preuves. L'épiphytie présente au contraire les caractères d'une maladie contagieuse.

Les indigènes le savent si bien qu'ils prohibent l'introduction, dans les palmeraies encore préservées, d'un dattier atteint de baïoudh, fût-il mort et à l'état de bois de construction.

Sur l'initiative du commandant Pariel, M. P. Vayssière, directeur de station entomologique, vint à Figuig faire une enquête, d'où il ressort qu'aucun insecte ne peut être accusé de jouer un rôle prépondérant dans le baïoudh ([1]).

Étudiant à notre tour la question, nous avons trouvé d'une façon constante et à l'état de pureté un champignon dans les lésions de baïoudh. Ce champignon n'existait jamais chez les dattiers sains ni chez les dattiers morts par d'autres causes.

Les fragments de tissu malade brun rouge, immergés dans un liquide nutritif (le meilleur est le bouillon glucosé), se couronnent au bout de deux jours de houpettes. Celles-ci se réunissent bientôt en une masse spongieuse qui occupe parfois la moitié du tube et présente l'aspect de coton hydrophile flottant dans l'eau. Cette masse gagne la surface du bouillon et des filaments délicats s'étalent en étoiles multiples sur la paroi du tube au-dessus du bouillon. A la surface du liquide se forme un voile qui s'épaissit au point de former une calotte hémisphérique poudrée de rose. Les cultures sur milieux solides ont aussi cette couleur rose caractéristique. D'après M. René Maire, qui a bien voulu se charger de classer ce champignon, ses formes conidiennes le rapprochent du groupe du *Neocosmospora vasinfecta*, groupe bien connu comme phytopathogène.

Résultats numériques des ensemencements de tissus malades de baïoudh. — Le matériel a été prélevé à des dates très éloignées (décembre 1919, mai 1921) dans des palmeraies distantes les unes des autres. On ensemence des raclages faits à la spatule de platine ou des fragments de tissu rouge de $0^{cm^3},5$ environ.

110 ensemencements ont donné, à l'état de pureté, 107 fois le champignon rose.

Témoins : *Ensemencements de tissus sains de dattiers vivants ou de tissus morts par une cause banale* (section, etc.). — 60 ensemencements de tissu sain vivant ou en voie de dessiccation sont restés stériles, bien que le matériel ensemencé ait dépassé parfois le volume de 1^{cm^3}.

La reproduction expérimentale de la maladie, qui ne serait pas absolument probante en pays infecté, ne peut pas être tentée, en raison de ses dangers, dans une oasis indemne. Nous l'essaierons au laboratoire, à Alger,

([1]) E. Foex et P. Vayssière, *Journ. d'Agric. tropic.*, t. 19, 30 novembre 1919, p. 336-339.

sur des dattiers que nous élevons dans ce but depuis un an, à partir de semis faits avec des noyaux provenant de pays sains.

En conclusion, le baïoudh, maladie mortelle du dattier, qui menace de ruine nos oasis occidentales, est dû à un champignon dont l'étude expérimentale est poursuivie, en vue de trouver une médication pratique. Comme mesure prophylactique, il y a lieu de contrôler l'exportation des rejetons de dattiers des oasis contaminées.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 7 mars 1921.)

Note de M. *de Sparre*, Sur le rendement maximum des turbines :

Page 564, ligne 15, *au lieu de* $\xi = 0,9270$, $\beta_0 = 123°37'$, *lire* $\xi = 0,8262$, $\beta_0 = 133°37'$; ligne 18, *au lieu de* 25 pour 100, *lire* 15 pour 100.

(Séance du 17 mai 1921.)

Note de M. *Gustave Dumas*, Sur les contours d'encadrement :

Page 1222, remplacer l'alinéa des lignes 21, 22 et 23 par le suivant :

Z est un contour fermé, tracé sur le polyèdre unilatéral II. Les m_j sont des coefficients égaux respectivement à zéro, 1 et —1. La relation (2), sa forme l'indique, constitue une homologie sans division.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mai 1921.

Le Rhin et le Rhône, par L.-E. Bertin. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 fasc. 28cm.

The Elements of the Science of Nutrition, by Graham Lusk. Philadelphia, Saunders, 1919; 1 vol. 24cm.

Annales des Services techniques d'hygiène de la Ville de Paris. Tome I : *Compte rendu des travaux de* 1913 *à* 1919. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25cm.

Essais de Paléoconchologie comparée, par M. Cossmann. Paris, chez l'auteur, 1921; 1 vol. 28cm. (Présenté par M. Douvillé.)

Description géométrique détaillée des Alpes françaises, par Paul Helbronner. Annexe du Tome second : *Les origines iconographiques de l'œuvre géodésique.* Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 atlas 64cm,5. (Présenté par M. Appell.)

Géologie de la France, par L. de Launay. Paris, Armand Colin, 1921; 1 vol. 23cm.

Comment l'homme accroîtra progressivement les pluies des régions arides en créant et en multipliant les centres de coordination atmosphériques, par Hippolyte Dessoliers. Alger, Imprimerie algérienne, 1921; 1 fasc. 24cm.

Bibliographie des séries trigonométriques, par Maurice Lecat. Louvain-Bruxelles, chez l'auteur, 1921; 1 vol. 25cm.

Détermination en vol du point estimé, par L. Dunoyer. Extrait de la *Technique Aéronautique* de mars 1921; 1 fasc. 26cm.

Acta mathematica. Journal rédigé par G. Mittag-Leffler. Tome 38 : *Henri Poincaré in memoriam.* Stockholm, Almquist et Wiksells, 1921; 1 vol. 28cm,5. (Présenté par M. Appell.)

Les disciplines d'une Science. La Chimie, par G. Urbain. Paris, Gaston Doin, 1921; 1 vol. 18cm.

Leçons d'Électrotechnique générale professées à l'École supérieure d'Électricité, par P. Janet. Tome I : *Généralités. Courants continus.* Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25cm.

(*A suivre.*)

N° 25.

TABLE DES ARTICLES (Séance du 20 Juin 1921)

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CORRESPONDANCE.

N° 25.

SUITE DE LA TABLE DES ARTICLES.

CORRESPONDANCE (*suite*)

54466 — 6-21 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS et Cie
Quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : E. Thouzellier.

1921

PREMIER SEMESTRE

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME 172.

N° 26 (27 Juin 1921).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Quai des Grands-Augustins, 55.

—

1921.

RÈGLEMENT RELATIF AUX COMPTES RENDUS

ADOPTÉ DANS LES SÉANCES DES 23 JUIN 1862 ET 24 MAI 1875.

Les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie* se composent des extraits des travaux de ses Membres et de l'analyse des Mémoires ou Notes présentés par des savants étrangers à l'Académie.

Chaque cahier ou numéro des *Comptes rendus* a 48 pages ou 6 feuilles en moyenne.

26 numéros composent un volume.

Il y a deux volumes par année.

ARTICLE 1er. — *Impression des travaux de l'Académie.*

Les extraits des Mémoires présentés par un Membre ou par un Associé étranger de l'Académie comprennent au plus 6 pages par numéro.

Un Membre de l'Académie ne peut donner aux *Comptes rendus* plus de 50 pages par année.

Toute Note manuscrite d'un Membre de l'Académie ou d'une personne étrangère ne pourra paraître dans le *Compte rendu* de la semaine que si elle a été remise le jour même de la séance.

Les Rapports ordinaires sont soumis à la même limite que les Mémoires; mais ils ne sont pas compris dans les 50 pages accordées à chaque Membre.

Les Rapports et Instructions demandés par le Gouvernement sont imprimés en entier.

Les extraits des Mémoires lus ou communiqués par les Correspondants de l'Académie comprennent au plus 4 pages par numéro.

Un Correspondant de l'Académie ne peut donner plus de 32 pages par année.

Les *Comptes rendus* ne reproduisent pas les discussions verbales qui s'élèvent dans le sein de l'Académie; cependant, si les Membres qui y ont pris part désirent qu'il en soit fait mention, ils doivent rédiger, séance tenante, des Notes sommaires, dont ils donnent lecture à l'Académie avant de les remettre au Bureau. L'impression de ces Notes ne préjudicie en rien au droit qu'ont ces Membres de lire, dans les séances suivantes, des Notes ou Mémoires sur l'objet de leur discussion.

Les Programmes des prix proposés par l'Académie sont imprimés dans les *Comptes rendus*, mais les Rapports relatifs aux prix décernés ne le sont qu'autant que l'Académie l'aura décidé.

Les Notices ou Discours prononcés en Séance publique ne font pas partie des *Comptes rendus*.

ARTICLE 2. — *Impression des travaux des Savants étrangers à l'Académie.*

Les Mémoires lus ou présentés par des personnes qui ne sont pas Membres ou Correspondants de l'Académie peuvent être l'objet d'une analyse ou d'un résumé qui ne dépasse pas 3 pages.

Les Membres qui présentent ces Mémoires sont tenus de les réduire au nombre de pages requis. Le Membre qui fait la présentation est toujours nommé; mais les Secrétaires ont le droit de réduire cet extrait autant qu'ils le jugent convenable, comme ils le font pour les articles ordinaires de la correspondance officielle de l'Académie.

ARTICLE 3.

Le *bon à tirer* de chaque Membre doit être remis à l'Imprimerie le mercredi avant midi; faute d'être remis à temps, le titre seul du Mémoire est inséré dans le *Compte rendu* actuel, et l'extrait est renvoyé au *Compte rendu* suivant et mis à la fin du cahier.

ARTICLE 4. — *Planches et tirage à part.*

Les *Comptes rendus* ne contiennent ni planches, ni figures.

Dans le cas exceptionnel où des figures seraient autorisées, l'espace occupé par ces figures comptera pour l'étendue réglementaire.

Le tirage à part des articles est aux frais des auteurs; il n'y a d'exception que pour les Rapports et les Instructions demandés par le Gouvernement.

ARTICLE 5.

Tous les six mois, la Commission administrative fait un Rapport sur la situation des *Comptes rendus* après l'impression de chaque volume.

Les Secrétaires sont chargés de l'exécution du présent règlement.

Les savants étrangers à l'Académie qui désirent faire présenter leurs Mémoires par MM. les Secrétaires perpétuels sont priés de les déposer au Secrétariat au plus tard le Samedi qui précède la séance avant 5 heures. Autrement la présentation sera remise à la séance suivante.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JUIN 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les familles complètes de figures intégrales d'un système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre.* Note (¹) de M. **Riquier.**

I. Dans l'espace $[[x, y, \ldots]]$, nous nommerons *figure* un ensemble de *points* défini par un système d'équations reliant les *n coordonnées*, réelles ou imaginaires, $x, y, \ldots$; point *ordinaire* d'une figure un point tel, que, dans un voisinage suffisamment rapproché du point, la figure puisse être définie à l'aide d'un système *réduit* d'équations normalement résolubles. Nous bornant à la considération exclusive de ce voisinage, et supposant tour à tour que le système réduit comprenne 1, 2, 3, ... équations, nous dirons, suivant le cas, que la figure est à $n-1$, $n-2$, $n-3$, ... *dimensions*. Deux systèmes réduits numériquement équivalents, et, par suite, nécessairement composés d'un même nombre d'équations, définissent deux figures identiques. Si, désignant par p et p' deux entiers différents, on suppose que deux systèmes réduits, S et S', comprennent respectivement p et p' équations, et que le premier, S, soit une conséquence numérique du second, S', on a nécessairement $p < p'$, d'où $n-p > n-p'$; et la figure à $n-p'$ dimensions que définit S' sera dite *située sur* la figure à $n-p$ dimensions que définit S; inversement, la figure S sera dite *contenir* la figure S'.

Une figure à $n-p$ dimensions, définie par un système réduit de p équations, peut encore se représenter à l'aide d'un groupe de n formules égalant

(¹) Séance du 20 juin 1921.

les n coordonnées $x, y, \ldots$ à n fonctions analytiques et régulières de $n-p$ arbitraires, de telle façon que $n-p$ de ces formules, convenablement choisies, soient résolubles par rapport aux arbitraires : de ces deux modes de représentation, le premier sera qualifié de *réduit*, le second de *paramétrique*.

II. Considérons deux figures ayant un point commun, ordinaire pour chacune d'elles; désignons par $n-p$, $n-r$ leurs nombres respectifs de dimensions, et supposons $n-p \geqq n-r$. Les deux figures étant, dans le voisinage de ce point initial, représentées, la première (celle à $n-p$ dimensions), suivant le mode réduit, par le système des p équations

$$f_1(x, y, \ldots)=0, \quad f_2(x, y, \ldots)=0, \quad \ldots, \quad f_p(x, y, \ldots)=0,$$

la seconde (celle à $n-r$ dimensions), suivant le mode paramétrique, à l'aide des n formules

$$x=\xi(s, t, \ldots), \quad y=\eta(s, t, \ldots), \quad \ldots,$$

les p fonctions composées

$$(1) \qquad \left\{\begin{array}{l} f_1[\xi(s, t, \ldots), \eta(s, t, \ldots), \ldots], \\ f_2[\xi(s, t, \ldots), \eta(s, t, \ldots), \ldots], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ f_p[\xi(s, t, \ldots), \eta(s, t, \ldots), \ldots] \end{array}\right.$$

ont évidemment des valeurs initiales nulles. Cela posé, et en désignant par g un entier positif ou nul, si les fonctions (1) et toutes leurs dérivées (relatives aux $n-r$ variables $s, t, \ldots$) jusqu'à l'ordre g inclusivement ont des valeurs initiales nulles, sans que toutes celles d'ordre $g+1$ jouissent à la fois de cette propriété, les deux figures seront dites avoir au point considéré un *contact d'ordre g*.

III. Soient $x, y, \ldots$ et $u, v, \ldots$ deux groupes de variables, en contenant respectivement h et k : si, dans l'espace à $h+k$ dimensions

$$[[x, y, \ldots, u, v, \ldots]],$$

deux figures à h dimensions contiennent l'une et l'autre une même figure à $h-q$ dimensions ($0 \leqq q \leqq h$), et si, en tout point de cette dernière, elles ont l'une avec l'autre un contact proprement dit (c'est-à-dire d'ordre supérieur à zéro), elles seront dites avoir l'une avec l'autre, suivant cette dernière, un *raccordement de genre $h-q$*.

Supposons actuellement qu'une famille, $\mathfrak{F}_h$, de figures à h dimensions,

dépendant des q paramètres $a_1, a_2, \ldots, a_q$, soit définie à l'aide d'un système de k équations entre $x, y, \ldots, u, v, \ldots, a_1, a_2, \ldots, a_q$ (et que ce système soit, comme de raison, résoluble par rapport à quelque groupe de k coordonnées, $u, v, \ldots$ par exemple). On peut se proposer de rechercher s'il existe quelque figure fixe à h dimensions avec laquelle chacune des figures $\mathcal{F}_h$ présente un raccordement de genre $h-q$: ce problème, qui dépend d'un système de $k(q+1)$ équations finies à $k+q$ fonctions inconnues, n'est pas toujours possible; en supposant qu'il le soit, la figure fixe obtenue se nommera l'*enveloppe* des figures $\mathcal{F}_h$.

IV. Supposons qu'un système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, impliquant les k fonctions inconnues $u, v, \ldots$ des h variables indépendantes $x, y, \ldots$, soit résolu par rapport à un groupe de dérivées (premières) de $u, v, \ldots$. Pour disposer nettement les équations d'un système de cette espèce, on peut les écrire dans les cases d'un quadrillage rectangulaire dont les lignes correspondent aux variables $x, y, \ldots$ et les colonnes aux inconnues $u, v, \ldots$, en mettant l'équation qui aurait, par exemple, $\frac{\partial u}{\partial x}$ pour premier membre, dans la case qui appartient à la fois à la colonne (u) et à la ligne (x) : on obtient ainsi une sorte de damier où les cases pleines et vides peuvent offrir des dispositions relatives variées. Si, pour fixer les idées, on considère un système du premier ordre, S, impliquant les deux fonctions inconnues u, v des quatre variables indépendantes x, y, z, s, et résolu par rapport aux trois dérivées $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}$, le damier dont il s'agit contiendra trois cases pleines, correspondant à ces trois dérivées, et cinq cases vides, correspondant aux dérivées restantes $\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial s}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial s}$; ces dernières figureront, avec x, y, z, s, u, v, dans les seconds membres du système.

Cela posé, nous dirons qu'une figure à 4 dimensions, définie, dans l'espace à $4+2$ dimensions $[[x, y, z, s, u, v]]$, par un groupe réduit de deux équations finies, est une *figure intégrale* du système S, si ce groupe réduit est résoluble par rapport aux deux coordonnées u, v, et que, après résolution, il fournisse un groupe d'intégrales particulières de S. La figure intégrale sera dite *ordinaire*, si l'on peut assigner à (x, y, z, s) quelque champ de variation tel, que non seulement les intégrales dont il s'agit y soient analytiques et régulières, mais que, de plus, leurs valeurs, prises conjointement avec celles de leurs dérivées premières et des variables x, y, z, s, restent toujours intérieures à quelque domaine où tous les seconds

membres du système S soient eux-mêmes des fonctions analytiques et régulières. Une figure intégrale non ordinaire sera dite *singulière*.

V. Le système S étant supposé *complètement intégrable*, ajoutons au nombre des cases vides de son damier celui des fonctions inconnues que le système implique, ce qui donne le total 7; puis, en même temps que le système S, considérons les deux relations

$$(2)\qquad \begin{cases} F(u, v, x, y, z, s, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta, \lambda, \mu) = 0, \\ H(u, v, x, y, z, s, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta, \lambda, \mu) = 0, \end{cases}$$

où figurent, avec x, y, z, s, u, v, les sept constantes arbitraires α, β, γ, δ, θ, λ, μ. Les relations (2) étant supposées résolubles par rapport à u, v, exécutons sur elles les diverses différentiations premières relatives à x, y, z, s, en traitant u, v comme des fonctions de x, y, z, s, α, β, γ, δ, θ, λ, μ; il vient ainsi

$$(3)\qquad \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = 0, & \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y} = 0, & \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial v}\frac{\partial}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial z} = 0, & \frac{\partial H}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial s} + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial s} = 0, & \frac{\partial H}{\partial s} + \frac{\partial H}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial H}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial s} = 0. \end{cases}$$

Cela étant, les relations (2) seront dites définir une famille *complète* de figures intégrales ordinaires du système S, si les deux conditions suivantes se trouvent à la fois satisfaites : 1° *En même temps que les relations* (2) *sont résolubles par rapport aux inconnues* u, v, *le système formé par les dix équations* (2) *et* (3) *est résoluble par rapport aux dix quantités* $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial z}$, α, β, γ, δ, θ, λ, μ; 2° *par l'attribution à* α, β, γ, δ, θ, λ, μ *de toutes valeurs numériques, les relations* (2) *donnent des figures intégrales ordinaires de* S.

VI. Désignons par j un entier auquel on attribuera tour à tour les diverses valeurs telles : 1° que j soit supérieur à zéro; 2° qu'il soit au plus égal au nombre des constantes arbitraires, c'est-à-dire à 7; 3° qu'il soit au moins égal à ce même nombre, diminué du nombre des variables indépendantes, c'est-à-dire à 3. Cela posé, et *les relations* (2) *étant supposées définir une famille complète de figures intégrales ordinaires du système* S, *il suffit, pour avoir sans aucune figure étrangère toutes les figures intégrales ordinaires de ce système, d'effectuer de toutes les manières possibles l'opération consistant :*

1° *à remplacer, dans les relations* (2), j *des* 7 *paramètres* α, β, γ, δ, θ, λ, μ *par autant de fonctions arbitraires des* $7-j$ *paramètres restants;* 2° *à prendre, chaque fois qu'elle existe, l'enveloppe des figures de la sous-famille ainsi obtenue.*

L'entier j recevant tour à tour les cinq valeurs 7, 6, 5, 4, 3, on peut partager en cinq groupes correspondants les figures intégrales ordinaires de S; *ces groupes n'ont deux à deux aucune figure commune.*

M. L. Bertin fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Le Vieux Japon.*

NOMINATIONS.

La Faculté de Médecine de Montpellier invite l'Académie à se faire représenter à la célébration du septième centenaire de sa fondation qui aura lieu le 5 novembre prochain.

MM. L. Guignard, Henneguy, Viala, Widal, Bazy sont désignés pour représenter l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre des Affaires étrangères transmet une liste de 64 *espèces de moustiques* découvertes jusqu'à ce jour *au Costa-Rica.*

(Renvoi à l'examen de M. E. Bouvier.)

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

L. Stockhammer. *La stéréoscopie rationnelle.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles des fonctions hypergéométriques les plus générales.* Note de M. **J. Kampé de Fériet**, présentée par M. Appell.

I. Dans des Notes récentes, M. R. Birkeland [1] a donné le développement des racines d'une équation algébrique, en introduisant comme élément analytique des fonctions de n variables qu'il nomme, en élargissant le sens habituel de ce mot : *fonctions hypergéométriques*. En nous bornant au cas de $n = 2$, soit

$$F(x, y) = \Sigma a_{m,n} x^m y^n$$

une telle fonction; elle est caractérisée par la condition que *les rapports* $\frac{a_{m+1,n}}{a_{m,n}}$ *et* $\frac{a_{m,n+1}}{a_{m,n}}$ *soient des fonctions rationnelles de m et de n :*

$$(1) \qquad \frac{a_{m+1,n}}{a_{m,n}} = \frac{P(m, n)}{R(m, n)}, \qquad \frac{a_{m,n+1}}{a_{m,n}} = \frac{Q(m, n)}{S(m, n)},$$

P, Q, R, S désignant des polynomes en m et n, soumis seulement aux restrictions suivantes : 1° les degrés de P et Q sont au plus égaux respectivement à ceux de R et S; 2° R et S ne s'annulent pour aucune valeur des entiers positifs m et n; 3° la condition de compatibilité

$$\frac{P(m, n+1)}{R(m, n+1)} \frac{Q(m, n)}{S(m, n)} - \frac{P(m, n)}{R(m, n)} \frac{Q(m+1, n)}{S(m+1, n)} = 0$$

est vérifiée quels que soient m et n.

Ces fonctions n'ont, je crois, été l'objet d'une étude approfondie que dans le cas où, le degré de P, Q, R, S étant au plus égal à deux, $F(x, y)$ se ramène à l'une des quatre fonctions hypergéométriques de M. Appell ou à leurs dégénérescences. Au point de vue général, M. Hj. Mellin [2] a donné (sous forme symbolique) un système de deux équations aux dérivées partielles vérifiées par $F(x, y)$ dans un cas étendu : celui où les polynomes sont décomposés en facteurs linéaires, $am + bn + c$. *Je me propose de montrer que*, P, Q, R, S *étant donnés, on peut (sans faire d'hypothèse sur la possibi-*

---

[1] R. Birkeland, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1370; t. 172, 1921, p. 309 et 1155.

[2] Hj. Mellin, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 658.

lité de leur décomposition en facteurs linéaires), former très simplement un système d'équations aux dérivées partielles vérifiées par $F(x, y)$, *lorsqu'on a, au préalable, écrit ces polynomes sous une forme appropriée.*

II. Un polynome arbitraire $\Pi(m, n)$ peut toujours se mettre sous la forme

$$(2)\qquad \Pi(m, n) = \Sigma\lambda_{j,k} A_m^j A_n^k,$$
$$A_m^j = m(m-1)\ldots(m-j+1), \qquad A_n^k = n(n-1)\ldots(n-k+1);$$

les coefficients $\lambda_{j,k}$ se déterminent par les formules

$$(1, j)(1, k)\lambda_{j,k} = \sum_{r=0,\, s=0}^{r=j,\, s=k} \frac{(-j, r)(-k, s)}{(1, r)(1, s)} \Pi(j-r, k-s);$$

en outre, il est clair qu'on a l'identité

$$(3)\qquad x^m y^n \Pi(m, n) = \Sigma\lambda_{j,k} x^j y^k \frac{\partial^{j+k}}{\partial x^j\, \partial y^k}(x^m y^n).$$

Ceci posé, mettons les polynomes donnés sous la forme (2) de la manière suivante :

$$P(m, n) = \Sigma\alpha_{j,k} A_m^j A_n^k, \qquad Q(m, n) = \Sigma\beta_{j,k} A_m^j A_n^k,$$
$$R(m-1, n) = \Sigma\rho_{j,k} A_m^j A_n^k, \qquad S(m, n-1) = \Sigma\sigma_{j,k} A_m^j A_n^k.$$

Il est alors aisé de démontrer que $F(x, y)$ vérifie les deux équations

$$(4)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left[\Sigma(\rho_{j,k} - \alpha_{j,k} x) x^j y^k \frac{\partial^{j+k} F}{\partial x^j\, \partial y^k}\right] = 0,$$

$$(4')\qquad \frac{\partial}{\partial y}\left[\Sigma(\sigma_{j,k} - \beta_{j,k} y) x^j y^k \frac{\partial^{j+k} F}{\partial x^j\, \partial y^k}\right] = 0.$$

En effet, d'après l'identité (3), les coefficients de $x^m y^n$ dans les crochets de (4) et de (4') ont pour expressions

$$a_{m,n} R(m-1, n) - a_{m-1,n} P(m-1, n)$$

et

$$a_{m,n} S(m, n-1) - a_{m,n-1} Q(m, n-1),$$

quantités identiquement nulles en vertu des conditions (1) (la première pour $m \geqq 1$, la deuxième pour $n \geqq 1$).

L'ordre des équations (4) et (4') est respectivement égal au degré des polynomes R et S augmenté d'une unité. Lorsque R et S contiennent en facteur respectivement $(m+1)$ et $(n+1)$, ce qui entraîne

$$\rho_{0,k} = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \ldots), \qquad \sigma_{j,0} = 0 \quad (j = 0, 1, 2, \ldots),$$

le système s'écrit simplement

$$\Sigma(\rho_{j,k}-\alpha_{j,k}x)x^j y^k \frac{\partial^{j+k}F}{\partial x^j \partial y^k}=0, \tag{5}$$

$$\Sigma(\sigma_{j,k}-\beta_{j,k}y)x^j y^k \frac{\partial^{j+k}F}{\partial x^j \partial y^k}=0, \tag{5'}$$

en outre l'équation (5) est divisible par x et (5′) par y.

III. Les fonctions hypergéométriques de M. Appell et leurs dégénérescences appartiennent à ce dernier type; pour $F_2(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma', x, y)$, par exemple :

$$P(m, n)=(\alpha+m+n)(\beta+m), \qquad R(m, n)=(\gamma+m)(1+m),$$

d'où

$$\begin{array}{llllll} \alpha_{0,0}=\alpha\beta, & \alpha_{1,0}=\alpha+\beta+1, & \alpha_{0,1}=\beta, & \alpha_{2,0}=1, & \alpha_{1,1}=1, & \alpha_{0,2}=0, \\ \rho_{0,0}=0, & \rho_{1,0}=\gamma, & \rho_{0,1}=0, & \rho_{2,0}=1, & \rho_{1,1}=0, & \rho_{0,2}=0; \end{array}$$

ces valeurs, portées dans (5), redonnent bien la première équation de M. Appell.

Voici un exemple où P et R sont de degré p, Q et S de degré q :

$$\begin{aligned} x, y, p, q) &= \frac{1}{\Gamma(p)\Gamma(q)}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\frac{u^{p-1}v^{q-1}e^{-u-v}}{1-xe^{-u}-ye^{-v}}\,du\,dv \\ &= \sum\frac{(1, m+n)}{(1, m)(1, n)}\frac{x^m}{(m+1)^p}\frac{y^n}{(n+1)^q} \qquad (p, q \text{ entiers positifs}). \end{aligned}$$

Cette fonction hypergéométrique vérifie le système

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(1-x)\left(\sum_{j=0}^{j=p} D_p^j x^j \frac{\partial^j \zeta}{\partial x^j}\right)-xy\frac{\partial}{\partial y}\left(\sum_{j=0}^{j=p-1} D_{p-1}^j x^j \frac{\partial^j \zeta}{\partial x^j}\right)\right]=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y)\left(\sum_{j=0}^{j=q} D_q^j y^j \frac{\partial^j \zeta}{\partial y^j}\right)-xy\frac{\partial}{\partial x}\left(\sum_{j=0}^{j=q-1} D_{q-1}^j y^j \frac{\partial^j \zeta}{\partial y^j}\right)\right]=0,$$

où les D_p^j sont des nombres entiers

$$D_p^j=(j+1)^p-\frac{j}{1}(j)^p+\frac{j(j-1)}{1.2}(j-1)^p-\ldots.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes aux dérivées partielles comprenant autant d'équations que de fonctions inconnues*. Note de M. **Maurice Janet**, présentée par M. Hadamard.

1. On possède des méthodes générales qui permettent, étant donné un système quelconque d'équations aux dérivées partielles (analytique) : 1° de reconnaître s'il est possible; 2° dans l'affirmative, d'indiquer le degré de généralité de sa solution. Mais, en raison même de leur puissance, ces méthodes semblent souvent insuffisantes dans la pratique : on sait qu'elles *doivent* aboutir « au bout d'un nombre fini d'opérations »; encore peuvent-elles exiger un temps fort long et peut-on demander de les *voir* aboutir pour un système de forme simple donnée. C'est à une question de ce genre que nous nous proposerons de répondre pour certains systèmes assez généraux dont l'étude semble s'imposer d'elle-même.

Soient A_{ik} des expressions différentielles linéaires (¹) $(i, k = 1, 2, \ldots, N)$ en nombre N^2. Nous dirons que les expressions

$$U_i = \sum_{k=1}^{k=N} A_{ik}(u_k)$$

sont *indépendantes* s'il n'existe aucun système B_i d'expressions différentielles linéaires (non toutes identiquement nulles) telles que l'on ait

$$\sum_{i=1}^{i=N} B_i(U_i) = 0$$

pour tout choix possible des fonctions $u_1, u_2, \ldots, u_N$.

Supposons que l'on égale les N expressions U_i respectivement à des fonctions données f_i des n variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$; on obtient ainsi un système de N équations linéaires (E_i) aux N inconnues u_i; dans le cas où les expressions U_i sont *indépendantes*, nous dirons que les équations E_i le sont. Un tel système est évidemment possible quelles que soient les f. Que peut-on dire du *degré de généralité* de sa solution?

(¹) Une expression différentielle linéaire $A(u)$ est une somme d'un nombre fini d'expressions de la forme $a_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n} \dfrac{\partial^{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n} u}{\partial x_1^{\alpha_1}\,\partial x_2^{\alpha_2}\ldots\partial x_n^{\alpha_n}}$, où les a sont des fonctions données des variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Une telle expression est dite identiquement nulle si tous les a qui y figurent sont identiquement nuls.

2. On peut se borner aux systèmes du premier ordre sans restreindre la portée du problème posé. La réponse est alors presque immédiate lorsque $N = 2$.

Si le système n'est pas susceptible d'être mis sous la forme *normale* de Cauchy (même en utilisant un changement de variables), on s'assure aisément qu'après un changement linéaire éventuel de fonctions inconnues, l'une des fonctions u satisfait à *une seule* équation (d'ordre 1 ou 0), l'autre, v, étant parfaitement déterminée en fonction de u et des dérivées premières de u. En excluant le cas où les *deux* fonctions se trouvent entièrement déterminées, la solution générale dépend (1) donc soit de deux, soit de une fonction arbitraire de $n-1$ variables.

3. Nous considérerons ici un système *quelconque de trois équations linéaires du premier ordre aux trois fonctions inconnues* u, v, w, en supposant seulement que ces équations sont *indépendantes*. Dans le cas où les équations sont résolubles (après changement éventuel de variables indépendantes) par rapport à $\frac{\partial u}{\partial x_1}$, $\frac{\partial v}{\partial x_1}$, $\frac{\partial w}{\partial x_1}$, on sait que la solution dépend de *trois* fonctions arbitraires de $n-1$ variables. Excluons ce cas, qui est classique. Excluons aussi les cas dont l'étude est immédiate, où, par de simples combinaisons linéaires des équations données et par un changement linéaire (éventuel) des fonctions inconnues, on peut ramener le système donné à l'une des formes (a), (b), (c) :

a. Un système de deux équations indépendantes du premier ordre en u, v, et une équation déterminant complètement w en fonction de u, v (et de leurs dérivées premières);

b. Une équation d'ordre 1 (ou 0) en u seul; une équation déterminant complètement v en fonction de u (et de ses dérivées premières); une équation d'ordre au plus 1 en u, v, w, contenant effectivement des termes en w (d'ordre au plus 1);

c. Deux équations déterminant respectivement u, v en fonction de w (et de ses dérivées premières); une équation du premier ordre en u, v, w. La fonction w satisfait alors évidemment à une *seule* équation dont l'ordre est 2, 1 ou 0.

---

(1) Les théorèmes généraux d'existence permettent de donner à cette expression un sens précis : d'une manière générale, en appelant *genre* d'une arbitraire le nombre de ses variables, on sait que le *genre maximum* λ des arbitraires, et le *nombre* μ des arbitraires de *genre maximum* conservent la même valeur quelles que soient la forme canonique et les variables indépendantes choisies; le degré de généralité est caractérisé, à notre point de vue actuel, par les deux nombres λ, μ.

On voit immédiatement que la solution d'un système de l'une des formes a, b, c peut dépendre de deux ou de une fonction arbitraire de $n - 1$ variables, ou encore être entièrement déterminée.

Les cas précédents étant exclus ([1]), nous *démontrons qu'on peut toujours, par simples combinaisons linéaires d'équations et changement linéaire de fonctions inconnues, ramener le système proposé* à la forme

$$(1)\quad \begin{cases} E(u, v, w) \equiv R(v) - Q(w) + a\,u + b\,v + c\,w = f, \\ F(u, v, w) \equiv P(w) - R(u) + a'u + b'v + c'w = f', \\ G(u, v, w) \equiv Q(u) - P(v) + a''u + b''v + c''w = f'', \end{cases}$$

où P, Q, R sont trois expressions différentielles linéaires ne renfermant que des termes du premier ordre et dont aucune n'est combinaison linéaire des deux autres (a, b, ..., f'' fonctions connues).

La solution générale d'un tel système dépend soit de deux, soit de une fonction arbitraire de $n - 1$ variables; ou, plus correctement, le *genre maximum* λ des arbitraires dont dépend la solution est, *dans tous les cas*, $n - 1$, et le nombre μ de ces arbitraires de genre $n - 1$ est, *suivant les cas*, 2 ou 1.

4. L'étude précédente pose d'elle-même la question suivante : « Étant donné un système linéaire comprenant *autant* d'équations que de fonctions inconnues; si ces équations sont supposées *indépendantes*, peut-on affirmer que la solution, ou bien est *entièrement déterminée*, ou bien dépend de *fonctions arbitraires de $n - 1$ variables?* ».

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de fonctions transcendantes.* Note de M. **Théodore Varopoulos**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit $u = \varphi(x)$ une fonction de x ayant un nombre ν fini de branches satisfaisant à l'équation

$$f(u, x) = u^\nu + A_1(x)u^{\nu-1} + A_2(x)u^{\nu-2} + \ldots + A_\nu(x) = 0,$$

où $A_i(x)$ désignent des fonctions entières. En vertu du théorème sui-

([1]) On rencontre dans la théorie de la déformation des surfaces le système

$$Sx_u X_u = a, \qquad Sx_u X_v + x_v X_u = b, \qquad Sx_v X_v = c,$$

où x, y, z sont des fonctions inconnues et X, Y, Z, a, b, c des fonctions données des deux variables u, v; en prenant trois nouvelles fonctions inconnues, parmi lesquelles SxX_u et SxX_v, on voit que ce système est du type (a).

vant (¹) : *Une transcendante algébroïde quelconque à ν branches prend dans le domaine de l'infini toutes les valeurs sauf, peut-être, 2ν au plus, l'infini compris*, théorème qui est l'extension aux fonctions multiformes du célèbre théorème de M. Picard, le nombre des *valeurs exceptionnelles* de la fonction $\varphi(x)$ ne surpasse jamais 2ν.

2. Dans cette Note nous allons établir un théorème qui concerne le nombre des valeurs exceptionnelles d'une classe, assez générale d'ailleurs, de fonctions du type précédent. C'est le théorème suivant :

Théorème. — *Considérons la transcendante $u = \varphi(x)$ définie par l'équation suivante*

$$f(u, x) = u^\nu + A_1(x)u^{\nu-1} + A_2(x)u^{\nu-2} + \ldots + A_{\nu-1}(x)u + A_\nu(x) = 0,$$

$A_i(x)$ étant des fonctions entières.

Si les fonctions $A_i(x)$ $(i = 1, 2, \ldots, \nu)$ ont, au moins, une racine commune $x = a$ et si $(\nu - 1)$ fonctions quelconques parmi ces $A_i(x)$ ont aussi une racine commune $x = \beta \neq a$, l'ensemble des valeurs exceptionnelles de $u = \varphi(x)$ ne surpasse jamais $\nu + 1$, l'infini compris.

La démonstration du théorème que nous venons d'énoncer se fait par la méthode d'élimination qui est devenue classique depuis les travaux de M. Rémoundos sur les fonctions multiformes, et s'appuie sur le fait qu'on ne peut pas avoir de valeurs de u, u_i et u_j pour lesquelles le rapport $\frac{f(u_i, x)}{f(u_j, x)}$ est une constante.

L'importance de ce théorème réside dans le fait qu'ici le nombre 2ν est remplacé par $\nu + 1$.

Enfin, nous signalons que nous pouvons en tirer des conséquences tout à fait analogues à celles que nous avons déjà établies dans une Note précédente (²).

GÉOMÉTRIE. — *Sur les lignes de courbure des quadriques.* Note de M. d'Ocagne, présentée par M. Hadamard.

Je ne sais si l'on a déjà formulé explicitement la remarque que *les huit génératrices isotropes d'une quadrique constituent une solution singulière de*

(¹) Thèse de M. Rémoundos, Paris, 1915, p. 13.
(²) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 144.

l'équation différentielle des lignes de courbure de cette quadrique, et, par suite, qu'*elles forment l'enveloppe de ces lignes de courbure.*

On peut, en tout cas, établir très simplement cette remarque par le raisonnement purement synthétique que voici :

En tout point M d'une telle génératrice isotrope MI, le plan tangent à la quadrique contient : 1° une seconde droite isotrope MJ ; 2° la seconde génératrice rectiligne MG de la surface.

Les directions principales en M sont conjuguées par rapport aux génératrices MI et MG ; mais, puisqu'elles sont rectangulaires, elles le sont aussi par rapport aux droites isotropes MI et MJ ; et, comme ces deux couples de droites ont en commun la droite MI, il n'en peut être ainsi qu'autant que les deux directions principales se confondent avec cette droite MI, ce qui établit la proposition.

La projection, sur un plan principal, des huit génératrices isotropes se composant des tangentes menées à la section principale correspondante par les quatre ombilics qu'elle contient, il résulte de là que *les projections des lignes de courbure d'une quadrique sur un de ses plans principaux se confondent avec les coniques inscrites dans le losange formé par les tangentes à la section contenue dans ce plan, menées par les ombilics qui appartiennent à cette section.*

Toutes les quadriques pour lesquelles ces tangentes sont les mêmes constituent donc *une famille pour laquelle les projections des lignes de courbure sur un plan principal commun sont les mêmes.*

Soit, par exemple, dans le plan principal Oxz (où se trouvent pour l'ellipsoïde de demi-axes $a > b > c$, les ombilics réels), le losange UWU'W' dont les sommets U et U' sont sur Ox, les sommets W et W' sur Oz.

Toutes les coniques inscrites dans ce losange sont, à la fois, les projections des lignes de courbure de toutes les quadriques ayant l'une quelconque d'entre elles pour section principale, et leurs ombilics réels aux points de contact de cette section principale, avec les côtés du losange. Il suit de là que le demi-diamètre déterminé par chacune de ces coniques sur les parallèles aux côtés du losange menées par O est égal au demi-axe b de la quadrique correspondante, situé sur Oy.

CHRONOMÉTRIE. — *Le problème de l'acheminement et les mouvements pendulaires entretenus*. Note (1) de M. **Jules Andrade**.

Quelques écrivains horlogers, sous le nom d'*acheminement*, désignent la marche plus ou moins régulière d'une machine horaire dont le balancier vient d'être lancé, jusqu'à la réalisation d'*un régime périodique limite*, caractérisé pour un instrument donné par son *amplitude de régime*. Bien que cette *convergence* vers un régime limite périodique paraisse un fait certain, sa réalisation demeure liée cependant non seulement à l'action régulière de l'échappement, mais encore à la spécialisation de *certaines hypothèses faites tacitement* sur les lois du choc. Pour développer cette remarque j'envisage le cas d'un mouvement pendulaire entretenu par l'impulsion réparatrice de l'usure d'énergie qui est due à un frottement constant.

Dans ces conditions, je me propose de discuter la convergence de l'établissement d'un régime limite lorsque *le choc réparateur, instantané*, se traduit par un accroissement instantané d'une puissance constante p de la vitesse; en d'autres termes, je suppose que la grandeur mécanique constante se transmettant dans le choc réparateur soit de l'ordre d'homogénéité d'une puissance positive p d'une vitesse et je ne considère que les cas où la puissance p est positive et supérieure à 1. Pour plus de simplicité, j'envisage *un échappement à coup perdu*, c'est-à-dire *ne fonctionnant que toutes les deux vibrations simples*, l'échappement fonctionnera par exemple aux oscillations de rangs 1, 3, 5, ...; si f est le décalage du point mort dû au frottement constant et si φ est, par rapport au point mort décalé, la phase de la distribution du choc de l'échappement, les semi-amplitudes initiales successives $u_0, u_2, \ldots, u_{2n}$ ou plutôt leurs valeurs absolues se succéderont suivant la loi

$$(1) \qquad [(u_{2n}+3f)^2-\varphi^2]^{\frac{p}{2}}-[(u_{2-2}-f)^2-\varphi^2]^{\frac{p}{2}}=\mathcal{K}=\text{constante positive;}$$

cette loi de récurrence définit implicitement une fonction $u_{2n}=G(u_{2n-2})$.

D'après un élégant théorème de M. Kœnigs *sur les substitutions répétées* et en envisageant la valeur de régime α définie par la relation

$$(2) \qquad [(\alpha+3f)^2-\varphi^2]^{\frac{p}{2}}-[(\alpha-f)^2-\varphi^2]^{\frac{p}{2}}=\mathcal{K},$$

nous pourrons utiliser comme condition de *convergence assurée* la condi-

(1) Séance du 20 juin 1921.

tion $|G'(\alpha)| < 1$, et comme condition de *divergence assurée* la condition $|G'(\alpha)| > 1$.

Or nous aurons ici

$$(3) \qquad G'(\alpha) = \left(\frac{\alpha - f}{\alpha + 3f}\right)^{p-1} \left(\frac{1 - \frac{\varphi^2}{(\alpha - f)^2}}{1 - \frac{\varphi^2}{(\alpha + 3f)^2}}\right)^{\beta} \qquad \text{où} \qquad \beta = \frac{p-2}{2};$$

d'où, pour $\frac{f}{\alpha}$ petit, les conclusions suivantes :

1° Convergence certaine pour $p \geqq 2$;

2° Pour $\frac{\varphi^2}{\alpha^2}$ et $\frac{f}{\alpha}$ de même ordre de petitesse, convergence certaine si

$$p - 1 > \frac{\frac{\varphi^2}{\alpha^2}}{1 + \frac{\varphi^2}{\alpha^2}};$$

3° Pour $\frac{\varphi^2}{\alpha^2} < 1$, mais modérément petit, et $\frac{f}{\alpha}$ toujours petit, convergence certaine si

$$\frac{\varphi^2}{(\alpha - f)^2} < \frac{p-1}{2};$$

4° La condition $\varphi = 0$ assure un isochronisme rigoureux quand $p > 1$;

5° Ainsi donc un échappement instantané agissant non pas au véritable point mort, *mais au point mort décalé*, assure à la fois un rigoureux isochronisme et un acheminement convergent toutes les fois que *p est supérieur à* 1;

6° Le cas de $p = 1$ et de $\varphi = f$ donne toujours divergence;

7° Le cas de $p = 1$ et de $\varphi = 0$ produirait l'arrêt du mouvement, sauf dans un cas singulier instable.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Équilibre et stabilité des appareils élastiques.* Note de M. A. **Thuloup**, présentée par M. Bertin.

Dans sa Note *Sur le flambement des poutres et des anneaux élastiques*, publiée en 1912 (*Bulletin de l'Association technique maritime*), l'ingénieur en chef du Génie maritime Marbec a exposé succinctement les fondements de la théorie du flambement des appareils élastiques. Dans une étude récente dont voici un bref résumé, nous avons approfondi et complété les indications de Marbec.

A. Considérons un appareil élastique, de potentiel élastique Π soumis

à un système de forces (λF) : λ est un nombre variable, (F) un système de forces dérivant d'un potentiel ϖ, fonction comme Π des variables de forme α, β, ... de l'appareil. Nous pouvons donner à la fonction

$$\Theta = \Pi(\alpha, \beta, \ldots) + \lambda\varpi(\alpha, \beta, \ldots)$$

le nom de *potentiel total* de l'appareil dans l'état (λ, α, β, ...).

Bornons-nous à considérer un appareil à état initial élastiquement neutre et à déformations réversibles.

En vertu du principe de Lagrange-Dirichlet, un état (λ_1, α_1, β_1, ...) est un état d'équilibre stable si Θ_1 est un minimum de Θ.

B. Pour mettre facilement en évidence les points essentiels du problème, il est commode de s'adresser à des appareils dépendant d'un petit nombre de variables de forme. Nous avons étudié à ce point de vue les *doublets élastiques :* un tel appareil est constitué par un solide (supportant les forces λF), uni au repère fixe par des liaisons élastiques, lesquelles ne supportent aucune charge.

Soit par exemple un doublet bivariant, c'est-à-dire dépendant de deux variables de forme α, β. A chaque valeur λ_1 de λ correspond une position d'équilibre (α_1, β_1). Par rapport à trois axes $O\lambda$, $O\alpha$, $O\beta$, le point (λ_1, α_1, β_1) décrit, quand λ_1 varie de $-\infty$ à $+\infty$, *une courbe d'équilibre*.

Celle-ci comporte en général une *branche-origine* passant par le point O (état initial) et des *branches forcées*, sur lesquelles l'appareil ne peut se placer sans avoir subi transitoirement des forces autres que (λF).

Sur ces diverses branches se trouvent des *points critiques* (à distance finie ou infinie), qui séparent les portions stables des portions instables. Quand l'appareil traverse un point critique, il change de branche d'équilibre, soit par *bifurcation* sur une branche croisant la première, soit par *chavirement* sur une branche éloignée.

Le flambement est la règle sur les branches forcées; sur la branche-origine, il exige des modes de chargement spéciaux. Si l'on appelle *appareils réduits* ceux qu'on obtient en supprimant, dans l'appareil donné, les liaisons élastiques correspondant à une ou plusieurs des variables de forme, *ces chargements spéciaux sont ceux qui laissent sans déformation un des appareils réduits* (criterium de Marbec généralisé).

C. Pour un doublet univariant, la considération de deux développées

métacentriques, l'une externe, l'autre interne, permet d'exposer la question géométriquement et de mettre en évidence une intéressante analogie avec les questions d'équilibre et de stabilité des navires.

Il est très facile de réaliser un dispositif expérimental matérialisant tous les cas possibles de flambement et d'enregistrer les résultats.

D. Le flambement des poutres droites sous l'action des forces debout peut être étudié par les mêmes procédés. Nous en avons traité un cas usuel en tenant compte de l'extensibilité : l'action de celle-ci est négligeable, comme on le suppose habituellement sans démonstration.

Nous avons aussi étudié les conditions de flambement d'un ressort cylindrique, appareil pour lequel la simplification précitée n'est pas toujours admissible.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Photographies de la planète Vénus.* Note (1) de M. F. **Quénisset**, présentée par M. H. Deslandres.

Les astronomes qui ont observé la planète Vénus savent qu'on y voit très rarement des taches et que sa surface paraît le plus souvent uniformément éclairée, sauf au terminateur où existe toujours un assombrissement marqué, indice d'une atmosphère épaisse. Quelquefois, cependant, on peut observer des régions plus ou moins foncées, ainsi que des taches assez claires. Quand nous les avons vues au télescope, nous avons cherché aussi à les photographier et nous y sommes parvenu pour la première fois le 29 juin 1911 (2).

Cette année, le fait s'est encore produit, mais d'une façon plus marquée qu'en 1911 et la position de la planète, très favorable pour notre latitude, facilitait beaucoup les observations.

Comme en 1911, je me suis servi d'un excellent objectif astrophotographique taillé par M. Viennet, de l'Observatoire de Paris, d'un diamètre de $0^m,160$ et d'une distance focale de $2^m,90$. Un système de lentilles permet l'agrandissement direct de l'image focale Sur chaque plaque, nous avons eu soin de faire plusieurs images à quelques secondes d'intervalle, de façon à identifier plus sûrement les détails enregistrés et aussi pour faire la part des défauts accidentels de l'émulsion employée.

Pendant les mois de février et mars de cette année, chaque fois que l'état des images le permettait, nous avons fait un grand nombre de photogra-

(1) Séance du 20 juin 1921.

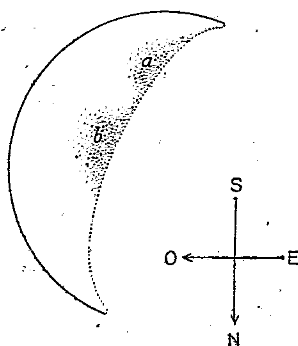
(2) *Comptes rendus,* t. 153, 1911, p. 1208.

phies de Vénus. Souvent on ne voyait rien au télescope et la photographie n'enregistrait aucun détail non plus. Quelquefois, des plages grises ou blanchâtres étaient visibles dans la lunette d'observation et la plaque sensible les enregistrait aussi. Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie une des meilleures photographies obtenues, celle du 23 février 1921 à $18^h 25^m$ (t. m. Greenwich). Ce jour-là, une observation faite à l'équatorial de $0^m,240$ nous avait révélé l'existence indéniable d'une tache grisâtre très marquée sur le terminateur de la planète, près du centre. Aussi nous prîmes immédiatement plusieurs clichés sur des plaques de sensibilités différentes. Les images n'étaient pas calmes, une légère agitation atmosphérique leur enlevait même une certaine netteté, mais cette tache était si frappante que nous étions pour ainsi dire certain de l'obtenir sur les clichés. Et, en effet, toutes les plaques exposées la montrent avec la plus grande évidence. M. E.-M. Antoniadi, qui est un spécialiste apprécié pour l'observation des planètes, a bien voulu exécuter un dessin, extrêmement fidèle, d'après ces photographies et montrant tous les détails enregistrés. Nous le donnons ici.

Les meilleures photographies ont été obtenues sur une plaque « *Lantern* » *Eastman*, plaque lente donnant donc du contraste. Dix-sept images ont été fixées entre $18^h 20^m$ et $18^h 30^m$, avec des poses variant de 2 à 10 secondes. Le diamètre *polaire* de Vénus sur ces images mesure $3^{mm},3$. Deux de ces images, exposées seulement 2 secondes, sont trop faibles, mais les quinze autres sont excellentes et montrent, toutes, les détails suivants :

1° *Terminateur très sombre* et dégradé vers l'Ouest;

2° *Limbe occidental*, tourné vers le Soleil, *très brillant;*



3° *Tache sombre* très marquée (indiquée en *b* sur le dessin) vers le centre du terminateur et s'avançant assez loin dans la partie intérieure du croissant;

4° *Tache sombre* (*a* sur le dessin) un peu moins marquée que la précédente, mais bien visible cependant, dans la partie australe du terminateur, un peu moins étendue que la tache *b*;

5° Entre ces deux taches existe une *plage* paraissant très *blanche*, probablement par effet de contraste.

Les taches 3° et 4° (marquées *b* et *a* sur le dessin) sont donc absolument certaines et leurs photographies apportent une contribution importante à notre connaissance de l'aspect physique de la planète Vénus. Elles viennent confirmer nos observations visuelles. Quelle est leur nature? Nous montrent-elles un peu de la surface de la planète et, dans ce cas, elles seraient des éclaircies dans le voile nuageux qui recouvre la planète, ou bien sont-elles des masses plus absorbantes dans l'atmosphère vénusienne?

Le lendemain 24 février, à la même heure, nous avons repris un assez grand nombre de photographies de Vénus (21 images). Sur toutes ces images on ne voit plus les taches *a* et *b*, mais d'autres taches, bien plus faibles et plus vagues, et sensiblement à d'autres positions. Il faut donc admettre que les détails photographiés le 23 février étaient, ou bien d'origine atmosphérique sur Vénus et que, dans un intervalle de 24 heures terrestres, elles se sont modifiées considérablement, ou bien que ces mêmes taches pouvaient appartenir à la surface de la planète et que celle-ci a un mouvement de rotation très différent de celui de la Terre.

Ces premiers résultats photographiques sont encourageants et nous montrent que l'on pourrait peut-être arriver à élucider la question de la rotation de la planète, en entreprenant sa photographie systématique, dans un observatoire placé dans de bonnes conditions au double point de vue atmosphérique et instrumental.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Les formules de Frenet pour un espace de M. Weyl.* Note de M. Juvet, présentée par M. Hadamard.

M. Blaschke a donné récemment [1] les formules de Frenet pour une courbe tracée dans un espace (R_n) à métrique riemannienne, où l'on définit le déplacement parallèle comme le fait M. Levi-Cività [2]. En employant les mêmes procédés de calculs que M. Blaschke, nous avons obtenu les

(1) *Math. Zeitschrift*, 1919, Bd 6.
(2) *Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, t. 42, 1917.

formules de Frenet pour une courbe tracée dans un espace (W_n) *à métrique de Weyl.*

Un espace de Weyl (¹) à n dimensions (W_n) est une multiplicité à n dimensions où la métrique est définie par les deux formes (quadratique et linéaire) :

$$ds^2 = \sum_{i,k}^{1,\ldots,n} g_{ik}\, dx_i\, dx_k, \qquad d\varphi = \sum_{i}^{1,\ldots,n} \varphi_i\, dx_i;$$

$d\varphi$ est un invariant pour toute transformation continue (T) de la forme

$$x_i = \psi_i(y_1, \ldots, y_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

De plus, si l'on change d'étalonnage, c'est-à-dire si en chaque point $(x, \ldots, x_n)$ on prend une unité de longueur $\sqrt{\lambda}$ fois plus petite (λ = fonction continue de $x, \ldots, x_n$), les deux formes deviennent :

$$ds'^2 = \sum_{i,k}^{1,\ldots,n} \lambda g_{ik}\, dx_i\, dx_k, \qquad d\varphi' = d\varphi - \frac{d\lambda}{\lambda}.$$

Les lois de la Géométrie doivent satisfaire aux deux conditions suivantes :

1° Elles s'expriment par des formules qui sont invariantes pour toute transformation (T);

2° Ces formules restent invariantes si l'on change g_{ik} en λg_{ik}, et φ_i en $\varphi_i - \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x_i}$.

M. Weyl a défini le déplacement parallèle dans cette nouvelle conception. Soit un vecteur aux composantes $(\xi^1, \ldots, \xi^n)$ attaché au point $P(x, \ldots, x_n)$, nous dirons que sa *mesure* est

$$m = \sum_{i,k}^{1,\ldots,n} g_{ik}\xi^i\xi^k;$$

en le déplaçant par congruence de P en $P'(x_i + dx_i)$, ses composantes deviennent $\xi^i + d\xi^i$, avec

$$d\xi^i = -\frac{1}{2}\sum_{k,r,t}^{1,\ldots,n} g^{ik}\left[\frac{\partial g_{tk}}{\partial x_r} + \frac{\partial g_{kr}}{\partial x_t} - \frac{\partial g_{rt}}{\partial x_k} + g_{rk}\varphi_t + g_{tk}\varphi_r - g_{rt}\varphi_k\right]\xi^r\, dx_t.$$

Soit une courbe C, dont les équations paramétriques sont $x_i = k_i(s)$; en chaque point $P(s)$, imaginons que nous ayons fixé suivant une loi continue

(¹) Voir Weyl, *Raum, Zeit, Materie*, 4ᵉ édition, § 16.

un vecteur Ξ, dont les composantes (ξ^i) sont des fonctions continues de s; soient $P(s)$ et $P'(s+ds)$ deux points voisins, il leur correspond donc les deux vecteurs Ξ et Ξ'; déplaçons Ξ par congruence de P à P′, on obtient en P′ un vecteur Ξ^* différent en général de Ξ'; la différence $\Xi' - \Xi^*$ est un vecteur infiniment petit attaché à l'arc PP′; formons

$$\theta(\Xi) = \frac{\Xi' - \Xi^*}{ds}.$$

Nous obtenons ainsi un nouveau vecteur $\theta(\Xi)$ attaché au point $P(s)$ de la courbe C, et dépendant du champ Ξ d'une manière invariante (1). Soit alors $\Xi = \Xi_1$ aux composantes $\xi^i_{(1)} = \frac{dx_i}{ds}$. Posons ensuite

$$\begin{aligned} \theta(\Xi_1) &= \Xi_2 \text{ aux composantes } \xi^i_{(2)}, \\ \theta(\Xi_2) &= \Xi_3 \quad \text{»} \quad \xi^i_{(3)}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \theta(\Xi_{n-1}) &= \Xi_n \text{ aux composantes } \xi^i_{(n)}. \end{aligned}$$

Le n-èdre $\Xi_1, \Xi_2, \ldots, \Xi_n$ n'est pas orthogonal en général. Orthogonalisons-le suivant la méthode de M. Schmidt (2) en définissant un n-èdre formé par les n vecteurs

$$H_p = \frac{1}{\sqrt{D_{p-1} D_p}} \begin{vmatrix} (1,1), (1,2), \ldots, (1, p-1), \Xi_1 \\ (2,1), \\ \ldots\ldots, \\ (p,1), \quad \ldots, (p, p-1), \Xi_p \end{vmatrix} \qquad (p = 1, 2, - n),$$

où l'on a posé

$$(\alpha, \beta) = \sum_{ik}^{1-n} g_{ik}\, \xi^i_{(\alpha)} \xi^k_{(\beta)}; \qquad D_p = \begin{vmatrix} (1,1)\ldots(1,p) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ (p,1)\ldots(p,p) \end{vmatrix}; \qquad D_0 = 1.$$

Le n-èdre (N), $H_1, \ldots, H_n$ est orthogonal et normé, c'est-à-dire que

$$\sum_{ik}^{1-n} g_{ik}\, \eta^i_{(p)} \eta^k_{(q)} = \delta_{pq} = \begin{cases} 1 & \text{si } p = q, \\ 0 & \text{si } p \neq q. \end{cases}$$

Les formules de Frenet pour la courbe C sont les formules qui donnent les valeurs de s :

$$\theta(H_p) = \frac{H'_p - H^*_p}{ds}.$$

(1) Weyl, *loc. cit.*, p. 103.

(2) *Integralgleichungen*, etc. (*Math. Ann.*, Bd 63).

On trouve, par des calculs simples :

$$(F)\quad\left\{\begin{aligned}
\theta\eta^i_{(1)} &= \frac{1}{2}\frac{d\varphi}{ds}\eta^i_{(1)} + \frac{1}{\rho_1}\eta^i_{(2)},\\
\theta\eta^i_{(2)} &= -\frac{1}{\rho_1}\eta^i_{(1)} + \frac{1}{2}\frac{d\varphi}{ds}\eta^i_{(2)} + \frac{1}{\rho_2}\eta^i_{(3)},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots,\\
\theta\eta^i_{(p)} &= -\frac{1}{\rho_{p-1}}\eta^i_{(p-1)} + \frac{1}{2}\frac{d\varphi}{ds}\eta^i_{(p)} + \frac{1}{\rho_p}\eta^i_{(p+1)} \qquad (p = 2, \dots, n-1),\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots,\\
\theta\eta^i_{(n)} &= -\frac{1}{\rho_{n-1}}\eta^i_{(n-1)} + \frac{1}{2}\frac{d\varphi}{ds}\eta^i_{(n)},
\end{aligned}\right.$$

où

$$\rho_k = \frac{D_k}{\sqrt{D_{k-1}D_{k+1}}}.$$

Les $\theta\eta^i_{(i)}$ sont donc des fonctions linéaires et homogènes des $\eta^i_{(q)}$; le déterminant des coefficients de ces fonctions est *symétrique gauche;* les ρ_i sont les $(n-1)$ *rayons de courbure* de la courbe. Ce déterminant possède une diagonale principale dont tous les termes *sont égaux à* $\frac{1}{2}\frac{d\varphi}{ds}$; pour un espace (R_n), les formules (F) sont les mêmes que celles que nous venons de trouver, sauf à y faire tous les termes de la diagonale principale égaux à zéro (les ρ n'ayant pas la même valeur, ils dépendent des φ_i). Si l'on regarde le trièdre (N) comme mobile sur la courbe C, on peut dire que l'on passe d'une de ses positions à la position voisine *en le déplaçant par congruence*, puis en *lui faisant subir une rotation définie par les courbures* $\frac{1}{\rho_i}$ *de* C, et, enfin, en *le déformant suivant une homothétie de rapport* $1 + \frac{d\varphi}{2}$.

PHYSIQUE. — *Sur la structure électronique des atomes lourds.* Note de MM. **L. de Broglie** et **A. Dauvillier**, présentée par M. Deslandres.

L'objet de cette Note est de confronter les indications physico-chimiques concernant la structure électronique des éléments avec celles qui sont fournies par l'étude de leurs spectres de rayons X.

L'un de nous [1] a proposé la classification périodique des corps simples basée sur leur structure électronique qui est reproduite ci-après :

---

(1) A. Dauvillier, *Revue générale de l'Électricité*, t. 8, décembre 1920, p. 787.

Nombre de couches électroniques.	Nombre d'électrons superficiels. 1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1.	1 H							(2 He)
2.	3 Li	4 Gl	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3.	11 Na	12 Mg	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 A
4.	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	Cr.Mn.Fe.Co.Ni		
5.	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
6.	37 Rb	38 Sr	39 Yt	40 Zr	41 Nb	Mo.43.Ru.Rh.Pd		
7.	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 X
8.	55 Cs	56 Ba	57 La	58 Cl	Pr.Nd.61.Sm.Eu	Gd.Tb.Dy.Ho.Er		
9.	69 Tm	70 Yb	71 Lu	72 Ct	73 Ta	W.75.Os.Ir.Pt		
10.	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85	86 Em
11.	87	88 Ra	79 Ac	90 Th	91 UX_2	92 U	93	94

Dans les quatre groupes de cinq éléments de propriétés chimiques analogues, l'électron additionnel (correspondant à l'augmentation d'une unité du nombre atomique) s'ajoute non plus à la couche externe, mais à la couche électronique sous-jacente. Par exemple, le chrome possède une couche K constituée par 2 électrons, une seconde couche L comptant 8 corpuscules, une troisième M en renfermant 8 également et enfin 6 corpuscules superficiels de valence. Le nickel ne diffère, à ce point de vue, du chrome que par sa troisième couche qui renferme 12 corpuscules.

Les quatre séries horizontales incomplètes (n°s 4, 6, 8 et 9) qui résultent de ces condensations d'électrons et qui ne se terminent pas par un gaz rare se condensent elles-mêmes de la même façon dans les séries complètes qui les précèdent si bien que le nombre des électrons des diverses couches définitives des éléments inertes peut être représenté comme il suit :

Nombre atomique.	Élément.	Nombre d'électrons dans les couches électroniques complètes. K.	L.	M.	N.	O.	P.	Q.
2.............	He	2	″	″	″	″	″	″
10.............	Ne	2	8	″	″	″	″	″
18.............	A	2	8	8	″	″	″	″
36.............	Kr	2	8	18	8	″	″	″
54.............	X	2	8	18	18	8	″	″
86.............	Em	2	8	18	18	32	8	″
92.............	U	2	8	18	18	32	8	6

Ce schéma diffère de ceux qui ont été publiés jusqu'à ce jour, notamment de ceux de Langmuir et de Sommerfeld.

Or l'un de nous, ayant récemment déterminé le nombre et la valeur des niveaux d'énergie dans l'atome d'uranium par l'étude spectrographique des séries L de cet élément, n'a trouvé pour cet atome que cinq couches

distinctes K, L, M, N, O (¹). La dispersion était dans ces expériences suffisante pour qu'une raie faible dénotant un niveau P fût visible entre la raie β_5 et la discontinuité d'absorption L_1. Aucune raie de ce genre n'ayant été observée, il s'agit d'expliquer ce désaccord apparent.

L'uranium constituant l'anticathode étant métallique, et par suite cristallisé, apparaît tout d'abord exister sous forme d'ions U^{++++++} qui occupent les nœuds d'un réseau. La couche optique Q est donc déjà dissociée en électrons libres. Pour expliquer la disparition de la couche P, nous proposons l'hypothèse suivante : les ions occupant le foyer anticathodique doivent s'y trouver dans un état très particulier, par suite de la très haute température locale qui y règne.

Lilienfeld [2] a récemment analysé au moyen d'un spectrographe en verre le rayonnement lumineux issu d'un tel foyer et a observé un spectre continu prédominant dans le bleu dénotant une température locale extrêmement élevée. Le travail d'extraction des corpuscules P n'atteignant sans doute que quelques dizaines de volts, nous pensons que ces électrons sont expulsés de l'atome par les chocs dus à l'agitation thermique et que la première couche conservant son intégrité est la dernière couche révélée par le spectre X, dont le potentiel d'extraction est voisin de 60 volts.

Un calcul rapide montre que la destruction de l'anneau P peut être expliquée par une température locale de quelques milliers de degrés, compatible avec les observations de Lilienfeld et peu surprenante si l'on songe qu'en cet endroit se convertit en chaleur une puissance de plusieurs hectowatts dans une masse de matière de l'ordre du dixième de milligramme.

Suivant cette hypothèse, on devrait voir apparaître des lignes faibles entre la ligne β_5 et la discontinuité L_1 par exemple en excitant la série L_1 par fluorescence. L'existence du niveau N pour le calcium révélée par l'apparition de la ligne K_γ s'expliquerait en admettant que ce niveau normalement dépourvu de corpuscules n'intervient que comme niveau possible de Bohr, comme cela a lieu pour les spectres optiques de l'hydrogène et des premiers éléments.

Dans sa théorie de l'équilibre des astres, M. Eddington [3] a été amené à formuler une hypothèse voisine de celle que nous venons d'énoncer.

(¹) A. Dauvillier, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 915 et 1350. — *Erratum :* Une erreur de copie a fait attribuer à la ligne K_γ l'origine N_4. C'est N_5 qu'il faut lire. De plus, une étude plus complète nous a montré depuis que les niveaux désignés par N_1 et N_2 sont en réalité des niveaux O.

(²) *Phys. Zeits.*, t. 20, juin 1919, p. 280.

(³) *Scientia*, t. 23, nº 69, 1918.

D'après cette théorie, il régnerait à l'intérieur des étoiles une température de quelques millions de degrés, température à laquelle l'intensité maxima de la radiation « noire » correspond à des longueurs d'onde de quelques Ångströms. Les coefficients d'absorption calculés par M. Eddington pour ces longueurs d'onde sont très inférieurs à ceux qui leur correspondent à la température ordinaire. Le savant astronome a interprété ce fait en supposant qu'à des températures aussi élevées, les atomes constituant la matière stellaire ont perdu un très grand nombre de leurs électrons internes et sont devenus incapables d'absorber les radiations, du moins dans le domaine spectral des rayons X très mous.

Des calculs approximatifs confirment cette manière de voir et montrent que tous les anneaux périphériques, y compris les anneaux N, ne peuvent résister aux chocs dus à une agitation thermique aussi intense. La corrélation avec notre point de vue est évidente.

PHYSIQUE. — *Sur une trompe à mercure d'encombrement réduit.* Note de M. G. **Ranque**, présentée par M. H. Le Chatelier.

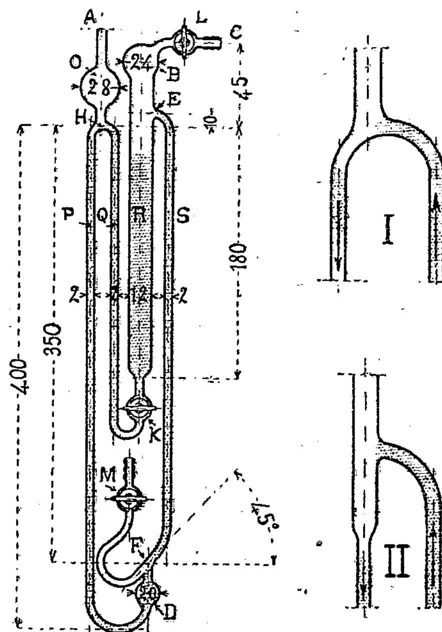
En vue de fournir aux laboratoires disposant de crédits restreints un moyen de faire des vides de l'ordre du centième de millimètre, nous avons mis au point un appareil de faible encombrement, peu fragile, et n'utilisant que 400^{g} de mercure environ; cet appareil est de construction relativement facile et fonctionne au moyen d'une trompe à eau ou d'une machine pneumatique ordinaire, car il ne nécessite qu'un vide auxiliaire de 60^{mm} à 80^{mm} de mercure. A partir d'un vide préliminaire de 200^{mm} on obtient en un quart d'heure environ le vide cathodique dans un récipient de 50^{cm^3}.

L'appareil est constitué par un réservoir cylindrique R, empli de mercure jusqu'au voisinage de E, qui alimente par le robinet K et le tube Q, la chute H de la trompe. Le tube de chute P recourbé à sa base se termine dans une ampoule D, qui communique en F avec le tube de remontage S. L'extrémité M de ce tube, munie d'un robinet, sert de rentrée d'air et l'autre extrémité aboutit en E au réservoir R dans lequel on fait le vide auxiliaire par l'ajutage C. Ce réservoir a une longueur de 20^{cm} environ au-dessous de E pour éviter l'entraînement de l'air par le mercure.

Le fonctionnement repose sur les différences de pression réalisées entre les points H, E et F. La pression en H est inférieure de plusieurs centimètres à la pression en E, ce qui permet l'écoulement du mercure par le tube Q; la pression en F est supérieure à la pression en E grâce à la rentrée d'air M qui effectue le remontage du mercure par S, mais comme cette rentrée d'air est très faible cette pression ne diffère

de la pression en H que d'une dizaine de centimètres; il reste ainsi sur le tube P un espace de 25^{cm} environ dans lequel se fait la chute rapide du mercure. On règle la vitesse de circulation du mercure à l'aide des robinets K et M.

Pour vider un récipient on le soude en A, on ferme les robinets K et M, puis on fait



le vide par C aussi loin que le permet l'appareil employé. Jusqu'à ce que la pression dans le récipient ait atteint une valeur voisine de celle du vide auxiliaire, les gaz s'échappent à travers le mercure de l'ampoule D; on ouvre alors le robinet K, puis un peu le robinet M et l'on ferme lentement le robinet L; la pression monte dans la trompe jusqu'à réaliser les conditions du fonctionnement.

Le vide étant fait dans le récipient, pour le remplir d'un gaz particulier, on amène ce gaz en M pendant le fonctionnement, puis on ferme K et L; le gaz rentrant en M refoule le mercure de l'ampoule D dans l'ampoule O, puis traverse ce mercure pour emplir le récipient. On remet ensuite en marche comme il est indiqué précédemment. Pour arrêter l'appareil à un instant quelconque, il suffit de fermer les trois robinets K, M, L dans cet ordre.

On peut facilement construire de tels appareils comportant plusieurs chutes et un seul tube de remontage, ou en grouper plusieurs en parallèle pour obtenir plus rapidement le vide.

Il importe de remarquer que la forme de la chute influe beaucoup sur la rapidité du fonctionnement : la forme adoptée (I) donne des chapelets très réguliers entre de larges limites de débit, tandis que la forme (II) ne posséderait cette régularité que pour un débit bien défini.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Relation entre la dilatation anomale et la variation thermique de l'aimantation des corps ferromagnétiques.* Note de M. **Chevenard**, transmise par M. Le Chatelier.

Pour interpréter l'action de la température sur les propriétés d'un corps ferromagnétique, j'ai déjà formulé l'hypothèse (¹) d'une transformation progressive et réversible d'une forme α, stable au zéro absolu, en une forme isomorphe β, stable à chaud; à toute température θ, l'état du corps peut être caractérisé par la proportion x de la forme α.

Les données recueillies dans l'étude de la dilatation des ferronickels réversibles m'ont permis de tracer la courbe $x = f(\theta)$, pour les alliages à grande anomalie totale (voisins de Fe^2Ni); et j'ai trouvé que la *quantité* x *est sensiblement proportionnelle au carré de l'aimantation à saturation* I^2, *dans tout le domaine des températures inférieures au point de Curie*. J'ai pu, ensuite, vérifier indirectement la légitimité de cette loi pour la plupart des substances ferromagnétiques.

Dans cette Note, je me bornerai à exposer les bases expérimentales de la relation $x = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2$, me réservant d'en étudier ultérieurement la signification physique.

J'admets qu'à une température quelconque, les volumes spécifiques V, V_α et V_β du ferronickel et de ses deux composants α et β sont reliés par une relation linéaire

$$V = xV_\alpha + (1-x)V_\beta; \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{V - V_\beta}{V_\alpha - V_\beta}.$$

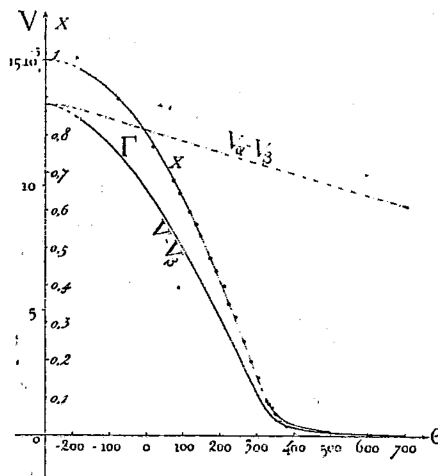
Cette hypothèse est vraisemblable, car, au zéro absolu ($x = 1$), les volumes spécifiques des ferronickels réversibles, de Fe^2Ni au nickel, suivent très exactement la loi des mélanges.

La quantité $V - V_\beta$ est représentée par la courbe différence Γ (voir la figure); celle-ci est obtenue, comme je l'ai exposé (*loc. cit.*), en rapportant la courbe expérimentale de dilatation à une courbe hypothétique normale, tracée par extrapolation de la première vers les températures basses. Au zéro absolu, $V - V_\beta$ et $V_\alpha - V_\beta$ ont pour valeur commune l'*anomalie totale*.

Si l'on peut évaluer la dilatabilité des deux formes α et β, on dispose donc de tous les éléments nécessaires au calcul de x, pour toutes les températures.

(¹) P. Chevenard, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 594.

Or la courbe normale représente précisément la dilatabilité de la forme β, qui subsiste seule à haute température. Pour la forme α, il faut faire une hypothèse : j'ai admis que sa dilatabilité était peu différente de celle des ferronickels irréversibles (o à 3o pour 100 Ni) au-dessous du point allotropique Ar; de o à 3o pour 100 Ni, ces alliages, à l'état transformé, sont



Les courbes $V - V_\beta(\Gamma)$, $V_\alpha - V_\beta$ et x sont relatives à un ferronickel à 40,4 pour 100 Ni, et les points expérimentaux à un alliage à 40 pour 100 Ni étudié par Hegg.

dépourvus d'anomalie réversible, et leurs coefficients de dilatation linéaire, pour la température de 0°, s'écartent peu de $a = 10,5 . 10^{-6}$; $b = 4,3 . 10^{-9}$. J'ai attribué la même dilatabilité à la forme α des réversibles compris entre 32 et 45 pour 100 de nickel. Comme l'anomalie de ces alliages est considérable, l'erreur commise sur la dilatation de α retentit peu sur la valeur de $V_\alpha - V_\beta$, et le diagramme x peut être tracé avec assez de certitude.

Or, pour les températures inférieures au point de Curie, et moyennant une réduction convenable de l'échelle des ordonnées, les courbes x coïncident sensiblement avec celles de la variation thermique du carré de l'aimantation à saturation I^2, établies par Hegg [1]. Ainsi, dans la figure, les points expérimentaux représentent les données qu'il a obtenues pour un

---

[1] F. HEGG, *Thèse*, Zurich, 1910. En réalité, le nombre x s'écarte sensiblement du rapport $\left(\frac{I}{I_0}\right)^2$ donné par Hegg, car celui-ci a extrapolé ses courbes jusqu'au zéro absolu d'après une loi toute différente de celle que j'ai admise. Mais la concordance s'établit si l'on restreint la comparaison des deux propriétés au domaine de températures réellement exploré.

alliage sensiblement identique par sa composition à celui dont j'ai étudié la dilatation : seul le point relatif à la température de l'air liquide se dispose à quelque distance de la courbe x; mais cet écart s'explique suffisamment par l'incertitude du tracé de la courbe normale aux très basses températures.

Pour les ferronickels à faible anomalie totale (plus de 50 pour 100 Ni), les erreurs qui affectent le calcul de x prennent une importance relative considérable, et il serait vain de chercher une vérification quantitative de la relation $x = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2$. Mais il est possible d'en prouver indirectement la validité.

En effet, sauf au voisinage du zéro absolu, la dilatation d'une substance normale peut être représentée, avec une grande approximation, par une formule parabolique de la température θ. La différence $V_\alpha - V_\beta$ des volumes spécifiques des deux formes normales α et β est donc une fonction du second degré en θ, et *il doit en être de même du quotient* $(V - V_\beta) : \left(\frac{I}{I_0}\right)^2$, *si la relation* $x = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2$ *est exacte*. Or cette prévision se vérifie très sensiblement, non seulement pour les ferronickels tenant plus de 50 pour 100 Ni, mais encore pour le fer α, la cémentite, la magnétite, les alliages fer-cobalt, fer-chrome, nickel-cobalt.

Ainsi, malgré la diversité de leurs aspects, les anomalies de dilatation de la plupart des corps ferromagnétiques peuvent être interprétées à l'aide de la même conception. L'anomalie est dite *négative* quand V_α est constamment supérieur à V_β : (Fe^2Ni, Fe^3C, etc.) et *positive* dans le cas contraire (Fe^3O^4, Ni, alliages Ni-Co). Mais, pour certains corps à faible anomalie totale (par exemple, ferronickel à 68,0 pour 100), la différence des dilatabilités des deux formes α et β suffit à inverser le signe de $V_\alpha - V_\beta$ quand la température s'élève : suivant la valeur de celle-ci, l'anomalie est donc positive ou négative. Ces considérations font rentrer dans la loi générale des courbes d'anomalie dont l'allure semblait assez énigmatique de prime abord.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action de l'acide borique sur la glycérine et les alcools polyvalents. Application d'une nouvelle méthode de volumétrie physico-chimique.* Note [1] de M. **René Dubrisay**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On sait qu'il est possible de titrer l'acide borique par alcalimétrie si l'on ajoute dans les solutions un excès d'alcool polyvalent [2] : il est naturel d'attribuer cette particularité à la formation d'une combinaison susceptible de donner avec les alcalis des sels moins hydrolysables que les borates. Divers auteurs [3] ont cherché à vérifier cette hypothèse au moyen de mesures physico-chimiques, en employant soit la méthode des conductibilités électriques, soit la méthode cryoscopique. J'ai pensé à appliquer à l'étude de ce problème le procédé d'analyse basé sur l'observation des phénomènes de miscibilité que j'ai décrit dans des Communications antérieures [4].

Dans ce but, je mêle en proportions variables des solutions à titre connu d'acide borique et de glycérine et, sur la liqueur ainsi préparée, je détermine la température de miscibité avec le phénol. Les résultats sont consignés dans le Tableau suivant :

Tableau I.

Solutions d'acide borique et de glycérine à $\frac{1}{3}$ de molécule par litre.

x = volume de solution d'acide,
$100 - x$ = volume de solution de glycérine,
T_0 = température de miscibilité observée,
T_c = température calculée par la règle d'additivité,
$e = T_0 - T_c$: écart correspondant.

x.	T_0.	T_c.	e.
0	68,4	68,40	0
33,3	66,0	65,93	+0,07
50	64,6	64,70	−0,10
66,6	63,5	63,46	+0,04
75	62,9	62,85	+0,05
100	61,0	61,00	0

(1) Séance du 13 juin 1921.

(2) Jörgensen, *Cent. Blatt.*, 1895. — Copaux, *Comptes rendus*, 1898, et *Bull. Soc. chim.*, 1909.

(3) Magnanini, *Gaz. Chim. ital.*, 1890 et 1891. — Boeseken, *Revue des Travaux chimiques des Pays-Bas*, t. 30, 1911; t. 34, 1915; t. 35, 1916.

(4) René Dubrisay, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1582; *Bull. Soc. chim.* mai 1919 et février 1921.

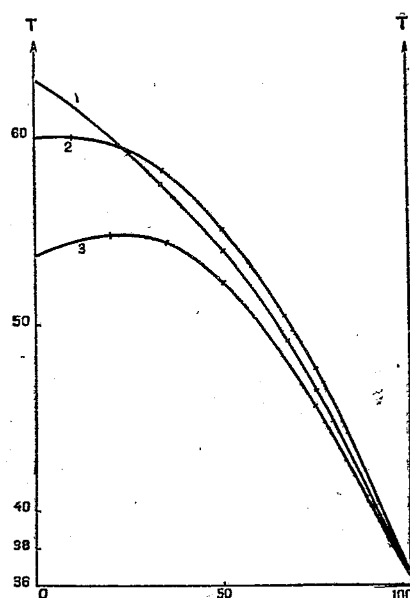
Les écarts entre les températures observées et les températures calculées sont nuls ou du moins inférieurs aux erreurs d'expérience : aucune combinaison ne paraît donc se former.

Il en va autrement dans le cas du système mannite-acide borique, ainsi qu'il ressort des chiffres du Tableau II :

TABLEAU II.

x.	T_0.	T_c.	e.
0	69,2	69,2	0
40	67,9	68,52	0,62
50	67,6	68,35	0,75
60	67,4	68,18	0,78
66,6	67,3	68,06	0,76
100	67,5	67,5	0

Ici les écarts sont nets et laissent présumer la formation d'un composé de



mannite et d'acide borique ([1]) : mais la courbe que l'on peut tracer pour représenter les résultats n'a pas de points anguleux, ce qui indique que la combinaison est dissociée.

([1]) Cette conclusion doit être rapprochée du travail de Fox et Garge (*Chem. Soc. of London*, 1911) qui décrivent une combinaison d'acide borique et de mannite obtenue en mêlant les solutions alcooliques des deux corps. Cette combinaison, qui contient une molécule d'acide pour une de mannite, se décompose en solution aqueuse.

J'ai étudié ensuite l'action de l'acide borique et de la glycérine en présence de soude.

Pour cela, je mêlais à une solution de soude $\frac{N}{5}$ des liqueurs tenant en solution par litre 10g d'acide borique cristallisé et des proportions variables de glycérine.

Les résultats sont consignés dans le Tableau suivant et représentés sur la figure.

TABLEAU III.

Action d'une solution de soude $\frac{N}{5}$ sur les liqueurs contenant par litre 10g d'acide borique cristallisé et des proportions variables de glycérine.

P = poids de glycérine par litre;
x = volume de solution de soude,
$100 - x$ = volume de solution acide.

P = 30 (courbe 1).		P = 60 (courbe 2).		P = 100 (courbe 3).	
x.	T.	x.	T.	x.	T.
0	63,2	0	60,0	0	53,8
25	59,2	10	60,2	20	54,9
33,33	57,6	25	59,4	33,33	54,5
50	54,6	33,33	58,2	50	52,2
66,66	49,0	50	55,1	66,66	48,2
75	46,5	66,66	50,5	75	45,7
100	36,5	75	47,7	100	36,5
-	-	100	36,5	-	-

L'allure de la courbe 2 et surtout de la courbe 3 concorde bien avec l'existence d'une combinaison de glycérine, d'acide et de soude. Toutefois, puisqu'on n'observe aucun point anguleux, cette combinaison est certainement dissociée : sa formation n'apparaît même pas sur la courbe 1.

J'ai obtenu des courbes tout à fait analogues dans l'étude du système mannite, acide borique, soude.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence du corroyage sur la résistivité de l'acier.* Note de M. **EUGÈNE-L. DUPUY**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Lorsque l'on transforme en fil par étirage à froid une barre d'acier laminé, on constate que la résistance électrique décroît au fur et à mesure que la section diminue.

Nous avons obtenu, par exemple dans une série de mesures, les valeurs suivantes :

Nature du métal.	Carbone pour 100.	Résistivité (microhms : cm³). Barre initiale D = 6mm.	Fil D = 1mm,5.
Acier mi-dur...........	0,35	25,2	20,8
Acier dur..............	0,79	27,0	21,0

L'examen microscopique de la barre avant étirage montre qu'elle est constituée par des zones de ferrite et de perlite uniformément réparties sans orientation visible. Le passage par la filière provoque un alignement de ces zones qui s'allongent et se transforment en longs filaments. A ce changement de structure correspond, comme le calcul permet de le voir, une diminution de la résistivité. En effet, dans le premier cas, on peut admettre que tout se passe comme si pour une moitié de la section les éléments de ferrite et de perlite étaient en série, et comme s'ils étaient en parallèle pour le reste de la section; après étirage, ces éléments seront au contraire tous en parallèle.

Cette explication n'est cependant pas suffisante : en effet, si, par un recuit à 800° suivi d'un refroidissement à vitesse convenable, on fait recristalliser le métal, l'alignement des grains de perlite disparaît et l'on retrouve une structure micrographique semblable à celle qu'avait la barre initiale. Or, après ce traitement, la variation de résistivité persiste, quoique sensiblement atténuée.

Nous avons obtenu, pour les fils que nous avons cités plus haut, les variations suivantes :

Nature du métal.	Carbone pour 100.	Résistivité après recuit. Barre initiale.	Fil.
Acier mi-dur.............	0,35	22,0	21,6
Acier dur................	0,79	21,7	20,9

L'attaque par le réactif au cuivre d'une coupe longitudinale du fil montre la persistance après recuit des bandes colorées mises en évidence par ce réactif et dues, comme l'a montré M. H. Le Chatelier, à la présence d'oxyde de fer en solution.

Une partie de la résistivité du métal serait donc due à la présence de cet oxyde.

Cette hypothèse permettrait de comprendre pourquoi, alors que l'extrapolation à l'origine des formules donnant la variation de résistivité du fer en fonction de la teneur en élément ajouté conduit à des valeurs peu

supérieures à 7 microhms :.cm³, on obtient pratiquement des résistivités sensiblement plus élevées. Cet écart serait dû à la présence de l'oxyde, d'autant plus difficile à éliminer que le métal est moins carburé.

CHIMIE. — *Sur le carbonate d'argent ammoniacal.* Note de MM. **Dervin** et **Olmer**, présentée par M. G. Lemoine.

Le carbonate d'argent ammoniacal n'a été signalé que par Kern ([1]) qui l'obtint en poudre, de formule Co^3Ag^2, $4AzH^3$, en précipitant par l'alcool absolu la solution ammoniacale de carbonate d'argent. Plus tard, Bruni et Levi ([2]) n'ont pas pu l'obtenir en faisant passer de l'ammoniac sur du carbonate d'argent. Au cours de recherches actuellement en cours sur l'argent fulminant et qui feront l'objet d'une Note ultérieure, nous l'avons obtenu accidentellement par l'action de l'anhydride carbonique de l'air sur la dissolution de l'argent fulminant dans l'ammoniaque concentrée.

Nous avions remarqué que l'argent fulminant obtenu par l'évaporation à l'air de la dissolution d'oxyde d'argent dans l'ammoniaque se dissolvait dans l'acide sulfurique étendu avec dégagement d'anhydride carbonique; ce fait qu'il était facile de prévoir n'a pas été signalé par les auteurs qui se sont occupés de l'argent fulminant.

La carbonatation lente à l'air atmosphérique de la solution ammoniacale d'oxyde d'argent s'effectue avec une telle facilité que nous avons pu, par dissolutions de l'argent fulminant dans l'ammoniaque, suivies d'évaporations spontanées, transformer en carbonate ammoniacal 94 pour 100 de l'oxyde d'argent en quatre opérations seulement, les 6 pour 100 restants se trouvant à l'état d'argent métallique.

Ayant à notre disposition une assez grande quantité de cette solution, nous en avons profité pour étudier le carbonate ammoniacal insuffisamment décrit. La dissolution, filtrée de l'argent métallique, a été laissée à l'obscurité dans une cloche contenant de la chaux vive et du sel ammoniac. Elle nous a donné de beaux cristaux incolores, de forme hexagonale très régulière, transparents, de 3^{mm} à 4^{mm} de côté; les deux bases sont très développées, le prisme très court avec en biseau les faces de la pyramide. Ces tables sont formées d'associations complexes de cristaux optiquement

([1]) Kern, *Chem. N.*, t. 31, 1875, p. 231.
([2]) Bruni et Levi, *Gazz. chim. ital.*, t. 46, 1916.

positifs, à deux axes optiques rapprochés, présentant une forte dispersion, avec $\rho < \nu$.

Ces cristaux jaunissent à l'air en perdant de l'eau et de l'ammoniac et en donnant du carbonate d'argent, *qui garde la forme des cristaux de carbonate ammoniacal*. Ils noircissent à la lumière. On peut les conserver à l'obscurité dans un petit tube scellé. Ils sont très solubles dans l'eau; la solution abandonnée à l'air perd de l'ammoniac et le carbonate d'argent se dépose cristallisé; à chaud, la liqueur noircit et le carbonate d'argent est mêlé d'argent métallique. De même la dissolution ammoniacale, évaporée lentement à l'air atmosphérique, donne de petits cristaux jaunes, transparents, en forme d'aiguilles associées, de carbonate d'argent.

L'analyse a été faite en dosant l'argent soit à l'état de chlorure, soit à l'état métallique, l'ammoniac à l'état de chloroplatinate; la présence de l'eau a été contatée; on l'a dosée par différence entre la perte dans le vide sulfurique et le poids d'ammoniac; l'anhydride carbonique a été obtenu par calcination du carbonate. Ces analyses conduisent à la formule CO^3Ag^2, $4AzH^3$, H^2O :

	Trouvé.		Calculé pour CO^3Ag^2, $4AzH^3$, H^2O.
Argent	59,45	59,82	59,67
Ammoniac	18,61	18,68	18,78
$CO^2 + O$	»	16,35	16,58
Eau	»	5,12	4,97
		99,97	100,00

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur le rôle des impuretés gazeuses dans l'oxydation catalytique du gaz ammoniac.* Note de M. **Eugène Decarrière**, présentée par M. A. Haller.

La présente Note fait suite à l'*Étude de l'oxydation catalytique de l'ammoniaque*, faite en commun avec M. Pascal et parue au *Bulletin de la Société chimique de France* du 6 janvier 1919 où l'on trouvera une description succincte de la méthode et du dispositif employés; elle résume une première série d'expériences relatives à l'influence des impuretés gazeuses qui accompagnent l'ammoniac obtenu industriellement en partant de la cyanamide calcique.

Le catalyseur est constitué par $1^g,95$ de feuilles de platine, froissées en boulettes, formant à l'intérieur d'un tube de quartz de $2^{cm^2},50$ de section un tampon de $1^{cm},5$ de

longueur, très perméable aux gaz. Le mélange d'air et d'ammoniac renfermant environ 8,3 pour 100 de ce dernier gaz en volume reçoit l'impureté gazeuse, dosée à l'aide d'un tube capillaire étalonné, puis pénètre dans le tube de quartz à la vitesse de 10 litres en 12 minutes 30 secondes, vitesse suffisamment faible pour qu'on puisse assister en quelque sorte à l'empoisonnement progressif du catalyseur. La température, réglée de façon à atteindre son maximum, 708°-710°, à l'endroit où se trouve le platine, est déterminée de part et d'autre par un mode de chauffage, toujours le même, qui permet d'éviter les condensations dans le tube et d'obtenir que l'échauffement préalable du mélange gazeux soit sensiblement le même dans toutes les expériences.

L'action de l'hydrogène sulfuré a été étudiée en premier lieu; mais, ce gaz se dissociant partiellement avant l'arrivée au catalyseur avec dépôt de soufre et mise en liberté d'hydrogène qui s'oxyde en même temps que l'hydrogène sulfuré restant, l'influence de l'hydrogène a été étudiée séparément dans la même série d'expériences. D'après les résultats qui sont donnés ci-dessous et qui ont été fournis par deux échantillons de platine, alors qu'une faible dose d'hydrogène (0,44 pour 100) accroît l'activité du catalyseur, une dose beaucoup plus considérable (1 à 1,5 pour 100) abaisse le rendement en diminuant la proportion d'oxygène disponible pour l'oxydation du gaz ammoniac.

H pour 100^vol du mélange.	Temps de passage de ce mélange depuis l'expérience précédente.	H pour 100 pendant l'expérience.	Rendement pour 100.
	Échantillon n° 1.		
	h m		
0	0.00	0	95,7
0,44	0.10	0,44	100
1,3	0.10	1,3	93,8
1,3	3.00	0	95,3
	Échantillon n° 2.		
0	0.00	0	96,5 et 96,3
1,0	0.10	1,0	94,8
1,0	3.00	1,0	94,8
0	0.10	0	95,4

Dans le cas de l'action de l'hydrogène sulfuré, les expériences ont été faites sur un même échantillon de platine pendant que la dose indiquée d'impureté gazeuse était présente dans le mélange.

H^2S pour 100^{vol} du mélange.	Temps de passage de ce mélange depuis l'expérience précédente. (h m)	Rendement pour 100.
0	0.00	95,3
0,11	0.10	95,4
0,11	5.10	91,3
0	3.00	95,3
0,37	3.10	93,7
0	4.20	93,8
2,0	0.10	77,8
2,0	2.05	73,1
1,6	<0.10	79,6
1,0	3.00	86,4
1,0	3.00	90,3
1,0	2.30	90,0
2,0	1.15	79,4
0	5.00	82,6
0	2.30	87,8
0	7.30	86,2
0	23.00	87,0

Les nombres du Tableau précédent, relatifs à une durée totale de fonctionnement de plus de 60 heures, montrent que l'activité du catalyseur est progressivement mais non définitivement amoindrie, puisqu'une diminution de la dose d'hydrogène sulfuré provoque un relèvement du rendement; et l'on peut dire que la baisse finale de rendement, pour une dose donnée, dépend beaucoup moins de la quantité absolue du gaz nocif qui a passé que de la proportion actuelle de ce gaz.

Pendant les périodes d'intoxication à forte dose, à 2 pour 100 par exemple, un peu moins de la moitié du soufre est transformée en acide sulfurique; pendant les périodes de désintoxication par le passage du mélange (air + NH^3), du soufre se dépose à la sortie du tube. Signalons pour terminer que l'échantillon de platine précédent, dont le rendement n'avait pu être relevé que de 73,1 à 87,0 pour 100 en présence de doses diminuées puis nulles d'hydrogène sulfuré, a été finalement soumis à l'action de l'hydrogène à la dose 1,25 pour 100 et a donné 90,2 et 90,3 au bout de 3 heures, 91,6 après un nouveau passage de 3 heures, l'hydrogène n'étant pas présent dans le mélange pendant les expériences. On voit que le soufre est mieux entraîné par l'hydrogène que par l'air et que, si l'action d'une très forte dose d'hydrogène sulfuré se traduit par une fatigue finale du catalyseur, ce gaz a des propriétés nocives considérablement

moindres que celles qu'on lui attribue d'ordinaire, sa proportion étant au maximum 0,002 pour 100 dans l'opération industrielle avec l'emploi de cyanamides non préalablement mouillées.

On ne saurait en dire autant d'autres impuretés gazeuses tout aussi courantes dont la toxicité est particulièrement grande.

GÉOLOGIE. — *Remarques générales sur la tectonique de la zone prérifaine du R'arb septentrional (Maroc).* Note de M. **Léon Lutaud**, présentée par M. Émile Haug.

Dans une Note précédente (¹), j'ai montré par quelques observations de détail que le R'arb septentrional devait être considéré comme une région de charriages. Cette conclusion est analogue à celle formulée déjà par divers auteurs pour d'autres parties du Maroc septentrional et qui a été très contestée. Elle se heurte donc aux mêmes objections que je désire d'abord discuter.

Il résulte de mes levés que tout un ensemble de terrains, formé de Trias, de Nummulitique et de Burdigalien, repose en recouvrement anormal sur un soubassement d'argiles grises que j'ai rapportées à l'Helvétien. Cette attribution est à coup sûr précaire, car elle ne s'appuie ici sur aucune preuve paléontologique précise : elle est acceptée cependant par beaucoup de géologues, en se fondant sur la continuité qui relie ces terrains à des formations très semblables dont l'âge helvétien a été reconnu. Au surplus, depuis mon voyage, des études de détail ont été poursuivies dans le R'arb et apporteront bientôt, je l'espère, les précisions désirables. Cependant M. A. Brives a récemment rappelé (²) qu'il considérait les argiles grises comme suessoniennes et constituant la base normale des marnes blanches à silex de l'Éocène. Cette opinion ne s'appuie pas davantage sur des données paléontologiques : la discussion, sur ce point, ne peut donc aboutir pour le moment.

L'attribution des argiles grises au Suessonien ne saurait en soi modifier le problème, puisque, d'après mes observations, le Trias les recouvrirait, surmonté lui-même par les marnes blanches éocènes.

La position anormale et le broyage mécanique du Trias étant incontestables et ayant déjà été signalés en d'autres points du Maroc, certains

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1510.

(²) *C. R. somm. S. G. F.*, 2 mai 1921, p. 128.

géologues, qui ne croient pas à l'existence de charriages dans la région, ont pensé que le Trias se serait élevé de la profondeur à la faveur de failles et de phénomènes de « diapirisme » (¹).

La notion du Trias intrusif ne peut en aucune façon s'appliquer à la région que j'ai étudiée. La multiplicité des lambeaux triasiques et leur disposition supposeraient tout un réseau de failles nombreuses et complexes : or je n'en ai jamais observé aucune qui fût en relation avec les affleurements du Trias. De plus, on ne connaît pas le soubassement des argiles grises : il se peut que le Trias existe en profondeur, mais il est probable qu'une importante série sédimentaire le sépare de la surface, ce qui rend tout à fait hypothétiques les possibilités mécaniques de son intrusion ascensionnelle.

A la vérité, le Trias est beaucoup plus *continu* sous les marnes blanches éocènes et le Burdigalien qu'on ne serait tenté de le croire à première vue. Ses affleurements sont d'autant plus fréquents et plus importants que les massifs éocènes et burdigaliens sont eux-mêmes plus nombreux et plus étendus : ceci est déjà en faveur d'une relation directe entre l'existence de ces trois termes. En outre, le Trias n'est pas seulement localisé à l'état de lambeaux broyés *sur la bordure* de ces massifs, à leur contact avec les argiles grises; il continue en profondeur, surtout sous les marnes et les grès de l'Éocène, et l'érosion, en de nombreux points (dans la région du djebel Sarsar notamment), y a mis à jour le Trias sous-jacent; parfois même, *sous ce dernier*, les argiles grises apparaissent localement en petites « fenêtres », là où le travail de l'érosion est poussé plus loin. Je demeure donc convaincu que le Trias repose en nappe sur les argiles grises, que celles-ci soient suessoniennes ou helvétiennes.

J'ajouterai que l'existence du charriage n'est pas seulement fondée sur l'étude stratigraphique et la position relative des différents terrains. Elle résulte tout autant, à mes yeux, de la nature des phénomènes mécaniques que l'on peut observer, et qui sont à tous égards analogues à ceux que l'on connaît dans d'autres régions, où l'existence des charriages a été clairement mise en évidence (brèches mécaniques, lambeaux de poussée, lames enrobées, etc.).

Voici, en résumé, l'idée d'ensemble que je me suis faite, dès 1918, de la structure du R'arb septentrional :

(¹) Voir notamment, pour la région du R'arb, A. Brives, *C. R. somm. S. G. F.*, 7 mars 1921, p. 56.

Un soubassement continu et homogène d'argiles grises est recouvert par une nappe complexe formée de Trias (à la base), de Nummulitique et de Burdigalien. Il existe une incontestable indépendance entre ces trois termes charriés : le premier est complètement écrasé, broyé; le second, moins morcelé, est souvent énergiquement plissé; le troisième, beaucoup plus tranquille, est discordant sur les deux autres. Il est donc permis de considérer la nappe comme constituée de trois unités tectoniques indépendantes, probablement décollées, le Trias formant une nappe inférieure, que son écrasement peut faire comparer à une véritable brèche mécanique de base.

La poussée est dirigée du Rif vers le S et le SW. Ce que l'érosion a laissé subsister de la nappe permet de croire que le front de nappe suivait assez exactement le mouvement d'incurvation vers le nord de l'arc Rifain. N'ayant pu, en 1918, dépasser vers le nord et l'est la limite que j'ai précédemment indiquée (1), j'éviterai d'émettre une hypothèse concernant l'amplitude du phénomène de recouvrement et la zone des racines. L'âge des charriages est évidemment postérieur à l'Helvétien — s'il se confirme que les argiles grises appartiennent à cet étage — et antérieur au Sahélien, donc nettement miocène.

Les terrains en recouvrement forment des massifs importants dans le nord et l'est de la région que j'ai parcourue (Dj. Sarsar, Nador, Mzoufroun, Sidi Ameur el Hadi). Au sud et à l'ouest, c'est-à-dire dans la zone plus externe, ils ne forment plus que de petits massifs isolés ou des klippes (Dj. Kourt, El Aloua, lambeaux éocènes et burdigaliens de Souk el Arba, cote 188, cote 196, etc.). Cette disposition est fonction — mais en partie seulement — de l'érosion.

Mes observations sur les phénomènes de charriage dans la partie septentrionale du R'arb prérifain viennent à l'appui de l'opinion émise par M. le professeur Gentil à la suite de ses explorations au Tselfatt, au Zerhoun et au seuil de Taza (2). En ce dernier point, notamment, M. Gentil a montré que des nappes, venues des régions inexplorées du Rif, étaient poussées vers le sud sur les argiles helvétiennes du détroit Sud-Rifain. Il avait même émis l'hypothèse que des nappes prérifaines devaient exister sur toute la zone externe de l'arc Rifain, jusqu'au détroit de Gibraltar.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1510.

(2) L. Gentil, M. Lugeon et L. Joleaud, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 217, 290, 472 et 614. — L. Gentil, *Voyage géologique à Taza* (*B. S. G. F.*, 4e série, t. 18, 1918, p. 129-177).

D'un autre côté, R. Douvillé et Nicklès ont établi l'existence de nappes de charriage, poussées vers le Guadalquivir, dans la zone externe de l'arc Bétique. Sans vouloir généraliser d'une manière prématurée, dans un pays où les observations sont encore incomplètes et imprécisées, il est permis de penser qu'un même régime tectonique, caractérisé par la présence de nappes poussées vers la zone externe, doit exister tout le long de l'important système orographique bético-rifain.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la valeur phylogénétique et évolutive des formules lamellaires des dernières molaires* $M\frac{1}{1}$, $M\frac{2}{2}$, $M\frac{3}{3}$ *des mastodontes et des éléphants.* Note (¹) de M. **Sabba Stefanescu.**

Les paroles de Gaudry (²) : « Supposons toujours que les collines continuent à se multiplier, à s'exhausser, l'*Elephas meridionalis* deviendra à son tour un *Elephas antiquus* ou un éléphant du type de l'Inde », précisent suffisamment la méthode suivie par les paléontologistes, pour établir la phylogénie et l'évolution des mastodontes et des éléphants. *L'augmentation du nombre des collines ou lames*, habituellement rendue en *formules lamellaires*, serait donc, pour tous les paléontologistes qui m'ont précédé, le criterium qui indiquerait à la fois et la filiation et l'évolution de ces proboscidiens.

Or, d'après mes observations, les formules lamellaires sont dénuées d'importance phylogénétique, parce qu'elles ne nous renseignent pas sur les caractères morphologiques qui nous révèlent, d'après l'étude des molaires, la parenté des animaux en question. Quant à l'importance évolutive de ces formules, elle ne saurait être mise en évidence que si la condition *sine qua non* que le phylum des genres et des espèces qu'elles représentent est connu.

I. Pour rechercher le phylum, nous pratiquons la méthode de la morphologie phylogénétique, qui consiste à suivre la variation des caractères morphologiques phylogénétiques, à savoir : *la composition bituberculaire, la différenciation dissemblable, et la disposition non alterne ou en apparence alterne des deux tubercules congénères de chaque colline ou lame.*

Une fois le phylum déterminé, pour repérer les genres et les espèces,

(¹) Séance du 13 juin 1921.

(²) *Les enchaînements du monde animal dans les temps géologiques*, Mammifères tertiaires, 1878, p. 179.

c'est-à-dire pour fixer leurs places dans le phylum, d'après leur degré d'évolution, nous utilisons les formules lamellaires.

D'ailleurs l'importance scientifique de ces formules n'est pas exempte de toute objection fondée, du moment qu'une seule et même espèce peut être représentée par deux ou trois formules différentes, d'après les auteurs, comme par exemple *Stegodon insignis*, dont les trois formules lamellaires sont $\frac{7}{7}, \frac{8}{8-9}, \frac{10-11}{11-13}$, d'après Falconer (1), $\frac{7-8}{7}, \frac{7-8}{7-12}, \frac{10-11}{11-13}$, d'après Lydekker (2) et $\frac{7-8}{7-10}, \frac{7-8}{8-12}, \frac{9-11}{9-13}$ d'après Andrews (3).

II. Pour éviter la confusion qui peut résulter de l'emploi des diverses formules lamellaires établies par divers auteurs, j'ai eu en vue uniquement les formules d'un seul auteur; j'ai additionné les termes de chaque formule, qui se réduisent à un seul nombre. Les formules publiées par Andrews forment alors la série que voici :

Tetrabelodon angustidens	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4-5}{4-5}$	: $\frac{11}{11}$	22.
Mastodon Cautleyi	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{5}$	: $\frac{13}{13}$	26.
Tetrabelodon longirostris	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5-6}{5-6}$	: $\frac{14}{14}$	28.
Mastodon latidens	$\frac{4}{4}$	$\frac{4-5}{4-5}$	$\frac{5-6}{5-6}$	: $\frac{15}{15}$	30.
Elephas (Stegodon) Clifti	$\frac{6-7}{?}$	$\frac{6}{?}$	$\frac{7-8}{7-8}$	: $\frac{21}{?}$	?.
Elephas (Stegodon) bombifrons	$\frac{6}{7}$	$\frac{6-7}{7-8}$	$\frac{8-9}{8-9}$	: $\frac{22}{24}$	46.
Elephas (Stegodon) insignis	$\frac{7-8}{1-10}$	$\frac{7-8}{8-12}$	$\frac{9-11}{9-13}$	: $\frac{27}{35}$	62.
Elephas planifrons	$\frac{7}{7}$	$\frac{8-9}{8-9}$	$\frac{10-12}{10-13}$	: $\frac{28}{29}$	57.

III. Pour que cette série soit entièrement phylogénétique et évolutive, il faudrait que tous les genres et toutes les espèces dont elle est formée appartiennent à un seul et même phylum. Or, cette condition n'est pas remplie, donc la série n'est pas phylogénétique, et par conséquent pas évolutive en totalité, et voilà pourquoi :

a. D'après Lydekker (4), *Tetrabelodon angustidens* serait la souche ances-

(1) *Palaeontological Memoirs*, vol. 2, 1868, p. 86.
(2) *Palaeontologia Indica*, 10e série, vol. 1, Part 5, 1880, p. 273-292.
(3) *A Guide to the Elephants*, 1908, p. 46.
(4) *Op. cit.*, 10e série, vol. 3, 1884-1886, p. XVIII.

trale du phylum : *Tetrabelodon longirostris* → *Mastodon Cautleyi* → *Mastodon latidens*. Mais les collines de *Mastodon Cautleyi* ne sont pas des collines de *Tetrabelodon longirostris* différenciées régressivement; *le phylum précité n'est donc pas naturel*. Par suite, il ne peut être question de l'évolution de ces espèces, et les formules lamellaires qui les représentent, tant au point de vue de la phylogénie qu'à celui de l'évolution, sont sans valeur.

b. D'après tous les paléontologistes, *Mastodon latidens* et *Mastodon elephantoides* [= *Elephas* (*Stegodon*) *Clifti*] seraient les espèces de passage de *Mastodon* à *Elephas* (*Stegodon*). Mais le fait que les molaires de *Mastodon elephantoides* [= *Elephas* (*Stegodon*) *Clifti*] ont des collines plus nombreuses que les molaires de *Mastodon latidens* n'est pas une preuve décisive que ces deux espèces sont liées phylogénétiquement. Cette observation est d'autant plus justifiée que, sur les figures des molaires de *Mastodon elephantoides* publiées par Clift ([1]), Owen ([2]) et Gaudry ([3]), on ne peut discerner la composition bituberculaire des collines, très manifeste sur les figures des molaires de *Mastodon latidens*, publiées par Clift, Owen et Falconer ([4]). Puisqu'il n'est pas certain que les collines de *Mastodon elephantoides* soient des collines de *Mastodon latidens* différenciées régressivement, la filiation de ces espèces n'est pas rigoureusement démontrée. En outre, la synonymie *Mastodon elephantoides* Clift [= *Elephas* (*Stegodon*) *Clifti* Falconer] est discutable, parce que, au point de vue des caractères morphologiques phylogénétiques des collines ou lames, les figures des molaires de *Mastodon elephantoides* publiées par Clift diffèrent de celles d'*Elephas* (*Stegodon*) *Clifti* publiées par Falconer ([5]).

c. D'après tous les paléontologistes, *Elephas* (*Stegodon*) *insignis* et *Elephas planifrons* seraient les espèces de passage d'*Elephas* (*Stegodon*) à *Elephas*. Mais cette filiation n'est pas réelle, pour les motifs suivants :

1° L'*Elephas* (*Stegodon*) *insignis* et l'*Elephas planifrons* n'appartiennent pas à un seul et même phylum. Les lobes et les expansions des lames des

---

([1]) *On the Fossil Remains of two New Species of Mastodon* (*Geological Transactions*, 2e série, vol. 2, 1828, p. 369).

([2]) *Odontography*, vol. 2, pl. 145, 1840-1845.

([3]) *Op. cit.*, p. 176.

([4]) *Fauna Antiqua Sivalensis*, Part 4, pl. 30, fig. 6.

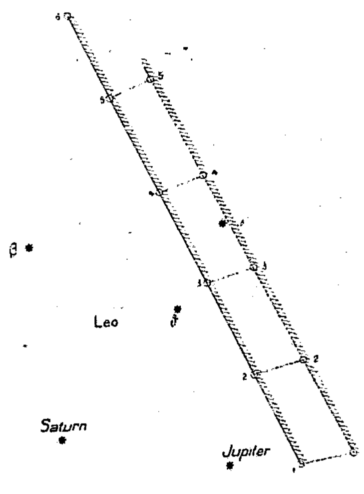
([5]) *Ibid.*, fig. 5.

molaires d'*Elephas planifrons* (¹) n'existent pas chez les lames d'*Elephas* (*Stegodon*) *insignis*, de sorte que les lames d'*Elephas planifrons* ne sont pas des lames d'*Elephas* (*Stegodon*) *insignis* différenciées régressivement.

2° Si vraiment l'*Elephas planifrons* descend de l'*Elephas* (*Stegodon*) *insignis*, sa formule lamellaire devrait être progressive par rapport à celle d'*Elephas* (*Stegodon*) *insignis*, et non régressive.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'aurore boréale du* 13 *mai* 1920. Note (²) de M. CARL STÖRMER.

Malgré la nuit d'été si courte, nous avons réussi, mes assistants et moi, à prendre toute une série de photographies de l'aurore boréale du 13 mai dernier. Les stations Bygdö, Kristiania, Kongsberg et Oscarsborg furent en action et, comme résultat, nous avons une vingtaine de photographies simultanées de deux stations pour déterminer l'altitude et la situation de l'aurore et une dizaine de photographies de couronnes d'aurore pour déterminer le point de radiation des rayons auroraux.



Parmi les photographies prises de deux stations, il y en a une qui mérite une mention particulière : C'est un photogramme d'un long rayon auroral,

(¹) *Fauna Antiqua Sivalensis*, Part 1, pl. 11-12, et Part 2, pl. 19-20.
(²) Séance du 20 juin 1921.

photographié simultanément par M. Tveter à Kristiania et M. Bjerke à Oscarsborg, à $11^h4^m24^s$, temps de Greenwich. (Distance Kristiania-Oscarsborg 27360^m, l'azimut d'Oscarsborg vu de Kristiania égal à $13°1'20''$ vers l'Ouest.) Sur la figure on voit la situation de ce rayon parmi les étoiles, celle vue de Kristiania en traits pleins, celle d'Oscarsborg en traits pointillés.

Nous avons choisi le long du bord gauche une série de points, marqués par les n[os] 1, 2, 3, 4, 5 et 6, dont les points correspondants vus de l'autre station sont marqués par les n[os] 1', 2', 3', 4', 5', le point correspondant au point 6 étant en dehors du champ de la photographie prise d'Oscarsborg.

Voici les résultats du calcul de la hauteur et la situation de ces points :

N°.	*h*.	*a*.	H.	D.
1............	19,3	78,3	192	482
2............	24,4	76,1	237	466
3............	29,5	73,7	280	448
4............	34,4	71,4	335	443
5............	39,2	68,4	410	453
6............	43,0	65,8	env. 470	env. 450

Ici h et a sont la hauteur et l'azimut du point, mesurés en degrés, et H et D, qui sont donnés en kilomètres, sont l'altitude au-dessus de la surface de la Terre et la distance de Kristiania au point ayant le point d'aurore au zénith.

Ce qui est frappant ici c'est la grande altitude du pied du rayon ainsi que le fait que l'aurore atteint presque le niveau de 500^{km} au-dessus de la Terre. Ce dernier fait a déjà été constaté par nos mesures photogrammétriques pendant l'aurore du 22-23 mars 1920; en effet nous trouvâmes alors pour les sommets des rayons des altitudes entre 500^{km} et 600^{km} (¹).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur une méthode nouvelle de prévision des variations barométriques.* Note (²) de MM. **E. Delcambre** et **Ph. Schereschewsky**, présentée par M. R. Bourgeois.

La méthode que nous décrivons a pour but d'annoncer le sens et la valeur numérique des variations barométriques. Elle est valable dans des cas bien

(¹) Voir *Geofysiske Publikationer*, vol. 2, n° 2. Kristiania, 1921, à l'imprimerie Gröndahl et fils.

(²) Séance du 20 juin 1921.

déterminés et extrêmement fréquents. Elle est fondée essentiellement sur l'examen d'une entité météorologique définie plus bas : *le noyau des variations barométriques* qu'elle substitue à l'ancienne notion de *dépression*. Elle remplace l'étude des cartes isobariques par celle des cartes différentielles où l'on porte les variations de la pression atmosphérique en chaque station au cours de divers intervalles de temps.

La méthode consiste à regarder les variations de pression de tous les points d'une carte météorologique comme étant dus au déplacement ou, d'une manière plus générale, à l'évolution des noyaux de variations barométriques.

1° *Définition et existence des noyaux de variations.* — Notons sur une carte la valeur des variations de la pression atmosphérique observées dans chaque station depuis un certain nombre d'heures, 12 par exemple, et traçons les courbes d'égale variation ou *isallobares*. On remarque que ces courbes tracent des figures d'allure topographique qui ressemblent dans une certaine mesure aux dépressions et aux anticyclones des cartes d'isobares.

Les ensembles de courbes affectent des formes généralement elliptiques et bien centrées autour des points où la pression a subi les plus grandes variations positives ou négatives. Ce sont ces groupes elliptiques que nous nommons *noyaux de variations*. Comme les dépressions et les anticyclones ils conservent une individualité bien marquée sur les cartes successives. La considération de tels systèmes de courbes n'est pas absolument nouvelle; les cartes d'isobares du *Bulletin météorologique international français* contenaient, depuis fort longtemps, en pointillé, le tracé sommaire des isallobares correspondant à un intervalle de 24 heures, mais elles se proposaient uniquement de rendre ainsi plus clairement compte des variations passées, sans en faire un instrument de prévision; d'autre part, M. Nils Eckholm en Suède a envisagé, dès avant 1914, les isallobares correspondant à un intervalle de 12 heures et a étudié leurs déplacements. Enfin le Bureau météorologique militaire a été conduit pendant la guerre à tracer des cartes de tendances, c'est-à-dire des cartes d'isallobares correspondant à un intervalle de 3 heures seulement.

Notre méthode systématise l'étude des noyaux de variations et emploie surtout des isallobares à 12^h et à 3^h. Elle se distingue, notamment, par le fait qu'elle exige que le tracé des isallobares soit fait au moyen d'un grand nombre de stations, deux ou trois fois plus nombreuses que dans les méthodes précédemment employées. Il ne s'agit pas là seulement d'une complication d'importance secondaire, mais au contraire d'une question de principe :

c'est en effet par l'examen minutieux de certains détails des cartes différentielles que la méthode se propose d'indiquer le sens et la grandeur numérique des variations barométriques.

2° *Propriétés des noyaux de variations. Différents types d'évolution.* — Les noyaux de variations barométriques peuvent évoluer de diverses manières :

a. Ils sont animés souvent d'un mouvement général de translation, parallèle au petit axe des ellipses. Cette translation peut être uniforme et n'être accompagnée d'aucune évolution importante de la profondeur du noyau. Il est alors beaucoup plus régulier que les mouvements analogues des dépressions. Ce type, particulièrement simple d'évolution, avait déjà été signalé par M. Nils Eckholm; mais il est loin d'être le seul, et les autres se prêtent comme lui à la prévision qualitative et quantitative des variations barométriques.

b. Le mouvement de translation peut être uniforme et accompagné d'une décroissance ou d'un accroissement de la profondeur du noyau.

c. Il peut être uniforme et accompagné d'une dislocation du noyau qui se décompose alors en deux éléments marchant dans des directions différentes, parfois presque rectangulaires.

Dans tous les cas précédents, les vitesses de translation sont comprises entre 35^{km} et 70^{km} à l'heure.

Enfin les noyaux peuvent évoluer sur place en se créant ou en disparaissant progressivement. Un même noyau de variations peut d'ailleurs successivement évoluer suivant les différents types que nous venons de décrire.

D'une manière générale, les mouvements nets de translation obéissent à la loi suivante : *Les noyaux de variations se déplacent en laissant les anticyclones, centres d'action élevés, à leur droite.*

3° *Méthode de prévision.* — Les observations précédentes ne sauraient avoir de valeur pratique, en dehors de leur intérêt purement descriptif, que s'il est possible dans chaque cas de reconnaître quel va être le type d'évolution de chacun des noyaux qui figurent sur les cartes. A cet effet, on compare les cartes de noyaux de variations à 12^h, et les cartes de noyaux de tendances tracées à un même instant. Ce sont la position, la valeur et la forme relatives des noyaux de tendances et des noyaux de variations qui indiquent le genre d'évolution. Quant à la vitesse de translation des noyaux, elle est donnée, lorsqu'il y en a une, par l'examen des positions successives d'un même noyau à quelques heures d'intervalle, par exemple 6 heures.

La prévision consiste alors à désigner la position future des noyaux de variations ainsi que leur valeur et leur forme. Ceci étant fait, on peut en déduire quelle sera, en chaque station, l'amplitude des variations barométriques et, par conséquent, le tracé futur des isobares et de la direction des vents. L'intervalle de temps auquel s'applique cette méthode est de 12 heures; dans certains cas, il peut s'élever jusqu'à 24 heures.

Au point de vue général de la Météorologie dynamique, l'existence de ces mouvements qui transportent les noyaux de variations semble prouver l'existence dans l'atmosphère de grands courants de direction plus régulière que les courants de surface, de vitesse parfois considérable et qui conservent, au cours d'une même journée et même parfois pendant plusieurs jours, des caractères fort constants.

Ajoutons que, comme un grand nombre de noyaux de variations proviennent de l'océan Atlantique, il devient indispensable de recueillir les observations des navires en mer.

BOTANIQUE. — *Sur les microsomes et les formations lipoïdes de la cellule végétale.* Note (1) de M. A. Guilliermond, présentée par M. Gaston Bonnier.

Sous le nom de *microsomes*, Dangeard a décrit de petits grains très réfringents dont il fait un système spécial, le *sphérome*. Comme ces grains ont été confondus avec des mitochondries, il nous a paru nécessaire d'étudier leurs caractères évolutifs et microchimiques encore peu connus.

A. Sur le vivant, il est très facile de distinguer les microsomes des mitochondries, grâce à leur réfringence beaucoup plus accusée et à leurs déplacements plus rapides, ainsi que par leurs dimensions et leur nombre beaucoup plus variables. Dans la plupart des cellules, les microsomes sont nettement plus petits que les mitochondries granuleuses; dans d'autres cas, ils peuvent offrir des dimensions variables : les plus petits ont toujours un volume supérieur à celui des mitochondries et les autres sont plus gros que ces dernières. Enfin, leur nombre varie infiniment et dépend de l'état de développement des cellules. En général, très nombreux dans les très jeunes, ils deviennent rares dans les tissus adultes. Souvent cependant, ils sont capables de réapparaître en grande abondance dans les tissus adultes; en quelques cas, ils restent très abondants pendant toute la durée de la vie des cellules. Les microsomes ne semblent pas être des éléments permanents du cytoplasme, ce sont des granulations

(1) Séance du 13 juin 1921.

qui peuvent apparaître et disparaître selon les circonstances, mais leur présence est excessivement fréquente et il est rare qu'une cellule n'en renferme pas au moins quelques-uns.

Par leur évolution, les microsomes se comportent donc comme de simples produits du métabolisme cellulaire.

B. Les microsomes ne présentent pas de biréfringence. Ils ne prennent pas le bleu du Nil, ni aucun autre colorant vital. Dans une solution d'acide osmique, ils brunissent toujours nettement, quoique rarement d'une manière intense. Sur coupes à congélation ou sur fragments détachés d'épidermes fixés par le formol, les microsomes se colorent par le soudan III et le scarlach. La méthode de Fichler, qui permet de mettre en évidence les acides gras, révèle parfois la présence d'acides gras dans les cellules végétales. Dans une coupe à congélation d'un bourgeon d'*Iris germanica*, traitée par cette méthode, on aperçoit, par le simple examen microscopique, une coloration nette, presque exclusivement localisée dans le méristème, qui paraît indiquer la présence, dans cette région, d'acides gras. L'observation microscopique de la coupe montre que ces acides n'ont aucun rapport topographique avec les microsomes; ils apparaissent à l'état diffus dans le cytoplasme et parfois dans les plastides. La méthode préconisée par Dietrich pour la détection des lipoïdes montre également la présence de ces substances dans les cellules végétales. Dans une coupe de bourgeon d'*Iris germanica*, les lipoïdes présentent microscopiquement la même localisation que les acides gras, mais à l'examen microscopique, il est facile de constater qu'ils correspondent aux microsomes, ainsi qu'aux granulations d'aspect graisseux, que contiennent les jeunes plastides. Les microsomes paraissent en grande partie insolubilisés après fixation par la méthode de Regaud, car même sur coupes à la paraffine traitées par cette technique, ils peuvent être mis en évidence par le soudan et le scarlach (méthode de Ciaccio).

Les microsomes présentent donc tous les caractères microchimiques des lipoïdes (coloration par les méthodes de Dietrich et de Ciaccio) et il semble qu'on puisse les considérer comme tels. Il ne paraît pas cependant que les microsomes aient partout la même constitution. C'est ainsi que dans l'épiderme des pétales de la plupart des variétés de Tulipe, on trouve dans chaque cellule un ou deux énormes globules, d'aspect graisseux, qui paraissent résulter de la fusion des microsomes; dans d'autres, on observe des microsomes de toutes les dimensions, depuis de très petits grains jusqu'à de très gros globules. Or, à mesure que les microsomes grossissent, ils réduisent beaucoup plus l'acide osmique, jusqu'à prendre une teinte noire. En traitant la préparation fixée par l'acide osmique, par le soudan ou par le scarlach, on constate que les petits microsomes faiblement brunis prennent le colorant, tandis que les gros conservent leur teinte brun foncé, due à l'acide osmique. Les plus gros globules sont aussi moins résistants à l'alcool après fixation par la méthode de Regaud et se dissolvent partiellement, laissant à leur place une vacuole renfermant sur l'un de ses pôles un résidu en forme de calotte qui continue à brunir par l'acide osmique et à se colorer par le soudan et le scarlach. Cependant la méthode de Dietrich les colore comme les petits. Ils renferment donc également des lipoïdes, mais joints à des graisses neutres.

C. Examinons maintenant comment se comportent les microsomes par les techniques

mitochondriales. Dans les préparations fixées par la méthode de Meves et colorées par les méthodes de Benda, de Kull ou par l'hématoxyline ferrique, les microsomes se comportent d'une manière très variable : souvent ils apparaissent fortement brunis par l'acide osmique et se distinguent facilement des mitochondries. Cependant souvent aussi, le brunissement s'atténue dans le baume, de telle sorte que les microsomes n'apparaissent pas. Il semble que parfois, mais rarement, les microsomes, surtout les plus petits, quand ils sont faiblement brunis, soient capables de se colorer par l'hématoxyline et surtout par la fuchsine acide, mais en ce cas, ils ne sont pas difficiles à distinguer des mitochondries par leurs plus petites dimensions et leur coloration plus faible. Par contre, après fixation par la méthode de Regaud, les microsomes ne se colorent jamais, ni par l'hématoxyline ferrique, ni par la fuchsine acide. On peut les mettre en évidence, en traitant la préparation colorée par l'hématoxyline par le *soudan* ou le *scarlach*. Ainsi il est bien établi que les microsomes ne se colorent pas électivement par les techniques mitochondriales et ne peuvent être en aucun cas confondus avec les mitochondries.

D. Nos recherches antérieures ont montré que les chondriocontes en voie d'évoluer en amyloplastes ou en chromo ou en chloroplastes dans les cellules de jeune tissus d'*Iris germanica* se remplissent de nombreuses petites gouttelettes d'aspect graisseux qui ensuite se résorbent partiellement ou totalement à la fin de l'élaboration de l'amidon et des pigments. Ces gouttelettes offrent les mêmes caractères microchimiques que les microsomes. On pourrait donc se demander si les microsomes ne sont pas élaborés par les éléments du chondriome. La présence de nombreux microsomes dans les Champignons et dans certains Phanérogames qui ne montrent jamais de granulations lipoïdes dans les éléments de leur chondriome semble exclure cette hypothèse.

E. De l'ensemble de ces faits, il résulte que les microsomes sont de simples produits de métabolisme cellulaire. Ils semblent constitués le plus souvent par des lipoïdes, parfois joints à des graisses neutres. Les termes de microsomes et de sphérome sont donc impropres et doivent être remplacés par celui de granulations lipoïdes.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur le mode d'action des présures végétales.* Note de MM. **E. Couvreur** et **P. Chosson**, présentée par M. Gaston Bonnier.

L'un d'entre nous a établi, il y a longtemps déjà, que la présure ordinaire (produit de la macération de la caillette du veau) n'exerce pas sur la matière caséinogène du lait une action *dédoublante* et que, quand on constate après coagulation du lait par cette présure des protéoses dans le petit lait, ces dernières sont le résultat d'une *intervention surajoutée* (microbes) (1).

(1) *Action du lab dans la caséification* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, 1910-1911).

Il était intéressant de savoir si d'autres présures, animales ou végétales, se comporteraient de la même manière. A cet effet, nous avons institué tout d'abord un certain nombre de recherches sur des présures d'Invertébrés (Crustacés, Mollusques, Annélides). Laissant de côté, pour le moment, ce que nous a révélé cette étude, nous exposerons seulement dans cette Note ce qui a trait aux végétaux.

On sait depuis longtemps que certaines plantes ou parties de plantes broyées donnent un suc susceptible de faire coaguler le lait. Gerber a fait de nombreux travaux sur cette question et on lui doit un moyen pratique de préparer, d'isoler et de conserver les présures végétales ([1]).

C'est ce moyen que nous avons employé pour préparer les présures contenues dans les racines du *Solanum Dulcamara*, dans les tiges et feuilles de l'*Helleborus fœtidus*.

Ces présures, fort actives, ont provoqué à l'étuve à 35° très rapidement la coagulation du lait, résultat d'ailleurs attendu, simple vérification de constatations anciennes. Ce qu'il nous importait de savoir, c'était le processus intime de cette coagulation. Or, en opérant avec les précautions indiquées par l'un de nous dans les Notes que nous avons rappelées, nous n'avons jamais pu déceler la présence de protéoses dans le petit lait.

Nous devons donc conclure que les présures végétales (au moins celles du *Solanum Dulcamara* et de l'*Helleborus fœtidus*) se comportent comme le lab des Mammifères et que, là non plus, le passage du caséinogène de l'état soluble à l'état insoluble ne s'accompagne du dédoublement de cette substance.

Il serait intéressant de savoir si les sucs présurants de certains végétaux ne sont pas également protéolytiques. Nous étudions actuellement cette question.

PHYSIOLOGIE. — *Le radiopuncture microscopique des cellules mobiles.* Note de M. SERGE TCHAHOTINE, présentée par M. Roux.

J'ai décrit ([2]) il y a quelque temps la méthode de radiopuncture microscopique, qui permet d'appliquer la microvivisection à des cellules isolées, telles que les œufs microscopiques, etc., en localisant un dard très fin de

([1]) *Méthode générale de préparation des présures végétales* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, séance du 28 mai 1909).

([2]) S. TCHAHOTINE, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1237.

rayons ultraviolets sur le noyau et sur d'autres organes ou sur des points choisis à l'intérieur et à la périphérie des cellules. J'ai communiqué ([1]) aussi les résultats des premières expériences faites avec cette méthode pour éclaircir certains problèmes de la cytologie expérimentale, devenues abordables.

Les expériences tentées se reportaient à des cellules immobiles, telles que les œufs d'oursins surtout. Mais une foule de problèmes importants se pressent aussi, qui ont trait à la vie des cellules isolées mobiles, telles que les êtres unicellulaires, les protozoaires, parmi lesquels ce sont surtout les infusoires, qui attirent notre attention en premier lieu. J'ai essayé donc actuellement de résoudre avant tout le problème technique de la radiopuncture microscopique, appliquée aux cellules mobiles, comme les infusoires. Deux tâches se sont présentées ici : 1° immobiliser ces êtres pour la durée de la piqûre; 2° avoir la certitude que la piqûre a atteint la cellule. Dans le cas des œufs d'oursins j'ai décrit ([2]) le phénomène indiquant que le but a été atteint : on voit au point radiopiqué apparaître aussitôt une petite échancrure ou une invagination.

Pour l'immobilisation des infusoires, j'ai eu recours à deux procédés : à la narcotisation et à la fixation mécanique.

La technique de la première je l'ai décrite ailleurs ([3]).

Pour la technique de la fixation mécanique des infusoires pendant la durée de l'irradiation localisée, je procède de la manière suivante :

Au moyen d'un tube capillaire en verre on pêche un infusoire de la culture et, en soufflant doucement, on expulse sur une lame le contenu formant plusieurs gouttes minimes, dans une desquelles se trouve l'infusoire.

On l'aspire ensuite avec un tube capillaire très fin et l'on place cette goutte sur une lamelle, sur laquelle on a tracé avec un diamant deux cercles : un plus grand au milieu et un autre plus petit à côté. La goutte est déposée au milieu du premier, mais du côté opposé de la lamelle. Entre les deux cercles, mais sur la face opposée de la lamelle, on trace avec le diamant une petite ligne. Dans le petit cercle on place une autre petite goutte, contenant une solution de fluorescéine. Ensuite avec un tube capillaire encore plus fin on aspire doucement l'eau de la première goutte, en y laissant l'infusoire dans très peu de liquide; la couche mince d'eau l'aplatit. On renverse alors

([1]) S. Tchahotine, *C. R. Soc. Biol.*, t. 83, 1920, p. 1593; t. 84, 1921, p. 464.
([2]) S. Tchahotine, *C. R. Soc. Biol.*, t. 84, 1921, p. 464.
([3]) S. Tchahotine, *C. R. Soc. Biol.*, t. 84, 1921.

la lamelle et on la place vite avec les deux gouttes en dessous sur les bords d'une petite chambre humide, dont le fond est constitué par une lame en quartz. Cette chambre est munie sur le côté d'un tube capillaire, par lequel le liquide peut s'évaporer peu à peu. Tout le reste est clos au moyen d'huile ou de vaseline.

Les manipulations à suivre sont alors les suivantes :

1° On met au point, avant tout, le grand cercle, tracé sur le verre, et l'on cherche le point où les deux cercles se touchent;

2° On abaisse le tube jusqu'à voir la ligne, tracée au-dessous;

3° Par des mouvements de la platine à chariot on trouve l'infusoire, on le met bien au point et l'on note la position du vernier pour le repérage ultérieur;

4° On recule jusqu'à avoir au milieu la goutte avec la fluorescéine;

5° On obscurcit le champ, en mettant un écran devant la lampe;

6° On met au point le dard ultraviolet et en contact de celui-ci l'aiguille de l'oculaire à indice;

7° On éclaire de nouveau le champ et, en manœuvrant la platine à chariot, on repère le point où se trouve l'infusoire.

Les mouvements de ce dernier deviennent de plus en plus difficiles et lents, le liquide s'évapore peu à peu, on attend encore et au moment où les mouvements sont plus ou moins arrêtés (il n'y a que le battement des cils et la vacuole contractile qui continuent à donner des signes de vie), on obture l'orifice du capillaire avec de la paraffine fondue. L'évaporation est aussitôt arrêtée, on passe le point à piquer sous la pointe de l'aiguille indicatrice et l'on radiopique. Ceci fait, on enlève doucement la paraffine et l'on aspire par le capillaire une goutte d'eau, on soulève doucement la lamelle et l'on ajoute vite une goutte d'eau à l'infusoire opéré.

Comme critère de l'efficacité de la radiopuncture dans le cas des infusoires, je me sers d'une réaction caractéristique : en radiopiquant fortement un infusoire, par exemple un Colpidium, à sa périphérie, on voit apparaître très vite une contraction de tout le corps, à l'exception du point piqué; ici il se forme une protubérance, qui ne tarde pas à éclater, à crever, sous la pression exercée par la contraction de tout le corps sur l'intérieur; aussitôt le cytoplasme sort par la blessure et de même le noyau, qui est presque projeté au dehors et reste gisant parfaitement isolé des restes du corps et des débris du cytoplasme expulsé, ayant son micronucleus à côté. Par cette méthode, on peut tirer le noyau au dehors, pour l'avoir autant que possible libéré du cytoplasme, qui l'environne dans la cellule.

PHYSIOLOGIE. — *Sur le mécanisme physiologique de la résistance du Lapin à l'avitaminose.* Note de MM. J. **Lopez-Lomba** et **Paul Portier**, présentée par le Prince de Monaco.

Dans un travail antérieur, l'un de nous, en collaboration avec Mme Randoin, avait signalé le fait que les lapins adultes nourris avec un mélange de légumes stérilisés à haute température ne succombaient pas si l'on incorporait à leur nourriture des déjections qui pouvaient d'ailleurs provenir de l'animal lui-même. Nous en avions tiré la conclusion qu'il pouvait y avoir, dans ces conditions, création de vitamines dans l'intestin du Lapin.

Nous avons, depuis lors, fait, sur cette même espèce animale, un grand nombre d'expériences dans le but d'élucider le mécanisme de cette résistance anormale à l'avitaminose.

Nos nouvelles recherches nous ayant montré qu'il fallait tenir le plus grand compte de l'âge des animaux d'expérience, nous présenterons nos résultats en les classant d'après ce facteur.

1° *Jeunes Lapins pesant moins de* 1^{kg}. — Les très jeunes Lapins encore à la mamelle, nourris avec du lait stérilisé à haute température, meurent en quelques jours.

Les Lapins déjà sevrés, mais pesant moins de 1^{kg}, nourris avec un mélange de légumes (carottes, choux, son), stérilisés entre 125°-130°, meurent avec les symptômes et les lésions caractéristiques de l'avitaminose.

La durée de la survie dépend du développement de l'animal au début de l'expérience. Les Lapins de 500^{g} ont survécu environ 15 jours; ceux de 700^{g}, 30 jours, et ceux de 850^{g}, 2 mois.

Les jeunes Lapins nourris à la viande de cheval stérilisée (1 expérience), au riz décortiqué stérilisé et même au riz décortiqué cuit, succombent rapidement (10 jours environ). En somme, nous retrouvons pour les jeunes Lapins les résultats classiques.

2° *Lapins pesant plus de* 1^{kg}. — C'est à partir de ce poids que le Lapin privé de vitamines paraît se différencier des autres animaux de laboratoire.

Nous avons, en effet, vérifié à nouveau que les Lapins de 1^{kg} et au-dessus résistaient à un régime de légumes stérilisés à haute température non seulement lorsqu'on ajoute à cette nourriture des déjections, mais aussi lorsqu'on prend toutes les précautions pour éliminer autant que possible la coprophagie (animal maintenu sur un grillage à larges mailles qui se laisse traverser par les déjections).

3° *Mécanisme de la résistance à l'avitaminose.* — C'est là le point le plus important à élucider, celui sur lequel ont porté nos principaux efforts.

Et d'abord la coprophagie spontanée, fréquente chez les rats soumis aux expériences d'avitaminose, ne les préserve pas des accidents et de la mort;

tout au plus peut-elle la retarder. Le Lapin présente donc vraiment une résistance anormale. Il nous a semblé qu'on pouvait tenter de l'expliquer par une particularité physiologique très frappante signalée par Masson et Regaud.

Ces expérimentateurs ont montré en effet que le tissu lymphoïde de l'intestin, et en particulier celui de l'appendice, est normalement le siège d'une culture abondante de bactéries de provenance intestinale.

Ces bactéries, phagocytées en masse dans le tissu lymphoïde, constitueraient pour l'animal une source abondante de vitamines; elles pourraient remplacer celles qui font défaut dans la nourriture.

Cette interprétation concorde d'ailleurs avec une série de faits analogues que nous avons relevés chez de nombreux Invertébrés.

En effet, beaucoup d'Insectes, des Vers, des Mollusques, qui se sont adaptés dans la nature à une nourriture atypique, hébergent constamment dans leurs tissus des micro-organismes, variables d'un type à l'autre, qui semblent bien remplacer les vitamines absentes dans les aliments.

Cependant, ces conceptions tirées de la Physiologie comparée, si séduisantes qu'elles paraissent, doivent, toutes les fois que cela est possible, être soumises à une vérification expérimentale. Celle-ci est pratiquement très limitée lorsqu'on s'adresse aux Invertébrés, c'est pourquoi le Lapin est précieux dans la circonstance.

L'expérience consistera à s'efforcer d'éliminer les micro-organismes du tissu lymphoïde et à voir si la faculté normale de résistance à l'avitaminose disparaît en même temps.

Pour cela, nous avons fait l'ablation de l'appendice à 13 Lapins d'âges très différents supprimant ainsi la principale des masses lymphoïdes. Nous avons ensuite additionné la nourriture stérilisée d'acides organiques (tartrique, lactique, oxalique). Nous espérions, par ce moyen, créer dans l'intestin un milieu défavorable à la culture des micro-organismes dans les amas lymphoïdes persistant le long du tube digestif.

Ces tentatives se montrèrent inefficaces; l'examen histologique des masses lymphoïdes du Lapin soumis à ce régime révélèrent de nombreuses bactéries, et les animaux continuèrent à résister à ce régime privé de vitamines.

Supposant que la neutralisation des acides organiques était due, en grande partie, à la présence du suc pancréatique, nous avons réséqué le canal de Wirsung à un de nos Lapins déjà privé d'appendice.

Sept jours après l'opération, l'animal présentait des symptômes graves

d'avitaminose et mourait au bout de 12 jours. Cette expérience unique sera reprise sous peu.

En résumé, les Lapins adultes résistent indéfiniment à une nourriture stérilisée à haute température; il semble que ce soient les bactéries qui se développent normalement dans le tissu lymphoïde qui fournissent les vitamines que la nourriture n'a pas apportées. Chez le jeune Lapin en période de croissance, cette source de vitamines est insuffisante, et l'animal succombe d'autant plus rapidement qu'il est jeune.

Cependant de nouvelles expériences sont nécessaires pour fournir une preuve définitive du bien-fondé de cette interprétation.

CYTOLOGIE. — *Le mécanisme de la métaphase et de l'anaphase somatiques et ses conséquences chez* Corethra plumicornis. Note de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. Henneguy.

Les particularités, signalées dans nos Notes précédentes sur *Corethra*, n'appartiennent pas qu'à cette espèce. Le travail de Metz [1] permet, en effet, d'affirmer qu'on les retrouvera dans la mitose de tous les Diptères. Chez *Culex pipiens*, cet auteur a décrit des chromosomes identiques à ceux de *Corethra;* mais il fournit de la métaphase et de l'anaphase une description très particulière.

Pour lui, les trois éléments de la fin de la prophase sont des paires de chromosomes homologues paternels et maternels. Au cours de la métaphase, les membres de chaque paire s'individualisent et se divisent pour leur compte; de sorte que la métaphase comporte la division longitudinale de six chromosomes disposés dans le plan équatorial. Puis, à l'anaphase, les trois paires se reconstitueraient de part et d'autre du plan de division. Cette description ne s'applique sûrement pas à *Corethra*, et nous la tenons pour inexacte. L'étude renouvelée de la mitose de grandes cellules de l'épiderme abdominal dans des larves montées *in toto* nous permet d'être catégorique.

La métaphase et l'anaphase somatiques se font exactement comme celles de la première mitose maturative de beaucoup d'animaux (Salamandre, Tomoptère). Les trois chromosomes se présentent comme des dyades à éléments plus ou moins éloignés; ceux-ci se rapprochent ensuite étroite-

---

[1] Ch.-W. Metz, *Chromosomes Studies on the Diptera*, II (*The Journal of Exp. Zoology*, vol. 21, n° 2, 1916).

ment et ils se trouvent en superposition dans la plaque équatoriale. Le premier effort d'écartement dicentrique se traduit par la transformation des trois chromosomes en des sortes de losanges ailés; puis, ces derniers, par agrandissement de l'ouverture losangique, deviennent des anneaux étirés constitués par les moitiés en fer à cheval complètement opposées. L'existence de ces anneaux est éphémère, on les rencontre rarement dans les préparations.

Lorsque les trois anneaux sont complètement développés, nous sommes déjà à l'anaphase. Alors, les anses en fer à cheval, ou moitiés primaires, qui les constituent ne montrent pas encore de clivage longitudinal. Puis, la séparation définitive de ces anses et leur montée vers les pôles commence, et c'est seulement au cours de cette montée qu'elles se clivent et forment chacune un groupe de deux moitiés secondaires bien détaché. En somme, la fragmentation longitudinale des moitiés primaires est un phénomène purement anaphasique et même tardif. Comme on voit, la mitose somatique opère sur trois, et non sur six chromosomes.

Il y a donc répartition, d'un côté et de l'autre du plan équatorial, de moitiés primaires *entières*. Si le clivage longitudinal de celles-ci se produisait, au contraire, dès la métaphase, au sein même de la plaque équatoriale, on pourrait invoquer des mouvements des moitiés secondaires tels que la mitose se ferait en définitive sur six anses. Mais la constitution d'anneaux comme celui de notre préparation enlève toute possibilité à une pareille interprétation.

Le fait que la fin de la métaphase somatique porte sur trois chromosomes seulement est d'une grosse importance. Les dyades prophasiques ne sont donc pas trois paires de chromosomes homologues. Nier, ou affirmer, à la suite de l'observation directe, la permanence des chromosomes est également vain; car ce procédé est impuissant à fournir une démonstration véritable. Mais des voies détournées conduiront peut-être à une certitude plus scientifique. Ainsi, chez *Corethra*, l'observation directe des noyaux quiescents est favorable à la notion de permanence. Cependant on arrive à une conclusion opposée lorsqu'on envisage l'histoire des chromosomes à partir de la fécondation. En effet, les spermatides renfermant trois anses simples, il est logique de croire que le noyau de fécondation initial contient six chromosomes simples. Mais, cette donnée étant admise, comme d'autre part la mitose somatique opère sur trois chromosomes seulement de la façon que nous avons indiquée, on est forcé de conclure que les chromosomes paternels et maternels ne se sont pas conservés tels qu'ils se trouvaient

dans les pronucléi. Ils ont dû se fusionner, et les trois chromosomes sont alors formés d'une substance mixte, à la fois paternelle et maternelle. Autrement dit, l'individualité des chromosomes ne serait pas permanente et les mitoses de maturation n'auraient aucun caractère qualitatif.

Une autre preuve que les dyades de la fin de la prophase sont bien trois chromosomes seulement, c'est qu'à la fin de l'état quiescent les trois spirèmes grêles dont elles dérivent se forment aux dépens de bandes alvéolisées analogues à celles que décrivent Grégoire et ses élèves chez les plantes; ces auteurs n'admettent pas, en effet, que les bandes quiescentes soient doubles dans la mitose somatique.

Quant à la perte de l'individualité des chromosomes, elle a lieu en réalité à chaque mitose à la fin de la télophase. En effet il n'est pas douteux que, après l'anaphase, les moitiés secondaires sont nettement individualisées et forment des anses achevées (consulter les belles figures de Metz). Cependant, après s'être rapprochées, un peu plus tard, deux à deux, elles s'unissent et donnent naissance à une seule bande alvéolisée. Et de cette bande persistant à l'état quiescent sortira, au début de la prophase suivante, un filament grêle, indivis, en zigzag. Ce processus est même très curieux, puisqu'il nous montre en somme que, chez les Diptères, le nombre haploïde se trouve obtenu après chaque télophase somatique par la constitution d'une bande quiescente aux dépens de deux éléments chromosomiques. Mais cela montre aussi la disparition des chromosomes en tant qu'unités morphologiques. Il y a conservation des bandes à travers la période quiescente; mais la constitution de bandes entraîne la perte de l'individualité des anses. Aussi convient-il de dissocier ici les deux notions: conservation des bandes et conservation de l'individualité des anses.

De tout ce qui précède, il suit que le schéma hétéro-homéotypique ne convient pas à *Corethra*, ayant été édifié à une époque où l'on croyait que la première mitose maturative ne ressemblait, dans aucun cas, aux mitoses somatiques qui la précèdent. Or, notre étude prouve que cette mitose I est à tout le moins homéotypique, et peut même être considérée comme la dernière des mitoses somatiques. Le qualificatif de hétérotypique devenant libre, on pourrait le donner à la deuxième mitose. Mais les deux dénominations de Flemming nous paraissent fortement usées par l'emploi qu'on en a fait depuis cet auteur. D'autre part, chez *Corethra*, la mitose II, ne pouvant être interprétée, non plus, comme amenant la disjonction de chromosomes homologues, n'est pas chargée du rôle qu'on attribue à la mitose I dans le schéma hétéro-homéotypique. Pour nous, elle est caractérisée par son

anaphase à anses simples, c'est-à-dire à substance réduite, la réduction chez *Corethra* n'étant guère qu'une question de *masse*. Appelons-la mitose haploïdique. Nous arrivons ainsi à formuler pour les Diptères, groupe auquel appartient le genre *Drosophila*, un schéma somatico-haploïdique qui répond aux seuls résultats de l'analyse microscopique et n'implique aucune hypothèse téléologique.

BIOLOGIE. — *Greffes d'œufs de Tritons dans la cavité péritonéale de Salamandres.* Note de M. A. **Weber**, présentée par M. Henneguy.

Les premiers résultats que j'ai obtenus en introduisant des œufs de Tritons (*T. cristatus* et *T. alpestris*) dans la cavité péritonéale d'Urodèles adultes (*T. cristatus*, *T. alpestris* et *Spelerpes fucus*) semblent pouvoir s'interpréter en admettant dans le milieu intérieur de ces animaux une substance qui tue les œufs et qui, lorsqu'elle est atténuée, retarde seulement leur développement ([1]). L'action nocive se produit aussi bien sur des œufs fécondés non encore segmentés que sur des œufs déjà avancés en segmentation, ou même sur des larves.

La manière dont se comporte le milieu intérieur des hôtes adultes et surtout de *Triton cristatus*, vis-à-vis de ces larves ou bien vis-à-vis d'œufs arrivés au stade de blastula ou de gastrula, peut être comparée à ce qu'ont observé récemment A. Drzewina et G. Bohn ([2]), qui font agir sur de jeunes larves de Grenouille des solutions faibles de métaux colloïdaux : les blastomères superficiels ou les cellules épidermiques sont rapidement tués et se détachent de la surface du germe.

La première hypothèse qui vient à l'esprit au sujet de l'existence, dans le milieu des Urodèles adultes, d'une substance nocive pour les œufs ou les larves, est sans doute insuffisante ou inexacte. Les phénomènes que j'ai observés sont peut-être d'essence plus physique que chimique; mais dans l'état actuel de mes recherches l'idée de substance agissant comme un toxique traduit plus facilement leurs résultats.

([1]) Voir *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 83, 1920, et t. 84, 1921; *Comptes rendus*, t. 172, 1921, et *Comptes rendus de l'Association des Anatomistes*, Paris, 1921.

([2]) A. Drzewina et G. Bohn, *Variations dans le temps de la résistance aux agents physiques et chimiques chez* Rana fusca (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 84, 28 mai 1921).

Cherchant à vérifier si cette substance existe chez tous les Urodèles et quelles peuvent être les modalités de son action, j'ai introduit dans la cavité péritonéale de Salamandres noires (*Salamandra atra*) récemment capturées des œufs déjà segmentés de *Triton alpestris*. Dans l'ensemble, les résultats obtenus sont les mêmes, que la greffe soit faite sur des Salamandres mâles ou sur des femelles; les phénomènes sont seulement un peu plus rapides dans le péritoine des mâles.

Suivant le temps passé au contact du milieu intérieur de ces Urodèles adultes, le développement de l'œuf de Triton est ralenti ou arrêté. Au bout de 1 heure et demie de séjour chez les Salamandres mâles, après 2 heures et demie chez les Salamandres femelles, les processus de segmentation de l'œuf de Triton sont inhibés.

Les germes ainsi obtenus sont d'aspect parfaitement normal; ils n'ont pas ce dépoli léger de la surface qui traduit l'action toxique du milieu intérieur dans les greffes sur d'autres Urodèles. Du reste, l'œuf de Triton inoculé dans la cavité péritonéale de la Salamandre n'est pas tué; il traverse une période de vie latente et, après cette inhibition passagère, il reprend le cours de son développement.

Les blastomères de germes de *Triton alpestris* ayant séjourné 16 heures dans la cavité péritonéale de Salamandres noires recommencent à se segmenter au bout de 40 heures si la greffe a été faite sur une Salamandre femelle, après 60 heures si l'inoculation a été pratiquée sur un mâle.

Je serais tenté de supposer que le milieu interne des Salamandres noires renferme une substance agissant comme un narcotique sur les œufs du Triton alpestre et que cette substance est capable d'être éliminée peu à peu. Le développement reprend ensuite, mais pas immédiatement normal; en effet, il semble que les blastomères sortent d'autant plus vite de leur léthargie qu'ils contiennent moins de vitellus. J'ai obtenu ainsi des larves dans lesquelles il y avait des modifications de formes dues à ce manque d'ensemble dans l'évolution des blastomères. Mais progressivement, tout rentre dans l'ordre et, malgré une assez forte mortalité portant principalement sur les œufs greffés dans le péritoine de Salamandres mâles, on observe finalement des larves de Triton incurvées en forme de croissant à concavité ventrale et qui nagent en tourbillonnant, puis des têtards d'apparence complètement normale.

BIOLOGIE. — *Le cycle évolutif de* Dunaliella salina. Note de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Henneguy.

En suivant jour par jour, corrélativement, dans les salines du Croisic et dans les cultures expérimentales par passage de l'eau douce à l'eau sursalée et réciproquement, les diverses formes de *Dunaliella salina* Dunal, j'ai pu établir le cycle évolutif de ce curieux Flagellé qui détermine la couleur rouge des marais salants.

Sans entrer dans les détails, voici brièvement comment je conçois ce cycle complexe :

Au début de l'hiver, quand la récolte du sel a été faite, il ne reste dans les salines que quelques individus :

Des zoospores rouges (*érythrospores*) colorées par l'hématochrome;

Des zoospores vertes à stigma rouge (*chlorospores*) de taille variable, mais toujours très petites.

Pendant l'hiver, l'apport d'eau douce (lavage des œillets, pluies) tend à établir un milieu de concentration saline faible, souvent presque nulle. Les érythrospores disparaissent presque toutes, sauf quelques-unes qui forment des kystes de repos (hypnocystes rouges, *érythrocystes*). Par contre, dans ce milieu dilué, les chlorospores se développent rapidement, se conjuguent, et forment de gros zygotes verts (*chlorocystes*), immobiles, qui se divisent d'autant plus activement que l'eau est plus diluée. D'où dominance des formes vertes, comme dans mes cultures expérimentales ([1]). Vers mars-avril, les œillets, remplis d'eau de mer fraîche, sont au repos, et tout l'été la concentration saline se fait progressivement, en corrélation avec l'évaporation et la température.

C'est alors que l'on commence à observer chez certains individus l'apparition de l'hématochrome, suivant le mode que j'ai indiqué dans une Note précédente.

Peu à peu, les érythrospores provenant de chlorospores prolifèrent, et leur dominance est fonction de la concentration saline. Aussi, en juillet-août, les érythrospores et les érythrocystes dominent, bien qu'il reste toujours avec eux un assez grand nombre de très petites chlorospores. Il en va ainsi jusqu'au moment où les paludiers enlèvent le sel. Et le cycle recommence.

Il faut ici noter plusieurs points importants :

1° Les formes vertes, chlorophylliennes, coexistent toujours avec les formes rouges à hématochrome, même dans l'eau sursalée. C'est la forme normale de propagation, puisqu'elle s'adapte à tous les milieux. Très grandes

([1]) Alphonse Labbé, *Sur les modifications adaptatives de* Dunaliella salina *Dunal* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1074).

Dans l'eau douce, il n'y a plus que des formes vertes.

dans l'eau douce, elles deviennent très petites dans l'eau sursalée, mais persistent.

2° La dominance de l'une ou l'autre des deux formes est fonction de la concentration saline, les formes rouges étant liées aux milieux de concentration élevée.

3° Si les chlorospores en milieu salé peuvent se transformer en érythrospores, la réversibilité n'est pas possible; la chlorophylle, une fois disparue, ne se régénère pas de l'hématochrome. Si donc les chlorospores sont la forme normale, les érythrospores ne sont qu'une forme adaptative, exceptionnelle, anormale, sans retour possible en arrière.

Ce cycle, avec des variantes et de curieuses formes intermédiaires, me paraît, dans ses grandes lignes, invariable, et il est peu probable que les *Dunaliella* des chotts algériens ou des étangs salés non exploités passent par des stades très différents.

Le déclanchement de la transformation des formes vertes en formes rouges est toujours le même : une plasmolyse partielle avec disparition de l'amidon, formation de glycogène, apparition de cet hématochrome, qui est probablement une anthocyanine; l'odeur de violette des *Dunaliella* que possède aussi l'*Hæmatococcus pluvialis* (des neiges rouges), les réactions phénoliques montrent une parenté avec les essences et les composés glucosidiques.

Quant à la cause du déclanchement, qui ne paraît pas en rapport avec la lumière, elle se trouve peut-être dans l'influence de l'amphimyxie, comme chez les *Volvox*, si voisins des *Dunaliella*, où l'œuf fécondé perd sa chlorophylle et se colore par un hématochrome. Mais il y a des causes physicochimiques plus nettes qui sont les conditions mêmes des salines : viscosité et forte teneur en sels; chaleur et lumière intensives à cause de la grande surface et du peu de profondeur; oxygénation faible. Le début de la transformation est, en tout cas, un changement d'état physique, dû à une turgescence d'ordre osmotique, c'est-à-dire un apport d'ions dans la cellule : d'où un changement dans l'état colloïdal; puis vient une question chimique, qui ne pourra être résolue que quand nous connaîtrons la nature de l'hématochrome.

En résumé : *l'organisme qui colore en rouge les marais salants et à qui nous pouvons conserver le nom de* Dunaliella salina *n'est que la phase ultime de l'évolution d'un flagellé chlorophyllien voisin des Volvocinées, très eurihyalin, qui en eau sursalée donne des formes sténohyalines non réversibles aux formes chlorophylliennes, et colorées par un hématochrome.*

BIOLOGIE. — *Conditions du développement de l'œuf durable chez les Phyllopodes.* Note de Mlle **Lucienne Dehorne**, présentée par M. L. Joubin.

Les Cladocères pondent comme on sait deux sortes d'œufs : les uns évoluent rapidement aussitôt après la ponte et se développent complètement sans fécondation, les autres ne pourraient, d'après Weismann, se développer sans avoir été fécondés. En outre, les œufs parthénogénétiques accomplissent leur entier développement dans une cavité de la carapace (chambre incubatrice) située dorsalement par rapport au corps de l'animal; l'œuf fécondé séjourne aussi quelque temps dans cette chambre, il y subit sans doute les premières phases de son développement; mais il y est étroitement enveloppé par une épaisse membrane provenant des parois de la chambre incubatrice ([1]) et l'œuf ainsi enveloppé est expulsé lors de la mue avec la carapace qui l'enserre (Lubbock, 1857). On sait que ces œufs conservent longtemps la possibilité de se développer.

Les ovogonies dont dérivent ces deux sortes d'œufs sont primitivement équivalentes et ne diffèrent entre elles que dans leur évolution; sous certaines influences dont je parlerai ultérieurement, quelques ovogonies se comportent en phagocytes, absorbent leurs voisines et se transforment en ovules qui ne pourraient évoluer sans l'intervention de l'élément mâle. Leur présence dans l'ovaire suffirait à provoquer la préparation de la sécrétion éphippiale dans la chambre incubatrice, si bien que ces ovules spéciaux sont toujours logés dans une éphippie ([2]).

Ainsi le développement de l'œuf éphippial serait, suivant les auteurs, étroitement conditionné par la nécessité de la fécondation; or, il résulte de mes recherches que cette condition n'est peut-être pas nécessaire et que néanmoins le développement de ces œufs est lié à des conditions telles que, malgré l'apparence, ce mode de reproduction est extrêmement précaire.

([1]) La formation de cette enveloppe ne paraît pas avoir été exactement comprise par les différents auteurs. Il ne s'agit pas d'un épaississement partiel ou total de la carapace, mais d'une sécrétion qui remplit la cavité de la chambre incubatrice. En s'enfonçant dans le sein de cette sécrétion, les œufs durables se trouvent du même coup entourés par cette substance qui durcit et forme une membrane d'enveloppe, ephippium, exactement moulée sur les œufs.

([2]) L'éphippie des Daphnies contient habituellement deux œufs durables, celle des *Moïna* un seul œuf.

Si l'on abandonne, comme je l'ai fait, les éphippies sur le fond d'un bocal rempli d'eau, on constate que, quelle que soit la température, quelles que soient les qualités chimiques du milieu, aucune d'elles ne se développe; mais il suffit de les soumettre à une dessiccation prolongée, puis de les remettre dans l'eau pour les voir éclore.

Les œufs éphippiaux des Cladocères rentrent donc dans la catégorie des œufs à coque dure des Apus et des Branchipes dont l'éclosion nécessite l'action préalable et prolongée de la sécheresse. Or Apus et Branchipes habitent des mares peu profondes, alimentées par les pluies du printemps et de l'automne, mais que les chaleurs de l'été assèchent; tel n'est pas généralement l'habitat des Cladocères qui vivent surtout dans des lacs et des étangs permanents. La plupart du temps les œufs durables des Cladocères ne trouvent donc pas les conditions nécessaires à leur développement. Toutefois, à supposer que les bords d'un étang viennent à se dessécher et que la vase contienne des éphippies, si, comme je l'ai maintes fois constaté, ces éphippies ont été formées en l'absence complète de mâles, aucune d'elles ne se développera du moment que la fécondation est vraiment nécessaire. La formation de ces œufs devient donc inutile. J'aurai du reste l'occasion de montrer que la reproduction des Cladocères est peut-être exclusivement parthénogénétique.

De même que les œufs éphippiaux des Cladocères, les œufs des Apus et Branchipus conservés dans l'eau ne peuvent se développer. Il s'ensuit que ces Phyllopodes ne se perpétueront pas dans des mares qui ne sont jamais à sec. Par contre, si le dessèchement persiste, la vase pulvérisée est dispersée par le vent, et avec elle les œufs durables; en outre l'expérience montre que la dessiccation subie par les œufs ne peut être quelconque, car des œufs d'Apus, des œufs de Branchipus, des éphippies de Cladocères maintenus dans une atmosphère dépourvue de toute humidité deviennent stériles au bout de quelque temps. Des œufs de ces Phyllopodes conservés à sec dans mon laboratoire durant les mois d'été et à l'abri de toute influence humide n'ont pu se développer; inversement des œufs provenant de mêmes cultures, conservés à sec pendant les mêmes mois, mais dans un aquarium ouvert, situé au voisinage d'une eau courante, se sont parfaitement développés une fois mis dans l'eau; à une température moyenne de 16°C. des nauplius de Branchipes nageaient déjà le cinquième jour, de jeunes *Daphnia longispina* le sixième jour. J. Jézéquel laisse les petits aquariums, dans lesquels il élève depuis 17 ans divers Phyllopodes, dans une galerie spéciale où des courants d'eau alimentent des bacs d'élevage. Cette galerie est largement exposée

aux rayons du Soleil et l'eau des bacs non alimentés s'épuise d'elle-même. Les aquariums restent à sec durant quelques mois; dans ces conditions, les œufs de ces Crustacés y conservent toute leur vitalité et sont susceptibles d'éclore à n'importe quel mois de l'automne ou de l'hiver qui suit l'époque de leur ponte; même, suivant Jézéquel, des œufs maintenus ainsi durant trois ans ont pu cependant éclore.

Pour résumer, les œufs à éphippie des Cladocères sont inutiles puisque la reproduction parthénogénétique suffit à conserver l'espèce et que d'ailleurs les conditions exigées pour le développement de l'œuf éphippial sont très rarement réalisées.

Au contraire, si l'unique mode de reproduction des autres Phyllopodes est constitué par les œufs durables, c'est un mode fâcheux, même nuisible; on admet généralement en effet que la résistance des œufs à la dessiccation est une propriété remarquable parce que l'espèce qui les forme vit dans des eaux douces sujettes à s'épuiser rapidement; en réalité leur développement exige des conditions telles qu'il supprime le plus grand nombre des chances de survie.

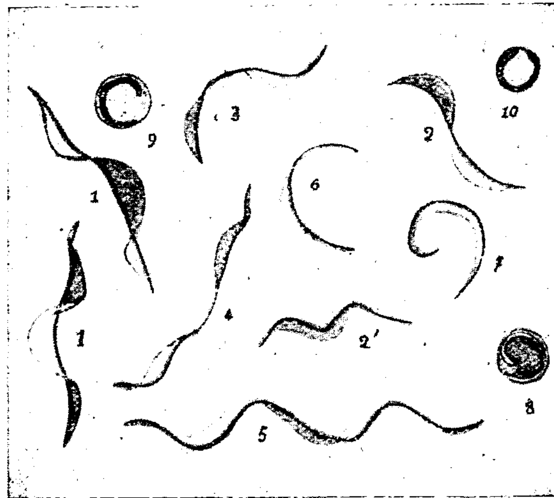
PARASITOLOGIE. — *Présence d'un Spirochètoïde nouveau,* Cristispirella caviæ *n. g., n. sp., à membrane ondulante très développée, dans l'intestin du Cobaye.* Note de M. **A.-Ch. Hollande**, présentée par M. Henneguy.

J'ai observé à diverses reprises en *Savoie* (*Chambéry*) dans l'intestin de plusieurs Cobayes morts d'infection indéterminée, un Spirochétoïde qui, par ses caractères particuliers, s'écarte des espèces actuellement signalées. Ce parasite, qui n'est peut-être pas pathogène, existait dans le contenu de l'intestin grêle à l'état de culture pure, et se retrouvait également dans le gros intestin.

Caractères. — Le parasite est essentiellement constitué par un fin filament axial, non rectiligne, très flexible, décrivant deux ou trois larges courbures; sur un des bords du filament, et dans un même plan, s'insère une membrane ondulante bien développée et très visible (*fig.* 1 et 3). Le corps du Spirochétoïde mesure de 9^{μ} à 12^{μ}; sa largeur (filament axial et membrane ondulante compris), atteint $1^{\mu},50$ à 2^{μ}; les courbures sont de 4^{μ} en moyenne.

Le filament axial (frottis desséchés fixés à l'alcool-éther ou frottis humides

exposés aux vapeurs d'acide osmique) se colore uniformément en rouge violacé par les éosinates à la soude du bleu de méthylène ([1]), comme la chromatine des noyaux des Métazoaires; la substance chromatique (noyau?) de ce filament est continue, non cloisonnée et ne décrit pas de lignes échelonnées comme chez les *Cristispira*, Spirochétoïdes des Mollusques.



Divers stades de *Cristispirella caviæ* n. g.; n. sp. — 1, 2, 2', formes libres; 3, 4, 5, formes en voie de division transversale; 6, 7, début de l'enkystement; 8, 9, deux stades de l'enkystement; 10, kyste formé; c. cl. × 2, 250.

Le filament axial est peu visible après coloration à l'hématoxyline ferrique; je n'y ai pas vu tout autour de membrane périplastique différenciée.

La membrane ondulante apparaît en bleu pâle après coloration (voie lente) par les éosinates du bleu de méthylène; sa structure est homogène et formée d'un plasma à grains colloïdaux très fins; elle ne renferme aucun myonème ou autre différenciation striée; exceptionnellement, on peut y observer quelques petites inclusions de substance chromatinoïde (métachromatine?; *fig.* 2).

Les deux extrémités du parasite sont assez effilées; il n'y existe pas de grains basaux; la membrane ondulante s'y termine par un amincissement

([1]) Cf. HOLLANDE, *C. R. Soc. Biol.*, t. 79, 1916, p. 746.

progressif; je n'y ai vu aucun cil ou flagelle (ultra-microscope, méthode de Löffler).

Le filament axial peut parfois être contourné sur lui-même et décrire un ou deux tours de spire; la membrane ondulante suit alors ces déplacements (*fig.* 2).

Le parasite se déplace dans les deux sens, en avant et en arrière; au cours de sa progression, il décrit une rotation hélicoïdale, les ondulations de la membrane se dessinent et s'incurvent suivant la flexion du filament axial (*fig.* 1 et 2').

Multiplication. — On observe des individus de taille différente; les plus petits dérivent des plus grands par division transversale et non longitudinale. Précédant la division, on voit apparaître vers le milieu du filament axial (*fig.* 3) un épaississement de la substance chromatique, celui-ci se divise ensuite en deux granules (*fig.* 5), puis l'étirement de l'individu se produit (*fig.* 4); en ce point la membrane ondulante s'amincit et bientôt les deux individus formés se séparent. Ce mode de division est semblable à celui de *Spirochœta plicatilis.*

Spores. — Je n'ai pas observé la formation d'éléments coccoïdes aux dépens du filament axial qui puissent être interprêtés comme des spores.

Enkystement. — Le Spirochétoïde est capable de s'enkyster; son corps prend alors la forme d'un C (*fig.* 6), puis s'enroule comme un ressort de montre (*fig.* 7); il sécrète en même temps une substance sidérophile d'où naît la membrane kystique (*fig.* 8 et 9). Le kyste formé est circulaire et mesure $1^{\mu},50$ à 2^{μ}.

La morphologie de ce parasite rappelle celle des *Cristispira* des Mollusques (sensu Gross, 1912) par le mode d'insertion de la membrane ondulante; elle en diffère par l'absence de cloisonnement du filament axial et des myonèmes de la membrane ondulante; son hôte, ses petites dimensions propres (12^{μ} au lieu de 70^{μ}) l'en écartent également. Par ses processus de division (formation de grains chromatiques) il présente des affinités avec les *Spirochœta* (sensu Zuelzer, 1911), mais s'en éloigne par sa membrane ondulante flexible et non rigide.

Je propose de désigner ce Spirochétoïde du Cobaye sous le nom de *Cristispirella caviæ*, formant ainsi le nouveau genre *Cristispirella*, dont les caractères se résumeraient ainsi :

Petit Spirochétoïde à filament axial très fin, chromatique, flexible, décrivant deux ou trois larges courbures, ayant une membrane ondulante bien développée, déformable

et non rigide, sans myonèmes, située généralement dans le même plan que le filament axial; absence de grains basaux et de flagelles ou cils aux deux extrémités du corps; division transversale précédée de la formation de granules chromatiques spéciaux; enkystement possible.

Il semble que l'on doive ranger également dans le genre *Cristispirella* l'espèce de l'intestin de l'Annelide marine *Polydora flava* Clpde, observée et décrite par Mesnil et Caullery (1916) sous le nom de *Cristispira polidoræ* (¹).

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur l'épuration bactérienne et colibacillaire au cours du traitement des eaux d'égouts par le procédé des « boues activées ».* Note de MM. **Paul Courmont, A. Rochaix** et **F. Laupin**, présentée par M. Widal.

Dans une Note précédente (²), nous avons montré qu'en prolongeant pendant longtemps l'aération des eaux d'égouts, en présence des *boues activées*, en les soumettant à une *aération prolongée*, on obtient une diminution considérable du nombre total des germes.

I. Nous avons repris la question de *l'épuration bactérienne au cours de l'épuration normale* (temps strictement nécessaire à la disparition de l'ammoniaque); car les résultats indiqués par les auteurs sont contradictoires : 95 pour 100 de réduction du nombre total des germes (Russel et Bartow); 97 pour 100 (Hatton); 98 à 99 pour 100 (Ardern); 50 pour 100 (Dienert), etc.

Expériences. — De l'eau d'égout, en quantité variant de 1^l à 6^l, est mise en contact avec $\frac{1}{8}$ de son volume de boue activée; le mélange est aéré jusqu'à la disparition de l'ammoniaque.

Une numération bactérienne est faite dans l'eau d'égout brute après repos, et une autre dans l'effluent décanté après aération et sédimentation des boues.

Nous avons utilisé la méthode classique de numération sur gélatine en boîtes de Pétri, après dilution à 1 pour 100000. Les numérations sont faites chaque jour, jusqu'au quinzième jour.

Si la liquéfaction de la gélatine se produit avant ce terme, on utilise les tables de Vincent.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

(¹) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 16 décembre 1916.
(²) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 75.

	Durée d'aération.	Nombre de germes aérobies au centimètre cube.	
		Sewage brut.	Effluent.
1re expérience	6h	5480000	4620000
2e »	5	4600000	2500000
3e »	5	7400000	3300000
4e »	6	4100000	4300000
5e »	6	17200000	8630000

Dans trois autres expériences, la numération a été rendue impossible par l'envahissement rapide de la gélatine par les germes liquéfiants.

Dans une expérience (exp. 4) la diminution des germes a été nulle. Dans les autres, nous avons obtenu successivement les chiffres de 16, 46, 56 et 52 pour 100 de réduction du nombre total des germes.

Conclusions. — L'épuration bactérienne du sewage traité par le procédé des boues activées est un phénomène irrégulier. Elle n'est jamais poussée très loin. On n'obtient une épuration bactérienne véritable qu'en prolongeant longtemps l'aération (plusieurs semaines) comme nous l'avons montré précédemment (¹).

II. *Disparition du colibacille.* — Nous avions de même montré que l'aération prolongée en présence des boues activées amenait la disparition du colibacille.

Nous avons étudié le sort de cette bactérie dans les eaux d'égouts soumises aux conditions normales d'épuration (jusqu'à la disparition complète de l'ammoniaque) et d'autre part dans une eau d'égout soumise à l'aération prolongée en dehors de la présence des boues activées.

La recherche et l'isolement du colibacille a été faite par le procédé au rouge neutre, suivant la méthode de Rochaix. Les microbes isolés étaient caractérisés, outre leurs caractères morphologiques et de coloration, par les réactions biochimiques suivantes : réaction du rouge neutre, virage de la gélose lactosée et tournesolée, recherche de l'indol.

1° Pour les eaux d'égouts aérées en présence de boues activées jusqu'à la disparition de l'ammoniaque (conditions habituelles de l'épuration), nous avons obtenu les résultats suivants :

(¹) *Loc. cit.*

	Temps d'aération.	Nombre de colibacilles par litre. Sewage brut.	Effluent.
1re expérience...........	6h	800000	200000
2e »	5	200080	250000
3e »	5	500000	200000
4e »	6	50000	50000
5e »	6	200000	100000
6e »	6	100000	100000
7e »	5	250000	200000
8e »	5	500000	100000

2° Pour les eaux d'égouts, soumises à l'aération prolongée en dehors de la présence des boues activées, le courant d'air a passé pendant 32 jours, sans boues activées.

Le résultat a été le suivant :

	Sewage brut.	Effluent.
Colibacilles au litre	100000	5000

Conclusions. — La diminution du colibacille au cours de l'épuration normale par le procédé des *boues activées* est un phénomène essentiellement variable.

Le maximum d'épuration colibacillaire, atteint dans l'expérience 8, a été de 80 pour 100; dans d'autres, le nombre a été sensiblement égal avant et après le traitement. La disparition du colibacille est donc un phénomène irrégulier, souvent peu marqué. L'aération prolongée, sans boues activées, produit une diminution beaucoup plus sensible : elle atteint 95 pour 100. Pour obtenir la disparition complète du microbe, il faut utiliser l'aération prolongée en présence des boues activées, comme nous l'avons montré antérieurement.

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mai 1921 (*suite et fin*).

Problèmes et exercices d'Électricité générale, par P. Janet. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 23cm.

Les gazogènes de l'Économie du combustible, par Aimé Witz. Paris, J.-B. Baillière, 1921; 1 vol. 19cm.

Principes de Biologie végétale, par Noël Bernard. Paris, Félix Alcan, 1921; 1 vol. 19cm. (Présenté par M. Costantin.)

Études de Lépidoptérologie comparée, par Charles Oberthür. Fascicule IX (2e Partie), mai 1914; fascicule XVII, novembre 1920; fascicule XVIII (1re Partie), mai 1921. Rennes, Oberthür; 3 vol. 25cm. (Présentés par M. Bouvier.)

Faune malacologique terrestre et fluviatile des îles Mascareignes, par Louis Germain. Angers, Gaultier et Thébert, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Joubin.)

L'élevage industriel des Salmonidés, par Eugène Juillerat. Paris, Delagrave, 1921; 1 vol. 19cm.

Œuvres de G.-H. Halphen, publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, Émile Picard, avec la collaboration de E. Vessiot. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25cm.

L'effort du réseau du Nord pendant et après la guerre, par M. Javary. Lille, L. Danel, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Tisserand.)

Fundamenta mathematicæ, rédigés par Stefan Mazurkiewicz et Waclaw Sierpinski. Tomes I (1920) et II (1921). Warsawa, Université; 2 vol. 25cm.

Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire, par M. Milankovitch. Paris, Gauthier-Villars, 1920; 1 vol. 24cm.

« *Papyrus* » *et papier de* « *Papyrus* », par P. Ammann, Q. Aribert, C. Chalot, M. Denis, L. Vidal. Paris, E. Larose, 1921; 1 fasc. 25cm.

Calcul des valeurs absolues, par D. Riabouchinsky. Copenhague, 1919; 1 fasc. 26cm.

Tourne-t-elle? par Gustave Plaisant. Paris et Liége, Ch. Béranger, 1921; 1 vol. 19cm.

Motion and hyperdimensions, by F. Tavani. Extrait de *The Philosophical Magazine*, avril 1921; 1 fasc. 22cm.

Electrical engineering, by T.-F. Wall. Londres, Methuen, 1920; 1 vol. 23cm.

Araldica Nicotianæ, pel G. Emilio Anastasia. Vol. I : *Testo;* vol. II : *Tavole illustrative*. Scafati, E. Fienga, 1914; 2 vol. 27cm.

La classificazione dei Colori e delle Tinte col metodo di Ferraris Adolfo. Alessandria, Tipografia l'Economica, 1920; 1 fasc. 24cm.

Jac. Berzelius Bref, publiées, au nom de l'Académie royale des Sciences de Suède, par H.-G. Söderbaum. Tome VII : *Lettres détachées* (1809-1847). Uppsala, Almquist et Wiksells, 1920; 1 vol. 23cm.

Opere matematiche di Eugenio Beltrami, publicate per cura della Faculta di scienze della R. Università di Roma. Tome IV et dernier. Milan, Ulrico Hoepli, 1920; 1 vol. 29cm.

ERRATA.

(Séance du 30 mai 1920.)

Note de M. *N.-A. Barbieri*, Étude anatomique sur la terminaison arétinienne du nerf optique dans la série animale :

Page 1377, ligne 12, *au lieu de* après un séjour plus prolongé, *lire* après un séjour le plus prolongé.

(Séance du 20 juin 1921.)

Note de M. *Émile Haug*, Sur la tectonique de la région littorale entre Saint-Cyr et Hyères (Var) :

Page 1553, ligne 9 en remontant, *au lieu de* anticlinal, *lire* synclinal.

FIN DU TOME CENT-SOIXANTE-DOUZIÈME.

TABLES

DES COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE

L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PREMIER SEMESTRE 1921.

TOME 172.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1921.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 172.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

R

S

T

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.
67116-23